

Mattys Cassin
mattys.cassin@etu.unistra.fr
Année académique 2024–2025

RAPPORT DE STAGE À L'OBSERVATOIRE ASTRONOMIQUE DE STRASBOURG

Courbe de rotation de la galaxie NGC 2998 et modélisation du halo de matière noire

Maître de stage : Jonathan Freundlich
Observatoire astronomique de Strasbourg

Table des figures

1.1	Exemple de la trajectoire de la terre autour du Soleil	8
1.2	Courbe typique de densité en cuspine (NFW 1.2.2) et en cœur (Burkert 95 1.2.3)	9
3.1	Courbe de rotation de NGC 2998	14
3.2	Brillance de surface du disque en fonction du rayon	15
3.3	Brillance de surface du disque en fonction de rayon	16
3.4	Rapport masse du disque sur sa luminosité en fonction du rayon	17
3.5	Vitesse de rotation calculée à partir du modèle NFW optimisé par la mé- thode des moindres carrés et observée	18
3.6	Evolution des marcheurs en fonction du nombre de pas	19
3.8	Vitesse de rotation (Observé, NFW optimisé par la méthode des moindres carrés et NFW optimisée par MCMC) en fonction du rayon	19
3.7	Graphique illustrant la covariance en chaque paramètres	20
3.9	Vitesse de rotation calculée à partir du modèle Burkert 95 optimisé avec la méthode des moindres carrés et vitesse observée	21
3.10	Evolution des marcheurs en fonction du pas (Les valeurs des paramètres sont en logarithme)	22
3.11	Graphique en coin illustrant les covariances entre chaque paramètre	22
3.12	Vitesse de rotation observée et calculée à partir du modèle Burkert 95 et optimisée avec la méthode des moindres carrés et MCMC	23
3.13	Courbe de rotation représentant la vitesse observée et la vitesse calculée à partir du modèle de Dekel-Zaho optimisé par la méthode des moindres carrés	24
3.14	Courbe de rotation observée et calculée à partir des différents modèles op- timisés grâce à la méthode des moindres carrés	25

Table des matières

Introduction	5
1 Partie théorique	7
1.1 L'étude des Galaxies	7
1.1.1 Mécanique Newtonienne	7
1.1.2 Courbe de rotation	8
1.2 Modélisation des halos de matière noire	8
1.2.1 Le problème de la masse manquante	9
1.2.2 NFW	10
1.2.3 Burkert 95	10
1.2.4 Dekel-Zaho	11
2 Algorithme utilisé et données	12
2.1 Donnée	12
2.2 Méthode d'optimisation	12
2.2.1 Méthode des moindres carrés	13
2.2.2 Monte Carlo par chaîne de Markov	13
3 Résultat et Analyse	14
3.1 Courbe de rotation	14
3.2 Étude de la luminosité du disque	15
3.2.1 Brillance de surface	15
3.2.2 Rapport masse du disque sur sa luminosité	16
3.3 Modélisation des différents halo de matière noire	17
3.3.1 NFW	17
3.3.2 Burkert 95	20
3.3.3 Dekel Zaho	23
3.3.4 Comparaison des modèles	24
Conclusions	27
Bibliographie	28

Introduction

L'univers fascine l'être humain depuis des siècles et des siècles. En témoigne la myriade de textes, poésies, tableaux à son sujet. L'astronomie est d'ailleurs considérée comme l'une des sciences les plus anciennes, pratiquée dès l'âge de bronze. Les humains de l'époque répertoriaient déjà les constellations et les mythes de beaucoup de civilisations prenaient place dans le ciel étoilé. Devant l'immensité de l'Univers, l'être humain a cherché des modèles pouvant répondre à toutes ces questions. Le paradigme de l'astrophysique contemporaine est le modèle Λ CDM, dans lequel l'univers est composé de 69% d'énergie noire (λ), de 26% de matière noire froide (Cold Dark Matter) et de 5% de matière baryonique [1].

L'existence de cette matière noire fait plutôt consensus dans la communauté scientifique. Malgré le fait qu'aucune mesure directe n'ait pu la mettre en évidence, beaucoup de ces manifestations ne peuvent être expliquées, actuellement, uniquement par l'existence d'une masse invisible. On peut citer, parmi ces manifestations, les lentilles gravitationnelles qui, sans matière noire, ne peuvent expliquer l'angle de déviation des rayons lumineux. Comme nous le verrons dans la section 1.2.1, les courbes de rotation des galaxies ne peuvent être expliquées uniquement par la masse de matière baryonique en leur sein. En clair, il est nécessaire aujourd'hui de faire appel à cette matière exotique pour expliquer bon nombre de phénomènes allant de l'échelle galactique jusqu'au rayon diffus cosmologique, première lueur de l'univers.

Dans cet article, nous allons nous intéresser à la matière noire et comment elle est distribuée dans les galaxies à travers différents modèles. Pour ce faire, nous étudierons la galaxie NGC 2998. C'est une galaxie spirale barrée située dans la constellation de la Grande Ourse. Elle se trouve à 195 millions d'années-lumière ($\approx 59,7$ mégaparsecs) de la Terre et sa masse est à peu près celle de la Voie Lactée.

Dans un premier temps, certaines notions théoriques seront évoquées afin de mieux comprendre les équations et les modèles de distribution de la densité de matière noire utilisés ici. Nous présenterons les équations de Newton mettant en relation masse et vitesse de rotation, ce qui nous permettra d'aborder ensuite les courbes de rotation. Nous présenterons aussi les différents modèles qui nous permettront de modéliser la matière noire au sein de NGC 2998. Nous avons fait le choix de présenter trois modèles différents : un modèle dit de *cuspide*, un modèle dit de *cœur* et un modèle très flexible. Dans une deuxième partie,

nous aborderons les données utilisées puis les algorithmes que nous utiliserons lors de nos modélisations Python, à savoir la méthode des moindres carrés et Monte Carlo par chaîne de Markov. Ces algorithmes nous serviront à optimiser certains paramètres physiques mis en jeu dans la modélisation des halo de matière noire. Pour finir, nous présenterons les résultats en commençant par la mise en évidence du problème de la masse manquante, qui poussa les physiciens à considérer l'existence de la matière noire. En effet, nous montrerons ce qu'il en est pour NGC 2998, ce qui nous permettra par la suite de présenter des modélisations de différents halo de matière noire (NFW, Burkert 95 et Dekel-Zhao).

Chapitre 1

Partie théorique

1.1 L'étude des Galaxies

1.1.1 Mécanique Newtonienne

Depuis le XVII^{ème} siècles, grâce au "Philosophiae naturalis principia mathematica" d'Isaac Newton et les travaux de bien d'autres scientifiques nous possédons un cadre mathématique permettant de décrire le mouvement.

