

Politechnika Łódzka
Instytut Systemów Inżynierii Elektrycznej

Instrukcja do ćwiczenia

Zastosowanie multimetrów cyfrowych do pomiaru
podstawowych wielkości elektrycznych

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze sposobami wykorzystania współczesnych multimetrów cyfrowych do pomiaru podstawowych wielkości elektrycznych.

2. Podstawowe parametry metrologiczne przyrządów cyfrowych

Wynik pomiaru dowolnej wielkości fizycznej x zawsze różni się od wartości rzeczywistej x_0 , która jest najczęściej nieznana. Różnica ta jest **błędem bezwzględnym** Δx i określa zależnością:

$$\Delta x = x - x_0 \quad (1)$$

Iloraz błędu bezwzględnego i wartości rzeczywistej jest **błędem względnym** δ_x :

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{x - x_0}{x_0} \quad (2)$$

Błąd względny jest bezwymiarowy i najczęściej podawany w procentach:

$$|\delta_x| = \frac{|\Delta x|}{|x_0|} \cdot 100 \% \quad (3)$$

Występowanie błędów w wyniku pomiaru oznacza, że każdy wynik pomiaru jest przybliżeniem i jest obarczony niepewnością będącą następstwem niedokładności przyrządów pomiarowych, zastosowanej metody pomiaru, niedoskonałości obserwatora oraz wpływu innych czynników zakłócających. Obecnie najpopularniejszą grupę przyrządów pomiarowych stanowią urządzenia wielofunkcyjne nazywane multimetrami. W zdecydowanej większości są to urządzenia cyfrowe umożliwiające pomiar wielkości elektrycznych tj. napięcie i prąd zarówno stały, jak i przemienny, rezystancję, pojemność, indukcyjność, częstotliwość i inne, jak również wielkości nieelektrycznych metodami elektrycznymi np. temperaturę. Możliwości metrologiczne przyrządu są uzależnione od wbudowanych funkcjonalności oraz jego przeznaczenia.

Podstawowymi parametrami metrologicznymi multimetrów cyfrowych są: zakres pomiarowy, błąd graniczny, rozdzielczość i liczbę cyfr znaczących.

Zakres pomiarowy Z_x jest to przedział określony górną i dolną wartością, w którym miernik mierzy poprawnie ze zdefiniowaną dokładnością pomiaru.

Błąd graniczny Δ_{gr} multimetru cyfrowego jest największą wartość błędu wskazania, jaka może wystąpić w dowolnym punkcie zakresu pomiarowego przyrządu w przypadku jego poprawnego użytkowania w warunkach odniesienia. Jako warunki odniesienia należy rozumieć wartości takich parametrów jak: ciśnienie, temperatura, wilgotność, zakłócenia elektromagnetyczne itp. W zależności od producenta błąd graniczny wyznacza się dwiema metodami. Pierwsza jako suma dwóch składowych: procentu wartości wskazanej x oraz procentu zakresu pomiarowego Z_x :

$$\Delta_{gr} x = (a \% x + b \% Z_x) \quad (4)$$

Wartości współczynników a i b są podane w dokumentacji dostarczonej przez producenta przyrządu.

Przykład:

Jeśli zmierzono wartość napięcia $U = 6V$ na zakresie $10V$ oraz z dokumentacji przyrządu odczytano, że $a = 0,05$ natomiast $b = 0,01$ wówczas błąd graniczny wynosi:

$$\Delta_{gr} U = (0,05 \% \cdot 6V + 0,01 \% \cdot 10V) = 0,003V + 0,001V = 0,004V = 4mV$$

W drugim sposobie wyznaczania wykorzystywana jest wartość rozdzielczości przyrządu cyfrowego:

$$\Delta_{gr} x = (a \% x + n \cdot LSB) \quad (5)$$

Przez **rozdzielczość miernika cyfrowego** *LSB* (ang. least significant bit) należy rozumieć najmniejszą wartość wyświetlaną na danym zakresie pomiarowym, czyli jest najmniej znaczącą cyfrą na wyświetlaczu miernika.

