

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY**

Evidenčné číslo: FEI-104376-104245

**REKONŠTRUKCIA POVRCHU Z MRAČIEN BODOV
DIPLOMOVÁ PRÁCA**

2024

Bc. Matúš Jankech

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY**

Evidenčné číslo: FEI-104376-104245

**REKONŠTRUKCIA POVRCHU Z MRAČIEN BODOV
DIPLOMOVÁ PRÁCA**

Študijný program: Robotika a kybernetika

Názov študijného odboru: kybernetika

Školiace pracovisko: Ústav robotiky a kybernetiky

Vedúci záverečnej práce: Ing. Martin Dekan, PhD.

Bratislava 2024

Bc. Matúš Jankech



ZADANIE DIPLOMOVEJ PRÁCE

Autor práce:
Študijný program:
Študijný odbor:
Evidenčné číslo:
ID študenta:
Vedúci práce:
Vedúci pracoviska:
Miesto vypracovania:

Bc. Matúš Jankech
robotika a kybernetika
kybernetika
FEI-104376-104245
104245
Ing. Martin Dekan, PhD.
prof. Ing. František Duchoň, PhD.
Ústav robotiky a kybernetiky

Názov práce:

Rekonštrukcia povrchu z mračien bodov

Jazyk, v ktorom sa práca
vypracuje:

slovenský jazyk

Špecifikácia zadania:

Výsledkom geodetického mapovania pomocou laserového diaľkomeru vzniká mračno bodov vysokej hustoty. Takéto mračno bodov môže dosahovať až desiatky gigabytov priestoru, čo značne komplikuje prácu s ním. Často používaným riešením je jeho podvzorkovanie, čo ale môže spôsobiť stratu detailov. Jedným z riešení je navrhnuté adaptívne prevzorkovanie, ktoré v prípade členitých povrchov zachová plné rozlíšenie mračna bodov a v prípade plôch nastáva výraznejšie vyniechanie bodov. Aby nevyzeralo novovzniknuté mračno bodov nespojité, tak sa vytvorí z tohto mračna takzvaný mesh, ktorý reprezentuje povrch nasnímaných objektov. Cieľom tejto práce je navrhnuté práve takéto podvzorkovanie a rekonštrukciu povrchu, ktorá výrazne zníži pamäťové nároky na uchovávanie bez straty detailov. Práca bude vypracovaná v spolupráci so spoločnosťou Lidarett.

Úlohy

1. Naštudujte si algoritmy spracovania mračien bodov.
2. Naštudujte si algoritmy rekonštrukcie povrchu.
3. Navrhnite a implementujte riešenie prevzorkovania a rekonštrukcie povrchu z mračna bodov.
4. Navrhnuté riešenie overte a spracujte do práce.
5. Vyhodnoťte dosiahnuté výsledky.

Termín odovzdania práce:

10. 05. 2024

Dátum schválenia zadania
práce:

Zadanie práce schválil:

SÚHRN

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A INFORMATIKY

Študijný program:

Robotika a kybernetika

Autor:

Bc. Matúš Jankech

Diplomová práca:

Rekonštrukcia povrchu z mračien bodov

Vedúci záverečnej práce:

Ing. Martin Dekan, PhD.

Miesto a rok predloženia práce:

Bratislava 2024

Kľúčové slová: kľúčové slovo1, kľúčové slovo2, kľúčové slovo3

ABSTRACT

SLOVAK UNIVERSITY OF TECHNOLOGY IN BRATISLAVA
FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND INFORMATION TECHNOLOGY

Study Programme:	Robotics and cybernetics
Author:	Bc. Matúš Jankech
Master's thesis:	Surface reconstruction from point cloud
Supervisor:	Ing. Martin Dekan, PhD.
Place and year of submission:	Bratislava 2024

Keywords: keyword1, keyword2, keyword3

Pod'akovanie

Obsah

Úvod	1
1 Mračná bodov a ich spracovanie	2
1.1 Dátové štruktúry pre spracovanie mračna bodov	3
1.1.1 Voxelová mriežka	3
1.1.2 K-d strom	4
1.1.3 Oktálový strom	5
1.2 Filtrácia mračna bodov	6
1.2.1 Štatisticky založené metódy	6
1.2.2 Metódy založené na susednosti	7
1.3 Podvzorkovanie mračna bodov	8
1.3.1 Bežné podvzorkovacie metódy	8
1.3.2 Adaptívne podvzorkovacie metódy	10
1.4 Segmentácia	11
1.4.1 Segmentačné metódy	11
1.4.2 DBSCAN	13
1.4.3 K-means	13
1.4.4 RANSAC	14
2 Rekonštrukcia a spracovanie povrchu	16
2.1 Metódy pre rekonštrukciu povrchu	17
2.1.1 Marching cubes	17
2.1.2 Poisson	18
2.1.3 Ball pivoting	19
2.1.4 MLS	19
2.1.5 MPU	21
2.2 Metódy pre zjednodušenie povrchu	22
2.2.1 Lokálne metódy	22
2.2.2 Globálne metódy	23
3 Špecifikácia cieľov	25
4 Použité súbory dát	26
5 Realizácia riešenia	29

5.1	Odstránenie odľahlých bodov	29
5.2	Separácia bodov zeme a objektov	31
5.3	Zhlukovanie bodov objektov do supervoxelov	33
5.4	Segmentácia mračna bodov	35
5.5	Podvzorkovanie mračna bodov	37
5.5.1	Podvzorkovanie bodov zeme	37
5.6	Rekonštrukcia povrchu	39
6	Overenie riešenia	40
7	Zhrnutie dosiahnutých výsledkov	41
Záver		42
Zoznam použitej literatúry		43