Dans le cas de la rotation des galaxies, il n'est pas nécessaire de faire appel à la relativité générale car le champ gravitationnel sur d'aussi grandes distances est trop faible. Dans ce cas, les équations de la relativité se réduisent aux équations de Newton. Nous allons donc utiliser la loi de la gravitation universelle de Newton, dont la force gravitationnelle \mathbf{F} s'écrit :

$$\mathbf{F} = G \frac{Mm}{d^2} \mathbf{n} \quad (1.1)$$

Ici, nous considérons un système à deux corps dont l'un est immobile au centre, de masse M et l'autre est en rotation, de masse m (voir figure : 1.1). Nos deux masses sont à une distance d l'une de l'autre. \mathbf{n} représente le vecteur normal à la trajectoire de l'objet en rotation. D'après la seconde loi de Newton, le mouvement de la masse en rotation est décrit par l'équation :

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F} \quad (1.2)$$

Avec \mathbf{a} , l'accélération du corps en rotation. Or l'accélération normale d'un corps en rotation est :

$$a_n = \frac{v^2}{d} \quad (1.3)$$

Où v est la vitesse du corps en rotation. Ainsi l'on peut écrire :

$$m \frac{v^2}{d} = G \frac{Mm}{d^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{d}} \quad (1.4)$$

Cette équation est fondamentale car elle permet de mettre en lien la vitesse de rota-

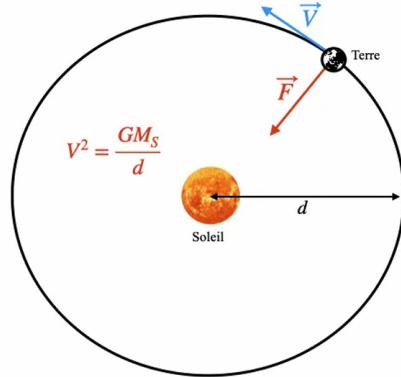


FIGURE 1.1 – Exemple de la trajectoire de la terre autour du Soleil

tion d'un objet en fonction de la masse au centre. De plus, cette équation nous montre que la trajectoire d'un corps en rotation autour d'un autre ne dépend pas de sa masse mais uniquement de la masse contenue au centre.

1.1.2 Courbe de rotation

La première étape de cet article est de comparer la vitesse de rotation de la galaxie, déterminée par effet Doppler, avec la vitesse de rotation théorique de la matière baryonique (que nous appellerons vitesse baryonique dans la suite) composant la galaxie (gaz, disque, bulbe) déterminée à l'aide de l'équation 1.4. La masse baryonique est déterminée par spectroscopie.

Nous calculons la vitesse baryonique totale à l'aide de la formule :

$$V_{bar} = \sqrt{V_{gas}^2 + ML \cdot V_{disk}^2 + V_{bulbe}^2} \quad (1.5)$$

$ML (>0)$ est un paramètre que nous chercherons à optimiser dans chacun des modèles. Ce paramètre représente le rapport masse sur luminosité et a pour but de préciser l'équation 1.5 en prenant en compte le fait que toute la lumière émise par la galaxie ne nous atteigne pas forcément, notamment en raison de nuages de poussière ou de gaz galactique qui par absorption ou diffusion, nous bloquerait l'accès de certains rayons lumineux.

1.2 Modélisation des halos de matière noire

La seconde étape de cet article est de modéliser et comparer le halo de matière noire de NGC2998 à partir de 3 modèles différents.

1.2.1 Le problème de la masse manquante

C'est en 1933 qu'un scientifique nommé Fritz Zwicky¹, a mis à jour un problème qui ne chamboula le monde de l'astrophysique qu'à partir des années 70 en raison de l'accumulation de preuve allant d'une matière invisible.

En étudiant un amas de galaxie, il mesura la dispersion de vitesse des galaxies de l'amas de Coma, grâce à l'effet Doppler et en conclut que la masse totale de l'amas était des centaines de fois plus importante que la masse visible. Il nomma cette masse manquante "Dunkle materie", ce qui en français se traduit par "Matière noire" [2]. En effet, une propriété de cette matière noire est qu'elle n'interagit pas avec le champ électromagnétique, ce qui la rend parfaitement invisible. Cet argument, entre autres, nous pousse à rejeter l'idée que la matière noire serait de nature baryonique. La nature de cette matière reste encore inconnue bien que de nombreuses hypothèses soient actuellement testées.

Une hypothèse concernant la distribution spatiale de la matière noire dans une galaxie est de dire que celle-ci enveloppe le disque galactique et s'étend bien au-delà des limites visibles de la galaxie. Ce qui permettra d'expliquer le caractère constant de la vitesse de rotation de la galaxie à grande distance de son centre, malgré le fait qu'on aurait pu s'attendre à une décroissance progressive de la vitesse de rotation à mesure que la distance augmente.

Les simulations numériques décrivent une dispersion de la densité de matière noire universelle appelée *cuspide* dont la densité croît fortement près du centre. En réalité, les observations nous montrent une seconde dispersion de cette densité, dite de *œur* où la densité est quasi-constante près du centre. Voici deux courbes 1.2, l'une représentant la densité en *cuspide* et l'autre en *œur*.

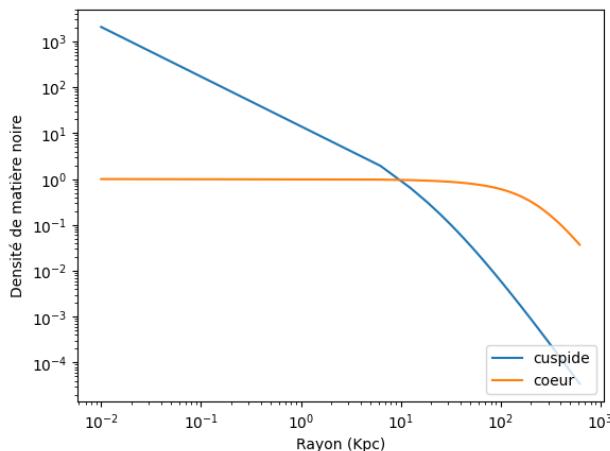


FIGURE 1.2 – Courbe typique de densité en cuspide (NFW 1.2.2) et en cœur (Burkert 95 1.2.3)

1. Astronome suisse qui fut l'un des premiers à étudier les structures extra-galactiques

1.2.2 NFW

Le modèle NFW fut développé grâce à des simulations numériques au milieu des années 1990 par Julio Navarro, Carlos Frenk et Simon White [3]. C'est un modèle général qui décrit une dispersion de densité dite en *cuspide*. Ce modèle est défini par la densité de matière noire suivante :

$$\rho(r) = \frac{\rho_c}{x(1+x^2)} \quad (1.6)$$

Avec $x = R/R_s$ et ρ_c la densité caractéristique. Ici R_s est le rayon d'échelle définissant la taille du halo de matière noire de la galaxie étudiée, on le définit avec des paramètres plus physiques notés $c \in [5; 30]$ qui caractérisent la concentration de matière noire au centre et R_{200} , le rayon de viriel [1].

$$c = \frac{R_{200}}{R_s} \Rightarrow R_s = \frac{R_{200}}{c} \quad (1.7)$$

Le rayon de viriel est le rayon dans lequel se trouve une densité moyenne égale à 200 fois la densité critique de l'Univers. Ceci définit donc aussi la "masse de viriel" M_{200} [1].

$$M_{200} = 4\pi R_{200}^3 \cdot 200\rho_{crit} \Rightarrow R_{200} = \sqrt[3]{\frac{M_{200}}{4\pi \cdot 200\rho_{crit}}} \quad (1.8)$$

Où ρ_{crit} est la densité critique de l'univers. C'est-à-dire la densité pour laquelle l'espace-temps est plat, dont la valeur est $\rho_{crit}=9.1351 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3$ ou $135.3659 \text{ Msun/kpc}^3$.