Przykład:

Jeżeli zmierzono wartość prądu $I = 12,52 \text{ mA}$ na zakresie 20 mA i z dokumentacji przyrządu odczytano, że $a = 0,05$ natomiast $n = 4$ oraz rozdzielczość dla wykonanego pomiaru wynosiła $0,01 \text{ mA}$ wówczas błąd graniczny wynosi:

$$\Delta_{gr} I = (0,05 \% 12,52 \text{ mA} + 4 \cdot 0,01 \text{ mA}) = 0,00626 \text{ mA} + 0,04 \text{ mA} = 0,04626 \text{ mA} \approx 0,05 \text{ mA}$$

Należy zaznaczyć, że rozdzielczość miernika przedstawiana jest często jako iloraz najmniejszej wartości, jaka może być wyświetlona na danym zakresie do wartości tego zakresu. Przedstawiana jest również jako odwrotność maksymalnego wskazania i może być wyrażona w bitach lub bezwymiarowo w procentach, lub ppm (ang. parts per milion – liczba części na milion).

Liczba cyfr znaczących określa ile pełnych cyfr, z zakresu od 0 do 9, może być wyświetlanych na wyświetlaczu przyrządu. Liczba cyfr znaczących może być niepełna, wówczas oznacza się ją w postaci ułamkowej $\frac{1}{2}$ lub $\frac{3}{4}$. W takim przypadku na najbardziej znaczącej pozycji wyniku może pojawić się odpowiednio dla $\frac{1}{2}$ cyfra z zakresu 0 do 1 a dla $\frac{3}{4}$ cyfra z zakresu 0 do 3.

Przykład:

Jeżeli liczba cyfr znaczących w mierniku jest równa $5\frac{1}{2}$, wówczas na najbardziej znaczącej pozycji może wystąpić 0 lub 1, a na pozostałych cyfra z przedziału 0-9. Maksymalne wskazanie wynosi 199999.

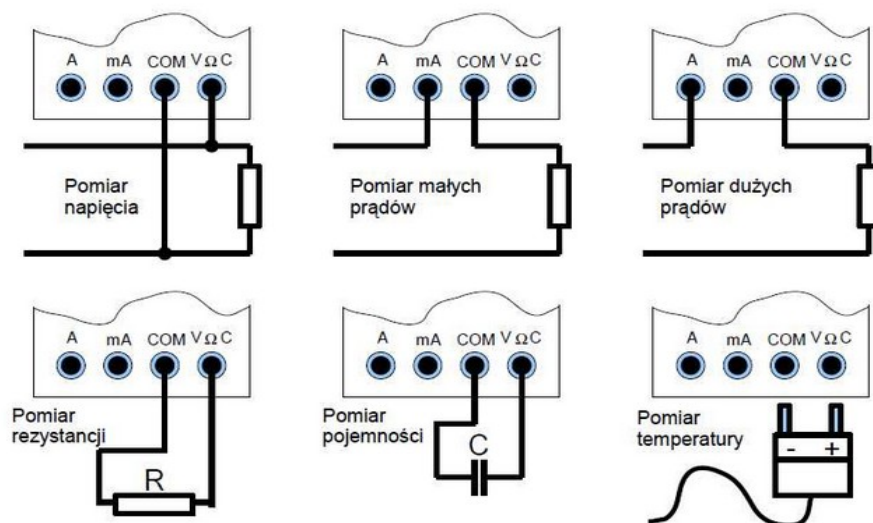
W przypadku przyrządów analogowych najczęściej operuje się pojęciem **klasy przyrządu pomiarowego**. Jest to maksymalny błąd względny pomiaru wyrażony w procentach dla danego zakresy pomiarowego Z_x . Na podstawie klasy przyrządu wyznacza się maksymalny bezwzględny błąd pomiaru:

$$\Delta x = \frac{\text{klasa}}{100} \cdot Z_x \quad (6)$$

W zależności od wartości klasy przyrządu można podzielić na przyrządu o klasie laboratoryjnej (0,2 i 0,5) oraz o klasie technicznej (1 i więcej).