Zoznam obrázkov a tabuliek

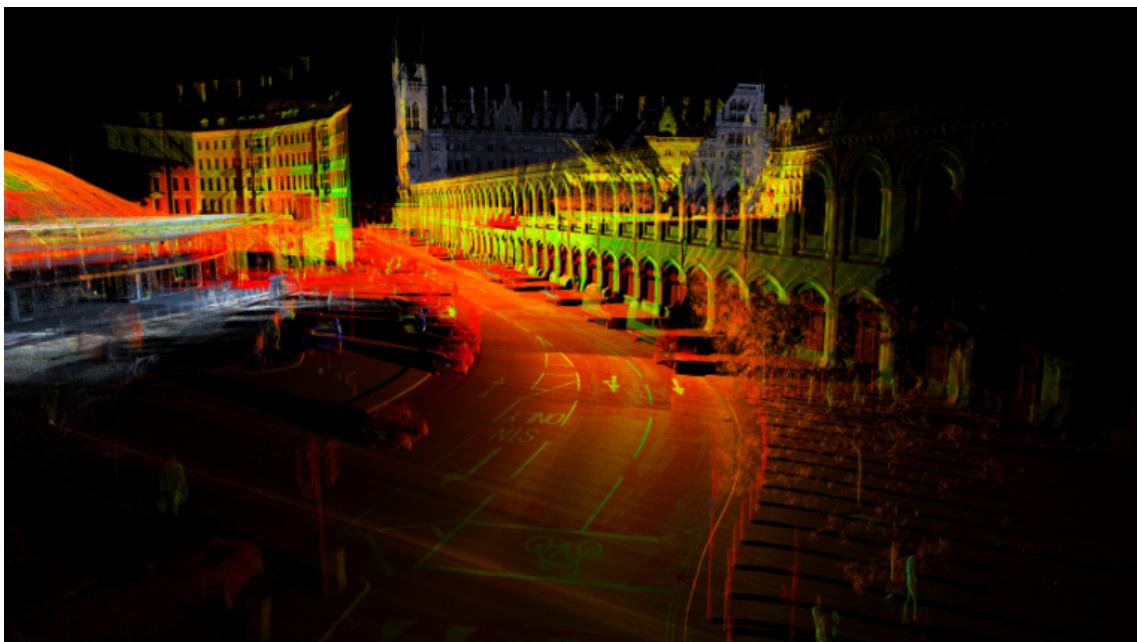
Obrázok 1.1	Ukážka mračna bodov	2
Obrázok 1.2	Voxelová reprezentácia mračna bodov - (a) Originálne mračno bodov (b) Voxelová reprezentácia [1]	3
Obrázok 1.3	Reprezentácia k-d stromu v 2D priestore [5]	4
Obrázok 1.4	Tradičná reprezentácia oktálového stromu [7]	5
Obrázok 1.5	Optimalizovaná reprezentácia oktálového stromu (Bunky obsahujúce body označené šedou farbou) [6]	6
Obrázok 1.6	Princíp filtrovania odľahlých bodov pomocou SOR [10]	7
Obrázok 1.7	Princíp filtrovania odľahlých bodov pomocou ROR v 2D	8
Obrázok 1.8	Ukážka rôznych metód podvzorkovania [11]	9
Obrázok 1.9	Ukážka klasifikácie dôležitých bodov pomocou metódy založenej na rovinnosti [12]	10
Obrázok 1.10	Rozdelenie segmentačných metód	11
Obrázok 1.11	Porovnanie segmentácie pomocou DBSCAN a K-means algoritmu [18]	14
Obrázok 1.12	Postup RANSAC algoritmu pre odhad parametrov modelu priamky .	15
Obrázok 2.1	Ukážka rekonštrukcie povrchu - (a) mračno bodov (b) zrekonštrovaný povrch	16
Obrázok 2.2	Rôzne možnosti konfigurácie voxelov [22]	17
Obrázok 2.3	Ukážka poissonovej rekonštrukcie v 2D [23]	18
Obrázok 2.4	Ukážka ball-pivoting rekonštrukcie v 2D - (a) Ideálny prípad (b) mála a neuniformná hustota bodov (c) príliš veľké zakrivenie (väčšie ako $1/\rho$) [23]	19
Obrázok 2.5	Ukážka princípu pre viacero variantov MLS v 2D. Miestne aproxi-mácie vypočítané pre hodnotiaci bod x sú znázornené zelenou farbou. Oranžové krivky zodpovedajú rekonštruovaným iso-kontúram. [25]	20
Obrázok 2.6	Ukážka rekonštrukcie pomocou MPU implicit. Ľavá časť modelu, je ofarbená podľa hĺbky rozdelenia s tým, že stúpa od modrej až po červenú. Modely v pozadí sú rekonštruované so stúpajúcou chybou v odhade. [26]	21
Obrázok 2.7	Ukážka decimácie vrcholu v 2D	22

Obrázok 2.8	Ukážka kolapsu strany v 2D	23
Obrázok 2.9	Ukážka zhlukovania vrcholov v 2D. Originálne vrcholy (čierne), po úprave (modré) pre viditeľnosť posunuté od stredu mriežky	24
Obrázok 4.1	Mračno bodov mestskej časti s bytovkami - <i>SD1</i> (Optech CL-360) .	26
Obrázok 4.2	Mračno bodov mestskej časti s kruhovým odjazdom - <i>SD2</i> (Optech CL-360)	27
Obrázok 4.3	Mračno bodov parkoviska pri obchodoch - <i>SD3</i> (Hesai XT-32) . . .	27
Obrázok 4.4	Mračno bodov ulice so trolejbusovou zastávkou - <i>SD4</i> (Hesai XT-32)	28
Obrázok 4.5	Mračno bodov dedinskej časti - <i>SD5</i> (Hesai XT-32)	28
Obrázok 5.1	Výsledné mračná bodov (pôvodná farba) po odstránení odľahlých bodov (biele farba) pomocou SOR metódy (<i>SD1</i> hore, <i>SD2</i> dole) .	30
Obrázok 5.2	Mračná bodov objektov (pôvodná farba) po separácii bodov zeme (biele farba) pomocou approximácie morfologického filtra (<i>SD1</i> hore, <i>SD2</i> dole)	32
Obrázok 5.3	Mračná bodov objektov zoskupené do supervoxelov rôznej farby (<i>SD1</i> hore, <i>SD2</i> dole)	34
Obrázok 5.4	Mračná bodov segmentované na jednotlivé objekty, označené rôznou farbou (<i>SD1</i> hore, <i>SD2</i> dole)	36
Obrázok 5.5	37
Obrázok 5.6	(1) Mračno rozdielov normál (2) Klasifikované mračno na základe dôležitosti bodov v vzostupnom poradí červené, zelené, modré a najdôležitejšie tyrkysové (3) Výsledné podvzorkované mračno bodov objektov (<i>SD1</i>)	38
Tabuľka 5.1	Porovnanie veľkosti pôvodných a filtrovaných mračien bodov, pre jednotlivé súbory dát	31
Tabuľka 5.2	Porovnanie pomeru bodov zeme a objektov, pre jednotlivé súbory dát	33
Tabuľka 5.3	Porovnanie zmenšenia počtu bodov pred (vid'. Tab. 5.2) a po podvzorkovaní mračien bodov	39