Revenons à l'équation 1.6, à ce profil de densité correspond un profil de masse :

$$M = \int_0^r 4\pi\rho(r) dr = 4\pi\rho_c R_s^3 \left(\ln\left(\frac{R_s+r}{R_s}\right) - \frac{r}{r+R_s} \right) \quad (1.9)$$

Ce modèle possède donc deux paramètres "c" et " M_{200} " qui sont les paramètres que nous estimerons à l'aide de méthodes d'optimisation.

1.2.3 Burkert 95

Le modèle Burkert 95 [4], développé par Andreas Burkert en 1995, décrit une dispersion de la densité de matière noire dite de *cœur*, suivant la formule suivante :

$$\rho(r) = \frac{\rho_c}{(1+x)(1+x^2)} \quad (1.10)$$

Toujours avec $x = r/R_s$, les paramètres de ce modèle sont les mêmes que ceux du modèle NFW à savoir c et M_{200} .

L'intérêt principal ici sera de déterminer quel modèle décrit le mieux la galaxie NGC2998 et donc de savoir si la dispersion de matière noire dans cette galaxie a plutôt un profil de *cuspide* ou de *cœur*.

1.2.4 Dekel-Zaho

Ce dernier modèle [5] est un peu particulier car c'est un modèle beaucoup plus flexible à 3 paramètres : c_2 , M_{200} et s_1 . c_2 possède la même signification que le paramètre c du modèle NFW, M_{200} correspond toujours à la masse de viriel et s_1 (le paramètre supplémentaire) correspond à la pente logarithmique de la densité à 1% de R_{200} .

Ce modèle est défini par la densité de matière noire suivante :

$$\rho(r) = \frac{\rho_c}{x^a(1+x^{1/2})^{2(3.5-a)}} \quad (1.11)$$

Ici ρ_c est la densité caractéristique défini par :

$$\rho_c = (1 - \frac{a}{3})c^a(1 + \sqrt{c})^{2(3-a)} \frac{3M_{200}}{4\pi R_{200}^3} \quad (1.12)$$

Dans cette formulation, a et c sont des paramètres intermédiaires sans grand intérêt physique, dont le lien avec nos paramètres c_2 et s_1 est :

$$c_2 = c \left(\frac{1.5}{2-a} \right)^2 \quad (1.13)$$

$$s(r) = -\frac{d \ln(\rho(r))}{d \ln r} = \frac{a + 3.5x^{1/2}}{1 + x^{1/2}} \quad (1.14)$$

$$s_1 = s(r_1 = 0.01R_{200}) = \frac{a + 3.5c^{1/2}(\frac{r_1}{R_{200}})^{1/2}}{1 + c^{1/2}(\frac{r_1}{R_{200}})^{1/2}} \quad (1.15)$$

Avec $x=r/R_s$.

Ici nous chercherons à optimiser les paramètres c_2 , s_1 et M_{200} .

Chapitre 2

Algorithme utilisé et données

2.1 Donnée

Les données 2.1 sur les vitesses de rotation et la brillance de NGC2998 ont été fournies par le télescope Spitzer¹. La vitesse de rotation Vobs, a été déterminé par l'observation du gaz atomique HI.

TABLE 2.1 – Données de rotation pour la galaxie NGC 2998 [6]

Rad (kpc)	Vobs (km s ⁻¹)	errV (km s ⁻¹)	Vgas (km s ⁻¹)	Vdisk (km s ⁻¹)	Vbul (km s ⁻¹)	SBdisk (Lsun pc ⁻²)	SBbul (Lsun pc ⁻²)
0.33	90	20	0.00	44.56	0.00	2070.29	0.00
0.99	125	15	0.66	93.23	0.00	1190.44	0.00
1.98	148	15	2.66	132.13	0.00	888.44	0.00
2.64	180	17	4.03	154.64	0.00	784.11	0.00
3.63	201	15	6.22	196.69	0.00	702.55	0.00
7.59	206	10	16.84	221.58	0.00	192.87	0.00
12.50	214	5	32.06	213.19	0.00	56.10	0.00

Nous pouvons voir que la galaxie NGC 2998 ne possède pas de bulbe.

2.2 Méthode d'optimisation

Vous l'aurez compris, le but ici sera de déterminer la valeur optimale des paramètres des différentes modélisations de halo de matière noire afin de reproduire la courbe de rotation de la galaxie NGC 2998. Pour ce faire, nous avons choisi de comparer deux méthodes pour préciser nos résultats.

Nous chercherons toujours à optimiser le logarithme des paramètres, cela permettra de

1. télescope spatial infrarouge développé par la NASA

diminuer le temps de calcul et d'augmenter la fiabilité de nos résultats, notamment pour M_{200} dont les valeurs s'étendent sur plusieurs puissances de dix.

2.2.1 Méthode des moindres carrés

La première d'entre elles est la méthode des moindres carrés. C'est une méthode très courante qui minimise la valeur du χ^2 . Cette méthode offre une grande rapidité de calcul et une simplicité d'utilisation. Néanmoins, elle est très sensible aux valeurs aberrantes, ce qui maximise le poids de certaines valeurs pour lesquelles l'erreur est trop grande. Il est aussi possible de rester dans un minimum local du χ^2 et non dans un minimum global, ce qui fausserait l'optimisation. Pour ce faire, nous utiliserons la méthode `curve_fit` du module `scipy.optimize` sur Python.

2.2.2 Monte Carlo par chaîne de Markov

La seconde méthode, dite de Monte Carlo par chaîne de Markov, utilise les statistiques bayésiennes pour optimiser les paramètres. Nous supposerons que les erreurs sur les mesures suivent une distribution gaussienne et sont indépendantes.

Tout d'abord, cette méthode nécessite l'introduction de la fonction de vraisemblance, qui prend comme variable des paramètres à optimiser. Par exemple prenons le modèle NFW qui possède deux paramètres c et M_{200} , qui vont nous permettre de "reproduire" la courbe de rotation observée de la galaxie NGC2998, le maximum de la fonction de vraisemblance nous donne la valeur la plus vraisemblable des paramètres c et M_{200} au vu des valeurs observées de la vitesse de rotation de cette galaxie (noté V_{obs} dans la table 2.1). Pour trouver le maximum de cette fonction de vraisemblance, cette méthode va générer N "marcheur" qui ont une certaine probabilité de se déplacer ou non d'une distance Δx à chaque "pas" (Bien souvent il y a plus de 10 000 pas par marcheur). Les marcheurs vont, en quelque sorte, parcourir la fonction de vraisemblance jusqu'à trouver un extremum et s'y arrêter. Dans les faits, nous utilisons le logarithme de la fonction de vraisemblance, étant toujours croissante, l'extremum sera forcément un maximum.

Cette méthode est donc beaucoup plus efficace, mais nécessite un temps et une puissance de calculs bien plus conséquents pour converger en raison du nombre de "marcheur" et du nombre de "pas". C'est pour cette raison que nous n'avons pu utiliser cette méthode pour optimiser les paramètres du modèle Dekel-Zaho. De plus, cette méthode est très sensible aux valeurs initiales de ces paramètres. Toutes ces raisons nous poussent à accorder une attention particulière aux critères de convergence vers une solution adéquate. Afin d'implémenter cette méthode dans un programme Python, nous utiliserons le module `emcee`.