2. Metody pomiaru

Pomiar bezpośredni - w wyniku pomiaru bezpośredniego wartość wielkości mierzonej jest bezpośrednio odczytywana z przyrządu pomiarowego. Przykładem takiego pomiaru jest pomiar napięcia woltomierzem, czy pomiar rezystancji omomierzem.



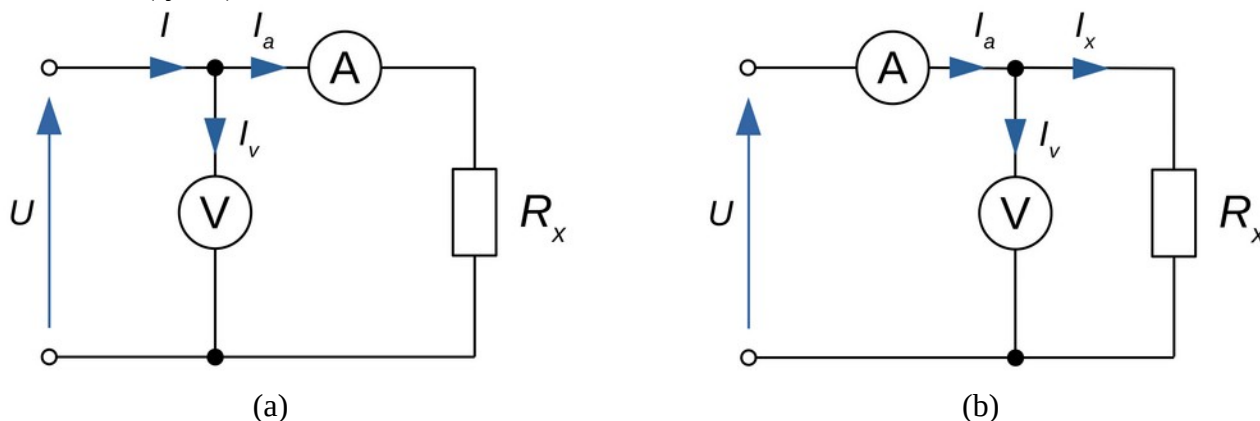
Rysunek 1: Sposoby włączania multimetru do pomiaru różnych wielkości

Pomiar pośredni – pomiar, w wyniku którego wartości wielkości mierzonych odczytywane z przyrządów pomiarowych są powiązane z szukaną wielkością zależnością funkcjonalną, z której należy wyznaczyć wartość wielkości szukanej.

Przykładem pomiaru pośredniego jest pomiar rezystancji R_x na podstawie pomiaru napięcia U_x i prądu I_x odpowiednio woltomierzem i amperomierzem. Wartość rezystancji wyznacza się zgodnie z prawem Ohma:

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} \quad (7)$$

Pomiar rezystancji może być wykonany w dwóch konfiguracjach połączenia amperomierza i woltomierza (rys. 2).



Rysunek 2: Schemat układu do pomiaru rezystancji a) przy zadanej wartości prądu, b) przy zadanej wartości napięcia

W układzie połączeń 2a zachodzi zależność postaci:

$$U_v = I_a \cdot (R_x + R_a) \quad (8)$$

na podstawie której wartość rzeczywista R_x wynosi:

$$R_x = \frac{U_v}{I_a} - R_a \quad (9)$$

U_v - napięcie wskazane przez woltomierz,

I_a - natężenie prądu wskazane przez amperomierz,
 R_a - rezystancja wewnętrzna amperomierza.