Úvod

1 Mračná bodov a ich spracovanie

Mračno bodov je kolekcia bodov v 3D priestore, kde každý bod reprezentuje polohu v priestore pomocou XYZ súradníc a okrem týchto základných priestorových údajov môže každý bod obsahovať informácie o ich farbe, intenzite a v prípade potreby aj ďalšie špecifické parametre. Spájaním veľkého množstva týchto bodov do jedného súboru zo spoločnom súradnicovým systémom je možné úplne zachytiť geometriu akéhokoľvek 3D objektu. Vďaka schopnosti poskytovať priestorové súradnice povrchov objektov sa mračná bodov stali preferovaným typom dát pre 3D vizualizáciu rôznorodých prostredí. Mračna bodov sa osvedčili ako jedny z najvhodnejších zdrojov údajov, najmä pri mapovaní rozsiahlych mestských prostredí, pretože získané 3D body obsahujú priame priestorové súradnice geometrických povrchov, čo výrazne zjednodušuje procesy modelovania povrchov a geometrickej rekonštrukcie. [1]



Obr. 1.1: Ukážka mračna bodov

Mračna bodov d'alej často nachádzajú využitie v rôznych oblastiach, ako je počítačové videnie, modelovanie terénu, robotika či v rámci medicíny. Spôsoby získavania mračna bodov zahŕňajú rôzne metódy a techniky, pričom každá ponúka jedinečné výhody. Medzi najpopulárnejšie prístupy v oblasti robotiky a priemyslu patrí využitie LIDAR-u, stereo kamery a hĺbkovej kamery.

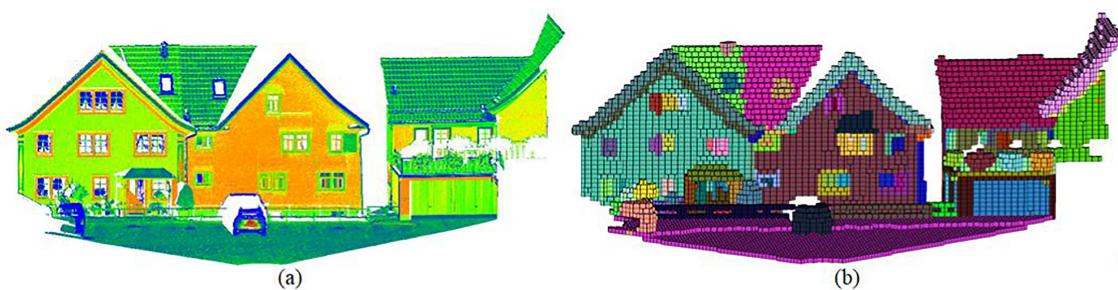
1.1 Dátové štruktúry pre spracovanie mračna bodov

Neupravené mračná bodov sú obvykle neštruktúrované, majú nerovnomernú hustotu bodov a navyše, ich kvalita môže byť odlišná v rôznych častiach, čo býva považované za nevhodné pre ich adekvátnu použiteľnosť. Okrem toho pri mračnách bodov získaných z viacerých zdrojov je zvyčajne veľké množstvo prekrývajúcich bodov, čo zbytočne zvyšuje pamäťové a výpočtové nároky. [1] [2]

Pri mnohých algoritmoch je kritické získať informácie o susedných bodoch, avšak v prípade veľkých a neštruktúrovaných mračien je táto úloha časovo a výpočtovo náročná. Preto pre tento účel existujú dátové štruktúry, ktoré umožňujú organizáciu mračna bodov do efektívnejších usporiadania.

1.1.1 Voxelová mriežka

Voxelová mriežka (z ang. Voxel grid) je zložená z voxelov, ktoré sa dajú charakterizovať ako elementárne bloky 3D priestoru. Môžeme ich predstaviť ako 3D analógiu pixelov. Majú súčasne tvar kvádrov so stenami, rohmi a hranami, ale dátovo nie sú nikdy uložené ako celé kvádre. Namiesto toho sa vo voxelovej reprezentácii používa bud' stredný bod alebo rohové body (tj. vrcholy) kvádra pre jeho celú reprezentáciu. Keď sa dva voxelové dotýkajú stenou, rohom alebo hranou, sú považované za susedné. Celé mračno bodov je takto rozdelené na osobitné voxelové, pričom body vo vnútri daného voxelu sú reprezentované týmto voxelom a zároveň daný voxel je reprezentovaný týmito bodmi. To znamená, že každý voxel je charakterizovaný pomocou počtu, farby, intenzity a rozloženia daných bodov, z čoho sa dajú vyvodit užitočné informácie. [1]



Obr. 1.2: Voxelová reprezentácia mračna bodov - (a) Originálne mračno bodov (b) Voxelová reprezentácia [1]

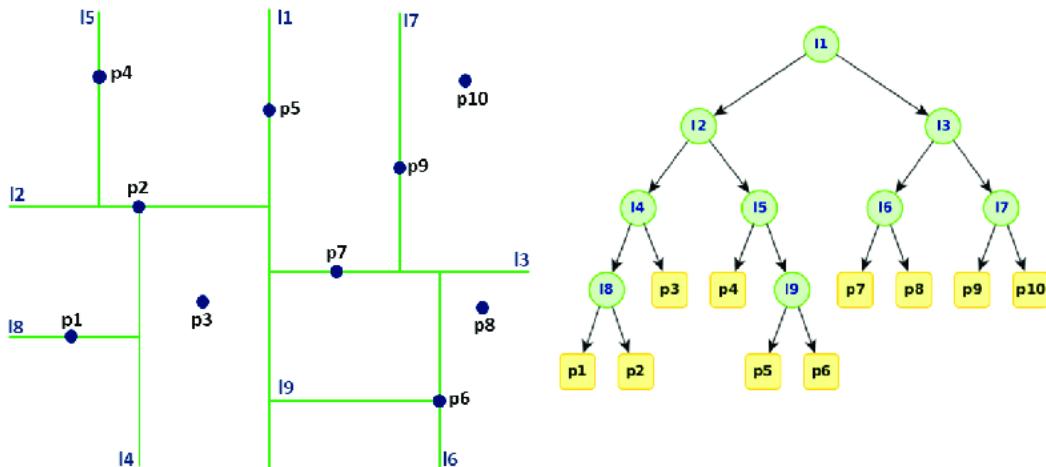
Vo všeobecnosti, pri voxelizácii mračien bodov existujú štyri kroky. Prvý krok spočíva v výpočte ohraničenia mračna bodov, ktoré definuje priestor, ktorý sa má rozdeliť. V druhom kroku je definovaný priestor rasterovaný do pravidelných bunkov tvaru kvádra s určitou veľkosťou (poznamenajte, že tieto bunky sú indexované). Potom je mračno bodov segmentované na malé časti týmito bunkami. Nakoniec sú rozdelené podmnožiny bodov reprezentované voxelmi,

pričom sa z týchto bodov vypočítavajú príslušné vlastnosti. [1]

