MECCANICA

DINAMICA
Leggi di Newton

Prof. M. Sannino e D. Barberis - Genova

Le Leggi del Moto

La meccanica vuole rispondere alle domande connesse relative alle cause del moto del tipo:
"Quale meccanismo causa il moto?"
"Perche` alcuni oggetti accelerano piu` rapidamente degli altri?"

Introduzione alla meccanica classica

Lo scopo della meccanica classica e` di fornire una connessione fra l'accelerazione di un corpo e le forze agenti su di esso.

La meccanica classica tratta con oggetti che sono grandi rispetto alle dimensioni degli atomi ($\approx 10^{-10}$ m) e si muovono a velocita` molto minori della velocita` della luce ($3\times10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$).

MECCANICA

Il concetto di forza

Il concetto di forza viene ad ognuno di noi dall'esperienza quotidiana: quando si spinge o si traina un oggetto si esercita una forza su di esso; quando si lancia o si afferra una palla si esercita una forza.
In questi esempi la parola *forza* e` associata al risultato dell'attivita` muscolare e ad un qualche *cambiamento nello stato di moto* dell'oggetto.

Tuttavia un oggetto su cui agiscono diverse forze *non* deve necessariamente muoversi, infatti ad esempio

a) Quando siamo seduti ad un tavolo leggendo un libro la forza di gravita` agisce sul nostro corpo ma noi restiamo in quiete
b) Si puo` spingere un blocco di pietra senza riuscire a metterlo in moto.

E` evidente che nei casi a) e b) ci si trova in presenza di forze bilanciate da altre forze: Nel caso a) la reazione della sedia bilancia la forza di gravita` e nel caso b) la spinta sul blocco di pietra e` controbilanciata da una forza di resistenza al moto dovuta all'interazione con l'ambiente che lo circonda (ad es. Le altre pietre su cui posa) e che, come vedremo piu` avanti, e` detta forza di attrito.

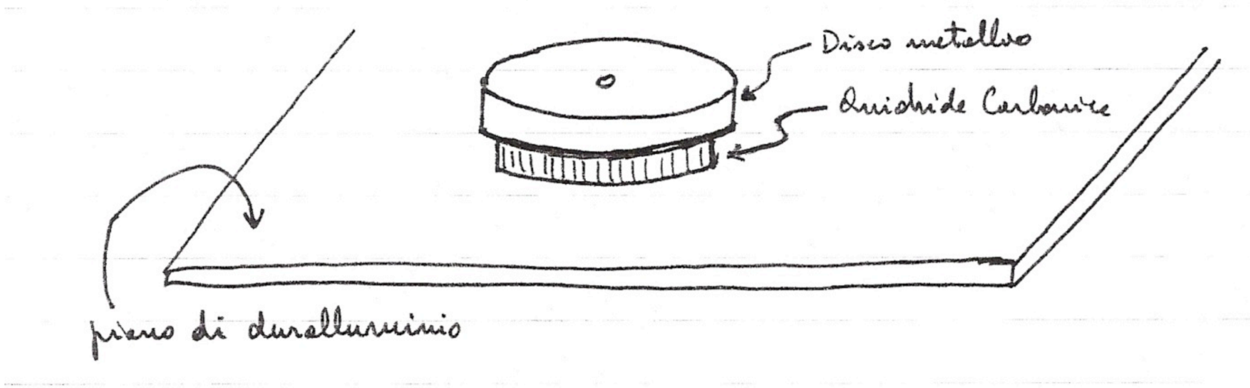
In generale un corpo soggetto a forze puo` trovarsi in una situazione in cui sta cambiando il suo stato di moto incipiente, quando su di esso agisce una forza netta risultante ovvero una forza non bilanciata diversa da zero.

Una forza agente su un corpo puo` anche deformare il corpo medesimo come nel caso venga tirata l'estremita` di una molla o di un altro corpo elastico attaccato ad una parete rigida all'altra estremita: come vedremo questa proprieta` viene sfruttata per misurare quantitativamente una forza.

MECCANICA

Il Principio di Inerzia (Prima Legge di Newton) (I)

Se si da` una spinta ad un pezzo di ghiaccio sul piano di un tavolo si puo` osservare che esso scivola man mano rallentando fino a fermarsi.
Se il piano del tavolo e` bagnato il ghiaccio percorre una distanza maggiore prima di fermarsi.
Si supponga a questo punto di realizzare un sistema costituito da un disco metallico

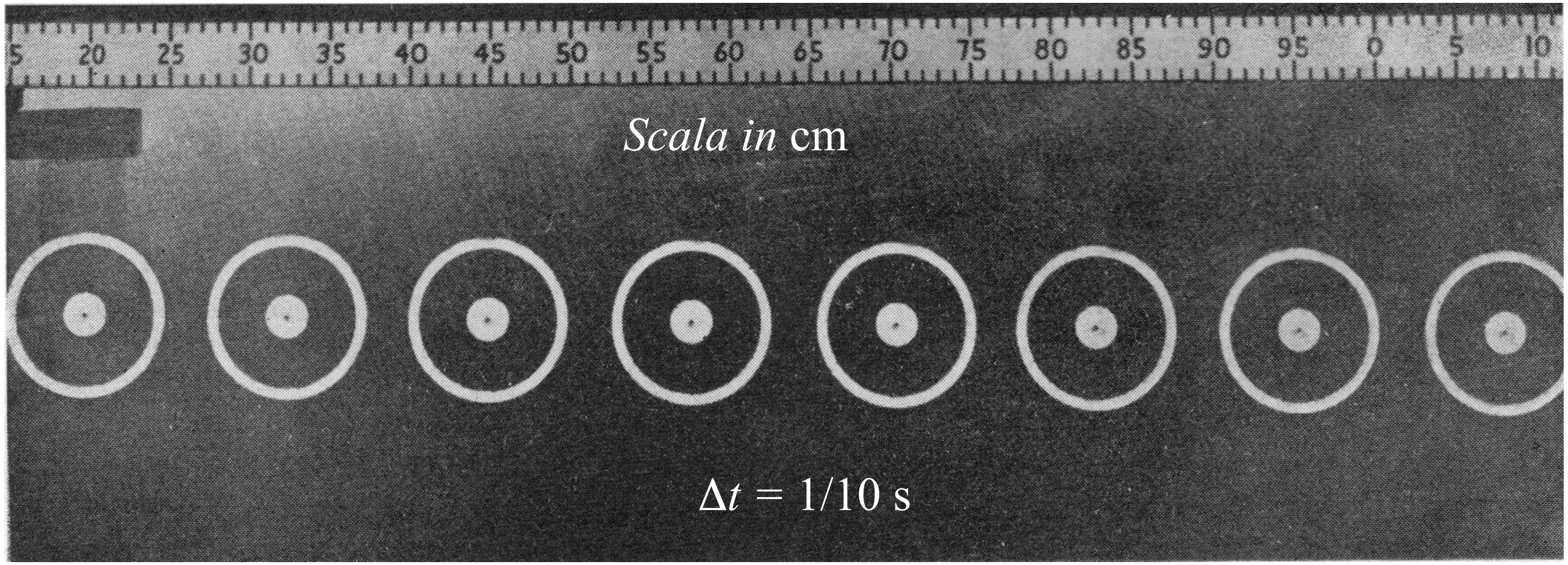


montato su un sottile disco di ghiaccio secco (anidride carbonica solida) e di appoggiarlo su un piano di duralluminio livellabile e ben levigato. Il disco di anidride carbonica (temperatura $-73\ ^{0}C$) a contatto con il duralluminio (a temperatura ambiente) evapora rapidamente e continuamente cosi` da creare e mantenere, fra esso e il piano, un sottile strato di gas, vero e proprio cuscinetto gassoso. A questo punto, dando una spinta al cuscinetto di ghiaccio secco, si osserva che esso scivola per una notevole distanza senza apprezzabili variazioni di velocita` .
Prima di Galileo si pensava che fosse necessaria una forza costante come una spinta o una trazione continua, per mantenere un corpo in moto con velocita` costante. Ma con Galileo, e piu` tardi con Newton, ci si rese conto che il rallentamento di un corpo in movimento, non soggetto a forze di spinta e/o di traino, era dovuto alle forze di attrito. Infatti, come si e` visto sopra con il disco sul cuscinetto di anidride carbonica, se l'attrito viene ridotto anche il rallentamento diminuisce.

MECCANICA   Il Principio di Inerzia (Prima Legge di Newton) (II)

Disco a ghiaccio secco

Cronofotografia di un disco a ghiaccio secco cui è stata data una spinta



MECCANICA

Il Principio di Inerzia (Prima Legge di Newton) (III)

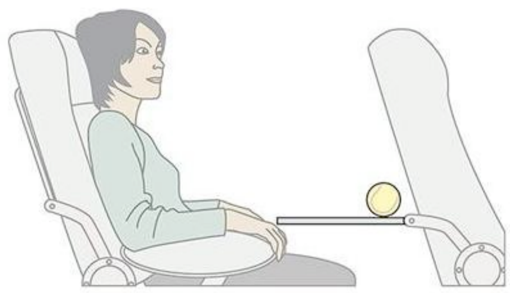
Osservando che, man mano che si riduce l'attrito, un corpo puo\` scivolare per tratti sempre piu\` lunghi con sempre minori variazioni di velocita\`, Galileo indusse che, una volta eliminate tutte le forze esterne agenti su un corpo, tra cui l'attrito, la sua velocita\` sarebbe rimasta invariata. Egli chiamo\` *inerzia* questa proprieta\` della materia. La sua conclusione, riformulata da Newton nella sua prima legge e\` anche nota come *Legge di Inerzia* o *Prima Legge di Newton*.

Prima Legge di Newton Un corpo in quiete rimane in quiete *a meno che* su di esso non agiscano forze esterne. Un corpo in moto continua il suo moto con velocita\` costante in linea retta, *a meno che* su di esso non agiscano forze esterne

MECCANICA

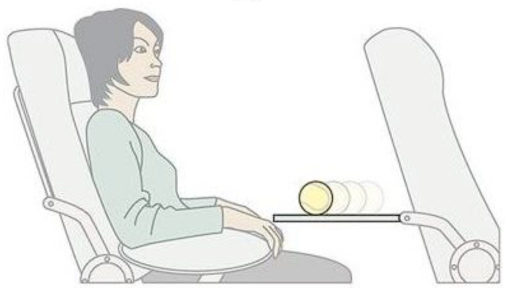
Sistemi di riferimento inerziali (I)

La Prima Legge di Newton non fa distinzione tra un corpo in quiete e un corpo in moto con velocita` costante (non nulla).
Il fatto che un corpo sia in *quiete* oppure in *moto* con *velocita` costante*, dipende dal sistema di riferimento in cui il corpo e` osservato.



(a)

Si immagini un passeggero in un aeroplano in volo su una traiettoria rettilinea ad altezza costante che appoggi una palla da tennis sul proprio tavolinetto supposto orizzontale. Rispetto all'aereo la palla resta in quiete fino a che l'aereo continua a viaggiare a velocita` costante rispetto a terra. Rispetto a terra la palla resta in moto alla stessa velocita` dell' aereo (fig. (a)).



(b)

Si supponga quindi che l'aereo acceleri improvvisamente in avanti, rispetto a terra. Il passeggero in questo caso osserva che la palla sul tavolinetto rotola improvvisamente verso la parte posteriore dell'aereo, accelerando rispetto all'aereo, pur senza essere soggetta a nessuna forza orizzontale (fig. (b)).

Nel sistema di riferimento accelerato dell'aereo *non* vale la Prima Legge di Newton. Questa legge vale *solo* in sistemi di riferimento detti *inerziali*.
In realta` proprio la prima legge di Newton da` un criterio per determinare se un sistema di riferimento e` inerziale.

__Sistema di Riferimento Inerziale__ Se su un corpo non agisce nessuna forza, un qualsiasi sistema di riferimento in cui la sua accelerazione rimane nulla e` un __Sistema di Riferimento Inerziale__

MECCANICA

Sistemi di riferimento inerziali (II)

L'aereo che viaggia a velocita` costante e la superficie terrestre sono, in buona approssimazione, sistemi di riferimento inerziali. Un qualunque sistema di riferimento in moto con velocita` costante rispetto a un sistema di riferimento inerziale, e` a sua volta inerziale.

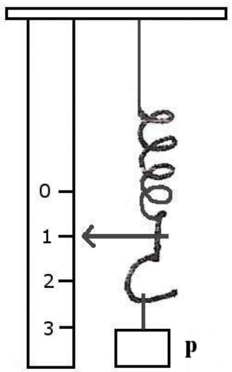
Un sistema di riferimento solidale con la superficie terrestre non e` esattamente inerziale, a causa del moto di rotazione della Terra intorno al suo asse e del moto di rivoluzione intorno al Sole.
Le accelerazioni determinate da questi moti rotatori sono tuttavia dell'ordine di 0.01 m/s^2, o minori. In conclusione, in buona approssimazione, un sistema di riferimento solidale con la superficie terrestre puo` considerarsi inerziale.