Wykonując pomiary mniej dokładne nie uwzględnia się w obliczeniach wartości rezystancji wewnętrznych mierników, wyznaczając tym samym wartość przybliżoną rezystancji R'_x zamiast wartości dokładnej R_x .

$$R'_x = \frac{U_v}{I_a} \quad (10)$$

Popelnia się w ten sposób błąd pomiaru δ'_p , wynikający z pominięcia rezystancji amperomierza, którego wartość można obliczyć ze wzoru:

$$\delta'_p = \frac{R'_x - R_x}{R_x} = \frac{R_a}{R_x} \quad (11)$$

Błąd względny δ'_p jest zawsze dodatni ($R'_x > R_x$) i ma wartość tym mniejszą, im większa jest rezystancja mierzona R_x oraz im mniejsza jest rezystancja amperomierza R_a . Zatem układ ten jest korzystny ze względu na większą dokładność pomiaru **przy pomiarze rezystancji dużych w porównaniu z rezystancją amperomierza.**

W układzie połączeń 2b pomiędzy prądami w węźle zachodzi zależność:

$$I_a = I_x + I_v \quad (12)$$

gdzie:

I_v - prąd płynący przez rezystancję wewnętrzną woltomierza.

Korzystając z prawa Ohma i uwzględniając rezystancję wewnętrzną woltomierza R_v , wartość mierzonej rezystancji wynosi:

$$R_x = \frac{U_v}{I_a - \frac{U_v}{R_v}} \quad (13)$$

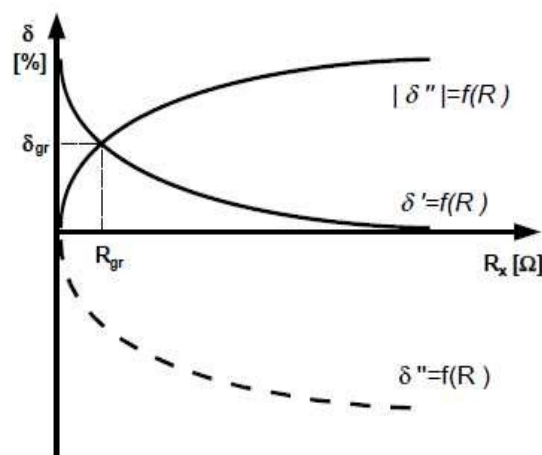
W przypadku połączenia 2b wartość przybliżona rezystancji R''_x wynosi:

$$R''_x = \frac{U_v}{I_a} \quad (14)$$

Odpowiednio błąd względny oblicza się z zależności:

$$\delta''_p = \frac{R''_x - R_x}{R_x} = -\frac{R_x}{R_x + R_v} \quad (15)$$

Błąd względny δ''_p jest zawsze ujemny ($R''_x < R_x$) i ma wartość bezwzględną tym mniejszą, im mniejsza jest rezystancja mierzona R_x oraz im większa jest rezystancja wewnętrzna woltomierza R_v . **Układ ten jest więc korzystny przy pomiarze rezystancji małej w stosunku do rezystancji woltomierza.**



Rysunek 3: Charakterystyka błędu pomiaru w funkcji rezystancji mierzonej

Na podstawie zależności (11) i (15) można narysować wykres zmienności błędu w funkcji wartości mierzonej rezystancji (rys.3). Punkt przecięcia krzywych $\delta'_p = f(R_x)$ i $\delta''_p = f(R_x)$ wyznacza tzw. **rezystancję graniczną R_{gr} oraz błąd graniczny δ_{gr}** .

R_{gr} jest to wartość rezystancji mierzonej, przy której błąd pomiaru, wynikający z pominięcia rezystancji mierników jest taki sam, niezależnie od zastosowanego układu połączeń:

$$\delta'_p = |\delta''_p| \quad (16)$$

Przybliżoną wartość rezystancji granicznej można obliczyć ze wzoru:

$$R_{gr} = \sqrt{R_a \cdot R_v} \quad (17)$$

a przybliżoną wartość błędu granicznego z zależności:

$$\delta_{gr} = \sqrt{\frac{R_a}{R_v}} \quad (18)$$

Praktycznie w pomiarach technicznych wartość rezystancji mierzonej oblicza się z wzorów uproszczonych (10) i (14), należy wówczas wybrać układ pomiarowy zapewniający mniejszy błąd pomiaru. Znając wartość rezystancji amperomierza R_a i woltomierza R_v , oblicza się rezystancję graniczną R_{gr} .

