

1. Jaki rodzaj pola elektromagnetycznego określamy mianem pola elektrostatycznego? Omówić pojęcia: ładunku, napięcia oraz wytrzymałości elektrycznej. Jakie są zastosowania dielektryków. Wymień przykładowe dielektryki.

**Pole elektrostatyczne** – pole elektryczne wytwarzane przez nieruchome ładunki.

**Ładunek elektryczny** – cecha cząstek elementarnych, która powoduje, że podlegają one oddziaływaniom elektromagnetycznym. Dwa rodzaje ładunków elektrycznych – umownie przyjęto jako dodatnie oraz ujemne. Rodzaj ładunku jaki posiada elektron nazywany jest ujemnym ( $-e$ ), natomiast ładunek jaki niesie proton dodatnim ( $+e$ ). Jednostką ładunku elektrycznego w układzie SI jest kulomb ( $1\text{ C} = 1\text{ As}$ ).

**Napięcie elektryczne** między dwoma punktami A i B – podzielona przez ładunek  $q$  to praca, jaką wykonałyby siły pola elektrostatycznego przy przemieszczaniu ładunku  $q$  z punktu A do punktu B. Jednostką napięcia elektrycznego jest volt ( $1\text{ V} = 1\text{ J} \cdot \text{C}^{-1}$ ). Napięcie elektryczne między punktami A i B ( $U_{AB}$ ) równa się różnicy potencjałów w tych punktach, czyli  $U_{AB} = V(A) - V(B)$ , gdzie  $V(A)$ ,  $V(B)$  – potencjały odpowiednio w punktach A oraz B.

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{q} \quad [U] = \frac{J}{C} = \frac{V \cdot A \cdot s}{A \cdot s} = V$$

**Wytrzymałość elektryczna** jest jedną z najistotniejszych właściwości materiałów izolacyjnych i określana jest jako największa wartość natężenia pola elektrycznego  $E_d$ , która nie wywołuje jeszcze przebicia (w cieczy albo w dielektryku stałym) lub przeskoku iskry (w gazie).

**Dielektryki** stosuje się między innymi w celu izolowania elementów urządzeń elektrycznych względem siebie lub względem ziemi. Przykładowe dielektryki: papier, szkło, suche drewno, bursztyn, mika, ebonit.

2. Jak, pod względem właściwości elektrycznych możemy podzielić ciała fizyczne. Podaj przykłady ciał należących do poszczególnych grup oraz wybrane zastosowania.

Podział ciał pod względem właściwości elektrycznych:

**Przewodniki** – ładunki elektryczne mogą swobodnie przemieszczać się w całej ich objętości np. miedź, złoto, srebro, platyna, aluminium, stal,

**Dielektryki (izolatory)** – ładunki elektryczne pozostają praktycznie w tych miejscach, w których zostały początkowo umieszczone np. bursztyn, szkło, papier, mika, ebonit

**Półprzewodniki** – pod względem właściwości elektrycznych zajmują miejsce pośrednie między przewodnikami a dielektrykami np. krzem, german, selen, arsenek galu, siarczan ołowiu.

3. Wyjaśnić pojęcia: element obwodu, schemat obwodu, sygnał i jego rodzaje, w tym sygnał cyfrowy, kierunek odniesienia, stowarzyszone kierunki odniesienia. W jaki sposób możemy traktować połączenia między poszczególnymi elementami.

**Element obwodu** – model pewnego zjawiska lub cechy fizycznej związanej z obwodem elektrycznym.

**Schemat obwodu** – graficzny obraz obwodu pokazujący połączenie elementów reprezentowanych za pomocą odpowiednich symboli.

**Sygnał** – pewna funkcja jednej lub więcej zmiennych niezależnych.

#### Rodzaje sygnałów:

Sygnał ciągły – sygnał określony w każdej chwili czasu.

Sygnał dyskretny – sygnał określony w dyskretnych chwilach czasu (np. liczba telefonów komórkowych sprzedawanych w sklepie każdego dnia).

Sygnał cyfrowy – główna zaleta: większa odporność na zakłócenia w porównaniu do sygnału analogowego, kwantyzacja sygnału, sygnał ten jest dyskretyzowany dwupoziomowo, napięcie mniejsze niż 2,5V oznacza „0”, napięcie większe niż 2,5V oznacza „1”.

**Kierunek odniesienia** - Dla każdego prądu przyjmuje się kierunek odniesienia zaznaczony za pomocą strzałki. Znajomość znaku i wartości prądu w danej chwili oraz kierunku odniesienia umożliwia jednoznaczne określenie rzeczywistego prądu w tej chwili.

Jeżeli strzałki prądu i napięcia mają przeciwne zwroty – prąd i napięcie mają **stowarzyszone kierunki odniesienia**.

4. Wyjaśnić pojęcia: moc i energia, podać definicję mocy chwilowej, jednostki oraz związku między tymi wielkościami. W jaki sposób, dysponując kilkoma bateriami, możemy uzyskać wyższe napięcie, pożądane przez zasilane urządzenie, a w jaki sposób zwiększyć prąd.

**Moc** określa pracę wykonaną w ciągu jednostki czasu. Ciało posiada energię, gdy jest zdolne do wykonania pracy.

**Moc chwilowa dwójnika** – iloczyn napięcia  $u(t)$  oraz prądu  $i(t)$ .

$$p(t) = u(t) i(t).$$

$$1W = 1VA$$

Przy standardowym ostrzałkowaniu prądu i napięcia moc ta jest mocą pobieraną przez element z otoczenia.

Jeżeli w chwili  $t_0$ :  $p(t_0) > 0$  — moc w tej chwili jest pobierana przez element.

Jeżeli w chwili  $t_0$ :  $p(t_0) < 0$  — moc w tej chwili jest oddawana przez element do otoczenia.

Aby zwiększyć wartość napięcia baterie należy podłączyć szeregowo. Aby zwiększyć prąd należy baterie podłączyć równolegle.

5. Wyjaśnić pojęcie - opornik liniowy, określić najważniejsze parametry, podać podstawowe zależności w tym prawo Ohma, zależność od wymiarów i temperatury, moc. Co się dzieje z energią dostarczaną do opornika?

**Opornik liniowy** – element bierny obwodu elektrycznego wykorzystywany do ograniczenia prądu w nim płynącego.

Najważniejsze parametry opornika liniowego:

- rezystancja znamionowa – jest to rezystancja, jaką powinien mieć rezystor

- tolerancja rezystancji znamionowej – maksymalne dopuszczalne odchylenie od rezystancji znamionowej (w procentach)
- moc znamionowa – jest to największa dopuszczalna moc wydzielana na rezystorze przy pracy ciągłej przy temperaturze otoczenia mniejszej niż 70 °C.
- temperaturowy współczynnik rezystancji – określa zmiany rezystancji pod wpływem temperatury, im mniejsza wartość TWR tym stabilniejszy rezystor (wyraża się w %/K)
- napięcie graniczne
- rezystancja krytyczna
- napięcie szumów

### Opornik liniowy spełnia prawo Ohma:

$$u = Ri \quad \longleftrightarrow \quad i = Gu,$$

$R$  – opór w omach  $1\Omega = 1\frac{V}{A}$

$G = R^{-1}$  – przewodność w simensach  $1S = 1\frac{A}{V}$

### Moc w oporniku:

$$u(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{1}{R}u(t)$$

$$p(t) = u(t)i(t) = R(i(t))^2 = \frac{1}{R}(u(t))^2$$

Moc opornika liniowego jest w każdej chwili  $t$  nieujemna.

Zależność rezystancji od:

### Wymiarów

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

$\rho$  – opór właściwy  
[ $\Omega m$ ]

$l$  – długość [m]

$S$  – przekrój [ $m^2$ ]

### Temperatury

$$R_t = R_0 (1 + \alpha (T_t - T_0)),$$

$R_0$  – rezystancja w temperaturze odniesienia, np.  $T_0 = 20^\circ C$

$\alpha$  – temperaturowy współczynnik oporu [ $\frac{1}{K}$ ].