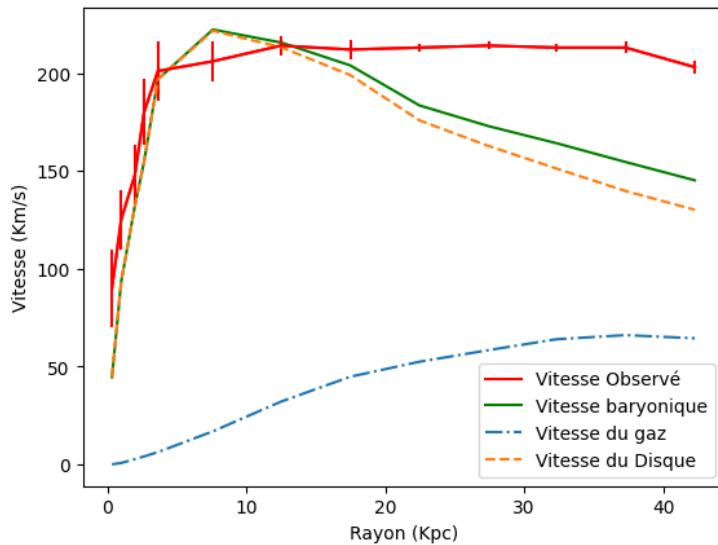
Chapitre 3

Résultat et Analyse

3.1 Courbe de rotation

L'analyse des données nous permet de tracer la courbe de rotation 3.1 en comparant V_{obs} , la vitesse de rotation observée par effet Doppler et V_{bar} , la vitesse de rotation de la matière baryonique :

FIGURE 3.1 – Courbe de rotation de NGC 2998



Il apparaît clairement que la vitesse de rotation de la matière baryonique seule ne suffit pas à expliquer la vitesse de rotation totale de la galaxie NGC 2998. De plus, comme on pouvait s'attendre, la vitesse de rotation de la matière baryonique décroît quand r augmente, contrairement à la vitesse de rotation observée. Une solution à ce problème est d'introduire de la masse supplémentaire car comme nous l'avons vu dans la section 1.1.1, il y a un lien entre masse et vitesse de rotation. Cette masse n'est autre que la matière

noire. Dorénavant, on considérera la vitesse de rotation du halo de matière noire (noté V_{halo}) pour calculer la vitesse de rotation totale de NGC 2998 :

$$V_{total} = \sqrt{V_{halo}^2 + V_{gas}^2 + ML \cdot V_{disk}^2} \quad (3.1)$$

De plus, nous pouvons remarquer que la grande majorité de la contribution à la vitesse de rotation de la matière baryonique vient du disque de la galaxie. C'est donc ce disque qui concentre la majorité de la masse baryonique. Le disque étant composé d'étoiles, nous pouvons affirmer que la majorité de la masse baryonique de la galaxie est contenue dans les étoiles.

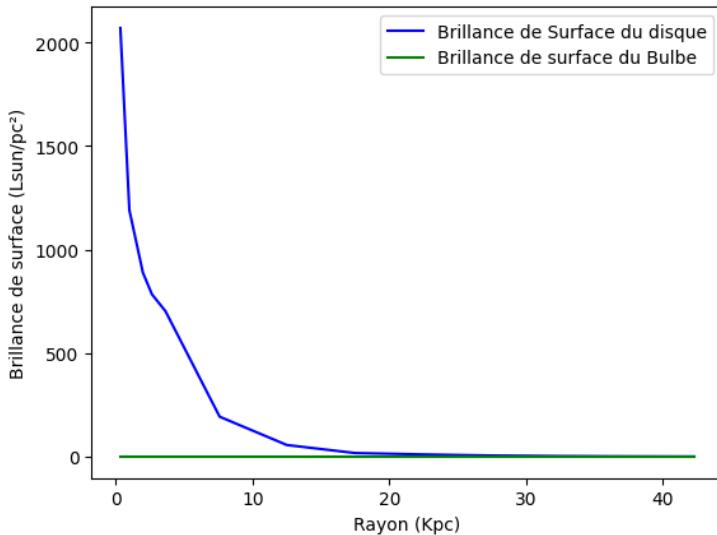
3.2 Étude de la luminosité du disque

Dans cette partie, nous étudierons la luminosité du disque de NGC 2998. En effet, la grande majorité de la lumière émise par NGC 2998 nous vient directement de ce disque composé d'étoile.

3.2.1 Brillance de surface

Commençons par discuter de la brillance de surface du disque. La brillance de surface du bulbe est nulle simplement car NGC 2998 n'en possède pas.

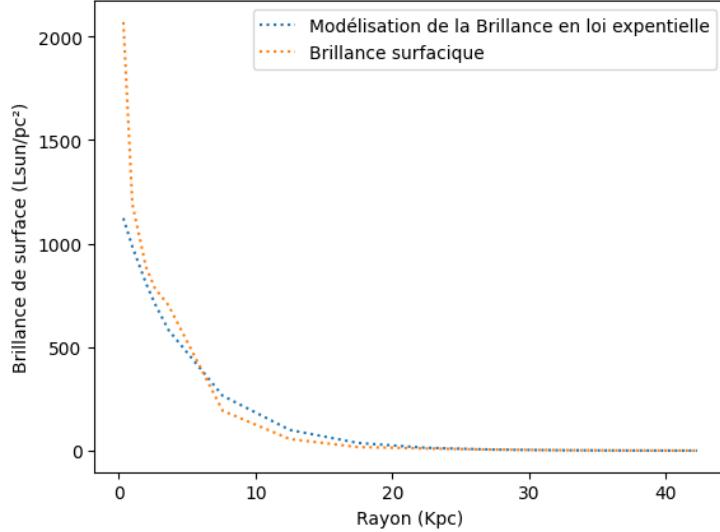
FIGURE 3.2 – Brillance de surface du disque en fonction du rayon



La brillance de surface du disque 3.2 semble clairement suivre une exponentielle décroissante de la forme : $S(r) = S_0 e^{-\frac{r}{R_0}}$
Si nous prenons le logarithme de S, on se retrouve avec une simple équation linéaire dont

les paramètres S_0 et R_0 sont l'ordonnée à l'origine et la pente : $\ln(S(r)) = \ln(S_0) - \frac{r}{R_0}$. Grâce à la fonction polyfit du module numpy de Python, on obtient les paramètres de $S(r)$: $S_0=1199.234 \text{ Lsun}/\text{pc}^2$ et $R_0=5.0337 \text{ kpc}$. En voici la modélisation figure 3.3.

FIGURE 3.3 – Brillance de surface du disque en fonction de rayon



Effectivement, la modélisation en exponentielle décroissante semble correcte.

3.2.2 Rapport masse du disque sur sa luminosité

A présent, nous possédons une expression de la brillance de surface, nous allons pouvoir déterminer la luminosité en fonction du rayon en faisant l'hypothèse que la galaxie est un disque d'épaisseur négligeable. La luminosité s'exprime donc comme $I(r) = S(r) \cdot \pi r^2$. Enfin, la masse nous est directement donnée de la vitesse de rotation du disque en vertu de l'équation 1.4. Ceci nous permet de tracer la masse du disque sur sa luminosité en fonction du rayon (figure 3.4).