W przypadku, gdy $R_x > R_{gr}$ należy połączyć układ jak na rysunku 2a, natomiast dla rezystancji $R_x < R_{gr}$ zgodnie z układem połączeń wg rysunku 2b. Dla tak dobranego układu połączeń bezwzględna wartość błędu wywołanego pominięciem poprawki na mierniki nie przekracza wartości δ_{gr} i jest tym mniejsza od tej wartości, im bardziej R_x różni się od R_{gr} .

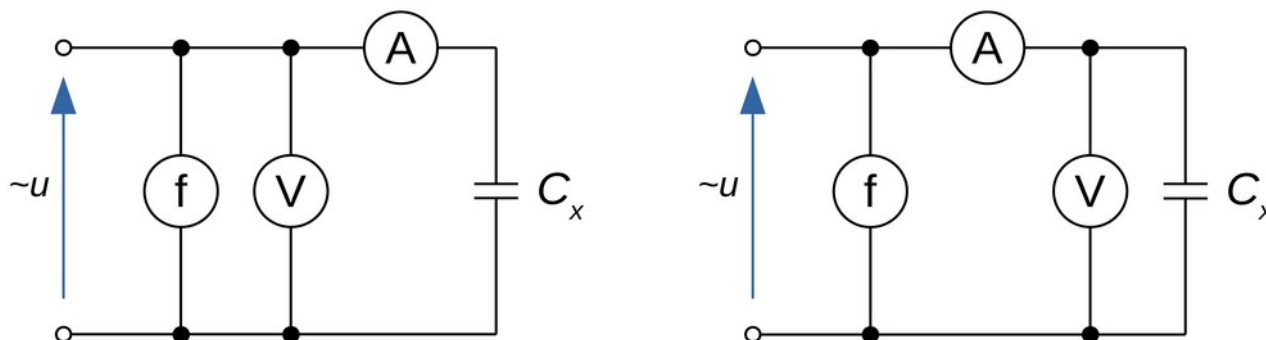
Techniczny pomiar pojemności wykonuje się przy prądzie sinusoidalnie. Kondensator bez strat (idealny), tj. nie pobierający mocy czynnej, stanowi dla prądu sinusoidalnego reaktancję X_c o wartości zależnej jedynie od częstotliwości prądu i pojemności kondensatora:

$$X_c = \frac{1}{\omega C_x} = \frac{1}{2\pi f C_x} \quad (19)$$

Jeżeli do kondensatora zostanie przyłożone napięcie sinusoidalne U_c , wówczas spowoduje to wystąpienie w obwodzie sinusoidalnego prądu o natężeniu I_c . Znając wartości U_c , I_c i częstotliwość f można obliczyć pojemność kondensatora:

$$C_x = \frac{I_c}{\omega U_c} = \frac{I_c}{2\pi f U_c} \quad (20)$$

Pomiar techniczny pojemności wymaga użycia woltomierza, amperomierza i miernika częstotliwości oraz źródła o napięciu sinusoidalnym. Woltomierz i amperomierz mogą być włączone wg układu połączeń przedstawionego na rysunku 4 a i 4 b).



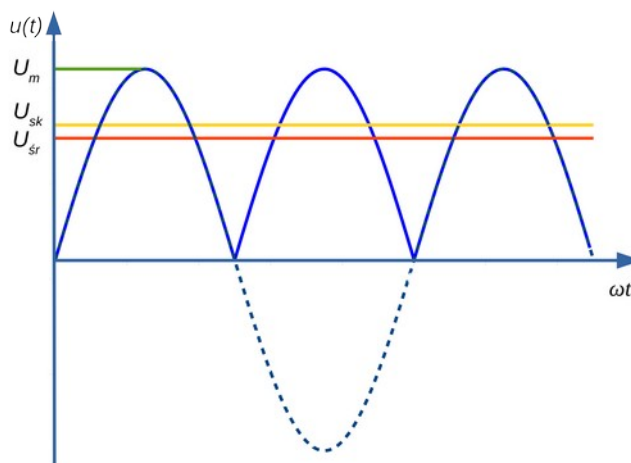
Rysunek 4: Schemat układu do pomiaru pojemności metodą techniczną
a) przy zadanej wartości prądu, b) przy zadanej wartości napięcia