MECCANICA

Misura delle Forze (I)

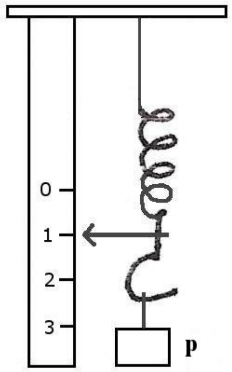
Finora abbiamo esaminato cosa accade al moto di un corpo quando non e` soggetto ad alcuna forza: a questo punto il punto successivo da affrontare e` lo studio di *cosa accade ad un corpo soggetto a forze*. Fino ad ora si e` data una visione qualitativa del concetto di forza ma per poter svolgere un'analisi quantitativa e` necessario definire la grandezza fisica "forza" dando un criterio per misurarla come vuole la definizione operativa di grandezza fisica. Solo in questo modo si puo` indurre, in base a misure sperimentali, una legge matematica che colleghi le grandezze cinematiche di un corpo (ad es. velocita`, accelerazione) alle forze su di esso agenti, tenendo conto delle proprieta` del corpo.

Come abbiamo gia` accennato in precedenza una forza agente su un corpo puo` anche *deformare* l'oggetto e questo fatto costituisce la *base del metodo per misurare quantitativamente* una forza.



Si supponga di avere una molla munita di un gancio attaccata ad una parete rigida all'altra estremita`. *Se si applica alla molla una forza, la molla subisce una deformazione e, se si misura la deformazione,* che e` una *elongazione*, mediante un indice fissato all'estremita` libera della molla in corrispondenza del gancio che scorre lungo una scala graduata (v. figura) si e` trovato un modo di misurare forza.
Come primo passo verso una definizione quantitativa di forza diremo che <u>due forze sono fra loro uguali quando sono capaci di produrre le stesse deformazioni</u>

MECCANICA
Misura delle Forze (II)



A questo punto per *tarare* la scala graduata si puo` pensare di riferirsi a quel tipo particolare di forza che e` la <u>forza peso</u>.
Qualsiasi corpo materiale, prossimo alla superficie della Terra, tende a cadere seguendo, in assenza di cause perturbatrici, la verticale con accelerazione $g = 9{,}806\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. Se lo si blocca sostenendolo con un sostegno qualunque, questo sostegno subisce una deformazione e cio` avviene in particolare per la molla dotata di gancio. Viene detta *peso* la forza che determina questa deformazione. Per misurare quindi una forza occorre scegliere un particolare corpo, per esempio un dato pezzo di platino, e si assumera` il <u>suo peso come forza campione</u>.
Un peso si dira` allora doppio, triplo, etc. di questo campione, se sara` quello di un oggetto costituito dall'insieme di due o tre etc., corpi pesanti capaci <u>ognuno</u> di produrre sulla molla una deformazione identica a quella prodotta dal peso campione.

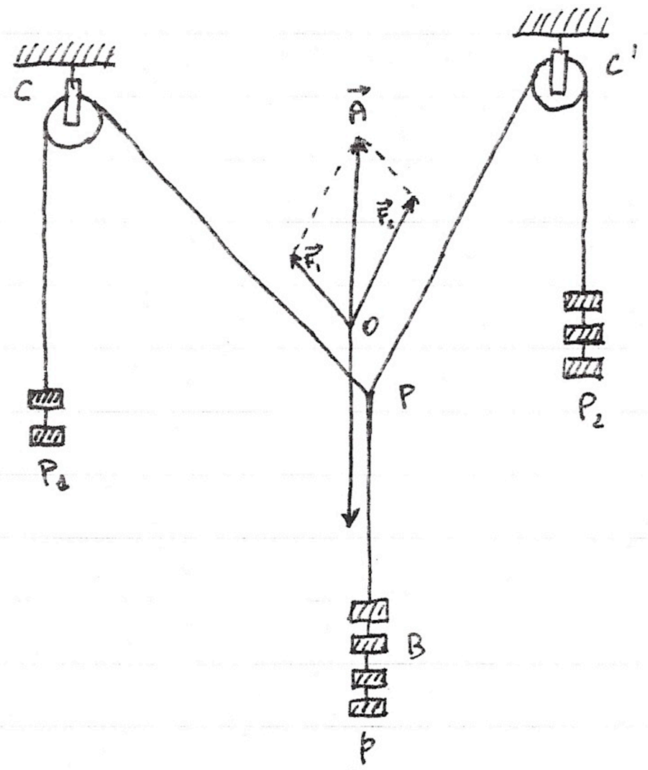
In questo modo si puo` *tarare* la molla segnando sulla scala graduata, a cui punta l'indice fissato sull'estremita` libera della molla, gli allungamenti che la molla subisce sotto l'azione di un peso doppio , triplo, etc.
<u>La molla cosi` tarata costituisce un primo strumento per la misura delle forze, ossia un *dinamometro*</u>.
Per misurare con il dinamometro una forza qualsiasi bisognera` poi applicare o trasmettere la forza al dinamometro nel modo di volta in volta piu` opportuno.

MECCANICA

Misura delle Forze (III)

Un altro aspetto importante del concetto di forza e\` la natura *vettoriale* della medesima che puo\` essere *provata verificando che le forze si sommano come vettori.*

La somma di vettori puo\` esprimersi mediante la *regola del parallelogramma* e la dimostrazione che tale regola e\` soddisfatta rappresentando le forze come vettori e\` data da una classica esperienza dovuta a Newton.
In questa esperienza si adopera un artificio cui si dovra\` spesso ricorrere in seguito.
Facendo passare un filo attraverso una carrucola che offre un attrito trascurabile

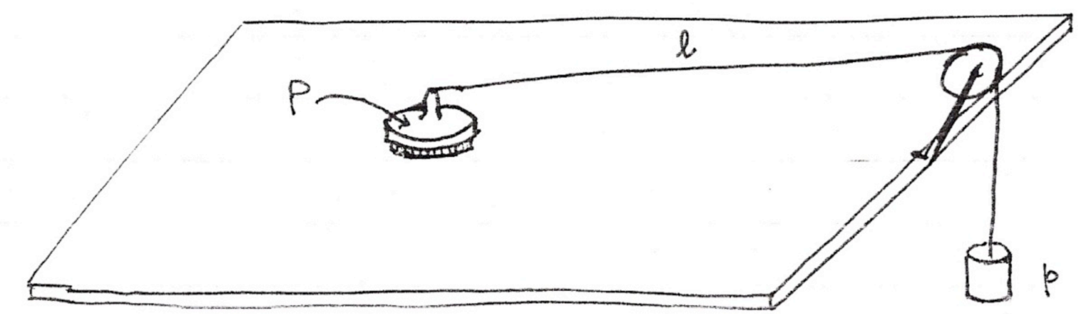


e\` possibile, per mezzo di un peso adeguato, ottenere una forza di intensita\`, direzione e verso qualsiasi. Effettivamente per ragioni di simmetria la carrucola modifica solo la direzione della forza e il filo trasmette, tramite la sua *tensione* nella direzione del filo medesimo e li\` dove e\` applicato, una forza di grandezza uguale al peso: misure effettuate su un dinamometro confermano tale previsione.
Cosi\` nell' esperimento di Newton, i valori delle forze $\vec{\mathbf{F}}_1$ e $\vec{\mathbf{F}}_2$ sono dati dalle forze peso $\vec{\mathbf{P}}_1$ e $\vec{\mathbf{P}}_2$. Le direzioni di tali forze sono determinate dai fili PC e PC' .
La risultante $\vec{\mathbf{A}} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2$ e\` uguale ed opposta alla forza dovuta al peso $\mathbf{p}$ quando il sistema e\` in equilibrio

MECCANICA

Seconda Legge di Newton (I)

Dato in corpo $\mathbf{P}$ soggetto ad una forza $\vec{\mathbf{F}}$ che si e` in grado di misurare, ad esempio con un dinamometro, si vogliono studiare quali relazioni esistono fra la forza $\vec{\mathbf{F}}$ e le proprieta` del moto, cioe` velocita` $\vec{\mathbf{v}}$ e accelerazione $\vec{\mathbf{a}}$ del corpo $\mathbf{P}$ medesimo.
Allo scopo si possono utilizzare di nuovo i dischi di metallo e ghiaccio secco che scivolano su un piano ben levigato.
Ai dischi viene applicata una forza costante mediante un filo ℓ messo in tensione dal peso $\mathbf{p}$. Si osservi che il peso $\mathbf{p}$ non mette in movimento solo il disco $\mathbf{P}$ ma anche se stesso: affinche` gli effetti di questo "inconveniente" siano trascurabili e` necessario fare sì che il peso $\mathbf{p}$ sia molto minore del peso del disco $\mathbf{P}$.

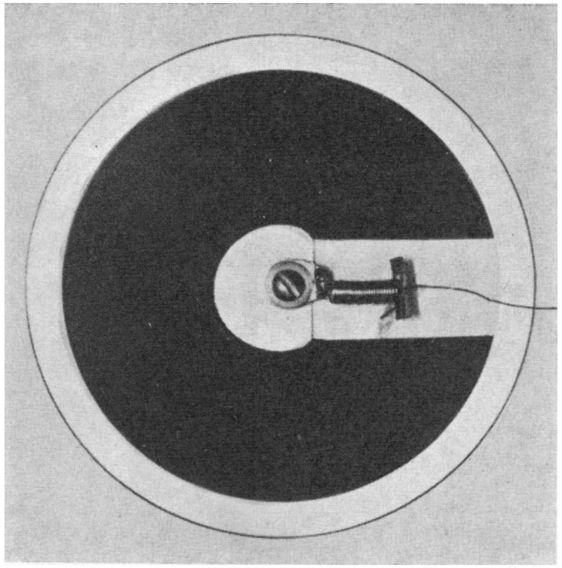


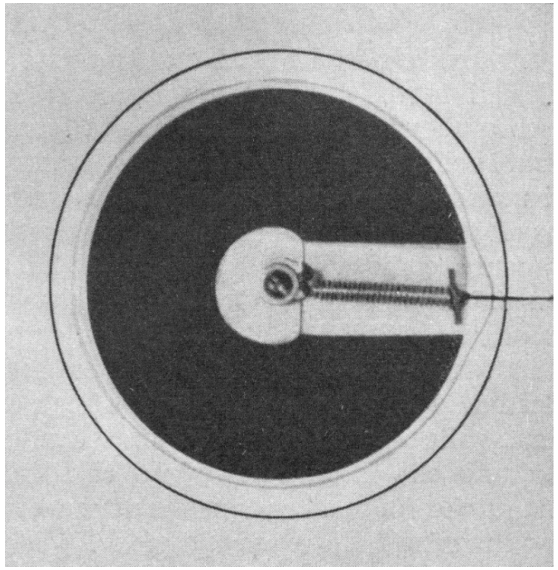
Ad ogni modo il filo trasmette al disco $\mathbf{P}$ una forza *costante* e questo puo` essere verificato inserendo una molla fra $\mathbf{P}$ e l'estremita` del filo : infatti durante il movimento l'allungamento della molla rimane *invariato*.

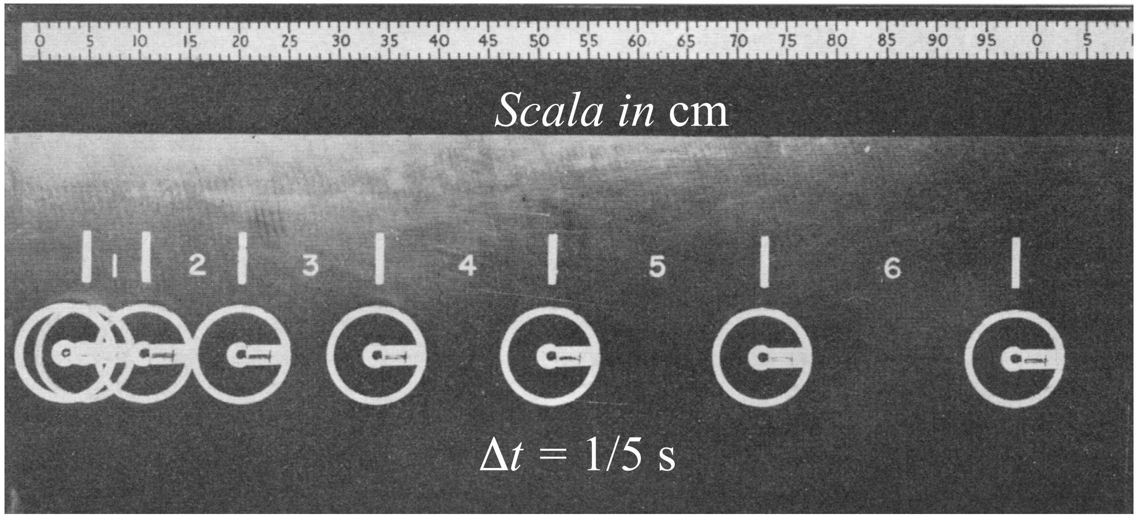
Il disco soggetto alla forza costante cosi` descritta parte da fermo e si muove nella direzione di $\ell$ . Se si misurano le *posizioni* occupate dal disco ad intervalli di tempo *fissi* e da queste misure si risale alla *velocita`* e all'*accelerazione* del disco si constata che, quando l'osservazione di due posizioni successive viene effettuata ad intervalli di tempo sempre piu` piccoli in modo che sia lecita l'estrapolazione ad intervalli di tempo infinitesimi, *il disco si muove di moto uniformemente accelerato*.