La courbe 3.4 indique clairement que la masse croît plus vite que la luminosité à mesure que l'on s'éloigne du centre de la galaxie. Autrement dit, les régions externes du disque contiennent plus de masse par unité de luminosité. Cette augmentation peut s'expliquer par la présence croissante de matière noire dans les régions externes. En effet, la luminosité est principalement due aux étoiles (matière baryonique visible), alors que la masse inclut aussi la contribution de la matière noire qui devient dominante à grande distance. Il se peut aussi qu'il y ait un changement de population stellaire (étoiles plus vieilles, plus froides, ou moins nombreuses), ce qui réduirait la luminosité sans diminuer la masse. La courbe suggère que la matière noire joue un rôle de plus en plus important dans la dynamique galactique à mesure que l'on s'éloigne du centre. Le rapport $(M/L)_{disk}$ croissant est un indice fort de la présence de masse non lumineuse.

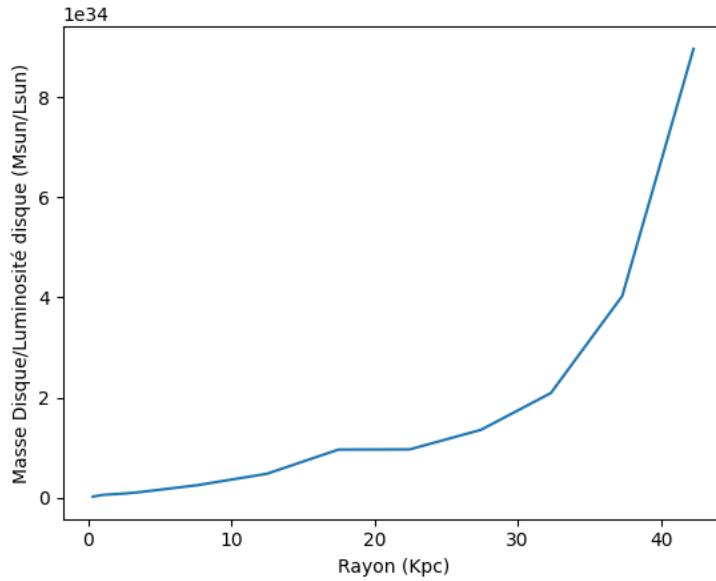


FIGURE 3.4 – Rapport masse du disque sur sa luminosité en fonction du rayon

3.3 Modélisation des différents halo de matière noire

3.3.1 NFW

A partir des équations décrites dans la section 1.2.2, nous avons pu modéliser sur Python ce halo et optimiser les paramètres c , M_{200} et ML pour la galaxie NGC 2998. Voici les résultats obtenus grâce à la méthode des moindres carrés :

$$M_{200} = 10^{12} \text{ Msun}$$

$$c = 7.16$$

$$ML = 0.648 \text{ Msun/Lsun}$$

Avec des erreurs respectives de 2 sur le log de Msun, 0.12 pour c et 0.086 Msun/Lsun pour ML .

Ces valeurs semblent correspondre à ce dont nous nous attendions. De plus, les erreurs obtenues se trouvent être plutôt basses. La courbe de rotation associée à ces paramètres est la figure 3.5. Cette figure montre que le modèle corrobore plutôt bien avec la vitesse observée malgré le fait qu'au centre la modalisation est moins bonne, ce qui peut s'expliquer d'une part à cause des barres d'erreurs sur les mesures de la vitesse observée qui sont plus grandes à mesure que l'on s'approche du centre et d'autre part car le modèle NFW est assez restrictif notamment sur la pente de la densité.

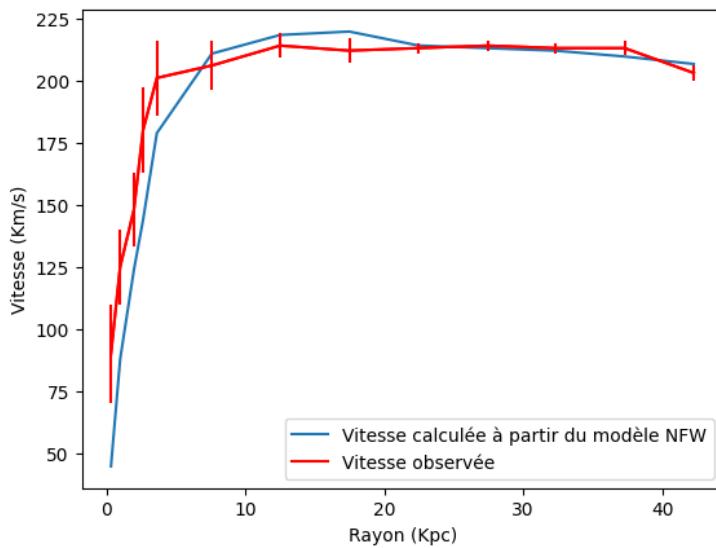


FIGURE 3.5 – Vitesse de rotation calculée à partir du modèle NFW optimisé par la méthode des moindres carrés et observée

Concernant la méthode de Monte Carlo par chaîne de Markov (MCMC), nous avons dû restreindre les intervalles sous peine d'avoir des résultats incohérents. C'est pour cela que $M_{200} \in [10^{10}; 10^{13}]$, $c \in [1; 10]$ et $ML \in [0; 10]$ et que nos valeurs initiales sont $M_{200} = 10^{11}$ Msun, $c=5$ et $ML=4$ Msun/Lsun. Voici les résultats obtenus grâce à la méthode MCMC :

$$M_{200} = 1.3 \cdot 10^{12} \text{ Msun}$$

$$c = 6.08$$

$$ML=0.69 \text{ Msun/Lsun}$$

Avec des erreurs respectives sur le logarithme des paramètres de $\{+0.19; -0.08\}$ Msun, $\{+0.149; -0.19\}$ et $\{+0.05; -0.19\}$ Msun/Lsun.

Les erreurs ici sont assez élevées, nous pouvons donc considérer ces résultats comme peu fiables. La cause de ces erreurs sont les contraintes sur les valeurs initiales et l'intervalle des valeurs permises, qui restreignent sûrement trop la recherche de solution mais sans lesquels les solutions trouvées étaient aberrantes. Voici un graphique 3.6 montrant l'évolution de chaque marcheur, les valeurs en ordonnée sont le logarithme de chaque paramètre.

Il apparaît alors que les marcheurs s'étaisent, d'une part, sur une trop grande plage de valeurs sans pouvoir fixer une valeur à nos paramètres, en particulier pour c . D'autre part, les marcheurs tentent d'aller vers une valeur de c supérieure aux bornes de c qui sont comprises entre 0 et 10. Enfin, voici un graphique illustrant les covariances entre chaque paramètre 3.7.

