

# Algebra per Informatica

Esame 26 giugno 2024

Svolgere i seguenti esercizi **motivando chiaramente** le risposte.

**Esercizio 1.** Dato l'insieme  $A = \{(-2, -3), (-3, -1), (0, 0), (-1, 1), (-1, 0), (0, 1), (2, 2)\}$ , si consideri  $A$  come sottoinsieme del poset  $(\mathbb{Z}^2, \leq \times \leq)$  e si determinino (se esistono) massimo, minimo, estremo inferiore, ed estremo superiore di  $A$ .

**Esercizio 2.** Calcolare l'ordine del seguente elemento nel gruppo  $(\mathbb{C}, \cdot, 1)$ :

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

**Esercizio 3.** Trovare la classe di equivalenza  $\bar{x}$  che soddisfa la seguente uguaglianza in  $\mathbb{Z}_{77}$ :

$$\bar{5} \cdot \bar{x} = \bar{23}.$$

**Esercizio 4.** Si consideri la seguente funzione

$$\begin{aligned} f : \mathbb{Z}_{17} &\rightarrow \mathbb{Z}_{17} \\ \bar{x} &\mapsto \bar{5} \cdot \bar{x}. \end{aligned}$$

1. Determinare se  $f$  è iniettiva e/o suriettiva.
2. Trovare (se esiste) l'inversa di  $f$  nel monoide  $(X^X, \circ, \text{id}_X)$ , dove  $X = \mathbb{Z}_{17}$ .