MECCANICA Seconda Legge di Newton (II)

Verifica sperimentale con dischi “ghiaccio secco” e valore forza prefissato (una molla tesa)







a = 1 m/s^2

Intervallo n°	Lunghezza dell’intervallo Δx(cm)	Velocità media nell’intervallo $\Delta x/\Delta t$ (cm/sec)	Variazione di velocità Δv (cm/sec)
1	5,68	28,4	
			19,0
2	9,48	47,4	
			20,1
3	13,5	67,5	
			19,0
4	17,3	86,5	
			20,0
5	21,3	106,5	
			20,0
6	25,3	126,5	

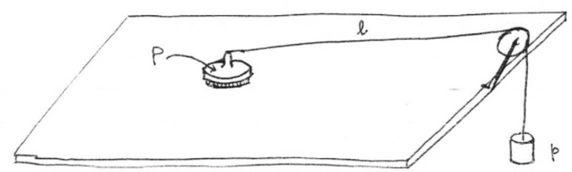
MECCANICA

Seconda Legge di Newton (III)

Quanto in precedenza esposto permette una prima conclusione e cioe` :

Una forza costante (in grandezza e direzione) agendo su un corpo libero, inizialmente fermo, imprime al corpo un moto uniformemente accelerato.

Si osserva inoltre che, se si applica una *forza doppia* variando opportunamente il peso **p** e procedendo come precedentemente descritto, la nuova accelerazione e` il *doppio* di quella misurata in precedenza.



L' esperimento puo` essere ripetuto e variato senza troppa difficolta` e permette di concludere che:

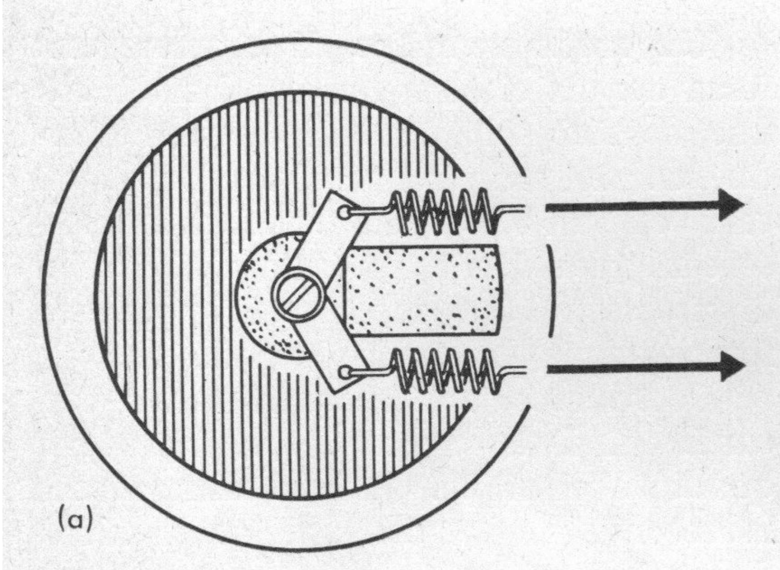
Per uno stesso corpo il rapporto fra i moduli della forza **F** e dell'accelerazione **a** sono costanti, cioe` $F/a = m$ dove **m** e` sempre lo stesso numero. Poiche` forza e accelerazione hanno anche la stessa direzione e sono vettori si puo` scrivere

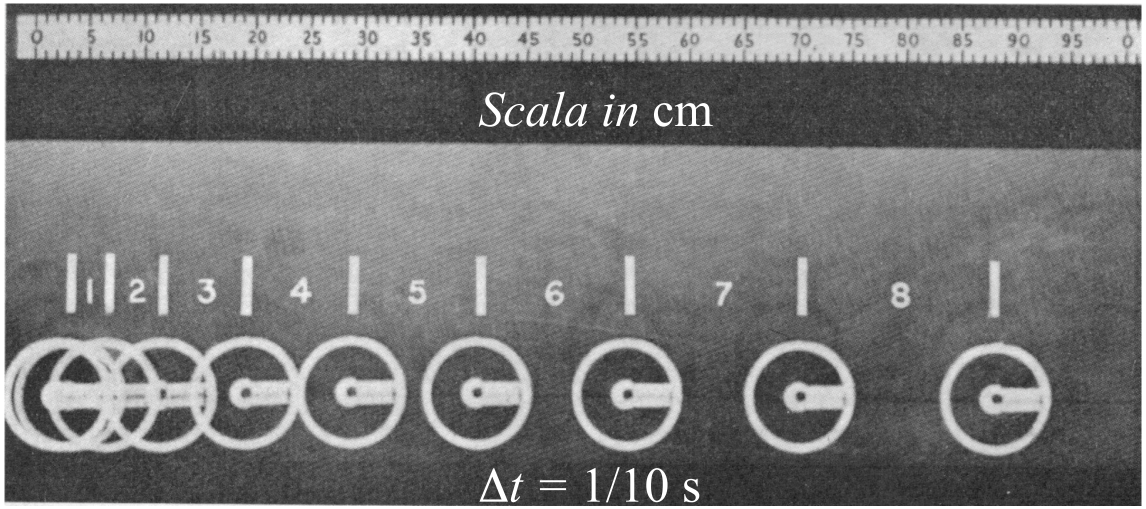
$$\boxed{\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}}$$

La costante **m** si chiama massa inerziale e ha un valore specifico caratteristico del corpo. Dalla relazione $\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$ si vede che piu` grande e` la massa **m** di un corpo piu` grande è la forza necessaria per imprimere a un corpo una data accelerazione.

MECCANICA Seconda Legge di Newton (IV)

Verifica sperimentale con dischi “ghiaccio secco” e valore forza doppio del valore prefissato precedente (2 molle tese)





$a = 2$ m/s^2

Intervallo n°	Lunghezza dell’intervallo x Δx (cm)	Velocità media $\Delta x/\Delta t = v$ (cm)	Variazione di velocità v Δv (cm/sec)
3	7,7	77	19
4	9,6	96	19
5	11,5	115	21
6	13,6	136	20
7	15,6	156	21
8	17,7	177	

MECCANICA

Seconda Legge di Newton (V)

Per completare l'analisi del concetto di massa inerziale si deve ancora esaminare sperimentalmente quale e` la massa inerziale di un corpo composto di due parti di massa inerziale differente $\mathbf{m_1}$ e $\mathbf{m_2}$.

Nel nostro solito esempio si supponga di avere due dischi di uguali dimensioni ma fatti di materiale diverso; ad esempio il primo disco sia di ferro e di massa $m_1 = F/a_1$ e il secondo di alluminio di massa $m_2 = F/a_2$, dove le masse sono misurate al solito modo sottoponendo entrambi i dischi alla medesima forza e misurando le rispettive accelerazioni $\mathbf{a_1}$ e $\mathbf{a_2}$.
Si trovera` che l'accelerazione del disco di alluminio e` circa 3 volte quella del disco di ferro ovvero che la massa $m_1 = F/a_1$ del disco di ferro e` circa 3 volte la massa $m_2 = F/a_2$ del disco di alluminio.

Pero` sovrapponendo i due dischi e usando la stessa forza $\mathbf{F}$, si trova che la massa $\mathbf{m}$ del disco complessivo (ferro + alluminio) e` uguale alla somma $m_1 + m_2$, cioe` si trova che, definita la "massa del disco complessivo" come il rapporto fra la forza $\mathbf{F}$ agente su di esso e la sua accelerazione $\mathbf{a}$, vale la relazione

$$m = \frac{F}{a} = \frac{F}{a_1} + \frac{F}{a_2} = m_1 + m_2$$

In conclusione si trova sperimentalmente che le <u>masse inerziali sono additive</u> e quindi che <u>la massa inerziale e` una quantita` scalare che obbedisce alle regole dell'aritmetica ordinaria</u> e cioe` che piu` masse inerziali possono essere combinate in semplice maniera numerica.

MECCANICA

Seconda Legge di Newton (VI)

Come si potrebbe vedere con ulteriori esperienze il risultato trovato sull'additivita` delle masse inerziali puo` essere generalizzato ulteriormente osservando che la massa inerziale di un corpo e` una proprieta` *intrinseca* del corpo medesimo ed *indipendente* da cio` che lo circonda e dal metodo adoperato per misurare la massa

Tutte queste osservazioni sperimentali ci portano a formulare quanto riassunto dalla Seconda Legge di Newton nota anche come Secondo Principio della Dinamica che stabilisce che

L'accelerazione di un oggetto e` direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di esso e, definita massa inerziale **m** la costante di proporzionalità, vale la relazione vettoriale

$$\boxed{\vec{\mathbf{F}} = m\,\vec{\mathbf{a}}}$$

MECCANICA

Dimensioni Fisiche e Unità di Misura della Massa e della Forza

Unità di Massa

Per quanto si e\` visto la massa inerziale e\` una delle proprieta\` fondamentali di un corpo ed esprime la "*resistenza*" che il corpo medesimo offre ad una forza risultante (somma di tutte le forze che agiscono sul corpo) che tende a metterlo in moto, ovvero, come si suol dire la sua "*inerzia al moto*".

L'unità di massa del SI, il kilogrammo (kg), era definito fino al 2019 come la massa di un particolare cilindro di lega platino–iridio conservato al Bureau International des Poids et Mesures a Sèvres, Francia

Questo campione di massa fu stabilito nel 1901 e non era stato da allora cambiato poiché la lega di platino–iridio è straordinariamente stabile. Il cilindro di Sèvres ha un diametro di 3,9 cm e una lunghezza di 3,9 cm. Però è stato notato che con il tempo la massa di questo campione è diminuita, anche se di poco.

Nel 2019 il kilogrammo è stato ridefinito come la quantità di massa tale che la Costante di Planck *h* (l'unità quantistica di momento angolare) abbia un valore di esattamente di $6{,}62607015 \times 10^{-34}$ $kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}$. Questo valore si misura con una Bilancia di Kibble, percorsa da una quantità fissa di corrente (1 A), utilizzando le definizioni quanto-meccaniche di volt e di ohm.

MECCANICA

Dimensioni Fisiche e Unita` di Misura della Massa e della Forza

Dimensioni della Forza e Unita` di Forza

Assumendo come grandezze fondamentali la massa $[\mathrm{M}]$, la lunghezza $[\mathrm{L}]$, il tempo $[\mathrm{T}]$, la seconda legge di Newton $\vec{\mathbf{F}} = \mathrm{m}\,\vec{\mathbf{a}}$ ci permette di definire la forza come una grandezza derivata le cui dimensioni sono, in termini delle altre grandezze in gioco, il prodotto di una massa per una accelerazione, cioe`

$$[\mathrm{F}] = [\mathrm{M}]\,[a]$$

Ovvero ricordando che anche l'accelerazione e` una grandezza derivata e che

$$[a] = [\mathrm{L}\ \mathrm{T}^{-2}]$$

dovra` essere

$$[\mathrm{F}] = [\mathrm{M}]\,[\mathrm{L}\mathrm{T}^{-2}] = [\mathrm{M}\ \mathrm{L}\ \mathrm{T}^{-2}]$$

L'unita` di forza nel SI e` quindi il $\mathrm{kg}\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

A tale unita` di forza si da` il nome di Newton ($\mathbf{N}$) per cui

$$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

In sintesi si puo` dire che il Newton e` quella forza che agendo su una massa di $1\,\mathrm{kg}$ le imprime un'accelerazione di $1\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$

MECCANICA

Natura delle Forze

Finora abbiamo discusso del comportamento di un corpo, ovvero di un punto materiale, di massa m sottoposto all'azione di una forza ma non abbiamo assolutamente considerato quali sono i differenti tipi di forza che possono manifestarsi in natura e cioe` non abbiamo assolutamente considerato la natura del primo membro dell'equazione $\vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$.