On peut voir clairement que les paramètres sont corrélés et que donc une erreur sur l'un des paramètres se propage aussitôt aux autres. Il apparaît clairement aussi que le programme tente de donner à c une valeur supérieure à 10. Malgré tous nos efforts pour

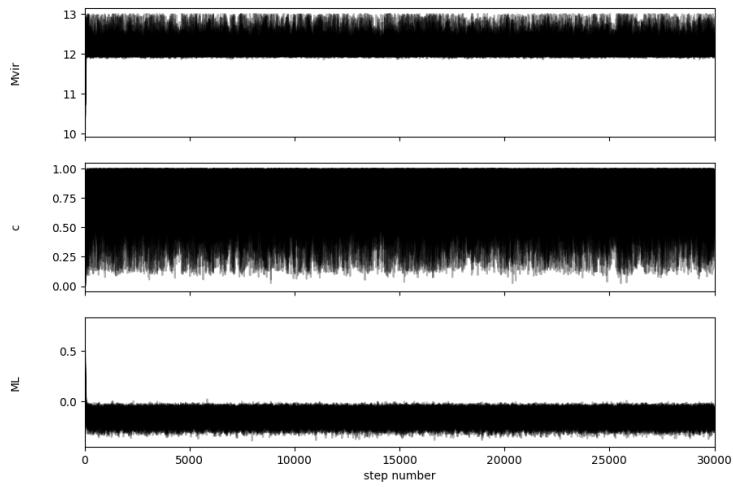


FIGURE 3.6 – Evolution des marcheurs en fonction du nombre de pas

parvenir à obtenir de meilleurs résultats, nous n'avons pas réussi à ce que chaque paramètre soit une valeur sensée Voici la courbe de rotation finale combinant vitesse observée, vitesse calculée à partir du modèle NFW et optimisée avec la méthode des moindres carrés et celle à partir de la méthode de Monte Carlo par chaînes de Markov (noté MCMC) 3.8 :

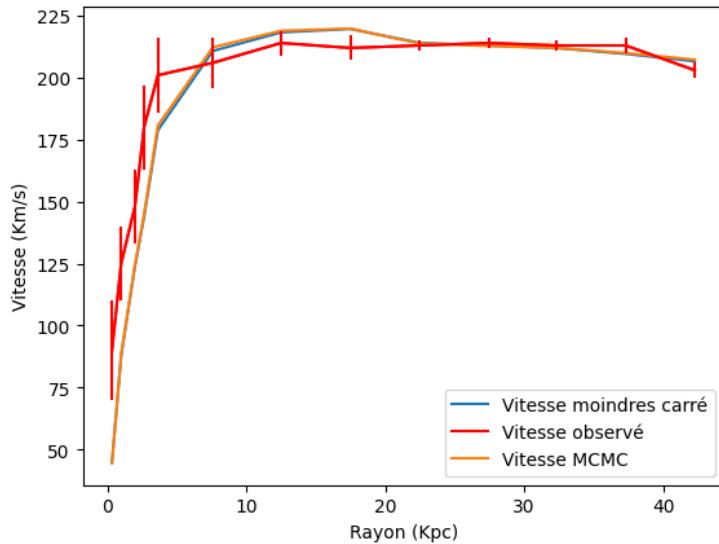


FIGURE 3.8 – Vitesse de rotation (Observé, NFW optimisé par la méthode des moindres carrés et NFW optimisée par MCMC) en fonction du rayon

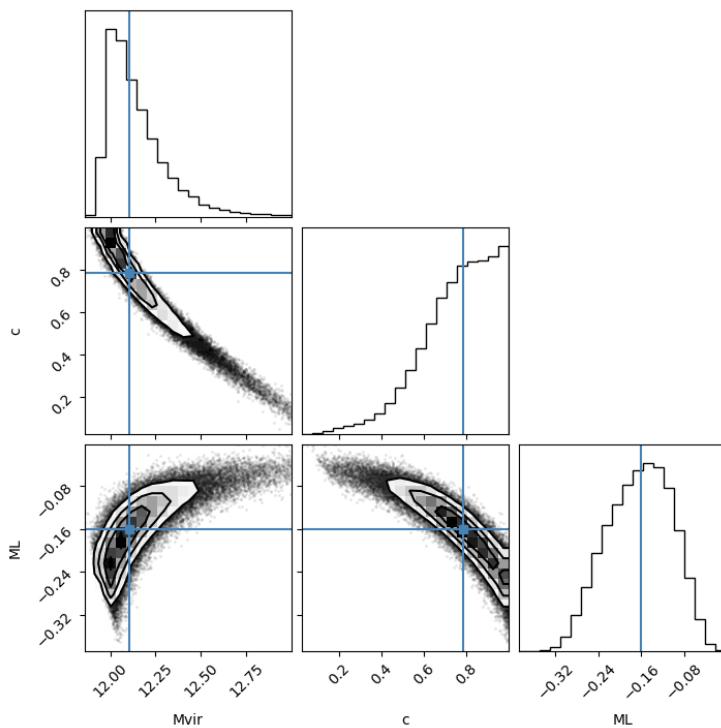


FIGURE 3.7 – Graphique illustrant la covariance en chaque paramètres

3.3.2 Burkert 95

Grâce aux équations détaillées dans la section 1.2.3, nous pouvons tracer la courbe de rotation en optimisant les paramètres M_{200} , c et ML .

Les valeurs obtenues avec la méthode des moindres carrées sont :

$$M_{200} = 8.5 \cdot 10^{10} \text{ Msun}$$

$$c = 3.96$$

$$ML = 0.87 \text{ Msun/Lsun}$$

Avec des erreurs respectivement de 1.3 pour le log de Msun, 1.11 pour c et 0.03Msun/Lsun pour ML .

Ce qui nous donne la courbe de rotation suivante 3.9. On aurait pu espérer de meilleurs résultats proche du centre de la galaxie, mais la courbe ici représentée est similaire à celle modélisée par NFW.

Voici les résultats obtenus après l'optimisation des paramètres par MCMC :

$$M_{200} = 8.4 \cdot 10^{10} \text{ Msun}$$

$$c = 3.96$$

$$ML = 0.87 \text{ Msun/Lsun}$$

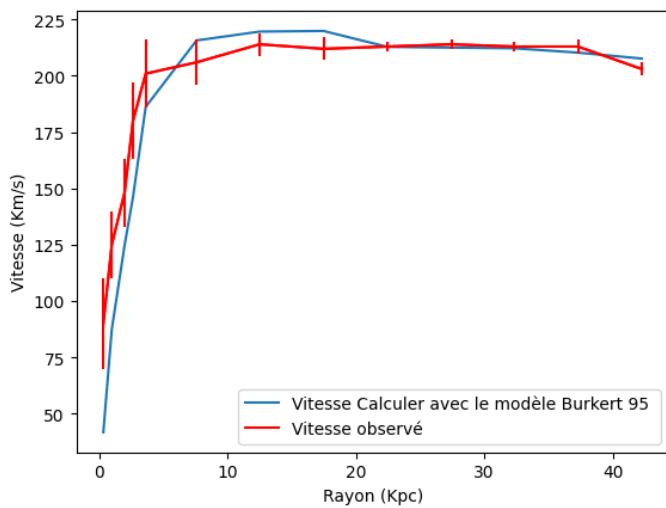


FIGURE 3.9 – Vitesse de rotation calculée à partir du modèle Burkert 95 optimisé avec la méthode des moindres carrés et vitesse observée

Avec des erreurs sur le logarithme des paramètres respectivement de +0.1 ; 0.09 Msun, +0.04 ; 0.03 et +0.02 ; -0.028 Msun/Lsun.

Les marges d'erreurs sont très faible (les erreurs ici sont en grande partie à cause des incertitudes sur les mesures expérimentales), ces valeurs obtiennent donc bien plus de crédit que celles précédemment décrites pour le modèle NFW. En effet, les graphiques 3.10 ci-dessous montrent bien que les marcheurs se sont assez vite fixés sur une valeur fixe au sein des bornes de chaque paramètre.