Vďaka svojím vlastnostiam nachádzajú voxelové mriežky uplatnenie v mnohých oblastiach ako sú predspracovanie údajov, modelovanie, registrácia, segmentácia a klasifikácia mračien bodov.

1.1.2 K-d strom

K-d strom (k-dimenzionálny strom), je špecializovaná dátová štruktúra používaná na efektívnu organizáciu viacozmerných dát. K-d strom funguje tak, že organizuje viacozmerný priestor do hierarchickej binárnej stromovej štruktúry. Primárne sa používa na rýchle vyhľadávanie najbližšieho suseda, čo je kritická operácia v rôznych aplikáciách, ako je robotika, LIDAR odometria a mapovanie a práca s mračnami bodov. [3] [4]



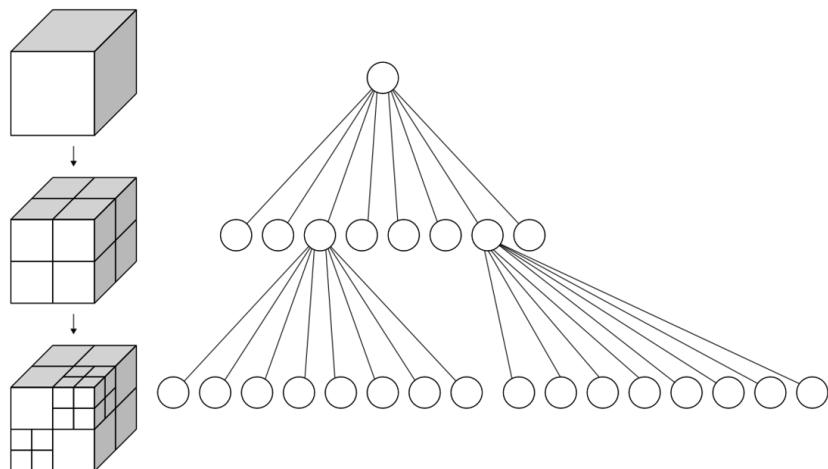
Obr. 1.3: Reprezentácia k-d stromu v 2D priestore [5]

Vytvorenie k-d stromu spočíva v postupnom delení priestoru pozdĺž všetkých dimenzií, pričom ako bod delenia volíme hodnotu mediánu bodov v danom intervale. Tento spôsob vedie ku vzniku vyváženého stromu, až ku stromu kde každá podmnožina obsahuje len jeden bod. Pri vytváraní stromu pomocou mediánu je časová zložitosť $O(n \log_2 n)$. Je možné použiť aj iné spôsoby rozdelenia ako medián, avšak tie nemusia vždy zabezpečiť rovnovážne vytvorenie stromu. [4]

Ako už bolo spomínané hlavným využitím k-d stromov v oblasti mračien bodov je vyhľadávanie najbližších susedov. Ak je už k-d strom vytvorený, algoritmus začína v koreni stromu a rekurzívne ním prechádza, pričom si vyberá vetvu, ktorá je najbližšie k zadanému bodu. Tento proces pokračuje, pokým sa nedosiahne listový uzol. Najbližší sused sa potom určí spätným pohybom stromu a skontrolovaním bližších susedov v ostatných vetvach. [4]

1.1.3 Oktálový strom

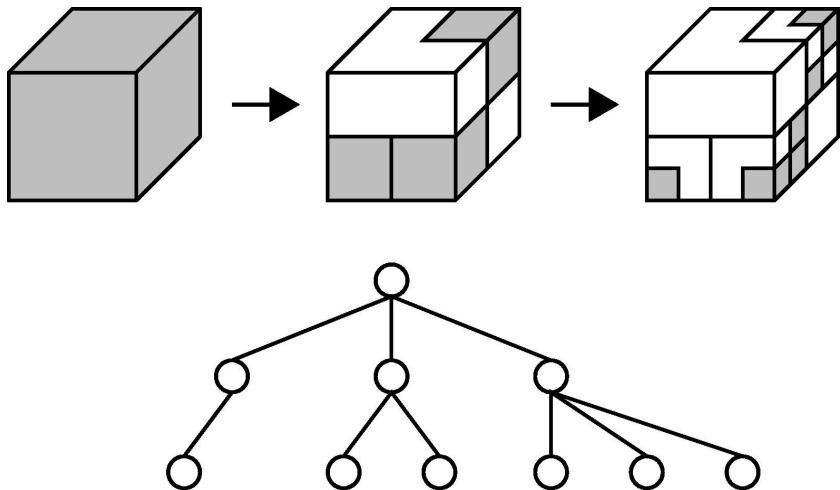
Oktálový strom je dátová štruktúra navrhnutá na manipuláciu s 3D dátami, najmä mračnami bodov získaných zo zariadení ako laserové skenery. Organizuje priestor do kociek (alebo kvádrov), pričom každá kocka môže byť rozdelená na ďalších osem menších kociek. Oktálový strom je analógiou pre kvadrátový strom využívaný v 2D priestore. Kľúčovým konceptom tejto štruktúry je efektívne ukladanie dát prostredníctvom delenia priestoru len tam, kde sú existujúce body. [6]



Obr. 1.4: Tradičná reprezentácia oktálového stromu [7]