In generale le forze nella Fisica Classica possono dividersi in forze di contatto e forze di azione a distanza.

Le forze di contatto rappresentano quella classe di forze che risultano da un contatto fisico fra due oggetti. Esempi di forze di contatto sono

• si tira un carretto mettendolo in moto vincendo l'attrito

• si tira una molla allungandola

Le forze di azione a distanza rappresentano quella classe di forze che non involve il contatto fisico fra due oggetti ma agiscono attraverso lo spazio vuoto. Esempi sono

• la forza di attrazione gravitazionale, cioe` la forza che mantiene gli oggetti legati alla terra e che da` origine a cio` che comunemente si chiama il peso di un oggetto

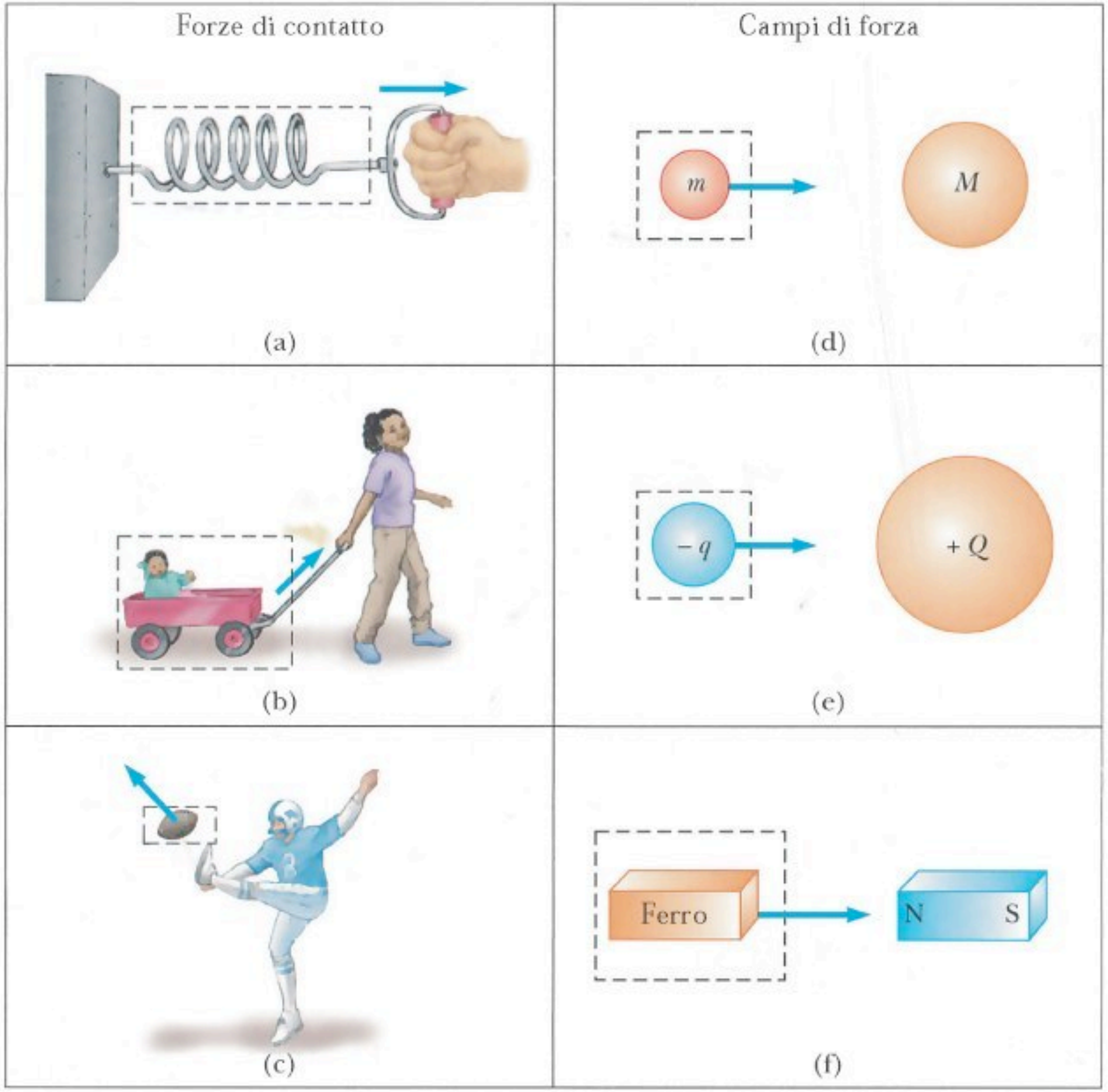
• la forza elettrostatica che una carica elettrica esercita su un'altra carica

• la forza che una barretta magnetica esercita su un pezzo di ferro

Va sottolineato che a livello microscopico non c'e` una distinzione netta fra forze di contatto e forze di azione a distanza in quanto le forze di contatto sono in realta` dovute alle forze repulsive tra le cariche atomiche che di per se` sono forze di azione a distanza.

MECCANICA

Esempi sulla Natura delle Forze (II)



MECCANICA

Forza Peso

Come gia` accennato in precedenza i corpi subiscono un'accelerazione $g \cong 9{,}81 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ verso il centro della Terra. Applicando la II Legge di Newton e` evidente che questa accelerazione e` dovuta al fatto che la Terra esercita su qualsiasi corpo una forza peso $\vec{\mathbf{P}}$ diretta verso il centro della Terra e che come tale e` una forza attrattiva.
Applicando la II Legge di Newton ad un corpo in caduta libera con $\vec{a} = \vec{g}$ e $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{P}}$ si ottiene

$$\vec{\mathbf{P}} = \mathrm{m}\,\vec{g}$$

Poiche` il peso dipende da $\vec{g}$ esso varia con la collocazione geografica e cioe`, come visto, con la latitudine.
Inoltre i corpi pesano meno alle maggiori altitudini che non al livello del mare e cio` accade poiche` $\vec{g}$ diminuisce all'aumentare della distanza dal centro della Terra.
Quindi, diversamente dalla massa, il peso *non* e`una proprieta` intrinseca di un corpo.
Pertanto massa e peso non vanno confusi.
Per esempio, se un corpo ha una massa di $\mathbf{70\ kg}$, allora il modulo del suo peso, nei luoghi dove $g \cong 9{,}80 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ vale $\mathrm{m}\,g = 686\ \mathrm{N}$. Alla sommita` di un monte dove $g \cong 9{,}76 \dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ questo peso sarebbe $\mathrm{m}\,g = 683\ \mathrm{N}$.

MECCANICA

Forza Peso – Massa Inerziale e Massa Gravitazionale

La relazione $\vec{\mathbf{P}} = m\,\vec{g}$ esprime la forza gravitazionale agente su un corpo ma è importante osservare che questa equazione non richiede che il corpo sia in movimento. Questa relazione puo` essere usata per calcolare il modulo della forza di gravita` anche nel caso di un oggetto fermo o di un oggetto sul quale agiscono diverse forze.

Questo risultato è causa di una leggera variazione nell'interpretazione di m nella relazione $\vec{\mathbf{P}} = m\,\vec{g}$

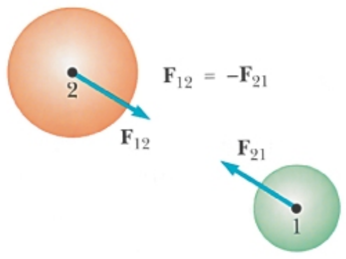
La massa m in detta equazione puo` essere vista come la grandezza che determina l'intensita` dell'interazione gravitazionale fra l'oggetto e la Terra. Questa interpretazione della massa e` completamente diversa da quella data nella II Legge di Newton e cioè di misurare la "resistenza" alle variazioni di moto di un corpo sotto l'azione di una forza esterna.

Per questo motivo la massa m nell' equazione $\vec{\mathbf{P}} = m\,\vec{g}$ viene detta *massa gravitazionale*

Nonostante questa grandezza sia concettualmente differente dalla *massa inerziale* che è quella che appare nella II Legge di Newton, e` una conclusione sperimentale nella meccanica classica che massa inerziale e massa gravitazionale abbiano lo stesso valore.

MECCANICA

Terza Legge di Newton – Principio di Azione e Reazione



In natura le forze si presentano sempre in coppia ossia non esiste una singola forza isolata. La forza che il corpo 1 esercita sul corpo 2 e` a volte chiamata forza di azione mentre la forza del corpo 2 sul corpo 1 e` chiamata forza di reazione. L'una o l'altra forza puo` essere indicata come forza di azione o di reazione.

Per quanto concerne le forze di azione e di reazione vale la Terza Legge di Newton nota anche come Terzo Principio della Dinamica che stabilisce che

Quando due corpi interagiscono, la forza $\vec{F}_{12}$ esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 ha la stessa intensita`, stessa direzione, ma verso opposto rispetto alla forza $\vec{F}_{21}$ esercitata dal corpo 2 sul corpo 1 e cioe`

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

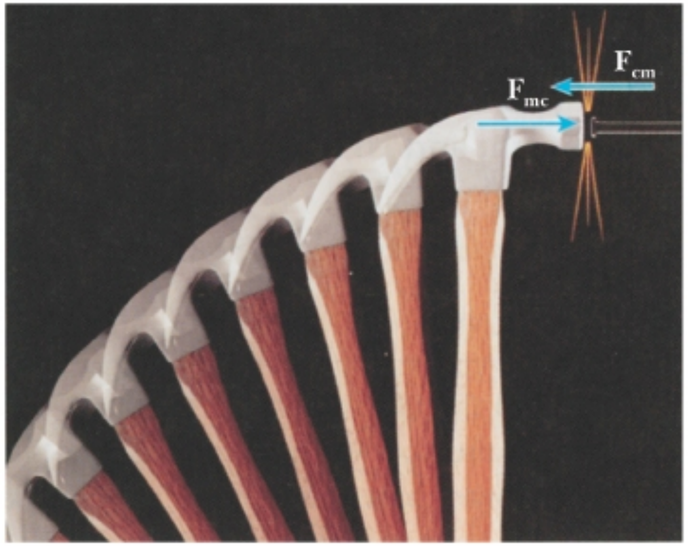
Un modo equivalente di formulare la terza legge di Newton e` quello che va sotto il nome di Principio di azione e reazione che si enuncia come segue:

La forza di reazione e` uguale in modulo alla forza di azione e opposta in direzione. In ogni caso le forze di azione e reazione agiscono su corpi differenti.

MECCANICA

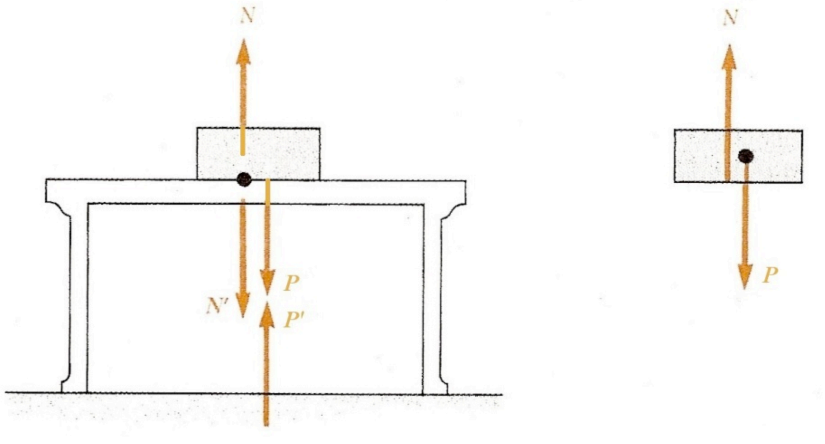
Terza Legge di Newton – Esempi (I)

1) La forza agente su un proiettile in caduta libera e` il suo peso $\vec{\mathbf{P}} = m\vec{g}$ ed e` pari alla forza che la terra esercita sul proiettile. La reazione a questa forza e` la forza esercitata dal proiettile sulla terra $\vec{\mathbf{P}}' = -\vec{\mathbf{P}}$ . La forza di reazione $\vec{\mathbf{P}}'$ deve accelerare la terra verso il proiettile proprio come la forza di azione $\vec{\mathbf{P}}$ accelera il proiettile verso la terra. Comunque, poiche` la terra ha una massa molto grande rispetto a quella del proiettile, l'accelerazione della terra dovuta a questa forza di reazione e` trascurabile.
2) Un martello che batte un chiodo: la forza del martello sul chiodo (l'azione) e` uguale e opposta alla forza del chiodo sul martello.
3) Si prova un'esperienza diretta della terza di legge di Newton quando si da` un pugno contro una parete o quando si da` un calcio ad un sasso a piede nudo!!