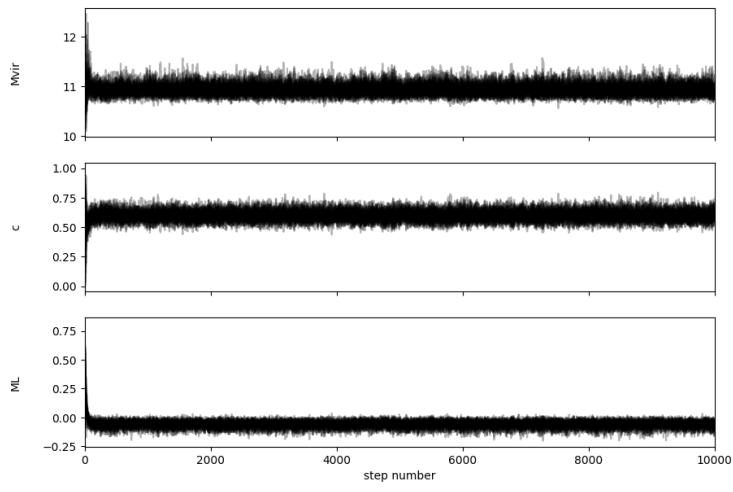


FIGURE 3.10 – Evolution des marcheurs en fonction du pas (Les valeurs des paramètres sont en logarithme)

Regardons à présent du côté du graphique en coin (figure : [3.11](#) illustrant les covariances entre chaque paramètre :

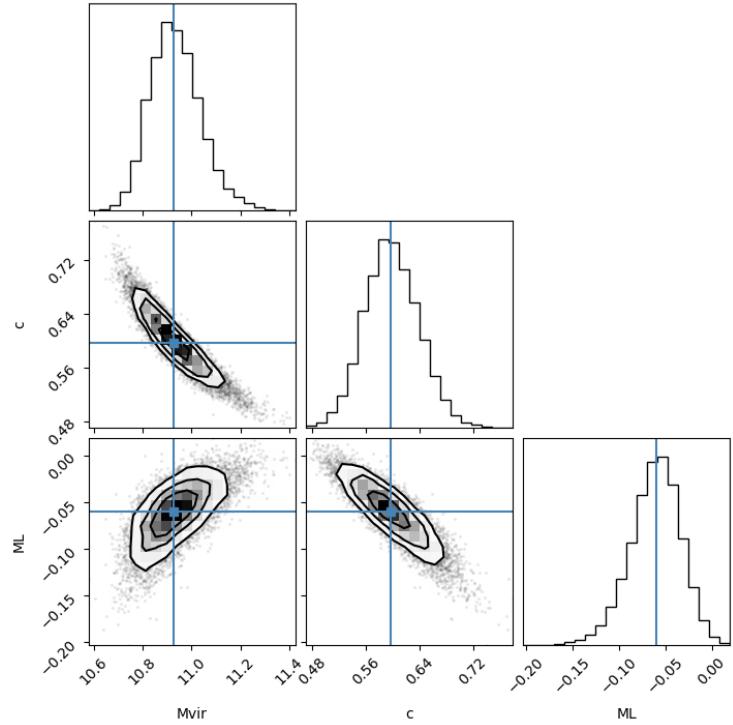


FIGURE 3.11 – Graphique en coin illustrant les covariances entre chaque paramètre

D'une part, l'on peut voir que les paramètres sont fortement corrélés, ce qui n'est pas un grand surprise car nous l'avions déjà vu dans la section 3.3.1. D'une autre part, la dispersion des probabilités de nos paramètres trace une gaussienne centrée autour de nos paramètres optimisée. Ce qui signifie que le programme a bien réussi à optimiser nos paramètres.

Enfin, voici la courbe de rotation de NGC 2998 dans laquelle l'on peut voir la vitesse de rotation observée, la vitesse de rotation du modèle Burkert 95 optimisée par la méthode des moindres carrés et celle optimisée par la méthode MCMC sur la figure 3.12.

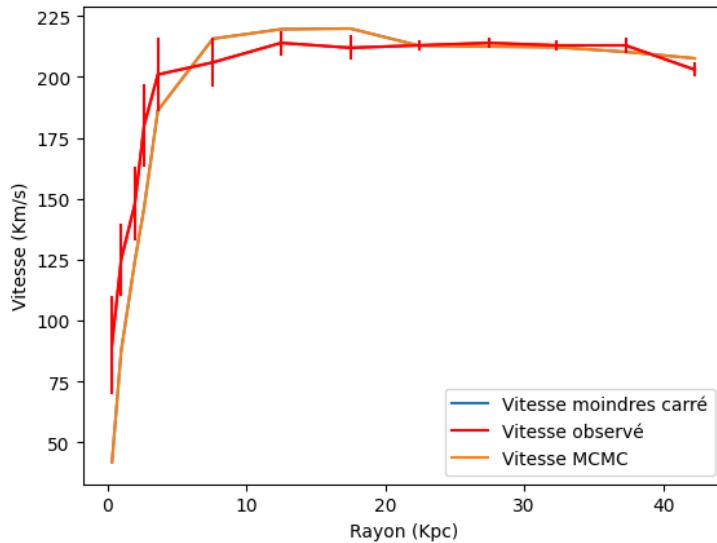


FIGURE 3.12 – Vitesse de rotation observée et calculée à partir du modèle Burkert 95 et optimisée avec la méthode des moindres carrés et MCMC

3.3.3 Dekel Zaho

Dans ce dernier modèle que nous étudions, nous n'avons pas pu implémenter la méthode d'optimisation MCMC à cause du temps de calcul nécessaire à la réalisation de celle-ci. Mais voici nos résultats en utilisant les équations introduites dans la section 1.2.4 optimisée grâce à la méthode des moindres carrés.

Les valeurs optimisées sont :

$$M_{200} = 9.76 \cdot 10^{11} \text{ Msun}$$

$$c_2 = 24.5$$

$$ML = 0.13 \text{ Msun/Lsun}$$

$$s_1 = 1.65$$

Avec des erreurs respectivement de 1.25 Msun, 0.22, 0.87 Msun/Lsun et 0.02.

Ce qui nous permet de tracer la courbe de rotation modélisée à partir du modèle de Dekel-Zaho sur la figure 3.13.

On peut remarquer que le modèle de Dekel Zaho corrobore presque parfaitement avec la vitesse de rotation observée. Ce qui est complètement normal étant donné que ce modèle est un modèle très flexible à 3 paramètres. C'est aussi le seul modèle à ne pas avoir une pente de la densité de matière noire au centre contrainte.