W układzie połączeń z rysunku 4a woltomierz wskazuje sumę geometryczną napięć na kondensatorze i amperomierzu, a w układzie połączeń 4b amperomierz, wskazuje sumę geometryczną prądu I_c i prądu I_v płynącego przez woltomierz. Jednak przy pomiarze technicznym nie uwzględnia się poprawki ze względu na mierniki przede wszystkim dlatego, że przy użyciu właściwego układu połączeń błąd wywołany zaniedbaniem poprawki jest zazwyczaj mniejszy od błędu wywołanego innymi przyczynami, do których zaliczamy straty w kondensatorze, błąd mierników, sprzężenia pojemnościowe i błąd dodatkowy, wywołany wyższymi harmonicznymi. Jako wskazówkę praktyczną można przyjąć, że układ połączeń z rysunku 4a należy stosować przy częstotliwościach niskich dla kondensatorów o pojemności poniżej kilkudziesięciu μF oraz przy częstotliwościach akustycznych poniżej kilku μF .

3. Wartości charakteryzujące przebiegi okresowe

Wartość maksymalna, wartość skuteczna i wartość średnia mierzonego sygnału są wielkościami charakteryzującymi przebiegi zmienne w czasie.

Wartość maksymalna (szczytowa) jest to najwyższa wartość chwilowa amplitudy dowolnego przebiegu czasowego. W przypadku przebiegów okresowych jest to wartość największa dla jednego okresu.



Rysunek 5: Sygnał sinusoidalnie zmienny, wartość maksymalna, skuteczna i średnia sygnału

Wartością skuteczną prądu sinusoidalnego nazywamy taką wartość prądu stałego, który przepływając przez niezmienną rezystancję R w czasie odpowiadającym jednemu okresowi prądu

przemiennego spowoduje ten sam efekt cieplny, co prądu sinusoidalny w tym samym czasie.

Wartością średnią prądu sinusoidalnego nazywamy taką wartość prądu stałego przy przepływie której przez poprzeczny przekrój przewodnika w czasie odpowiadającym jednemu okresowi prądu przemiennego zostanie przeniesiony taki sam ładunek jaki przepłynął w tym samym czasie podczas przepływu prądu przemiennego.

Dla dowolnego sygnału przemiennego o dowolnym kształcie zachodzi zależność $U_{sk} > U_{sr}$ (rysunek 5). Praktyczne znaczenie dla przeciętnego użytkownika ma wartość skuteczna sygnału z uwagi na fakt, że na wszystkich urządzeniach powszechnego użytku podawane wartości napięć i prądów są wartościami skutecznymi.

Współczesne multimetry mierzą wartość skuteczną prądu i napięcia na dwa sposoby. Pierwsza grupa mierników opiera swój algorytm pomiaru na wzorze definicyjnym wartości skutecznej co powoduje, że niezależnie od kształtu przebiegu wartość wskazywana będzie wartością skuteczną sygnału tzw. „Rzeczywistą wartością skuteczną”.

$$U_{sk} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t) dt} \quad (21)$$

Druga grupa to mierniki, które szacują wartość skuteczną sygnału mierzonego na podstawie pomierzonej wartości średniej wyprostowanego jedno- lub dwupołówkowo sygnału przemiennego. Tak otrzymany pomiar przemnożony przez współczynnik kształtu dla przebiegu sinusoidalnego jest wyświetlany na wyświetlaczu miernika. Wadą takiego rozwiązania jest fakt, że poprawne wyniki pomiaru wartości skutecznej otrzymamy jedynie dla przebiegu sinusoidalnego.

Znajomość tych trzech wartości daje możliwość scharakteryzowania kształtu przebiegu okresowego, na ich podstawie można określić takie wskaźniki jak współczynnik kształtu i współczynnik szczytu.