MECCANICA

Terza Legge di Newton – Esempi (II)



(a) (b)

4) Il peso di un corpo $\vec{\mathbf{P}}$ e` stato definito come la forza che la terra esercita sul corpo. Se il corpo e` un blocco in quiete su un tavolo, la forza di reazione a $\vec{\mathbf{P}}$ e` la forza $\vec{\mathbf{P}}'$ che la terra esercita sul blocco. Il blocco non accelera in quanto esso e` trattenuto dal tavolo. Il tavolo, pertanto, esercita una forza di azione verso l'alto $\vec{\mathbf{N}}$ sul blocco, chiamata *forza normale*. La forza normale e` la forza che impedisce al blocco di cadere attraverso il tavolo e che puo` assumere un valore necessario arbitrario fino al punto di rottura del tavolo. La forza normale *bilancia* il peso e *determina l'equilibrio* infatti $\sum\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{N}} + \vec{\mathbf{P}} = \vec{\mathbf{N}} + \mathrm{m}\vec{\mathbf{g}} = 0 \Rightarrow \mathrm{N}\,\hat{\mathbf{j}} - \mathrm{mg}\,\hat{\mathbf{j}} = 0 \Rightarrow \mathrm{N} = \mathrm{mg}$

La reazione a $\vec{\mathbf{N}}$ e` la forza $\vec{\mathbf{N}}'$ che il blocco esercita sul tavolo.
Quindi si puo` concludere che

$$\vec{\mathbf{P}} = -\vec{\mathbf{P}}' \qquad \text{e} \qquad \vec{\mathbf{N}} = -\vec{\mathbf{N}}'$$

Si noti che le forze agenti sul blocco sono $\vec{\mathbf{P}}$ e $\vec{\mathbf{N}}$ come in fig. (b). Nel trattare il moto di un corpo si e` interessati solo a tali forze esterne.
Dalla II Legge di Newton si è visto sopra che, poiche` il blocco e` in equilibrio ($a = 0$) , la forza totale su di esso deve essere nulla e ne segue quindi che $|\vec{\mathbf{P}}| = |\vec{\mathbf{N}}| = \mathrm{m}\,g$

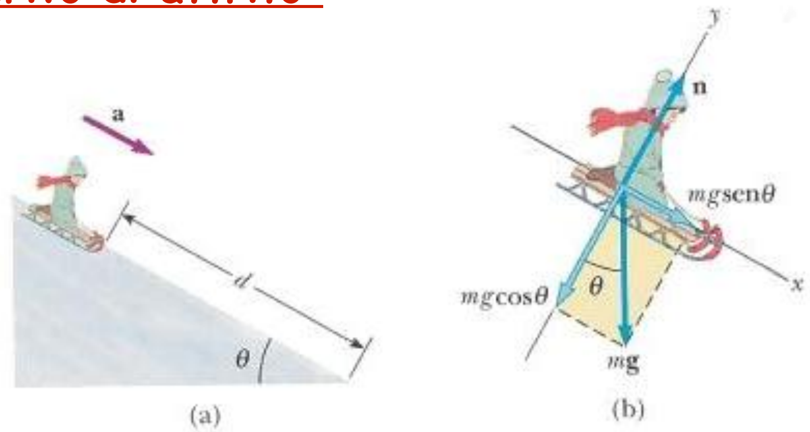
Un diagramma come quello in fig.(b) che mostra solamente le forze che agiscono su *un solo corpo*, nella fattispecie il blocco, si chiama *diagramma di corpo libero*. Un tale diagramma aiuta ad isolare le *sole* forze che agiscono sul corpo eliminando le altre.

MECCANICA

Leggi di Newton – Esempi (III)

Slitta con bambino su pendio privo di attrito ovvero blocco su piano inclinato privo di attrito

Il sistema di nostro interesse consiste nella slitta e nel bambino. Assimiliamo tale sistema ad un punto materiale di massa m. A questo punto si può costruire il diagramma di corpo libero come in fig. (b). Le forze agenti sulla slitta sono la forza normale $\vec{\mathbf{n}}$ agente perpendicolarmente al piano inclinato e la forza di gravità $m\vec{\mathbf{g}}$ agente verticalmente verso il basso.



La II Legge di Newton si scrive dunque $m\vec{\mathbf{g}} + \vec{\mathbf{n}} = m\vec{\mathbf{a}}$

ovvero per componenti

$$(1)\quad \sum F_x = mg\,\mathrm{sen}\,\theta = ma_x$$

$$(2)\quad \sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$$

Dalla (1) si vede che la componente dell'accelerazione è fornita dalla componente della forza di gravità parallela al piano inclinato in seguito alla quale $a_x = g\,\mathrm{sen}\,\theta$

Si può osservare che l'accelerazione così calcolata è *indipendente* dalla massa del punto materiale e dipende solo dall'angolo di inclinazione θ e da g.

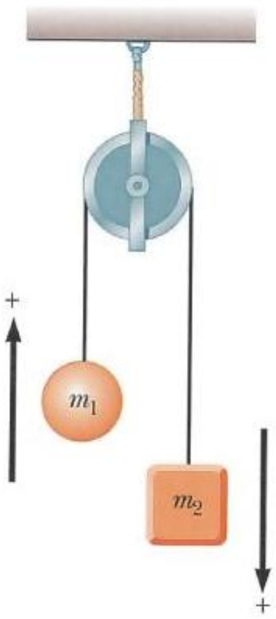
Dalla (2) si vede che la componente della forza di gravità perpendicolare al piano inclinato è *equilibrata* dalla forza normale e cioè $n = mg\cos\theta$

Attenzione n *non è uguale a* mg *in questo caso!!!*

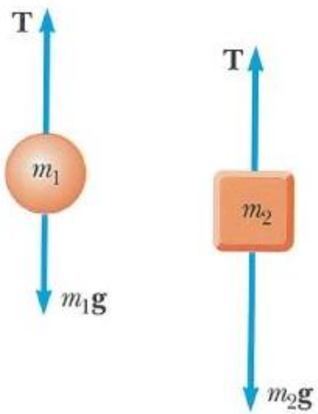
MECCANICA

Leggi di Newton – Esempi (IV)

Macchina di Atwood



(a)



(b)

Un dispositivo come in figura costituito da due masse m_1 e m_2 diseguali sospese verticalmente su di una puleggia priva di attrito e di massa trascurabiletramite una fune in tensione viene detto "Macchina di Atwood". Si vogliono determinare l'accelerazione delle due masse e la tensione della fune.

Si supponga $m_2 > m_1$

Applicando la II Legge di Newton ai corpi m_1 e m_2, tenendo conto che il modulo dell'accelerazione di entrambi deve essere uguale, ma i segni sono opposti (la carrucola modifica - in questo caso inverte – la direzione della forza lasciando invariato il modulo dato che è di massa trascurabile) e definendo come positiva l'accelerazione di m_2 verso il basso si ottiene

$$m_2 a = m_2 g - T$$
$$m_1 a = T - m_1 g$$

da cui sommando membro a membro le relazioni si ottiene

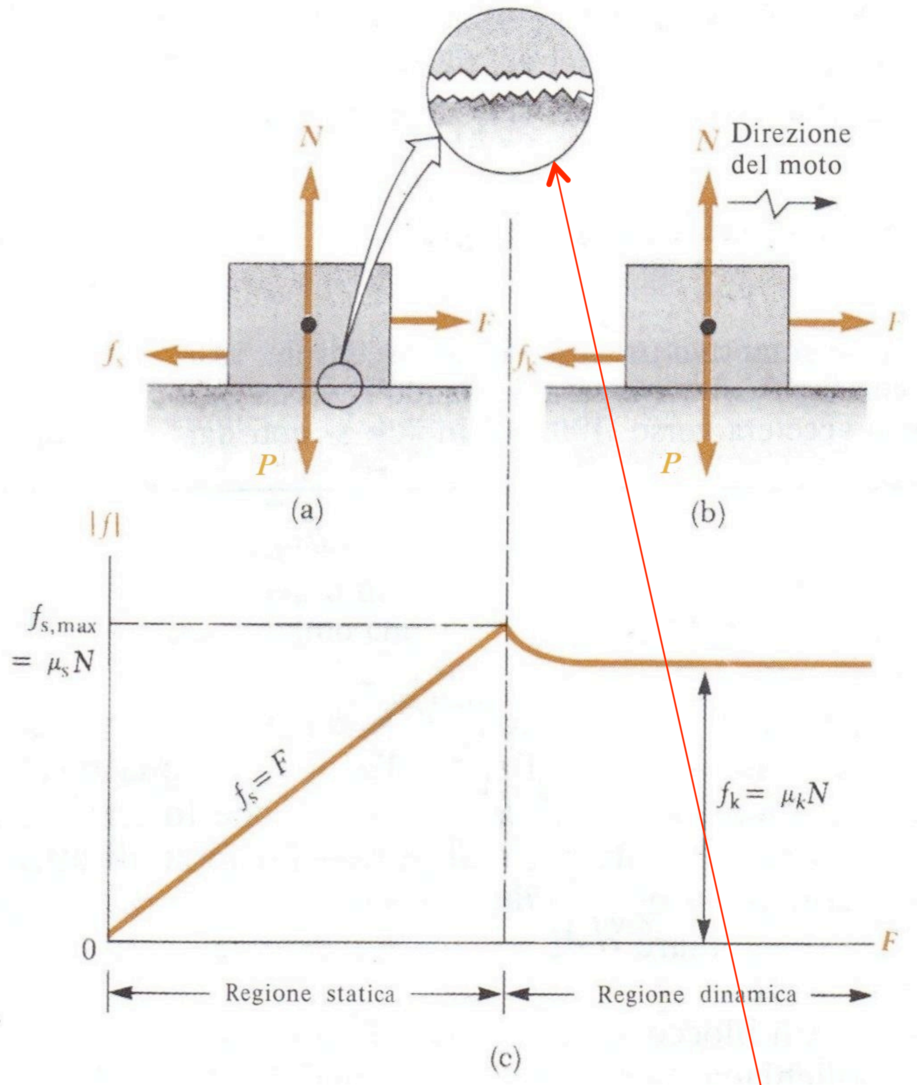
$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g}$$

La tensione della fune è data da

$$\boxed{T} = m_1(a+g) = m_1\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g + g\right) = m_1 g \frac{m_2 - \cancel{m_1} + \cancel{m_1} + m_2}{m_1 + m_2} = \boxed{\frac{2\, m_1 m_2}{m_1 + m_2} g}$$

MECCANICA

Applicazioni delle Leggi di Newton – Forze di Attrito (I)



Quando un corpo è in movimento su di una superficie scabra c' è una resistenza al moto dovuta all'interazione con ciò che lo circonda: tale resistenza viene detta *forza di attrito*.

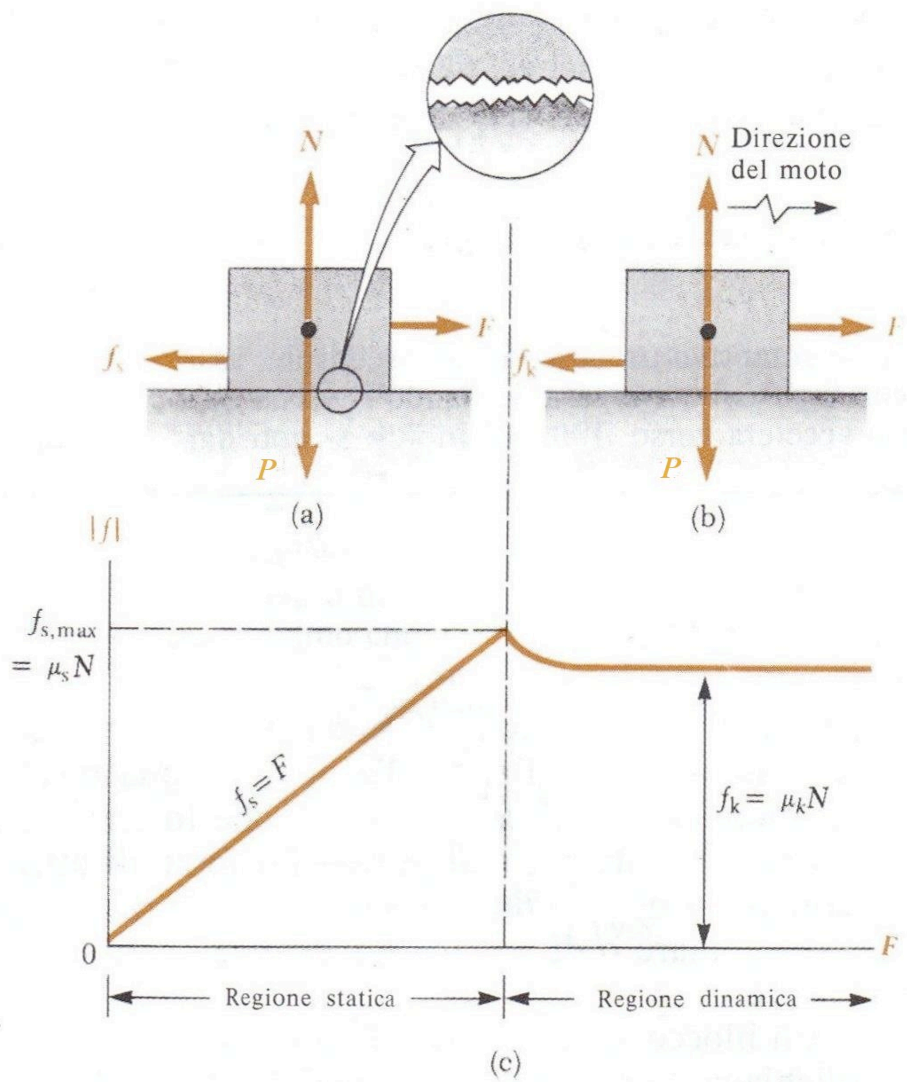
Le forze di attrito ci permettono di camminare e sono necessarie per il moto dei veicoli a ruote.