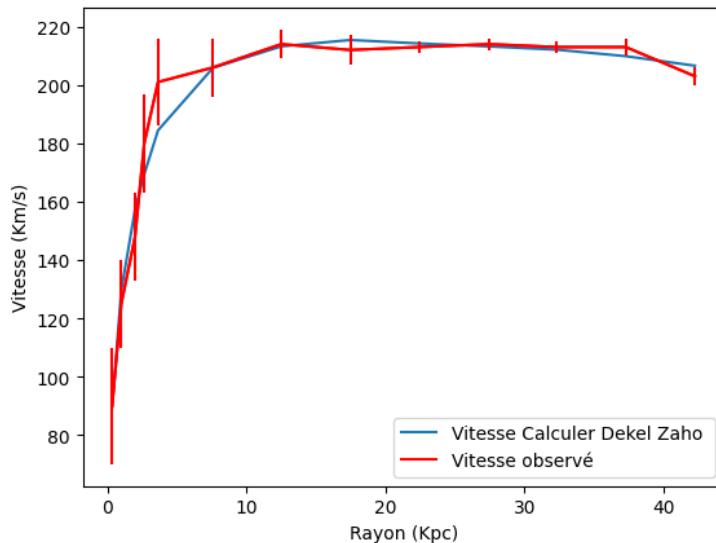


FIGURE 3.13 – Courbe de rotation représentant la vitesse observée et la vitesse calculée à partir du modèle de Dekel-Zaho optimisé par la méthode des moindres carrés

3.3.4 Comparaison des modèles

Pour commencer, voici un graphisme représentant les différentes courbes de rotation observées, NFW, Burkert 95 et Dekel Zaho optimisées à partir de la méthode des moindres carrées.

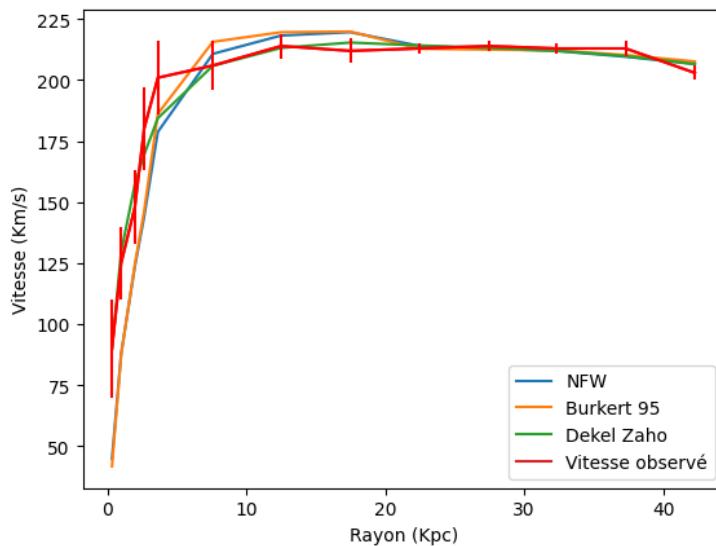


FIGURE 3.14 – Courbe de rotation observée et calculée à partir des différents modèles optimisés grâce à la méthode des moindres carrés

Afin de comparer les différents modèles et de voir lequel décrit le mieux la dispersion de matière noire au sein de NGC 2998, nous nous proposons d’abord de comparer la valeur du χ^2 réduite :

- $\chi^2_{NFW} = 26.08$
- $\chi^2_{Burkert95} = 28.77$
- $\chi^2_{DekelZaho} = 0.77$

La différence, ici présentée, entre le modèle NFW et le modèle Burkert 95 n’est pas assez significative pour conclure sur la nature de la dispersion de matière noire au sein de la galaxie NGC 2998. Malgré tout, le modèle NFW obtient légèrement une valeur plus basse du χ^2 , ce qui suggère une meilleure approximation de la densité de matière noire avec ce modèle. Quant au modèle de Dekel-Zaho, la valeur du χ^2 est proche de 0. En effet, les deux courbes se confondent presque à certains égards, ce qui s’explique par la flexibilité du modèle, mais il ne permet pas d’affirmer si la dispersion de matière noire est plutôt en *cuspide* ou en *coeur*. La grande différence entre ces modèles réside dans les valeurs des paramètres présentés précédemment, dont un tableau récapitulatif est présenté ci-dessous 3.1.

On rappelle la signification physique des différents paramètres :

- M_{200} : Masse de la galaxie. Ce paramètre est relié au rayon de viriel R_{200} qui est considéré comme le rayon maximum de la structure [1].
- c : La concentration.
- ML : Le rapport masse sur luminosité qui permet de préciser l’équation 1.5.
- s_1 : La pente de la densité à 1% du rayon de viriel.

Paramètres des différents modèles			
Paramètres	NFW	Burkert 95	Dekel Zaho
M_{200} (Msun)	10^{12}	$8.5 \cdot 10^{10}$	$9.76 \cdot 10^{11}$
c	7.16	3.96	24.5
ML (Msun/Lsun)	0.648	0.87	0.13
s_1			1.65

TABLE 3.1 – Différentes valeurs des paramètres optimisées par la méthode des moindres carrés

Conclusions

Dans cet article, nous avons pu mettre en évidence le problème de la masse manquante dans la galaxie NGC 2998, en observant que la masse de la matière baryonique seule ne pouvait expliquer la vitesse de rotation de la galaxie. Pour pallier ce problème, nous avons suivi l'hypothèse de l'existence d'une masse invisible appelée matière noire. Grâce à différents modèles de densité de cette matière noire, nous avons pu modéliser des courbes de rotation avec cette fameuse masse supplémentaire. Chacun de ces trois modèles, avec ses spécificités, a pu nous permettre d'avoir une idée de la manière dont on peut modéliser cette matière noire, que ce soit avec un modèle de *cuspide*, de *cœur* ou bien plus flexible. De plus, les différentes caractéristiques du halo de matière noire au sein de la galaxie NGC 2998 sont fortement impactées en fonction du type de modélisation (table : 3.1).

La nature de cette matière reste encore inconnue, malgré les nombreuses expériences et modèles tentant de percer ce mystère. La seule certitude est qu'elle n'est pas de nature baryonique. Et si elle n'existe pas ?

En effet, il y a une poignée de chercheurs, qui travaillent ardemment en essayant de trouver d'autres solutions à ce problème que l'existence de la matière noire comme les théories de gravitation modifiée, on peut citer la théorie MOND (Modified Newtonian Dynamics) [2] qui se propose de réviser les équations de Newton pour des accélérations faibles. Le champ des possibles est large, il n'attend donc qu'à être exploré. Ce qui est certain, c'est que ce domaine de recherche sera riche et les découvertes futures risquent bien de chambouler autant les théories actuelles sur l'infiniment grand que sur l'infiniment petit.

Bibliographie

- [1] Alexis Dumas. *Recherche indirecte de matière noire en direction des galaxies naines avec le télescope à neutrinos ANTARES*. PhD thesis, Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II, 2015.
- [2] Jonathan Freundlich Benoit Famaey. Matière noire et (ou) gravitation modifiée : une approche historique et épistémologique.
- [3] Simon D.M. White Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk. A universal density profile from hierarchical clustering. *arXiv*, 1997.
- [4] A. Burkert. The structure of dark matter haloes in dwarf galaxies. *Astrophysical Journal*, 1995.
- [5] Jonathan Freundlich Fangzhou Jiang Avishai Dekel Nicolas Cornuault Omry Ginzburg Rémy Koskas Sharon Lapiner Aaron Dutton and Andrea V. Maccio. The dekel-zhao profile : a mass-dependent dark-matter density profile with flexible inner slope and analytic potential, velocity dispersion, and lensing properties. *The Royal Astronomical society*, 2020.
- [6] Stacy S. McGaugh Federico Lelli and James M. Schombert. Sparc : Mass models for 175 disk galaxies with spitzer photometry and accurate rotation curves. *The Astronomical Journal*, 2019.