Współczynnik kształtu k_k (ang. *FF* form factor) definiowany jest jako iloraz wartości skutecznej sygnału do jej wartości średniej z wartości bezwzględnej:

$$k_k = \frac{U_{sk}}{U_{sr}} \quad (22)$$

Współczynnik szczytu k_s (ang. *C* crest factor) definiowany jest jako iloraz wartości szczytowej sygnału do jej wartości skutecznej.

$$k_s = \frac{U_m}{U_{sk}} \quad (23)$$

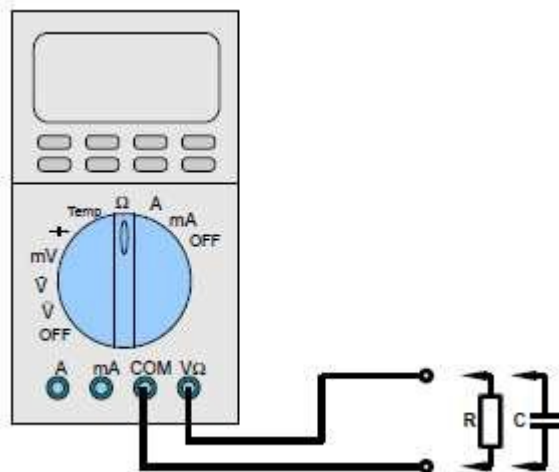
Rodzaj sygnału	Wartość średnia	Wartość skuteczna	Współczynnik kształtu	Współczynnik szczytu
Sygnał stały	$1 \cdot U_m$	$1 \cdot U_m$	1	1
Sinusoidalny	$\frac{2 \cdot U_m}{\pi} \approx 0,637 \cdot U_m$	$\frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot U_m$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$	$\sqrt{2} \approx 1,414$
Sinusoidalny wyprostowany dwupołówkowo	$\frac{2 \cdot U_m}{\pi} \approx 0,637 \cdot U_m$	$\frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot U_m$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$	$\sqrt{2} \approx 1,414$
Sinusoidalny wyprostowany jednopołówkowo	$\frac{U_m}{\pi} \approx 0,318 \cdot U_m$	$\frac{U_m}{2} = 0,5 \cdot U_m$	$\frac{\pi}{2} \approx 1,571$	2
Trójkątny symetryczny	$\frac{U_m}{2} = 0,5 \cdot U_m$	$\frac{U_m}{\sqrt{3}} \approx 0,577 \cdot U_m$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1,155$	$\sqrt{3} \approx 1,732$
Prostokątny symetryczny	$1 \cdot U_m$	$1 \cdot U_m$	1	1

4. Wykonanie ćwiczenia

Pomiar wartości elementów obwodu elektrycznego (pomiar bezpośredni)

Wykorzystując możliwości pomiaru różnych wielkości przez multimetr, należy w układzie jak na rysunku 6 pomierzyć wskazane przez prowadzącego wartości rezystancji i pojemności.

Wyniki pomiarów zanotować w tabeli pomiarowej.



Rysunek 6: Układ pomiarowy - pomiary bezpośrednie

Tab.1. Pomiary bezpośrednie

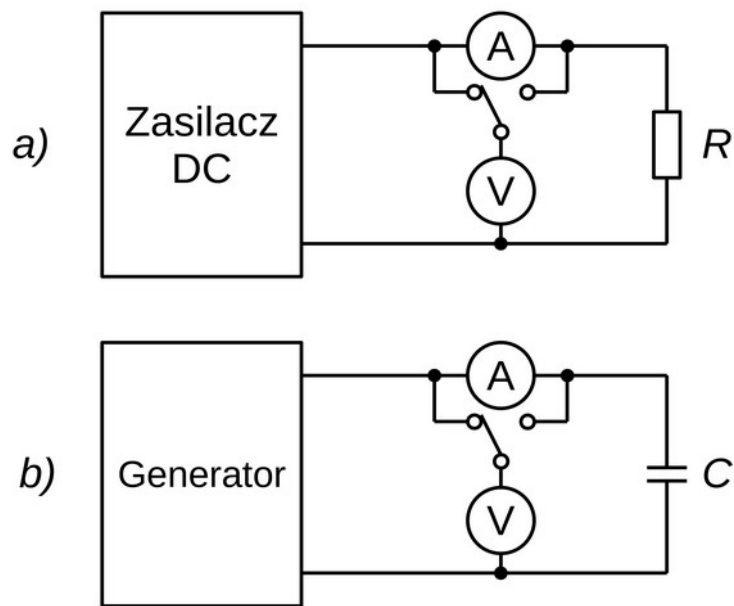
L.p.	R_0	R	ΔR	δ_R	$\Delta_{gr} R$	C_0	C	ΔC	δ_C	$\Delta_{gr} C$
1										
2										
3										
4										
5										

Obliczenia należy wykonać zgodnie z zależnościami 1, 2 i 5.