Si consideri un blocco su un tavolo orizzontale come in fig. (a). Se si applica al blocco una forza orizzontale esterna $\vec{\mathbf{F}}$ agente verso destra, il blocco rimarrà fermo se $\vec{\mathbf{F}}$ non è sufficientemente elevata. La forza che impedisce al blocco di muoversi agisce verso sinistra ed è detta la forza di attrito $\vec{f}$.
Per tutto il tempo che il blocco resta in equilibrio $|\vec{f}| = |\vec{\mathbf{F}}|$.
Poichè il blocco è in quiete, chiameremo questa forza la forza di attrito statico $\vec{f}_s$.

Gli esperimenti mostrano che questa forza proviene, dal punto di vista macroscopico, dalla scabrosità delle superfici per cui il contatto avviene solamente in alcuni punti, come mostrato nell' immagine "ingrandita" in fig (a).

MECCANICA

Applicazioni delle Leggi di Newton – Forze di Attrito (II)



Se si aumenta il modulo di $\vec{\mathbf{F}}$, come in fig. (b), il blocco ad un certo punto inizierà a scorrere. Quando il blocco è sul punto di scorrere $\vec{f}_s$ è massima. Quando $F > f_{s,max}$ il blocco si muove ed accelera verso destra. Quando il blocco è in moto la forza di attrito ritardante, detta <u>forza di attrito dinamico</u> e indicata con $\vec{f}_k$, diventa tale

che $|\vec{f}_k| < |\vec{f}_{s,max}|$, cioè il modulo della forza di attrito dinamico diventa minore del valore massimo della forza di attrito statico.

La forza sbilanciata nella direzione del moto, $F - f_k$, produce un' accelerazione verso destra. Se $F = f_k$ il blocco si muove verso destra con velocità costante. Se la forza applicata viene rimossa, allora la forza di attrito agente verso sinistra decelera il blocco fino ad arrestarlo. In un modello semplificato si può immaginare che

la forza di attrito dinamico sia minore di $f_{s,max}$ data la riduzione della scabrosità delle superfici e quindi del reciproco "ingranamento" quando il corpo è in moto.

<u>Sperimentalmente si trova che tanto</u> f_s <u>quanto</u> f_k <u>sono proporzionali alla forza normale agente sul blocco.</u>

MECCANICA

Applicazioni delle Leggi di Newton – Forze di Attrito (III)

Le osservazioni sperimentali possono essere riassunte nelle seguenti Leggi di Attrito.

1) La forza di attrito statico fra due qualsiasi superfici a contatto è opposta alla forza applicata e può assumere valori dati da

$$f_s \leq \mu_s N$$

dove la costante adimensionale μ_s è detta coefficiente di attrito statico e N è la forza normale. L'uguaglianza sussiste quando il blocco è *sul punto* di scorrimento, cioè quando $f_s = f_{s,max} = \mu_s N$. La diseguaglianza vale quando la forza applicata è minore di questo valore.

2) La forza di attrito dinamico agente su di un oggetto è opposta alla direzione del moto dell'oggetto ed è data da

$$f_k = \mu_k N$$

dove μ_k è il coefficiente di attrito dinamico.

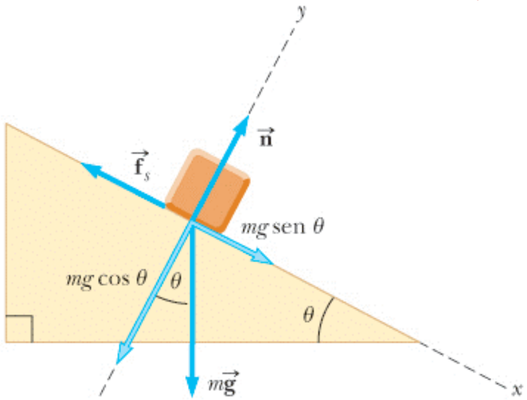
3) I valori di μ_k e di μ_s dipendono dalla natura delle superfici ma è generalmente $\mu_k < \mu_s$. Valori tipici di μ vanno sa circa 0.05 per superfici levigate a 1.5 per superfici scabre. Ovviamente entrambi i coefficienti di attrito sono *adimensionali*.

I coefficienti di attrito sono all'incirca indipendenti dall'area di contatto fra le superfici. Sebbene il coefficiente di attrito dinamico varii con la velocità, trascureremo tali variazioni.

MECCANICA

Applicazioni delle Leggi di Newton – Forze di Attrito (II) - Esempi

Determinazione sperimentale dei coefficienti di attrito μ_s e μ_k (I)



Dato un blocco fermo su una superficie scabra inclinata rispetto all'orizzontale, l'angolo di inclinazione viene aumentato fino a quando il blocco comincia a scivolare. Si vuole mostrare che il coefficiente di attrito statico μ_s può essere determinato misurando l'angolo critico θ_c al disopra del quale il blocco comincia a scivolare.

Le forze che agiscono sul blocco sono la forza di gravità $m\vec{g}$, la forza normale $\vec{n}$ e la forza di attrito statico f_s.

L'asse x viene scelto parallelo al piano inclinato e l'asse y è ortogonale ad esso.
Quando il punto materiale è in equilibrio la forza risultante sul corpo deve essere nulla cioè $\sum \vec{F} = 0$
Applicando tale relazione al blocco si ottiene

$$(1) \quad \sum F_x = mg\,\mathrm{sen}\,\theta - f_s = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = \frac{n}{\cos\theta}$$

$$\text{e sostituendo nella (1)} \quad \Rightarrow \quad (3) \quad f_s = mg\,\mathrm{sen}\,\theta = \frac{n}{\cos\theta}\,\mathrm{sen}\,\theta = n\,\mathrm{tg}\,\theta$$

Quando l'angolo del piano inclinato è stato aumentato a quello per cui il blocco può scivolare, la forza di attrito statico raggiunge il suo valore massimo $\mu_s n$. L'angolo θ in questa situazione ha il valore dell'angolo critico θ_c per cui sostituendo nella (3)

$$\mu_s n = n\,\mathrm{tg}\,\theta_c \quad \Rightarrow \quad \mu_s = \mathrm{tg}\,\theta_c$$

Ad es. Se il libro comincia a scivolare per $\theta_c = 20^0$ si trova che $\mu_s = \mathrm{tg}\,20{,}0^0 = 0{,}364$.

MECCANICA

Applicazioni delle Leggi di Newton – Forze di Attrito (III) - Esempi

Determinazione sperimentale dei coefficienti di attrito μ_s e μ_k (II)

Coefficiente di attrito dinamico μ_k : Una volta che il blocco ha cominciato a scivolare per $\theta \geq \theta_c$, esso accelera verso il basso lungo il piano inclinato e la forza di attrito è $f_k = \mu_k n$.
Se a questo punto si riduce l'angolo θ ad valore $\theta < \theta_c$, si può trovare un valore θ_c' per il quale il blocco scorre verso il basso con velocità costante nello stesso modo come si comporta un punto materiale in equilibrio ($a_x = 0$). In questo caso le equazioni del moto diventano

$$(1') \quad \sum F_x = mg\,\mathrm{sen}\,\theta - f_k = 0$$

$$(2') \quad \sum F_y = n - mg\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad mg = \frac{n}{\cos\theta}$$

$$\text{e sostituendo nella } (1') \quad \Rightarrow \quad (3') \quad f_k = mg\,\mathrm{sen}\,\theta = \frac{n}{\cos\theta}\,\mathrm{sen}\,\theta = n\,\mathrm{tg}\,\theta$$

L'angolo θ in questa situazione ha il valore dell'angolo critico θ_c' per cui sostituendo nella $(3')$

$$\mu_k n = n\,\mathrm{tg}\,\theta_c' \quad \Rightarrow \quad \mu_k = \mathrm{tg}\,\theta_c' \qquad \textbf{con} \quad \theta_c' < \theta_c$$

MECCANICA

Applicazioni delle Leggi di Newton – Forze di Attrito (IV)
Forze Ritardanti

Oltre alle forze di attrito radente esistono altri tipi di forze di attrito, dette forze resistenti, dovute all'interazione di un oggetto in moto con l'ambiente circostante quando l'oggetto medesimo si muove in un mezzo liquido o gassoso.
Le forze ritardanti dipendono dalla velocità dell'oggetto e la loro direzione è sempre opposta a quella del moto dell'oggetto relativamente al mezzo.

Dipendenza dalla velocità delle forze ritardanti

1) **Forze ritardanti proporzionali alla velocità**

Oggetti che cadono attraverso un fluido e piccolissimi oggetti, come particelle di polvere che si muovono nell'aria subiscono una forza ritardante data da

$$\vec{\mathbf{R}} = -\,b\,\vec{\mathbf{v}}$$

$\vec{\mathbf{v}}$ **velocità dell'oggetto e** b **costante che dipende dalle proprietà del mezzo e dalla forma dell'oggetto; nel caso di una sfera di raggio** r, b **è proporzionale a** r.

2) **Forze ritardanti proporzionali al quadrato della velocità, resistenza dell'aria**

Oggetti di dimensioni più grandi rispetto al caso precedente che si muovono in aria (aerei, treni, automobili, paracadutisti, palle da baseball etc.) subiscono una forza di resistenza data da

$$R = \frac{1}{2} C A \rho v^2$$

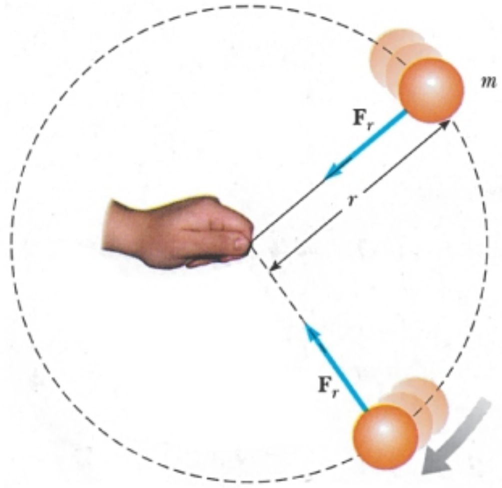
ρ = densità dell'aria
A = area sezione oggetto in movimento
C = quantità adimensionale misurata empiricamente (coefficiente di resistenza)
$C \sim 0.5$ oggetti forma sferica
$C \sim 1$ oggetti irregolari

MECCANICA

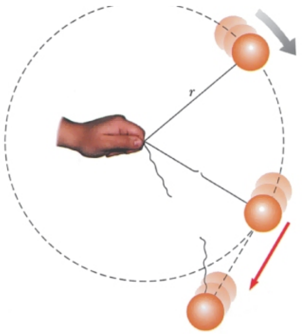
Applicazioni delle Leggi di Newton – Moto circolare uniforme

Come visto, se un punto materiale si muove con velocità di modulo costante v su una circonferenza di raggio r , esso è soggetto ad una accelerazione radiale a_r di modulo

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$



A causa del cambiamento continuo del vettore velocità $\vec{v}$ durante il moto, il vettore accelerazione $\vec{a}_r$ è diretto verso il centro della circonferenza ed è chiamato, perciò, *__accelerazione centripeta__* ed è diretta perpendicolarmente a $\vec{v}$
Sia data una palla di massa **m** legata a un filo di lunghezza r fatta girare rapidamente su una circonferenza orizzontale (ad es. su un tavolo) con velocità di modulo costante. Per il Principio di Inerzia la palla tenderebbe a mantenere il moto su un percorso rettilineo, cosa che viene impedita dal filo



che esercita sulla palla una forza che la mantiene sulla traiettoria circolare. Questa forza è diretta verso il centro della circonferenza, lungo la direzione del filo, ed è un classico esempio di *__forza centripeta__*. Se si applica la __Seconda Legge di Newton__ lungo la direzione radiale si trova che la forza centripeta richiesta è _