Rezystor dzięki swoim właściwościom zamienia część dostarczonej do niego energii elektrycznej w energię cieplną.

6. Wyjaśnić proces formułowania praw Kirchhoffa, w tym podać oba prawa, wyjaśnić kwestię znaków oraz pojęć związanych, np. pętli i oczka. Jaka jest maksymalna liczba niezależnych praw każdego rodzaju w danym obwodzie?

**Prawa Kirchhoffa** dotyczą struktury geometrycznej obwodu, czyli jego topologii i nie zależą od rodzaju elementów umieszczonych w poszczególnych gałęziach. Wyróżniamy napięciowe prawo Kirchhoffa (NPK) i prądowe prawo Kirchhoffa (PPK).

**Pętla** jest to w uproszeniu zbiór elementów zaczynających się w jednym węźle, obejmujący kolejne połączone ze sobą gałęzie i kończący się w tym samym węźle.

**Oczko** jest zbiorem połączonych ze sobą gałęzi, które tworzą zamkniętą drogę dla przepływu prądu.

Napięciowe prawo Kirchhoffa formułujemy dla danej pętli, przyjmując dowolnie kierunek obiegu w tej pętli.

### Napięciowe prawo Kirchhoffa

W każdej chwili czasu algebraiczna suma napięć gałęziowych w rozpatrywanej pętli równa się zero. Składniki sumy algebraicznej piszemy ze znakiem plus, jeżeli kierunki napięć gałęziowych są zgodne z kierunkiem obiegu i ze znakiem minus w przypadku przeciwnym.

### Prądowe prawo Kirchhoffa

Dla każdego obwodu i dowolnego jego węzła, w każdej chwili, algebraiczna suma prądów w gałęziach zbiegających się w tym węźle jest równa zero. W wyznaczonej wyżej sumie algebraicznej przypisujemy prądowi znak plus, jeżeli jego kierunek jest od węzła i znak minus w przypadku, gdy strzałka prądu jest skierowana do węzła.

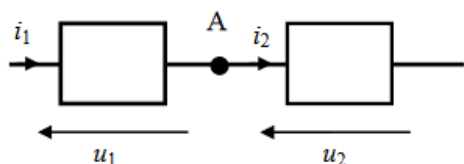
Dla obwodu, w którym jest  $\alpha$  węzłów można ułożyć  $\alpha - 1$  niezależnych PPK.

Dla obwodu, w którym jest  $\alpha$  węzłów i  $\beta$  gałęzi można ułożyć  $\beta - \alpha + 1$  niezależnych NPK.

Dla obwodu, w którym jest  $\alpha$  węzłów i  $\beta$  gałęzi można ułożyć  $\beta$  niezależnych praw Kirchhoffa.

7. Omówić połączenie szeregowe dowolnych elementów oraz oporników. Wyprowadzić wzór na rezystancję zastępczą połączenia szeregowego dwóch oporników oraz sposób podziału przyłożonego napięcia (dzielnik napięcia). Kiedy napięcia na obu rezystorach będą jednakowe? Rozpatrzeć przypadek przerwy jako szczególny przypadek połączenia szeregowego/ Omówić połączenie równoległe dowolnych elementów oraz oporników. Wyprowadzić wzór na rezystancję zastępczą połączenia równoległego dwóch oporników oraz sposób podziału dopływającego prądu (dzielnik prądu). Kiedy prądy płynące przez rezystory będą jednakowe? Rozpatrzeć przypadek zwarcia jako szczególny przypadek połączenia równoległego.

### Połączenie szeregowe elementów



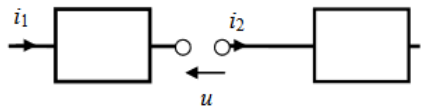
PPK w węźle A  $i_2 - i_1 = 0$ , stąd  $i_2 = i_1$ .

Przez każdy element w połączeniu szeregowym płynie prąd o tej samej wartości.

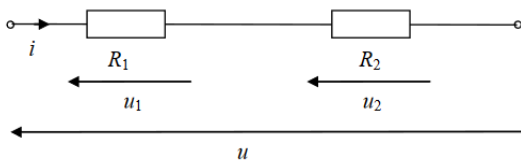
### Przerwa w gałęzi obwodu

Szczególny typ połączenia szeregowego, w którym występuje przerwa, czyli rezystancja o nieskończonej wartości.

Ponieważ przez wyróżnione zaciski nie płynie prąd, więc z PPK wynika, że  $i_2 = i_1 = 0$ . Napięcie  $u$  w ogólnym przypadku nie jest równe zero. Jeżeli w obwodzie, w połączeniu szeregowym elementów wystąpi przerwa to prąd we wszystkich elementach występujących w tym połączeniu ma zerową wartość (nie płynie).



### Dzielnik napięcia



Przez oporniki płynie ten sam prąd  $i$ . Z NPK oraz prawa Ohma wynika zależność  $u = u_1 + u_2 = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i$ , stąd  $u/i = R_1 + R_2$ .

Rezystancja zastępcza  $R = R_1 + R_2$ .

Rezystancja zastępcza szeregowego połączenia jest zawsze większa od rezystancji każdego z oporników tworzących to połączenie. Dla  $n$  szeregowo połączonych oporników  $R = R_1 + R_2 + \dots + R_n$ .

Wyznaczając ze wzoru  $u/i = R_1 + R_2$  prąd  $i$  oraz korzystając z prawa Ohma:

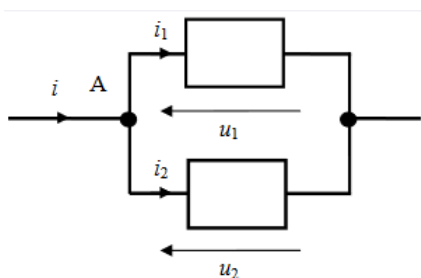
$$u_1 = R_1 i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u,$$

$$u_2 = R_2 i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u.$$

Połączenie szeregowe oporników  $R_1$  i  $R_2$  można więc uważać za dzielnik napięcia. Napięcie  $u$  ulega podziałowi na napięcia  $u_1$  oraz  $u_2$  zgodnie ze wzorem:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

### Połączenie równoległe elementów

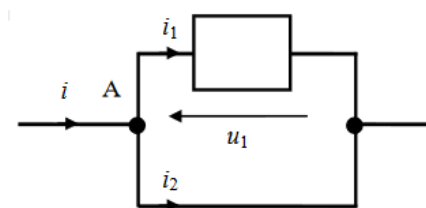


NPK  $u_2 - u_1 = 0$ , stąd  $u_2 = u_1$ .

Na każdym elemencie w połączeniu równoległym występuje napięcie o tej samej wartości.

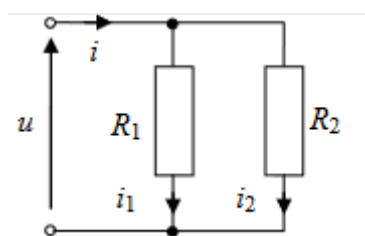
## Zwarcie między węzłami obwodu

Szczególny typ połączenia równoległego, w którym zakładamy, że dolna gałąź jest przewodem o zerowej rezystancji (zwarcie).



Z NPK wynika  $u_1 = 0$ , a zatem skoro nie ma napięcia na elemencie pasywnym to prąd  $i_1 = 0$  (np. gdy element jest rezystorem, to zerowa wartość prądu wynika bezpośrednio, ze znanego ze szkoły średniej, prawa Ohma). Z PPK wówczas wynika  $i_2 = i$ . Jeżeli w obwodzie wystąpi zwarcie między dwoma węzłami to cały prąd płynie przez to zwarcie.

## Dzielnik prądu



Napięcie na obu opornikach jest jednakowe i wynosi  $u$ . PPK w górnym węźle układu  $i = i_1 + i_2$ . Korzystając z prawa Ohma:

$$i_1 = \frac{u}{R_1}, \quad i_2 = \frac{u}{R_2}.$$

Podstawiając (15) do PPK  $i = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) u$ .