V procese tvorby oktálového stromu dochádza k rekurzívному deleniu 3D priestoru na osem menších kociek, ktoré pokračuje až do splnenia určených zastavovacích podmienok. Tieto podmienky môžu zahŕňať dosiahnutie maximálnej úrovne delenia, čo zodpovedá najmenšiemu rozmeru kocky, alebo môžu byť viazané na minimálny počet bodov, pri ktorom delenie pokračuje. Kocky pre ktoré bolo delenie ukončené sú označené ako tzv. listy a obsahujú informácie o všetkých príslušných bodoch. [6]

Aj napriek tomu, že oktalový strom je považovaný za pamäťovo efektívnejšiu verziu voxelovej mriežky, má niekoľko nedostatkov, ktoré je možné vylepšiť. Optimalizovaná implementácia oktálového stromu eliminuje zbytočné dáta v pamäti a využíva ju efektívnejšie, pričom zachováva rýchle prístupové operácie. Na rozdiel od tradičných implementácií, ktoré ukladajú redundantné informácie o prázdnych bunkách, táto optimalizovaná verzia minimalizuje využívanie pamäte tým, že dynamicky pridáva pamäť len pre potrebné uzly a listy. Napriek zníženiu miesta v pamäti udržiava efektívne prístupové operácie z časovou zložitosťou $O(\log n)$. [6]



Obr. 1.5: Optimalizovaná reprezentácia oktálového stromu (Bunky obsahujúce body označené šedou farbou) [6]

Vďaka svojím vlastnostiam a efektívnej štruktúre nachádzajú oktálové stromy využitia v mnohých oblastiach ako sú počítačové videnie, robotika, grafika a vizualizácia. V prípade robotiky a práce s mračnami bodov sa využívajú pre nájdenie najbližšieho suseda ale aj kompresiu dát a pod vzorkovanie.

1.2 Filtrácia mračna bodov

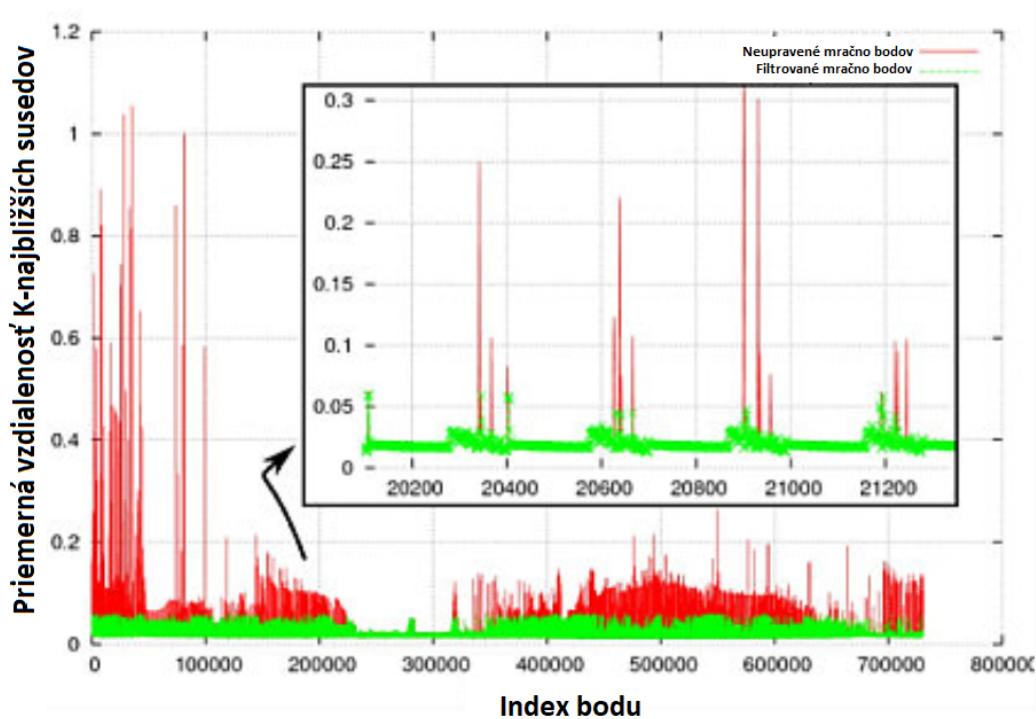
Mračná bodov získavané z rôznych typov senzorov, či už cenovo dostupných alebo drahých, často trpia prítomnosťou šumu a odľahlých hodnôt, ktoré sú výsledkom obmedzení samotných senzorov, vplyvu osvetlenia či charakteru povrchu. Tieto nepresnosti vyžadujú využitie rôznych filtrovaciačných operácií, aby sa zabezpečila presnosť a vhodnosť pre ich ďalšie spracovanie. Prístupy filtrovania pre mračná bodov možno kategorizovať do niekoľkých skupín, medzi ktoré patria štatisticky založené metódy alebo metódy založené na susednosti. [8]

1.2.1 Štatisticky založené metódy

Štatistické metódy detekcie odľahlých hodnôt spočívajú v použití štatistických konceptov na identifikáciu výnimcočných (odlišných) hodnôt v súbore údajov. Využívajú koncepty, ako sú priemer, medián, štandardná odchýlka, kvartály a vzdialenosť, na identifikáciu hodnôt, ktoré sa výrazne odchylujú od očakávanej distribúcie, čo naznačuje, že patria medzi odľahlé hodnoty. Medzi bežné metódy detekcie odľahlých hodnôt patria metódy ako Z-skóre, Chauvenetovo kritérium, Grubbsov test a Dixonov Q-test.

Populárnu metódou pre filtrovanie mračien bodov je SOR (Statistical outlier removal). Metóda spočíva vo vypočítaní priemernej vzdialenosť medzi každým bodom a jeho K najbližšími susedmi pomocou KNN algoritmu. Predpokladajúc, že tieto vzdialenosť nasledujú nor-

málne rozdelenie, algoritmus aplikuje sigma pravidlo na základe zvoleného násobiteľa štandardnej odchýlky N . A teda ak priemerná vzdialenosť bodu a jeho susedov presahuje N štandardných odchýlok priemernej vzdialosti celého súboru, potom je bod považovaný za odľahlú hodnotu. Úpravou parametrov, ako je počet susedov K a násobiteľ štandardnej odchýlky N , je možné jemne nastaviť citlivosť algoritmu na odľahlé hodnoty. [9]