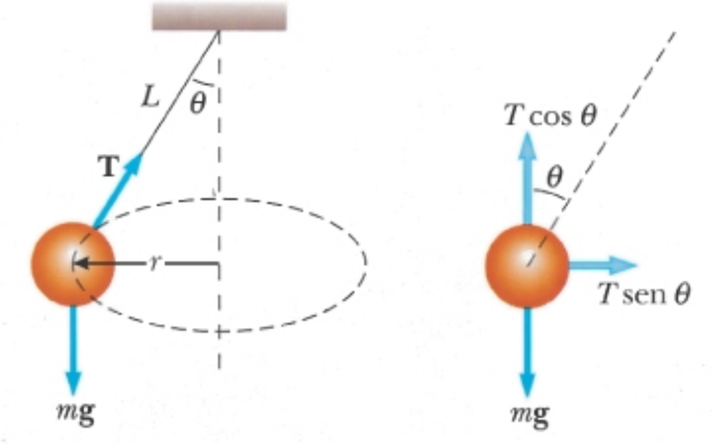
$$F_r = m\,a_r = m\frac{v^2}{r}$$

La __forza centripeta__, come l'accelerazione centripeta, è __diretta verso il centro della circonferenza__ e quindi, come tale, __provoca una variazione nella direzione della velocità__. Nel caso della palla in figura la forza centripeta è fornita dalla tensione del filo. Se la forza centripeta si annulla (ad es. filo si rompe) l'oggetto (la palla) prosegue non più su una circonferenza ma lungo la retta tangente alla circonferenza nel punto di rottura

MECCANICA

Leggi di Newton e moto circolare- Esempi (I)

Pendolo Conico



Un corpo piccolo di massa m è sospeso ad un filo di lunghezza L. Il corpo ruota su una circonferenza orizzontale di raggio r con velocità v, costante in modulo, come in figura. Poichè il filo descrive la superficie di un cono, il sistema è noto come pendolo conico. Si vuole trovare la velocità del corpo e il periodo di rotazione t_p.

La tensione T del filo deve *contemporaneamente* fornire la forza centripeta e contrastare la forza peso $\vec{\mathbf{P}} = m\vec{\mathbf{g}}$.
La componente di T *perpendicolare* al piano del moto (e quindi lungo la verticale) deve contrastare la *forza peso*, cioè fornire la reazione vincolare che bilanci la forza peso, mentre la componente di T *che giace* nel piano del moto deve fornire la *forza centripeta*. Detto θ l'angolo che il filo forma con la verticale deve essere:

$$\text{Comp. Vert. } \vec{\mathbf{T}}: \quad T\cos\theta = mg \qquad \text{(bilancia forza peso)}$$

$$\text{Comp. Orizz. } \vec{\mathbf{T}}: \quad T\,\mathrm{sen}\,\theta = F_r = \frac{mv^2}{r} \qquad \text{(fornisce forza centripeta)}$$

Dalla prima equazione si ottiene $T = \dfrac{mg}{\cos\theta}$ e sostituendo tale valore nella seconda si ottiene

$$\frac{mg}{\cos\theta}\mathrm{sen}\,\theta = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = rg\,\mathrm{tg}\,\theta \Rightarrow v = \sqrt{rg\,\mathrm{tg}\,\theta}$$ e poichè $$\mathrm{tg}\,\theta = \frac{r}{\sqrt{L^2 - r^2}} \qquad (\text{noti } r \text{ e } L)$$

da cui

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{r^2 g}{\sqrt{L^2 - r^2}}} = \sqrt{L\,\mathrm{sen}\,\theta\, g \frac{\mathrm{sen}\,\theta}{\cos\theta}} = \sqrt{Lg\,\mathrm{sen}\,\theta\,\mathrm{tg}\,\theta}}$$

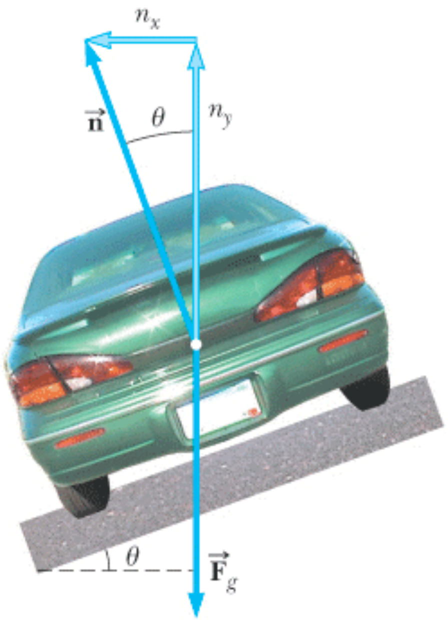
Il periodo di rotazione t_p è

$$\boxed{t_p = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{rg\,\mathrm{tg}\,\theta}} = 2\pi\sqrt{\frac{r}{g\,\mathrm{tg}\,\theta}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\,\mathrm{sen}\,\theta}{g\dfrac{\mathrm{sen}\,\theta}{\cos\theta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L\cos\theta}{g}}}$$

MECCANICA

Leggi di Newton e moto circolare- Esempi (II)

Sopraelevazione in curva



Si vuole che un'automobile che ha una velocità di 13,4 m/s (~48 km/h) possa percorrere una curva di raggio pari a 50 m senza doversi fidare dell'attrito per non sbandare. Di quale angolo deve essere sopraelevata la curva?

La reazione vincolare $\vec{\mathbf{n}}$ (somma delle forze che agiscono sulle quattro ruote dell'automobile e normale alla superficie stradale) ha una componente $n_x = n \operatorname{sen}\theta$ orizzontale rivolta verso il centro della traiettoria seguita dall'automobile. Se si vuole che non ci si debba fidare dell'attrito per poter percorrere la curva questa è l'unica forza che può contribuire all'accelerazione centripeta e l'auto, pur di muoversi alla giusta velocità (13,4 m/s) può affrontare la curva anche su una superficie ghiacciata.

Dalla II Legge di Newton per la direzione radiale si ottiene: $\Rightarrow$ (1) $\sum F_r = n \operatorname{sen}\theta = \dfrac{mv^2}{r}$

Considerando l'auto come un punto materiale in equilibrio verticale per cui la componente verticale della reazione vincolare deve equilibrare la forza peso deve essere: $\Rightarrow \sum F_y = n\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow$ (2) $n\cos\theta = mg$

Dividendo la (1) per la (2) si ottiene $\operatorname{tg}\theta = \dfrac{v^2}{rg}$ ovvero

$$\theta = \operatorname{arctg}\left[\frac{\left(13{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{50\,\text{m} \times 9{,}80\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}\right] = 20{,}1°$$

Naturalmente un'automobile che proceda a velocità maggiore o minore di 13,4 m/s deve usufruire dell'attrito per non sbandare verso l'alto o scivolare verso il basso rispettivamente

MECCANICA

Applicazioni delle Leggi di Newton
Moto Circolare Non Uniforme (I)

Come si è visto se un punto materiale si muove lungo una traiettoria circolare con velocità variabile, esistono sia una componente *centripeta* che una componente *tangenziale* dell'accelerazione, quest'ultima di modulo

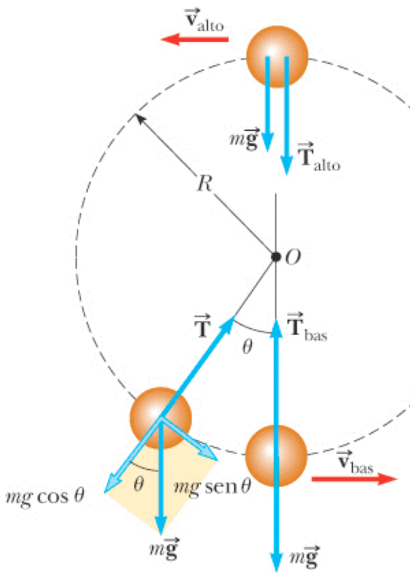
$$a_\mathrm{t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

Quindi la forza che agisce sul punto materiale deve avere una componente *tangenziale* oltrechè radiale e cioè, se l'accelerazione radiale totale è data da $\vec{a} = \vec{a}_\mathrm{r} + \vec{a}_\mathrm{t}$, la forza totale è data da $\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_\mathrm{r} + \vec{\mathbf{F}}_\mathrm{t}$. Il vettore componente $\vec{\mathbf{F}}_\mathrm{r}$ è diretto verso il centro della circonferenza ed è responsabile dell'accelerazione centripeta. Il vettore componente $\vec{\mathbf{F}}_\mathrm{t}$ (tangente alla circonferenza) è responsabile dell'accelerazione tangenziale che causa la variazione del modulo della velocità della particella rispetto al tempo.

MECCANICA

Applicazioni delle Leggi di Newton – Moto circolare non uniforme – Esempi (I)

Palla di massa m che ruota in una circonferenza nel piano verticale



Una piccola sfera di massa m attaccata all' estremità di un filo di lunghezza R , ruota lungo una circonferenza *verticale*, intorno ad un punto fisso O , come in figura. Si vuole determinare la tensione del filo quando esso forma un angolo θ con la verticale e contemporaneamente il modulo della velocità della sfera è v .

Sulla sfera di massa m agisce la tensione del filo $\vec{\mathbf{T}}$ e la forza peso $\vec{\mathbf{P}}$.
La tensione del filo è sempre diretta lungo la direzione radiale mentre la forza peso ha una componente radiale ed una componente tangenziale i cui moduli dipendono dalla posizione angolare del filo.
In particolare è (v. figura)

$$\text{Componente radiale forza peso} : \quad P_r = mg\cos\theta$$

$$\text{Componente tangenziale forza peso} : \quad P_\theta = mg \operatorname{sen}\theta$$

La tensione del filo è quindi data dalla somma della forza centripeta e della componente radiale della forza peso, per cui deve essere

$$T = \frac{mv^2}{R} + P_r = \frac{mv^2}{R} + mg\cos\theta = m\left(\frac{v^2}{R} + g\cos\theta\right)$$

Nel punto più alto della traiettoria : $\quad v = v_{alto} \quad \theta = 180° \quad \cos 180° = -1 \quad \Rightarrow \quad T_{alto} = m\left(\frac{v_{alto}^2}{R} - g\right)$

Nel punto più basso della traiettoria : $\quad v = v_{basso} \quad \theta = 0° \quad \cos 0° = 1 \quad \Rightarrow \quad T_{basso} = m\left(\frac{v_{basso}^2}{R} + g\right)$

MECCANICA

Moto nei sistemi accelerati (I)

Come si è visto le Leggi del moto di Newton sono valide se le osservazioni vengono eseguite in un sistema di riferimento *inerziale*. Adesso vogliamo analizzare come un osservatore, che si trova in un sistema di riferimento *non inerziale* (cioè in un sistema di riferimento accelerato), tenterà di applicare la II Legge di Newton.

Se un punto materiale si muove con accelerazione $\vec{\mathbf{a}}$ rispetto ad un osservatore che si trova in un riferimento *inerziale*, allora *l'osservatore inerziale* può usare la II Legge di Newton ed affermare, *correttamente*, che $\sum_i \vec{\mathbf{F}}_i = m\vec{\mathbf{a}}$. Invece un osservatore che si trova in un sistema di riferimento *accelerato* (osservatore *non inerziale*) e che tenta di applicare al moto del punto materiale la II Legge di Newton, deve introdurre forze *fittizie* per rendere valida in quel riferimento la II Legge di Newton. Queste forze fittizie sono anche chiamate *forze inerziali* o *forze apparenti*. Tali forze, "inventate" dall'osservatore non-inerziale nel sistema di riferimento accelerato "sembrano" essere forze reali. È però importante osservare che queste forze *non esistono* se il moto è osservato in un sistema di riferimento inerziale: le forze fittizie sono usate solo in sistemi accelerati e *non* rappresentano forze "reali" che agiscono sul corpo cioè *interazioni* del corpo con il suo ambiente circostante.
Naturalmente nel caso in cui le forze fittizie siano accuratamente descritte nel sistema accelerato, allora la descrizione del moto in tale riferimento sarà equivalente alla descrizione fatta da un osservatore inerziale che considera soltanto forze reali. Generalmente i moti sono analizzati adoperando sistemi di riferimento inerziali ma esistono casi in cui è più conveniente usare sistemi di riferimento accelerati.