Dzieląc stronami przez  $u$  mamy  $\frac{i}{u} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ,

Ponieważ  $\frac{i}{u} = \frac{1}{R}$ , stąd rezystancja zastępcza

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Po przekształceniach

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Rezystancja zastępcza równoległego połączenia jest zawsze mniejsza od rezystancji każdego z oporników tworzących to połączenie.

Rezystancja zastępcza dla  $n$  równolegle połączonych oporników:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Układ jest najprostszym dzielnikiem prądu.

W celu określenia podziału prądu  $i$  na  $i_1$  oraz  $i_2$  obliczymy najpierw napięcie  $u$ :

$$u = Ri = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i,$$

Następnie podstawiamy do zależności  $i_1 = u/R_1$  itd.

$$i_1 = \frac{u}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i,$$

$$i_2 = \frac{u}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i.$$

Dzieląc stronami dochodzimy do końcowej zależności:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

8. Wyjaśnić pojęcia: graf, graf zorientowany. Podać twierdzenie Tellegena i wnioski z niego wypływające.

**Graf** jest zbiorem węzłów i gałęzi, przy czym każda gałąź łączy się każdym końcem z odpowiednim węzłem.

Jeżeli każdej gałęzi grafu przyporządkujemy zwrot, to otrzymamy **graf zorientowany**. Przyjmuje się, że orientacja gałęzi grafu jest zgodna ze strzałką prądu w odpowiedniej gałęzi. Na grafie nie zaznaczamy strzałek napięć, których grotów są skierowane przeciwnie do grotów strzałek prądów.

### Twierdzenie Tellegena

Jeżeli prądy gałęziowe  $i_k$  spełniają PPK w każdym węźle grafu oraz napięcia gałęziowe  $u_k$  spełniają NPK w każdej pętli grafu, to

$$\sum_{k=1}^b u_k i_k = 0,$$

gdzie  $b$  – liczba gałęzi grafu. Uwaga: Prądy i napięcia muszą dotyczyć tego samego grafu, ale nie muszą odnosić się do tego samego obwodu. W szczególnym przypadku, gdy dotyczą tego samego obwodu, wzór powyższy ma interpretację fizyczną i oznacza, że suma mocy chwilowych dla wszystkich gałęzi obwodu jest równa zero.

9. Wyjaśnić pojęcia: zasada superpozycji (treść, ilustracja na dowolnym prostym przykładzie) i układy równoważne (przykłady).

### Metoda superpozycji

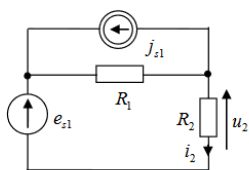
W myśl zasady superpozycji odpowiedź obwodu liniowego pobudzanego jednocześnie kilkoma wymuszeniami równa się sumie odpowiedzi obwodu na poszczególne wymuszenia działające oddzielnie.

Przyrównanie do zera prądów źródłowych jest równoważne usunięciu źródeł prądowych z obwodu (lub ustawieniu ich wartości na zero) czyli **rozwarciu źródeł prądowych**.

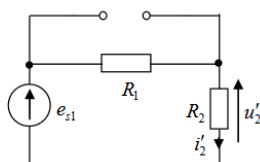
Przyrównanie do zera napięć źródłowych jest równoważne usunięciu źródeł napięcia (lub ustawieniu ich wartości na zero) i zwarceniu zacisków, do których były dołączone czyli **zwarcie źródeł napięciowych**.

Tak więc każdy prąd gałęziowy i każde napięcie gałęziowe jest kombinacją liniową napięć i prądów źródłowych.

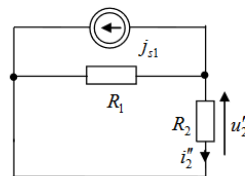
Wyznaczanie napięcia  $u_2$  za pomocą metody superpozycji:



Rys. 25: Przykładowy układ liniowy



Rys. 26: Obwód z usuniętym źródłem prądu



Rys. 27: Obwód z usuniętym źródłem napięcia

$$i'_2 = \frac{e_{s1}}{R_1 + R_2}$$

$$u'_2 = R_2 i'_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_{s1}$$

ze wzoru na dzielnik prądu  
oraz prawa Ohma  
 $u''_2 = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} j_{s1}$ .

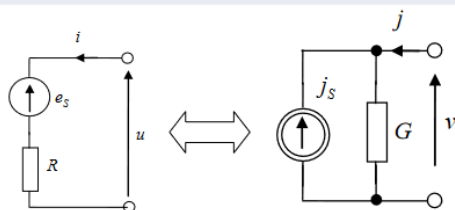
$$u_2 = u'_2 + u''_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} e_{s1} - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} j_{s1}.$$

## Układy równoważne

Układy P i Q nazywamy równoważnymi, jeżeli opis matematyczny obydwu układów jest taki sam.

Rzeczywiste źródło napięcia jest obwodem równoważnym do rzeczywistego źródła prądu i na odwrót jeżeli ich opis jest taki sam.

$$u = Ri + e_s \iff v = \frac{1}{G}j + \frac{1}{G}j_s$$



10. Podać treść twierdzenia Thevenina i Nortona oraz sposób wyznaczania odpowiednich parametrów. Dlaczego do opisu układów wykorzystuje się najczęściej metodę napięć węzłowych, a nie prawa Kirchhoffa?

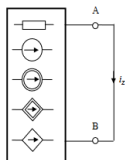
## Twierdzenie Thevenina/Nortona

Jeżeli układ jest liniowy można wykazać, że dowolny obwód zawierający źródła napięcia, źródła prądu (niezależne i sterowane) oraz rezystory może być reprezentowany z punktu widzenia dowolnej pary zacisków jako jedno źródło napięcia i jeden rezystor połączone szeregowo (czyli rzeczywiste źródło napięciowe – twierdzenie Thevenina) lub przez jedno źródło prądu i jeden rezystor połączone równolegle (czyli rzeczywiste źródło prądowe – twierdzenie Nortona).

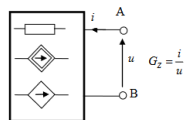


## Twierdzenie Nortona

Prąd źródłowy  $j_z$  jest równy prądowi płynącemu w zwartej gałęzi AB,  $G_z$  jest konduktancją widzianą z zacisków AB po przyrównaniu do zera wszystkich napięć i prądów źródeł niezależnych.



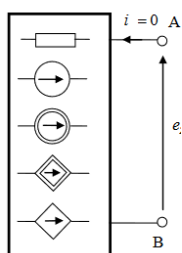
Rys. 35: Obwód służący do wyznaczenia  $j_z$  w twierdzeniu Nortona



Rys. 36: Obwód służący do wyznaczenia  $G_z$  ( $R_z$ ) w twierdzeniu Nortona

## Twierdzenie Therevina

Wartość napięcia źródłowego  $e_z$  równa się wartości napięcia występującego na rozwartych zaciskach A, B. Rezystancja  $R_z$  jest rezystancją widzianą z zacisków A, B po przyrównaniu do zera wszystkich napięć i prądów źródeł niezależnych i wyznaczana jest analogicznie jak w dwójniku Nortona.



## Metoda napięć węzłowych

Metoda analizy układów oparta o formułowanie i rozwiązywanie praw Kirchhoffa prowadzi do wielu równań i jest czasochłonna. Metoda napięć węzłowych (metoda potencjałów węzłowych lub skrótowo metoda węzłowa) jest powszechnie używana w analizie układów liniowych i nieliniowych przeprowadzanej ręcznie lub z wykorzystaniem komputera.

Zalety metody węzłowej:

- Mniejsza liczba równań do rozwiązania niż w przypadku metody klasycznej.
- Równania na potencjały węzłowe układu się bezpośrednio z obwodu.
- Metoda bez problemu radzi sobie ze źródłami prądowymi.

11. Wyjaśnić różnice występujące pomiędzy półprzewodnikiem, przewodnikiem i izolatorem, jakie nośniki wyróżnia się w materiale półprzewodnikowym. Omówić pojęcia półprzewodnik samoistny i domieszkowany.