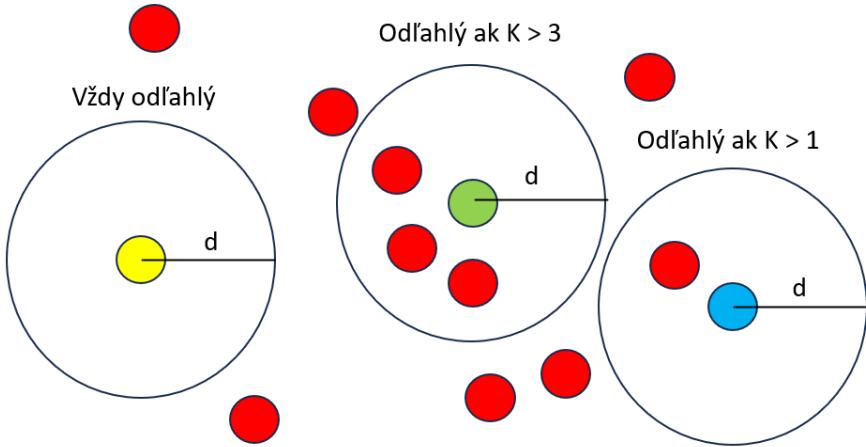


Obr. 1.6: Princíp filtrovania odľahlých bodov pomocou SOR [10]

1.2.2 Metódy založené na susednosti

Metódy filtrovania založené na susedstve určujú vhodnosť bodu na základe jeho podobnosti s okolitými bodmi, čo výrazne ovplyvňuje účinnosť a efektivitu filtračného prístupu. Podobnosť medzi susednými bodmi môže byť definovaná ich vzájomnou vzdialenosťou a polohou, podobnosťou intenzity, farby alebo inými užitočnými vlastnosťami. [8]

Jednou zo základných metód založených na susedstve je ROR (Radius outlier removal). Táto metóda je založená na určení minimálneho počtu susedov a polomeru v ktorom budú vyladené. Ak je počet nájdených susedov menší ako K je bod vyhlásený za odľahlý. Na Obr. 1.7 môžeme vidieť princíp tohto postupu.



Obr. 1.7: Princíp filtrovania odľahlých bodov pomocou ROR v 2D

1.3 Podvzorkovanie mračna bodov

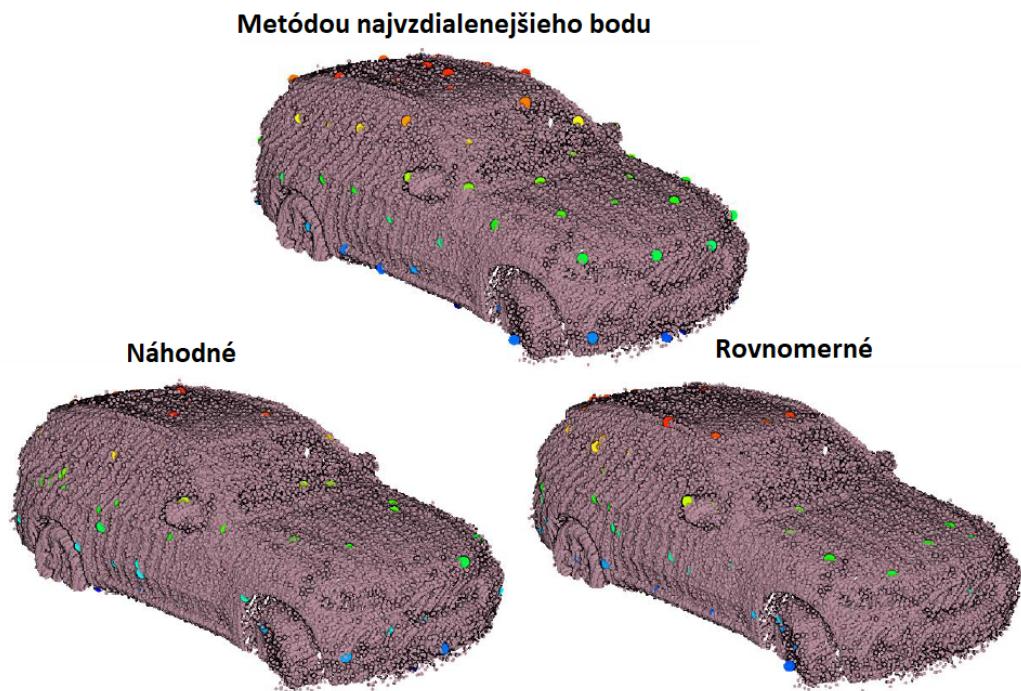
Metódy pre redukciu mračien bodov sú klúčovým krokom pre zníženie pamäťových požiadaviek, zlepšenie efektívnosti výpočtov a redukciu nežiaduceho šumu. Tieto metódy vo výsledku zmenšujú veľkosť mračien bodov, čo ich robí jednoduchšie pre manipuláciu, vizualizáciu a spracovanie. Snažia sa dosiahnuť rovnováhu medzi znižovaním zložitosti a uchovaním klúčových informácií, čo je podstatná vlastnosť pre ich ďalšie spracovanie. Vieme ich rozdeliť do dvoch základných skupín, bežné metódy a adaptívne metódy pre podvzorkovanie mračien bodov.

1.3.1 Bežné podvzorkovacie metódy

Bežné podvzorkovacie metódy obvykle vykonávajú rovnomerné alebo pravidelné zmenšenie počtu bodov. Tieto metódy nerozlišujú akú úlohu napĺňajú jednotlivé body, čo môže viest' k potenciálnemu strateniu dôležitých čŕt alebo informácií v oblastiach, ktoré by mohli vyžadovať presnejšie podvzorkovanie.

- 1. Podvzorkovanie pomocou voxelovej mriežky** - Táto metóda rozdeľuje vstupné mračno bodov do voxelovej mriežky preddefinovaných rozmerov. Následne prechádza cez všetky vytvorené voxely, pričom ak voxel obsahuje aspoň jeden bod, bod najbližší ku tazisku alebo samotné tazisko reprezentujú všetky body vo voxely. Vstupným parametrom tejto metódy je veľkosť strán voxelu, čo ovplyvňuje úroveň zmenšenia a zachovaných detailov. Táto metóda dosahuje rovnomerné rozdelenie bodov v mračne ale nezachováva potrebné detaily.