MECCANICA

Moto nei sistemi accelerati (II)

Per comprendere meglio il moto di un sistema che ruota consideriamo un' auto che viaggia ad alta velocità su una autostrada e si avvicina ad una corsia di uscita in curva. Non appena l'auto inizia a girare a sinistra, immettendosi, nella corsia, una persona seduta scivola verso destra, da una parte all'altra del sedile verso il suo sportello. A questo punto, la forza esercitata dallo sportello impedisce che la persona sia sbalzata fuori dell'auto.

Perchè il passeggero si muove verso lo sportello?

Una spiegazione popolare, ma *impropria*, è quella di attribuire ad una forza "misteriosa" questa spinta verso l'esterno: questa forza è spesso chiamata forza "centrifuga" anche se non useremo questo termine che spesso genera confusione. Il passeggero inventa questa forza fittizia per spiegare il suo moto nel sistema di riferimento accelerato.

La spiegazione *corretta* del fenomeno è la seguente. Prima che l'auto entri nella corsia di uscita il passeggero si muove lungo una traiettoria rettilinea. Quando l'auto entra nella corsia e percorre una traiettoria curva, il passeggero, a causa dell'inerzia, tende a muoversi lungo l'originaria traiettoria rettilinea. Ciò è in accordo con la Prima Legge di Newton: la tendenza naturale di un corpo è quella di continuare a muoversi in linea retta. Però, se sul passeggero agisce una forza centripeta sufficientemente intensa (rivolta verso il centro di curvatura), egli si muoverà lungo una traiettoria curva insieme all'automobile. La causa di questa forza centripeta è proprio la forza di attrito esistente fra il passeggero ed il sedile dell'auto.

MECCANICA

Moto nei sistemi accelerati (III)

Se questa forza di attrito non è sufficientemente intensa il passeggero scivolerà da una parte all'altra del sedile quando l'auto gira sotto di lui. Alla fine il passeggero incontra lo sportello che fornisce una forza centripeta sufficientemente intensa da fargli seguire la medesima traiettoria curva dell'automobile. In sostanza
Il passeggero scivola verso lo sportello *non a causa di qualche forza misteriosa ma perchè non c' è una forza centripeta sufficientemente intensa da costringerlo a muoversi lungo la medesima traiettoria circolare seguita dall'auto.*

In conclusione, nel descrivere il moto in un sistema accelerato, occorre distinguere con molta attenzione le forze reali da quelle fittizie. Un osservatore posto in un'auto che gira in curva si trova in un sistema di riferimento accelerato e, per spiegare la forza che lo spinge verso l'esterno, inventa una forza fittizia rivolta verso l'esterno. Un osservatore fermo, al di fuori dell'auto, considera solo le forze reali che agiscono sul passeggero. Per questo osservatore la forza misteriosa rivolta verso l'esterno non esiste! L'unica forza reale che agisce sul passeggero è quella centripeta (rivolta verso l'interno) dovuta all'attrito o alla forza normale dello sportello.

MECCANICA Moto nei sistemi accelerati (IV)

Accelerometro Lineare

Una piccola sfera di massa m è appesa al soffitto di un vagone accelerato come in figura.

Secondo l'*osservatore inerziale* fermo (fig. (a)) le forze che agiscono sulla sfera sono la tensione sono la tensione $\vec{\mathbf{T}}$ e il peso $m\vec{\mathbf{g}}$.

L'osservatore inerziale conclude che l'accelerazione della sfera di massa m è la stessa di quella del vagone e che questa accelerazione è fornita dalla componente orizzontale di $\vec{\mathbf{T}}$. Inoltre la componente verticale di $\vec{\mathbf{T}}$ equilibra il peso. Quindi l' *osservatore inerziale* scrive la II legge di Newton come

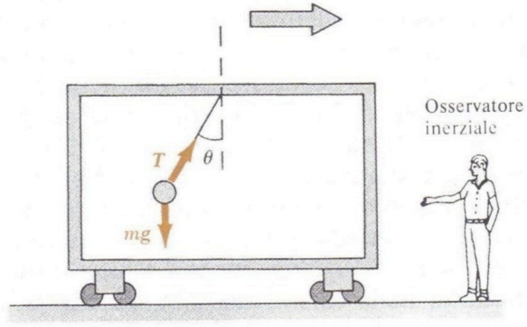
$$\vec{\mathbf{T}} + m\vec{\mathbf{g}} = m\vec{\mathbf{a}}$$

le cui componenti sono

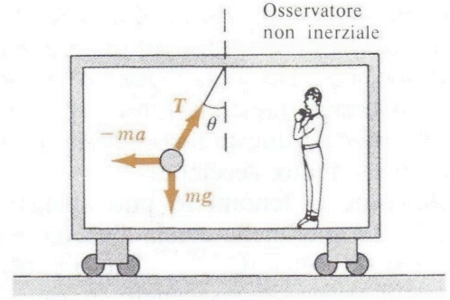
Osservatore Inerziale

$$(1) \quad \sum F_x = T \operatorname{sen}\theta = ma$$

$$(2) \quad \sum F_y = T\cos\theta - mg = 0$$



(a)



(b)

Così risolvendo la (1) e la (2) simultaneamente l'osservatore inerziale può determinare l'accelerazione del vagone dalla relazione $a = g\,\mathrm{tg}\,\theta$ per cui, poichè la deflessione del filo dalla verticale *misura* l'accelerazione del vagone, un pendolo semplice può essere usato come *accelerometro*.

Secondo l' *osservatore non inerziale* situato nel vagone (fig. (b)) la sfera è in quiete e non è soggetta ad accelerazione. Quindi l'osservatore non inerziale introduce una *forza fittizia* $-m\vec{\mathbf{a}}$ per equilibrare la componente orizzontale di $\vec{\mathbf{T}}$ ed afferma che la la *forza totale* che agisce sulla sfera *è nulla*. In questo sistema di riferimento *non-inerziale* la II Legge di Newton espressa per componenti è

$$\sum F_x' = T \operatorname{sen}\theta - ma = 0$$

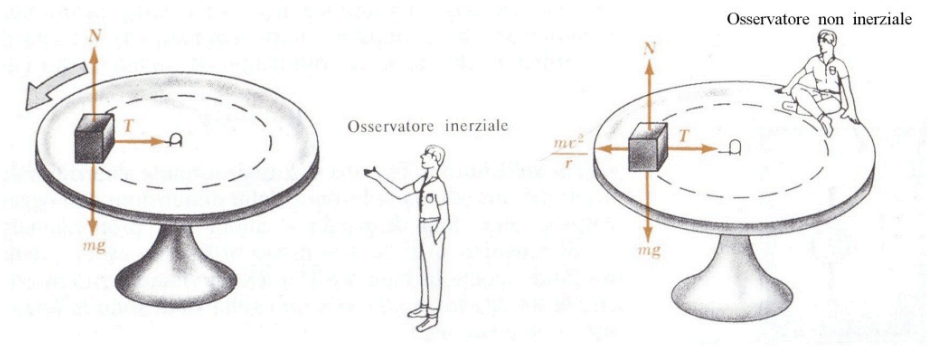
$$\sum F_y' = T\cos\theta - mg = 0$$

Queste relazioni sono equivalenti a quelle sopra per cui l'osservatore non inerziale dà gli stessi risultati matematici dell'osservatore inerziale ma con una *interpretazione fisica* della deflessione del filo *differente*.

MECCANICA   Moto nei sistemi accelerati (V)

Forze fittizie in un sistema rotante

Un osservatore situato in un sistema rotante è un altro esempio di osservatore non-inerziale. Si assuma che un blocco di massa m , che si trova su una piattaforma rotante, orizzontale e senza attrito, sia legato a una fune (V. fig.).



Secondo l'*osservatore inerziale*, se il blocco ruota con velocità costante in modulo, esso subisce un'accelerazione centripeta v^2/r, dove v è il modulo della sua velocità tangenziale. L'osservatore inerziale conclude che questa accelerazione centripeta è fornita dalla tensione della fune $\vec{\mathbf{T}}$, e scrive la II Legge di Newton

$$T = \frac{mv^2}{r}$$

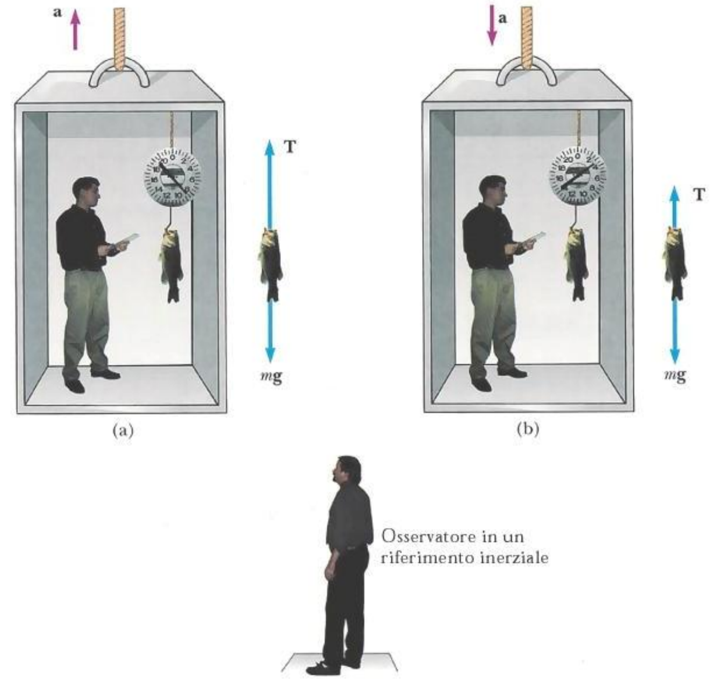
Secondo l'*osservatore non inerziale*, situato sulla piattaforma ruotante, il blocco è in quiete. Quindi, volendo applicare la II Legge di Newton, questo osservatore deve introdurre una *forza fittizia* diretta verso l'*esterno* e di modulo mv^2/r, detta *forza centrifuga*. Secondo l'*osservatore non inerziale* questa forza "centrifuga" equilibra la forza di tensione e quindi _

$$T - \frac{mv^2}{r} = 0$$

N.B. Occorre prestare molta attenzione quando si usano forze fittizie per descrivere fenomeni fisici. È necessario tenere presente che *le forze fittizie, come la forza centrifuga, sono usate soltanto in sistemi di riferimento non inerziali, o accelerati*. Quando si risolvono i problemi, in generale, è *preferibile* usare sistemi di riferimento *inerziali*.

MECCANICA Moto nei sistemi accelerati (VI)

Pesare un pesce in un ascensore con accelerazione $\mathbf{a}$



Una persona vuole pesare un oggetto (ad es. un pesce(!!)) mediante un dinamometro a molla appeso al soffitto di un ascensore come in figura.
Se l'ascensore accelera verso l'alto o verso il basso che valori dà la lettura del dinamometro per il peso del pesce?

Il valore letto sulla scala dipende dall'allungamento della molla che a sua volta dipende dal valore della forza agente all'estremità della molla. L' intensità della forza sulla molla è uguale alla tensione T della fune cui è appeso il sistema pesce+molla. In particolare la forza $\vec{\mathbf{T}}$ corrispondente alla tensione T tira verso il basso la molla, allungandola, e verso l'alto il pesce.
Nel diagramma di corpo libero in figura si osserva che le uniche forze agenti sul pesce, considerato come punto materiale di massa m sono la tensione $\vec{\mathbf{T}}$ della fune cui è appeso il sistema pesce+molla e la forza di gravità $\vec{\mathbf{P}} = m\vec{\mathbf{g}}$ agente sul pesce.
Nel caso in cui l'ascensore sia fermo o si muova con velocità costante, il pesce può essere considerato come un punto materiale in equilibrio per cui $\sum F_y = T - P = T - mg = 0$
Se l'ascensore è in moto con accelerazione $\vec{\mathbf{a}}$ rispetto ad un osservatore esterno posto in un sistema inerziale il pesce è un punto materiale su cui agisce una forza risultante per cui per la II Legge di Newton, scegliendo l'asse y rivolto verso l'alto

$$\sum F_y = T - mg = ma_y \quad \Rightarrow \quad T = ma_y + mg = mg\left(\frac{a_y}{g} + 1\right) = P\left(\frac{a_y}{g} + 1\right)$$

Si può quindi concludere che la lettura della scala del dinamometro, che misura la tensione T della fune, è *maggiore* del peso del pesce se l'*accelerazione* $\vec{\mathbf{a}}$ è rivolta verso l'*alto*, quindi con a_y *positiva*, mentre è *minore* se l'*accelerazione* $\vec{\mathbf{a}}$ è rivolta verso il *basso*, quindi con a_y *negativa*.
Se l'ascensore è in *caduta libera* $a_y = -g$ per cui $T = 0$ cioè il peso nel sistema accelerato, e quindi *non inerziale*, dell'ascensore è *nullo* !!!