**Półprzewodniki** są materiałami, których opór właściwy (rezystywność) jest większy niż przewodników (metali) oraz mniejszy niż izolatorów (dielektryków).

Istnieje jakościowa różnica między właściwościami elektrofizycznymi przewodników i półprzewodników. Dielektryki można natomiast odróżnić od półprzewodników tylko na podstawie umownego kryterium ilościowego, a nie na podstawie różnic jakościowych.

Podstawowe **różnice jakościowe** (przewodnik – półprzewodnik) są następujące:

- właściwości elektryczne półprzewodników są silnie zależne od bardzo małych ilości zanieczyszczeń (te wprowadzane celowo nazywa się domieszkami)
- na rezystywność półprzewodników duży wpływ ma różnego typu promieniowanie zewnętrzne
- temperaturowy współczynnik oporu dla półprzewodników ma duże ujemne wartości (ze wzrostem temperatury rezystywność maleje), podczas gdy dla przewodników ma małe i na ogół dodatnie wartości.

Podstawowa **różnica ilościowa** (izolator – półprzewodnik):

- wartość energii (tzw. energii aktywacji) niezbędnej do wyrwania elektronu z orbity walencyjnej – większe wartości dla dielektryków
- w czystym materiale wartość tej energii jest tożsama z szerokością pasma zabronionego w tzw. energetycznym modelu pasmowym
- arbitralne kryterium wartości tej energii – 2 eV (1 elektronvolt – to energia uzyskana przez elektron pod wpływem różnicy potencjałów równej 1 V,  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ).

W półprzewodnikach obok elektronów nośnikami są dziury (nośniki dodatnie).

**Półprzewodnik samoistny** – półprzewodnik idealnie czysty, nie mający żadnych domieszek ani defektów sieci krystalicznej.

Domieszki – wprowadzone w procesie produkcji celowe zanieczyszczenia – półprzewodnik nosi nazwę **półprzewodnika domieszkowanego** – wykorzystywany przy produkcji przyrządów półprzewodnikowych. Dwa rodzaje domieszek: donorowe i akceptorowe.

**Domieszki donorowe** – głównie pierwiastki piętnastej grupy układu okresowego. Cztery elektrony walencyjne fosforu uczestniczą w wiązaniach kowalencyjnych z czterema sąsiadującymi atomami krzemu. Piąty elektron walencyjny może zostać łatwo oderwany od atomu fosforu i znaleźć się w paśmie przewodnictwa (stąd nazwa domieszka donorowa – dostarczająca elektrony). Większa koncentracja elektronów niż dziur – półprzewodnik donorowy nazywany jest **półprzewodnikiem typu n**.

**Domieszki akceptorowe** – głównie pierwiastki trzynastej grupy układu okresowego. Do stabilnego wiązania atomu boru z czterema sąsiadującymi atomami krzemu brak jest jednego elektronu, który łatwo może być uzupełniony po wyrwaniu z sąsiedniego wiązania Si-Si. Odpowiada to zabraniu elektronu z pasma walencyjnego, stąd nazwa domieszka akceptorowa (przyjmująca elektrony). Większa koncentracja dziur niż elektronów – półprzewodnik akceptorowy nazywany jest **półprzewodnikiem typu p**.

12. Omówić złącze p-n, w tym pojęcie warstwy zaporowej, rodzaje prądów płynących przez złącze i ich znaczenie przy polaryzacji zaporowej i w kierunku przewodzenia, charakterystyka złącza p-n i podstawowe równanie.

Kontakt półprzewodnik–półprzewodnik tego samego rodzaju (np. Si) , przy czym graniczące obszary różnią się rodzajem domieszkowania – **złącze p-n**.

W warstwie N, przed połączeniem, występują dodatnie, nieruchome ładunki zjonizowanych atomów domieszki donorowej oraz ujemne ładunki elektronów swobodnych (w przybliżeniu o

tej samej koncentracji). Ponadto występują również nośniki mniejszościowe, czyli dziury, w niewielkiej ilości.

W warstwie P występują ujemne, nieruchome ładunki zjonizowanych atomów domieszki akceptorowej oraz dodatnie ładunki związane z dziurami (w przybliżeniu o tej samej koncentracji). Ponadto, w niewielkiej ilości, występują również nośniki mniejszościowe, czyli elektrony.

W ujęciu makroskopowym obie warstwy przed połączeniem zachowują obojętność elektryczną.

Po zetknięciu warstw, wobec dużej koncentracji ruchomych nośników ładunku, zachodzi proces dyfuzji elektronów z warstwy N do warstwy P oraz dziur w przeciwnym kierunku. W obszarze granicznym pozostają nieskompensowane ładunki centrów donorowych (dodatnie) i akceptorowych (ujemne) **co prowadzi do wytworzenia pola elektrycznego przeciwdziałającego dyfuzji nośników większościowych**. Warstwa ta – warstwa zaporowa (warstwa ładunku przestrzennego). Bariera potencjału (napiecie dyfuzyjne) – wytworzone w obszarze granicznym napięcie. Napięcie dyfuzyjne wywołuje proces unoszenia elektronów i dziur w kierunku przeciwnym do ich dyfuzji.

### **Polaryzacja w kierunku zaporowym**

Zewnętrzne źródło połączone jest biegunem dodatnim z warstwą N, a ujemnym z warstwą P polaryzacja zewnętrzna jest zgodna z biegunowością napięcia dyfuzyjnego. Bariera potencjału zwiększa się o wartość napięcia zewnętrznego.

Efekt 1 – wzrasta szerokość warstwy zaporowej i maleje prawdopodobieństwo przejścia nośników większościowych – maleją składowe dyfuzyjne

Efekt 2 – napięcie zewnętrzne praktycznie w całości odkłada się na warstwie zaporowej, praktycznie nie ma pola elektrycznego w obszarach obojętnych i ruch nośników mniejszościowych jest tak samo chaotyczny jak w stanie równowagi termodynamicznej – prąd unoszenia nie zmienia się w porównaniu do stanu równowagi (bez polaryzacji).

Podsumowanie – składowe prądu dyfuzji maleją do zera, nie zmieniają się składowe prądu unoszenia nośników mniejszościowych – w kierunku zaporowym płynie przez złącze niewielki prąd nasycenia.

### **Polaryzacja w kierunku przewodzenia**

Zewnętrzne źródło połączone jest biegunem ujemnym z warstwą N, a dodatnim z warstwą P polaryzacja zewnętrzna jest przeciwna w stosunku do biegunowości napięcia dyfuzyjnego. Bariera potencjału zmniejsza się o wartość napięcia zewnętrznego.

Efekt 1 – zmniejsza się szerokość warstwy zaporowej, i rośnie prawdopodobieństwo przejścia nośników większościowych – rosną składowe dyfuzyjne

Efekt 2 – składowe prądu unoszenia nie zmieniają się w porównaniu do stanu równowagi (bez polaryzacji)

Efekt 3 – przy odpowiednio dużych wartościach napięcia polaryzacji gęstość prądu dyfuzji wyraźnie przewyższa gęstość prądu unoszenia.

Podsumowanie – przy polaryzacji w kierunku przewodzenia płynie prąd dyfuzji nośników większościowych znacznie większy niż prąd unoszenia nośników mniejszościowych.

### Charakterystyka prądowo-napięciowa złącza p-n

Ilościowa analiza pozwala określić charakterystykę prądowo-napięciową złącza p-n – przybliżenie pierwszego stopnia:

$$i = I_s \left( \exp \frac{u}{V_T} - 1 \right),$$

gdzie:  $I_s$  – prąd nasycenia,  $V_T = kT/q$  – potencjał elektrokinetyczny,  $k$  – stała Boltzmanna,  $q$  – ładunek jednostkowy,  $T$  – temperatura w K.