2. **Náhodné podvzorkovanie** - Metóda náhodného vzorkovania je založená na náhodnom výbere bodov z pôvodného mračna bodov až do dosiahnutia stanoveného počtu. Napriek tomu, že táto metóda je jednoduchá a rýchla, nedosahuje rovnomerné rozdelenie bodov a nezachováva detaily, čo je obzvlášť pravda, ak má vstupné mračno bodov nerovnomernú hustotu.
3. **Rovnomerné podvzorkovanie** - Metóda spočíva v systematickom výbere bodov z pôvodného mračna bodov s definovaným intervalom. Teda z celého mračna bodov vyberáme každý k -ty bod, čo znamená, že táto metóda je závislá od uloženého poradia bodov a preto je vhodná, len pre určité mračná bodov. V prípade, že má vstupné mračno bodov nerovnomernú hustotu bodov, výstupné mračno bude mať nerovnomerné rozdelenie.
4. **Podvzorkovanie na základe najvzdialenejšieho bodu** - Táto metóda sa zameriava na dodržaní najväčšieho možného rozostupu bodov. Ako prvé sa vyberie náhodný bod, po čom sa následne iteratívne vyberá najvzdialenejší bod od aktuálneho vybraného, až dokým sa nedosiahne požadovaný počet bodov. Táto metóda dosahuje rovnomerné rozdelenie bodov a z porovnaním s predošlými metódami najlepšie opisuje geometriu objektov, aj keď sa na ňu priamo nezameriava.

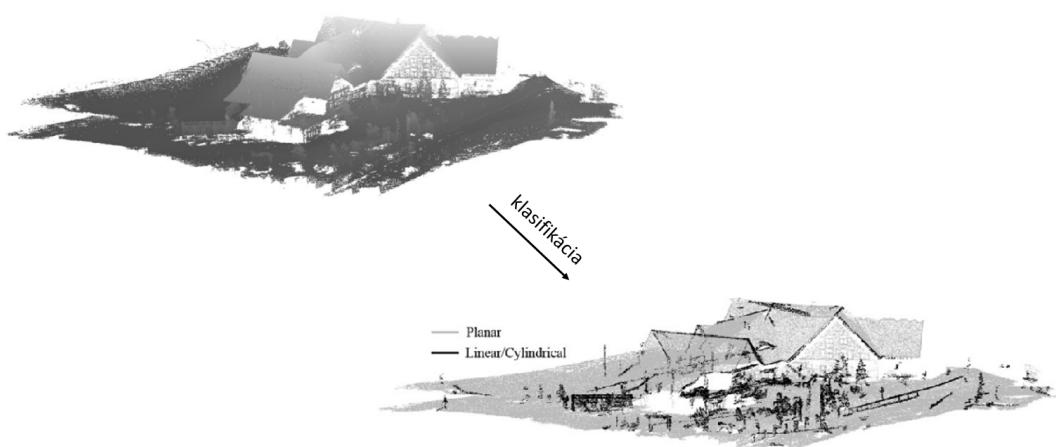


Obr. 1.8: Ukážka rôznych metód podvzorkovania [11]

1.3.2 Adaptívne podvzorkovacie metódy

Adaptívne metódy podvzorkovania sa snažia udržať dôležité detaily a zároveň efektívne odstrániť tie menej dôležité. Robia tak inteligentným výberom bodov na základe charakteristík údajov v susedstvách bodov. Tieto metódy zohľadňujú faktory ako lokálna hustota bodov, zakrivenie alebo iné geometrické vlastnosti na rozhodnutie, ktoré body si ponechat' a ktoré odstrániť.

1. **Podvzorkovanie na základe krivosti** - Táto metóda využíva informácie o normálach alebo krivosti povrchu na určenie ich dôležitosti. Body vo rovnejších alebo menej zakrivených oblastiach môžu byť odstránené agresívnejšie ako tie v oblastiach s vyššou krivost'ou. Posudzovaním týchto geometrických vlastností je možné selektívne uchovávať body, ktoré prispievajú viac k celkovému tvaru alebo štruktúre objektu a zachovať dôležité detaily.
2. **Podvzorkovanie na základe rovinnosti/susednosti** - Táto metóda využíva PCA (Principal Component Analysis) na charakterizáciu lokálnych susedstiev v mračnách bodov. PCA analyzuje vlastné čísla kovariančných matíc a zaraďuje tieto susedstvá do troch hlavných kategórií: rovinné, lineárne/cylindrické alebo drsné. Po kategorizácii sa metóda zameriava na odhad hustoty bodov v každom type regiónu, pričom používa matematické vzorce prispôsobené individuálne pre každú kategóriu. Následne, na základe znalostí týchto susedstiev, môže selektívne preferovať odstránenie bodov v oblastiach, ktoré vyzkazujú rovinný charakter a majú hustotu bodov vyššiu ako stanovenú užívateľom, zatiaľ čo v ostatných oblastiach aplikujeme menej agresívne podvzorkovanie. Pre lepšie pochopenie fungovania tejto metódy sa odkazujte na priložený článok. [12]



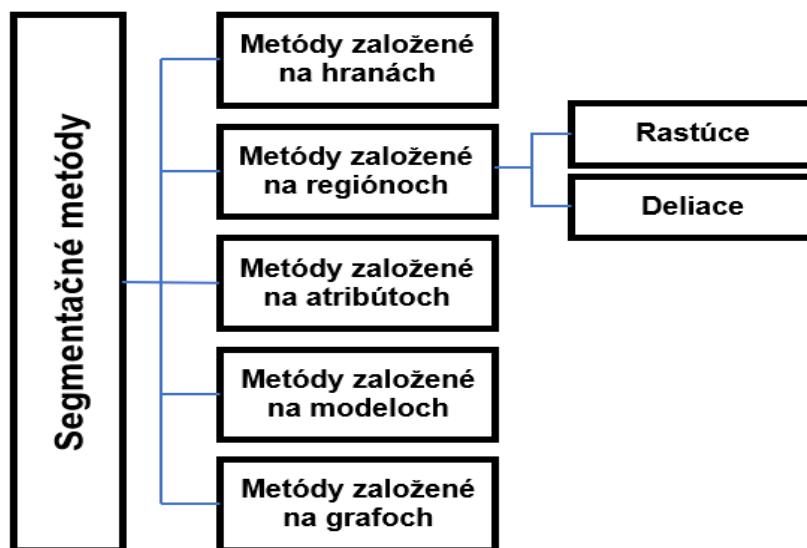
Obr. 1.9: Ukážka klasifikácie dôležitých bodov pomocou metódy založenej na rovinnosti [12]