Pomiary napięć i prądów w obwodach prądu stałego i przemiennego.

W układzie do pomiaru rezystancji metodą techniczną (rysunek 7a) wykonać pojedynczy pomiar wskazanego przez prowadzącego rezystora odpowiednio w układzie z poprawnie mierzonym napięciem oraz w układzie z poprawnie mierzonym prądem. Wyniki pomiarów zanotować w tabeli. Oszacować błąd metody pomiaru rezystancji.

W układzie do pomiaru pojemności metodą techniczną (rysunek 7b) wykonać pojedynczy pomiar wskazanego przez prowadzącego kondensatora odpowiednio w układzie z poprawnie mierzonym napięciem oraz w układzie z poprawnie mierzonym prądem. Wyniki pomiarów zanotować w tabeli. Oszacować błąd metody pomiaru pojemności.



Rys.7. Pomiar metodą techniczną: a) rezystancji, b) pojemności

Tabela 2: Pomiar rezystancji metodą techniczną

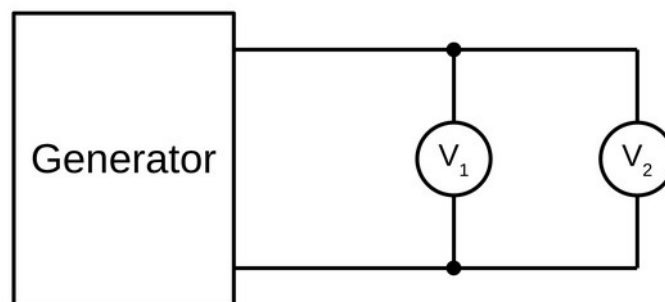
Układ	U	I	R	R_0	δ_R
	[V]	[A]	[Ω]	[Ω]	%
z poprawnie mierzonym napięciem					
z poprawnie mierzonym prądem					

Tabela 3: Pomiar pojemności metodą techniczną

Układ	U	I	C	C_0	δ_C
	[V]	[A]	[μF]	[μF]	%
z poprawnie mierzonym napięciem					
z poprawnie mierzonym prądem					

Pomiar wartości skutecznej i średniej prądu przemiennego

Połączyć układ z rysunku 8. Zasilić układ z generatora sygnałem sinusoidalnie zmiennym o częstotliwości $f=50\text{Hz}$ i ustawić na woltomierzu V_1 (typ True RMS) wartość napięcia $U=10\text{V}$. Wyniki wskazań woltomierzy wpisać do tabeli 4. Pomiar powtórzyć dla dwóch innych wartości częstotliwości podanych przez prowadzącego. Następnie zmienić przebieg sygnału na prostokątny i powtórzyć czynności pomiarowe odpowiednio dla częstotliwości $f=50\text{Hz}$ i dwóch innych wartości częstotliwości ustawiając wskazanie na woltomierzu V_1 $U=10\text{V}$. Wyniki wskazań woltomierzy V_1 i V_2 zanotować w tabeli.



Rysunek 8: Pomiar wartości skutecznej i średniej prądu przemiennego

Tabela 4: Pomiar wartości skutecznej napięcia przemiennego

Przebieg sinusoidalny						Przebieg prostokątny					
50 Hz	Hz	 Hz		50 Hz	 Hz	 Hz	
U_{V1}	U_{V2}	U_{V1}	U_{V2}	U_{V1}	U_{V2}	U_{V1}	U_{V2}	U_{V1}	U_{V2}	U_{V1}	U_{V2}
[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]	[V]