W dokładniejszych rozważaniach uwzględnia m.in. proces generacji-rekombinacji nośników w obszarze warstwy zaporowej

13. Wyjaśnić pojęcia: układ logiczny, układ kombinacyjny i sekwencyjny. Co to są specyfikacje standardowe i po co je stosujemy. Narysować przykładową reprezentację standardów napięć, zaznaczając odpowiednie poziomy oraz marginesy zakłóceń.

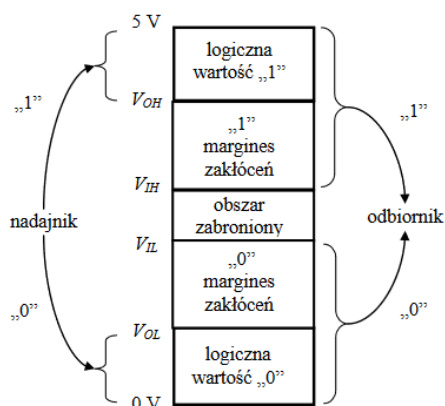
**Układy cyfrowe** – układy elektroniczne, w których sygnały napięciowe przyjmują tylko określoną liczbę poziomów z określonymi wartościami liczbowymi.

Jeżeli liczba poziomów napięć jest równa dwa to poziomom przypisywane są cyfry 0 i 1, wówczas układy cyfrowe realizują operacje zgodnie z algebrą Boole'a i nazywane są zwykle **układami logicznymi**.

Ze względu na sposób przetwarzania informacji rozróżnia się dwie główne klasy układów logicznych:

- układy kombinacyjne („bez pamięci”) – sygnały wyjściowe zależą tylko od aktualnego stanu wejść
- układy sekwencyjne („z pamięcią”) – stan wyjść zależy nie tylko od aktualnego stanu wejść, ale również od stanów poprzednich.

**Specyfikacje standardowe** – układy muszą prawidłowo interpretować prawidłowe (dopuszczalne) dane wejściowe (ang. valid) zgodnie z obraną reprezentacją i generować sygnały wyjściowe, które są prawidłowymi sygnałami logicznymi.



14. Omówić model typu S oraz SR tranzystora MOS (w tym charakterystyka prądowo-napięciowa każdego modelu). Porównać działanie bramki NOT (inwertera - w tym charakterystyka przejściowa) w obydwu przypadkach).

### Tranzystor MOS model typu S

Tranzystor NMOS jest w stanie ON (włączony), gdy napięcie  $u_{GS}$  przekracza napięcie progowe  $u_{t0}$ , w przeciwnym razie jest wyłączony. Dalej przyjmowaną wartością  $u_{t0}$  będzie 1 V. Jeżeli tranzystor jest włączony (ON) – zwarcie między zaciskami D oraz S. W stanie OFF istnieje przerwa w obwodzie pomiędzy drenem a źródłem. Tak więc zawsze prąd  $i_G = 0$ .

Jeżeli zastosujemy reprezentację cyfrową, dla której logiczna jedynka odpowiada wartości większej niż 1 V, to, przy założonej wartości napięcia progowego równej 1 V, MOSFET działa jak klucz, który włącza się, gdy na jego wrotach sterujących wystąpi logiczna jedynka.

### Inwerter (bramka NOT) MOS model typu S

Gdy wejście  $u_{WE}$  jest stanie logicznej jedynki (High), MOSFET znajduje się w stanie ON, a napięcie wyjściowe osiąga niską wartość (0 V – zwarcie z masą). Rezystancja opornika  $R_L$  jest zwykle duża, aby ograniczyć prąd, gdy włączony jest MOSFET.

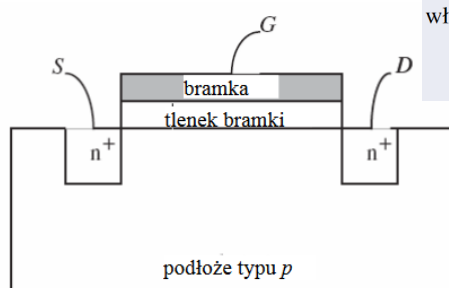
Jeżeli na wejściu jest niski poziom logiczny (Low), MOSFET jest wyłączony (OFF), a na wyjściu jest poziom logiczny wysoki (połączenie wyjścia z zasilaniem przez rezystor  $R_L$  – jeżeli wyjście jest rozwarne, prąd nie płynie, a zatem na oporniku  $R_L$  napięcie jest zerowe i napięcie wyjściowe równa się napięciu  $U_z$ ).

### Tranzystor MOS model typu SR

Bardziej dokładny model MOSFET (model SR (ang. switch-resistor)) wprowadza rezystancję  $R_{ON}$  zamiast zwarcia między D i S, gdy MOSFET jest włączony. Jeżeli  $u_{DS}$  jest porównywalne lub większe niż  $u_{GS} - u_{t0}$  tranzystor zachowuje się jak źródło prądowe.

15. Narysować fizyczną, uproszczoną strukturę tranzystora MOS z długim kanałem, wyjaśnić pojęcie kanału i jego rezystancji. Narysować rodzinę charakterystyk  $i_{DS} - u_{DS}$  tranzystora MOS z kanałem typu n (długim kanałem) i zaznaczyć na niej obszar odcięcia, triodowy i nasycenia. Jak zachowuje się tranzystor MOS w obszarze nasycenia i jaki model należy wówczas zastosować?

Dwa regiony domieszkowane  $n^+$  stanowią źródło i dren. **Obszar oddzielający źródło i dren jest zwany kanałem.** Kanał przewodzący typu n, który jest formowany w tranzystorze nie jest idealnym przewodnikiem i ma pewną rezystancję  $R_{ON}$ , zależną od geometrii kanału.

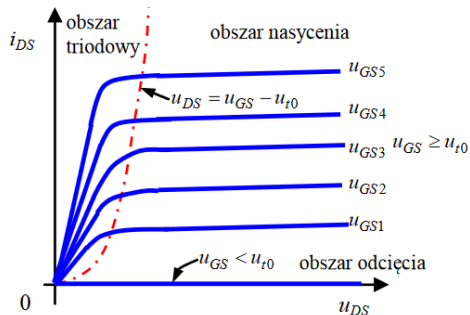


Długość kanału –  $L$ , szerokość –  $W \rightarrow$  rezystancja jest proporcjonalna do  $\frac{L}{W}$ .

$R_n$  – jednostkowa rezystancja na kwadrat powierzchni tranzystora NMOS w stanie włączonym, to **opór kanału jest określony zależnością**

$$R_{ON} = R_n \frac{L}{W}.$$

## Rodzina charakterystyk tranzystora MOS z kanałem typu n



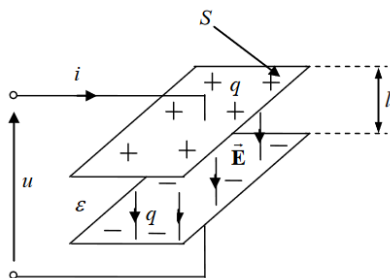
Rys. 38: Rodzina charakterystyk tranzystora MOS dla różnych wartości  $u_{GS}$

- Nachylenie każdej z krzywych w obszarze triodowym różni się dla różnych wartości  $u_{GS} \rightarrow$  zmienia się  $R_{ON}$ .
- Tranzystor MOS jest w **obszarze odcięcia**, jeżeli  $u_{GS} < u_{t0}$
- Tranzystor MOS jest w **obszarze triodowym** (na lewo od linii przerywanej) jeżeli spełnione są warunki:  $u_{GS} \geq u_{t0}$  oraz  $u_{DS} < u_{GS} - u_{t0}$
- Tranzystor MOS jest w **obszarze nasycenia**, gdy:  $u_{GS} \geq u_{t0}$  oraz  $u_{DS} \geq u_{GS} - u_{t0}$ .
- Ponieważ wartość prądu w obszarze nasycenia zależy od wartości  $u_{GS}$ , modelem jest **źródło prądu sterowane napięciowo – model SCS** (ang. Switch Current Source) i dotyczy tylko obszaru nasycenia.

16. Wyjaśnić pojęcie kondensator liniowy. Podać poglądowy rysunek kondensatora płaskiego, stosowany symbol, podstawowe zależności między prądem, napięciem i ładunkiem (w tym wykres ładunek-napięcie), uzasadnić własność pamięci, podać wzory na połączenie szeregowe i równoległe/Wyjaśnić pojęcie cewka liniowa. Podać poglądowy rysunek cewki toroidalnej, stosowany symbol, podstawowe zależności między prądem, napięciem i strumieniem (w tym wykres strumień - prąd), uzasadnić własność pamięci, połączenie szeregowe i równoległe.

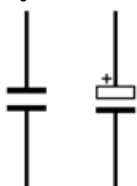
### Kondensator liniowy

Kondensator przechowuje energię w postaci pola elektrycznego.



Zaciski podłączone z płytkami przewodzącymi – okładkami (okładzinami). Płytki są równoległe i znajdują się w odległości  $l$ . Powierzchnia okładki –  $S$ . Obszar pomiędzy okładkami wypełniony jest dielektrykiem (liniowym) o przenikalności elektrycznej  $\epsilon$ .

### Symbol kondensatora



Ładunek  $q$  na okładce dodatniej i  $(-q)$  na okładzinie ujemnej wytwarzają **pole elektryczne w dielektryku**.

Z równań Maxwella i właściwości liniowych dielektryków wynika

$$q(t) = \frac{\varepsilon S(t)}{l(t)} u(t).$$

Wielkość

$$C(t) = \frac{\varepsilon S(t)}{l(t)}$$

**pojemność kondensatora** (jednostka farad [F]).

Na podstawie równań (1) i (2)

$$q(t) = C(t)u(t),$$

– kondensator wykazuje relację algebraiczną między napięciem gałęziowym, a ładunkiem.

Gdyby dielektryk był nieliniowy, relacja między  $q$ , a  $u$  byłaby również nieliniowa. **Rozważane będą tylko kondensatory liniowe.**

Prąd – zmiana ładunku w czasie

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{d(C(t)u(t))}{dt}, \quad (5)$$

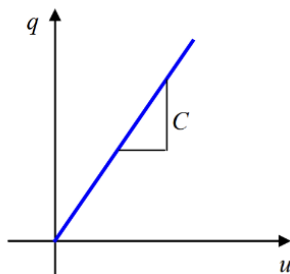
– równanie elementowe dla idealnego, liniowego kondensatora.

Jeżeli kondensator jest **liniowy i stacjonarny** (jego pojemność nie zmienia się w czasie):

$$q(t) = Cu(t), \quad (6)$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt}. \quad (7)$$

**Zależność między ładunkiem a napięciem na kondensatorze**

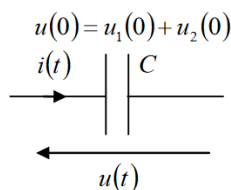
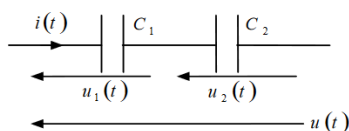


**Własność pamięci** – pozwala kondensatorowi być podstawowym elementem pamięci we wszystkich układach scalonych. Napięcie gałęziowe kondensatora zależy od wartości prądu gałęziowego w przeszłości – **istota pamięci**.

**Szeregowe połączenie dwóch kondensatorów liniowych**

$$u(0) = u_1(0) + u_2(0),$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$



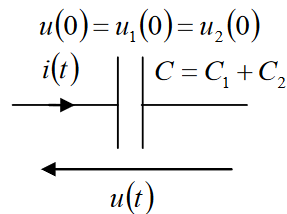
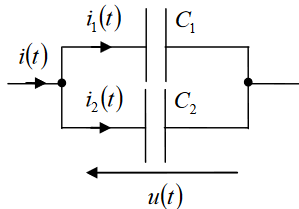
## Równoległe połączenie dwóch kondensatorów liniowych

Dla  $n$  kondensatorów liniowych:

$$u(0) = u_1(0) = u_2(0) = \dots = u_n(0)$$

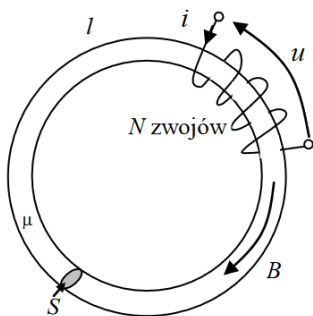
oraz

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$



## Cewka liniowa

Cewki to elementy obwodów elektrycznych, cechujące się indukcyjnością elektromagnetyczną i służące do filtrowania napięcia prądu, a także do magazynowania energii wytwarzanej przez pole magnetyczne.



$N$  zwojów wokół rdzenia toroidalnego wykonanego z izolatora o przenikalności magnetycznej  $\mu$ ,  $l$  – długość wokół rdzenia,  $S$  – pole przekroju. Prąd płynący przez uzwojenie wytwarza strumień magnetyczny w cewce.

Całkowity strumień skojarzony z cewką:

$$\Psi(t) = \frac{\mu N^2 S(t)}{l(t)} i(t).$$

Jednostką strumienia jest weber [Wb].

## Indukcyjność cewki

$$L(t) = \frac{\mu N^2 S(t)}{l(t)},$$

a jej jednostką jest henr [H].

Cewka, wykazuje relację algebraiczną między jej prądem gałęziowym a strumieniem.

$$\Psi(t) = L(t) i(t).$$



Z równań Maxwella, szybkość zmian strumienia w czasie określa napięcie na zaciskach cewki

$$\frac{d\Psi(t)}{dt} = u(t).$$

Dla idealnej cewki liniowej

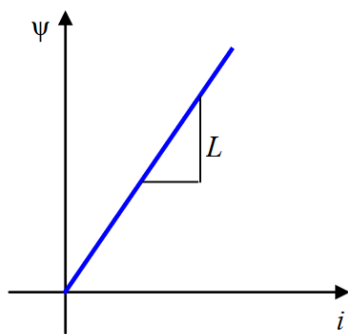
$$u(t) = \frac{d(L(t)i(t))}{dt},$$

Dla liniowych i stacjonarnych cewek

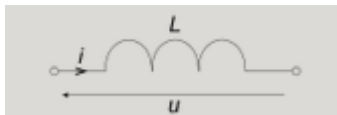
$$\Psi(t) = Li(t),$$

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}.$$

**Wykres zależności strumienia od prądu**



**Symbol cewki**

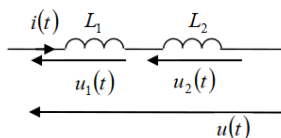


**Właściwość cewki** – własność pamięci. Prąd cewki zależy od wartości napięcia na cewce w przeszłości – **istota pamięci**.

**Szeregowe połączenie cewek**

$$i_1(0) = i_2(0) = i(0),$$

$$L = L_1 + L_2.$$



**Równoległe połączenie cewek**

$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2},$$

$$i(0) = i_1(0) + i_2(0).$$

17. Wyjaśnić najważniejsze pojęcia z zakresu stanów nieustalonych: komutacja, stan ustalony, nieustalony, warunki początkowe, stała czasowa. Jaką postać przyjmują równania opisujące układ w stanie nieustalonym, jakie składowe zawiera rozwiązanie i w jaki sposób możemy je wyznaczyć.

**Warunki początkowe** określają całkowitą wartość energii zgromadzonej w układzie w chwili  $t_0$ . Warunki początkowe są określone przez wartości  $i_L(t_0)$  oraz  $u_C(t_0)$  odpowiednio w cewkach i kondensatorach układu.

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u_L(\tau) d\tau + i_L(t_0),$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i_C(\tau) d\tau + u_C(t_0).$$

dla ustalenia wzajemnie jednoznacznej zależności między prądem a napięciem w cewce i kondensatorze dla czasów  $t \geq t_0$  potrzebna jest znajomość w chwili  $t_0$  wartości  $i_L$  oraz  $u_C$  – warunki początkowe.

**Stala czasowa** - czas, po którym składowa przejściowa maleje e-krotnie względem swojej wartości początkowej. Czas trwania stanu nieustalonego szacuje się na do 5 stałych czasowych.

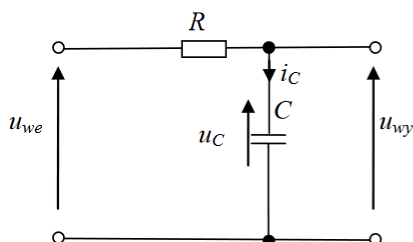
**Komutacja** – komutacją w obwodzie nazywamy natychmiastowe włączenie, wyłączenie lub przełączenie elementu lub części obwodu.

**Stan nieustalony** – powstaje w układzie bezpośrednio po komutacji i trwa praktycznie tak długo, jak długo nie są pomijalne efekty wywołane włączeniem, reprezentowane przez składową swobodną.

**Stan ustalony** – mówimy, że układ jest w stanie ustalonym, jeżeli odpowiedzi w układzie mają taki sam charakter jak pobudzenia.

W obliczeniach ręcznych układów w stanie nieustalonym dwie metody: **metoda klasyczna** – bezpośrednie rozwiązywanie równań różniczkowych opisujących układ, **metoda operatorowa** – oparta o przekształcenie Laplace'a.

18. Narysować układ całkujący (lub różniczkujący) RC i wykazać, że realizuje on swoją funkcję. Jak wpływają układy RC (w tym pasożytnicze) na kształt sygnałów w układach elektronicznych?



Rys. 32: Układ całkujący

- Z NPK oraz prawa Ohma – prąd  
 $i = i_C = C \frac{du_{wy}}{dt} = \frac{u_{we} - u_{wy}}{R}$ .
- Dla elementów gwarantujących dużą wartość stałej czasowej:  $u_{we} \gg u_{wy} \rightarrow i = C \frac{du_{wy}}{dt} \approx \frac{u_{we}}{R}$ ,
- Stąd:  $u_{wy}(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t u_{we}(\tau) d\tau + K$ ,  $K$  – stała.
- Układ całkuje sygnał wejściowy w czasie.

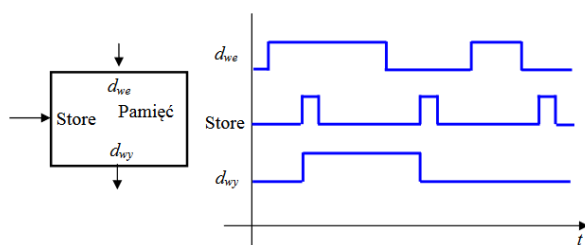
Jeżeli jako sygnał wejściowy sygnał o kształcie prostokątnym, to napięcie wyjściowe ma kształt wykładniczy. Pierwsza część tej krzywej jest prawie przebiegiem liniowym, czyli całką ze stałej. Zwiększając stałą czasową następuje wzrost dokładności aproksymacji początkowego fragmentu krzywej idealnym przebiegiem liniowym. Układ całkuje sygnał wejściowy w czasie.

Układy RC, w tym elementy pasożytnicze, mogą wpływać na kształt sygnałów w układach elektronicznych poprzez zmianę amplitudy, zniekształcenia, zmianę częstotliwości, opóźnienia czasowe i wprowadzenie szumów.

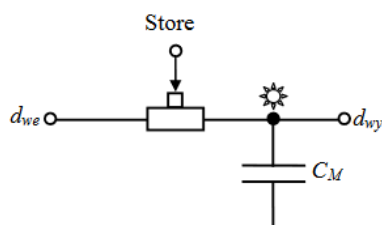
### 19. Wyjaśnić działanie elementarnej komórki pamięci (dynamicznej). Dlaczego w tym układzie stosujemy bufor?

Wejście jest kopiowane do pamięci, gdy sygnał „Store” jest wysoki. Wartość zapisana w pamięci jest dostępna do odczytu jako wyjście. Jeśli w pamięci nie zostanie wpisana nowa wartość, ostatnia zapisana wartość jest przechowywana przez czas nieokreślony.

#### Jednobitowa komórka pamięci

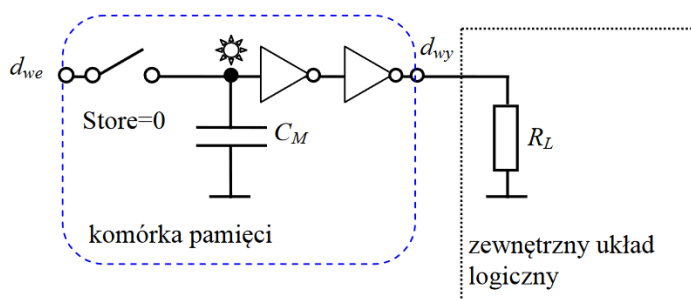


#### Realizacja obwodowa elementarnej komórki pamięci dynamicznej



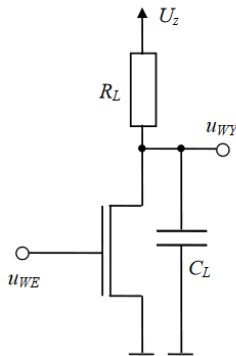
Jeżeli bufor jest zastosowany w obwodzie elementu pamięci, nie musimy stosować specjalnego kondensatora, aby utrzymać ładunek. Wystarczy wykorzystać do tego celu pojemność bramki  $C_{GS}$  bufora.

Buforowana konstrukcja obwodu elementu pamięci separuje ładunek kondensatora od obwodu zewnętrznego, bardzo duża rezystancja wejściowa bufora zapewnia dużą stałą czasową.



20. Moc rozpraszana w bramkach logicznych - jakie rodzaje mocy wyróżniamy i od czego one zależą. Jakie korzyści przynosi stosowanie logiki CMOS w porównaniu do logiki NMOS?

Kondensator  $C_L$  reprezentuje pojemności doprowadzeń i pojemności bramek urządzeń sterowanych przez inwerter. Dwie różne formy mocy rozpraszanej przez inwerter – moc statyczna i dynamiczna.



**Moc statyczna  $p_s$**  – straty mocy będące wynikiem przepływu prądu pobieranego ze źródła zasilania – niezależna od szybkości zmian sygnału, ale może zależeć od stanu sygnałów wejściowych.

Prąd płynie przez  $R_L$ , rezystor  $R_{ON}$  (rezystancja klucza MOS w stanie włączonym), powodując rozproszenie mocy statycznej:

$$p_s = \frac{U_z^2}{R_L + R_{ON}}.$$

Moc ta jest rozpraszana tylko w przypadku, gdy bramki są włączone.

**Moc dynamiczna  $p_d$**  – moc rozpraszana w wyniku przepływu prądu w stanie nieustalonym (ładowania i rozładowania kondensatorów) – zależy od szybkości zmian sygnału.

Dynamiczne rozpraszanie energii wynika z prądów płynących w stanie nieustalonym – ładowanie i rozładowywanie kondensatora.

Stosowanie logiki CMOS przynosi następujące korzyści w porównaniu do logiki NMOS: niskie zużycie energii, wyższa odporność na zakłócenia, szeroki zakres napięć zasilania, mniejsza temperatura pracy, wyższa gęstość integracji.

21. Podać definicję wartości średniej i skutecznej, impedancji i admitancji oraz zależności między wartościami symbolicznymi napięcia i prądu dla rezystora, cewki i kondensatora.

Wartość wokół, której oscyluje przebieg okresowy, nazywana jest **wartością średnią**.

**Wartość skuteczna** natężenia (napięcia) prądu przemiennego jest taką wartością natężenia (napięcia) prądu stałego, która w czasie jednego okresu dostarczy do odbiornika taką samą energię co prąd zmienny.

Opornik (rezystor) liniowy spełnia prawo Ohma – dla wartości chwilowych

$$u = Ri.$$

Dla wartości symbolicznych prawo Ohma określa zależność

$$U = RI.$$

Uwzględniając wzory na wartości symboliczne

$$|U| e^{j\varphi_u} = R |I| e^{j\varphi_i}.$$

Ze wzoru (19) wynikają zależności:

$$|U| = R |I|, \quad \varphi_u = \varphi_i,$$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0.$$

Dla cewki liniowej  $u = L \frac{di}{dt}$ ,

Dla wartości symbolicznych zachodzi

$$U = j\omega LI.$$

Uwzględniając wzory na wartości symboliczne

$$|U| = \omega L |I|, \quad \varphi_u = \varphi_i + \frac{\pi}{2},$$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{2}.$$

Dla kondensatora liniowego  $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$ ,

Dla wartości symbolicznych zachodzi

$$I = j\omega CU, \quad U = -j \frac{1}{\omega C} I$$

Uwzględniając zależności na wartości symboliczne

$$|I| = \omega C |U|, \quad \varphi_i = \varphi_u + \frac{\pi}{2},$$

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{2}$$

**Impedancja**  $Z$  dwójnika – iloraz wartości symbolicznych napięcia i prądu.

$$Z = \frac{U}{I}.$$

Uwzględniając wzory na wartości symboliczne:  $U = |U| e^{j\varphi_u}$ ,  $I = |I| e^{j\varphi_i}$ ,

$$Z = \left| \frac{U}{I} \right| e^{j\varphi} = |Z| e^{j\varphi},$$

gdzie  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ .

**Admitancja**  $Y$  dwójnika – iloraz wartości symbolicznych prądu i napięcia (odwrotność impedancji)

$$Y = \frac{I}{U},$$

czyli  $Y = Z^{-1}$ .

Wynika stąd, że

$$Y = \frac{1}{|Z|} e^{-j\varphi} = |Y| e^{-j\varphi}.$$

Uwzględniając **wzór Eulera**

$$Y = |Y| \cos\varphi - j |Y| \sin\varphi = G + jB,$$

$G = \operatorname{Re}(Y) = |Y| \cos\varphi$  – **konduktancja dwójnika**,

$B = \operatorname{Im}(Y) = -|Y| \sin\varphi$  – **susceptancja dwójnika**,

$|Y| = \sqrt{G^2 + B^2}$  – **moduł admitancji**,

$\arg Y = (-\varphi) = \operatorname{arctg} \frac{B}{G}$  – **argument admitancji**.

## 22. Omówić pojęcie mocy w układach prądu sinusoidalnie zmiennego - rodzaje mocy, wzory definicyjne i obliczeniowe oraz jednostki.

**Moc chwilowa** jest funkcją czasu, o częstotliwości większej niż częstotliwość prądu czy napięcia – częstotliwość dwa razy większa.

Mocą chwilową dwójnika nazywamy iloczyn wartości chwilowych napięcia  $u(t)$  i prądu  $i(t)$ .

$$p = u(t)i(t) = U_m I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \sin(\omega t + \varphi_i + \varphi).$$

**Moc czynna**  $P$  dwójnika ( $u, i$  są wielkościami okresowymi) – wartość średnia za okres z mocy chwilowej. Jednostką mocy czynnej jest wat [W].

**Dla przebiegów sinusoidalnie zmiennych**

$$P = \bar{p} = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T (p_1 + p_2) dt = \frac{1}{T} \int_0^T p_1 dt = |U| |I| \cos \varphi.$$

**Moc bierna** dla przebiegów sinusoidalnie zmiennych:

$$Q = |U| |I| \sin \varphi.$$

Jednostką mocy biernej jest Var (var).

Moc bierna jest miarą energii wymienianej między źródłem energii a odbiornikami o charakterze reaktacyjnym (polem elektrycznym kondensatora i polem magnetycznym cewki). Amplituda składowej przemiennej ( $p_2$ ) mocy chwilowej jest wartością bezwzględną mocy biernej.

**Moc symboliczna dwójnika** – liczba zespolona o części rzeczywistej równej mocy czynnej oraz części urojonej równej mocy biernej.

$$S = P + jQ.$$

Podstawiając wzory określające moc czynną i bierną

$$S = |U| |I| \cos \varphi + j |U| |I| \sin \varphi = |U| |I| e^{j\varphi},$$

gdzie  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ .

Dalsze przekształcenia prowadzą do zależności

$$S = UI^*,$$

gdzie:  $I^*$  – wartość zespolona sprzężona z  $I$ .

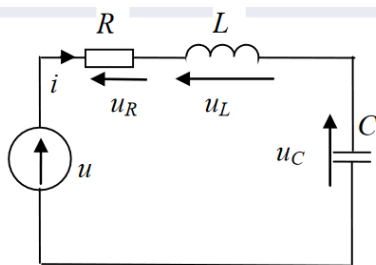
Moduł mocy symbolicznej – **moc pozorną** (jednostka VA)

$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = |U| |I|.$$

23. Omów szeregowy układ rezonansowy: schemat, charakterystyka, najważniejsze parametry– częstotliwość rezonansowa, dobroć. Podaj przykładowe zastosowanie układów rezonansowych.

### Rezonans napięć – szeregowy

Klasyczny najprostszy układ, w którym może zajść rezonans napięć – rezonans szeregowy.



Rys. 1: Szeregowy obwód RLC

- W układzie spełnione są następujące zależności:
- $Z = R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + jX$
- $U_R = RI, \quad |U_R| = R |I|,$
- $U_L = j\omega LI, \quad |U_L| = \omega L |I|,$
- $U_C = -j\frac{1}{\omega C}I, \quad |U_C| = \frac{1}{\omega C} |I|.$

Rezonans napięć występuje wówczas, gdy napięcia na cewce i na kondensatorze kompensują się, przy czym wartości skuteczne tych napięć są na ogół znacznie większe od wartości skutecznej napięcia zasilającego  $U$ .

### Dobroć obwodu w stanie rezonansu

$$Q = 2\pi \frac{(w_L + w_C)_{\max}}{w_R(T)} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{\omega_r C R}.$$

Napięcia  $|U_L|$ ,  $|U_C|$  są w warunkach rezonansu  $Q$  razy większe od napięcia  $U$ .

### Pulsacja rezonansowa

$$|U_L| = |U_C|$$

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C},$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

W stanie rezonansu reaktancja cewki i moduł reaktancji kondensatora są sobie równe, spełnione są więc poniższe zależności

$$Z = R, \quad \varphi = 0, \quad X(\omega_r) = 0.$$

24. Wyjaśnij pojęcia: modulacja, sygnał modulujący i modulowany. Wymień najważniejsze rodzaje modulacji. Podaj kilka zastosowań modulacji. Co to jest współczynnik DT w modulacji PWM.

**Modulacja** – zakodowanie informacji, będącej pewnym przebiegiem elektrycznym, w postaci zmiany parametru innego, nośnego przebiegu elektrycznego.

Sygnał zawierający użyteczną informację – **sygnał modulujący**

Sygnał, którego parametr podlega zmianie – **sygnał modulowany**

Najważniejsze rodzaje modulacji:

- Modulacja analogowa - zakodowanie informacji poprzez zmianę parametrów fali nośnej będącej przebiegiem okresowym o kształcie sinusoidalnym. Stosuje się ją w radiotechnice.
- Modulacja impulsowa - przesyłanie kilku różnych informacji w jednym kanale transmisyjnym, wykorzystując wolne przedziały czasu między impulsami.
- Modulacja cyfrowa - umożliwia transmisję sygnałów cyfrowych (w najprostszym przypadku binarnych) i polega na uzależnieniu parametru harmonicznego (sinusoidalnego) sygnału nośnego od sygnału cyfrowego.
- Modulacja QAM – kwadraturowa modulacja amplitudowo-fazowa służąca do przesyłania danych cyfrowych przez kanał radiowy, stosowana m.in. w transmisjach DVB.
- Modulacja szerokości impulsów (PWM) – podstawowa technika sterowania wykorzystywana w energoelektronice.

Niektóre zastosowania modulacji PWM: sterowanie oświetleniem diody LED, sterowanie siłownikiem, sterowanie wentylatorem.

Współczynnik wypełnienia impulsów (ang. duty cycle DT – stosunek czasu włączenia do okresu, zwykle podawany w %).