1.4 Segmentácia

Segmentácia je proces rozdelenia väčšieho celku údajov na menšie, významné a odlišné časti alebo segmenty na základe určitých charakteristík alebo vlastností. V kontexte mračien bodov alebo počítačového videnia zahŕňa segmentácia rozdelenie údajov na oblasti, ktoré zdieľajú podobné vlastnosti, ako sú farba, textúra, geometria alebo iné vlastnosti. V prípade mračien bodov pomáha segmentácia rozlísiť rôzne objekty alebo povrchy v scéne, čím pomáha pri úlohách ako klasifikácia objektov, rekonštrukcia povrchu, navigácia robotov alebo v oblastiach ako autonómne riadenie vozidlá. Celkovo segmentácia slúži ako základný krok pri extrahovaní významných informácií zo scény, čo umožňuje hlbšiu analýzu, porozumenie a využitie segmentovaných komponentov pre ďalšie rôzne účely.

1.4.1 Segmentačné metódy

V tejto podkapitole preskúmame rôzne prístupy navrhnuté pre segmentáciu bodových mračien. Celkovo sme ich vieme rozdeliť do piatich kategórií: metódy založené na hranách, metódy založené na regiónoch, metódy založené na atribútoch, metódy založené na modeloch a metódy založené na grafoch.



Obr. 1.10: Rozdelenie segmentačných metód

1. **Metódy založené na hranách** - Tieto metódy sa zameriava na detekciu hrán, pomocou rôznych prístupov, ako sú identifikácia výrazných zmien intenzity, zmien orientácie normálových vektorov alebo výpočtu gradientu. Tieto metódy zvyčajne pozostávajú z dvoch fáz: detekcie hrán, kde sa vytvárajú obrysmy hraníc regiónov na základe lokálnych zmien vlastností povrchu, a následného zoskupenia bodov vnútri týchto hraníc na vytvorenie sa-

mostatných segmentov. Aj keď tieto metódy umožňuje rýchlu segmentáciu, často sa stretávajú s problémami presnosti kvôli citlivosti na šum a variáciám hustoty mračien bodov. V 3D priestore môžu detegovať nespojité hrany, čo komplikuje identifikáciu uzavretých segmentov bez ďalších dodatočných krokov. [13]

2. Metódy založené na regiónoch - Metódy založené na regiónoch využívajú informácie o okolitých bodoch s podobnými vlastnosťami na vytvorenie izolovaných oblastí a následne zistenie odlišnosti medzi týmito regiónmi. Metódy založené na regiónoch sú odolnejšie voči šumu ako metódy založené na hranách. Avšak majú problém s nadmerným alebo nedostatočným segmentovaním a presným určovaním hraníc regiónov. Tieto metódy delíme do dvoch kategórií: [13]

- **Rastúce** (z ang. seeded-region) začínajú výberom určitého počtu začiatocných bodov, a z týchto bodov následne každý regón rastie pridaním susedných bodov, ak splňajú určité kritériá kompatibility. Medzi tieto kritéria patrí vzdialenosť, intenzita alebo rovnosť susedných bodov. [13]
- **Deliace** (z ang. unseeded-region) najprv zoskupia všetky body do jedného regiónu. Potom začína proces delenia na menšie regióny a pokračuje, až pokým zvolená miera vhodnosti presahuje stanovený prah. [13]

3. Metódy založené na atribútoch - Tieto metódy využívajú vypočítané charakteristiky (atribúty) jednotlivých bodov, ako sú priestorové súradnice, hustota, povrchová textúra a ďalšie, na zoskupovanie podobných bodov. Tieto atribúty usmerňujú zhľukovacie algoritmy, ktoré vytvárajú odlišné segmenty na základe podobnosti atribútov s cieľom izolovať rôzne povrhy alebo objekty v mračne bodov. Aj keď sú tieto metódy flexibilné a presné, ich presnosť silno závisí od presnosti odvodených atribútov.

4. Metódy založené na modeloch - Tieto metódy sa snažia detegovať a kategorizovať body na základe ich reprezentácie pomocou základných tvarov. Využívajú základné geometrické tvary ako gule, kužele, roviny a valce na zoskupovanie bodov s podobnými matematickými vlastnosťami do segmentov. Sú rýchle a robustné voči šumu, ale môžu sa stretnúť s problémami pri práci s rôznorodými alebo komplexnými mračnami bodov. [14]

5. Metódy založené na grafoch - Tieto metódy vnímajú dátu ako vzájomne prepojené vrcholy reprezentujúce body a hrany reprezentujúce vzťahy medzi susediacimi bodmi. Využívajú štruktúry grafov, kde zohľadňujú rôzne kritériá, ako sú farba, normály alebo

pravdepodobnostné modely. Tieto metódy sú známe svojou presnosťou a efektívnosťou, najmä v robotických aplikáciách. Aj keď sú schopné pracovať s šumom alebo rôznorodými dátami, môžu čeliť problémom s spracovaním v reálnom čase a často vyžadujú predchádzajúce znalosti alebo špecializované nastavenia senzorov. [13][15]

1.4.2 DBSCAN

DBSCAN (Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise) je populárny zhlukovací algoritmus, používaný pre analýzu priestorových dát a segmentáciu mračien bodov. Tento algoritmus pracuje na princípe, že zhluky sú oblasti s vysokou hustotou, oddelené miestami s nižšou hustotou bodov. Dynamicky identifikuje zhluky na základe hustoty bodov namiesto predpokladania fixného počtu zhlukov alebo konkrétnych tvarov. [16]

DBSCAN pracuje s dvomi vstupnými parametrami: Eps a $MinPts$. Eps definuje polomer prehľadávaného okolia, zatiaľ čo $MinPts$ určuje minimálny počet bodov v rámci Eps potrebných na vytvorenie hustej oblasti. Nastavenie týchto parametrov je kľúčové pre spávane fungovanie algoritmu a preto existuje heuristika, ktorá určuje tieto parametre na základe "najtenšieho" zhluku ktorý nie je považovaný za šum. [16]

Princíp fungovania algoritmu vieme rozdeliť do niekoľkých bodov:

1. Pre každý bod zo súboru sa vypočíta počet bodov ležiacich v okolí určeným Eps hodnotou. Na základe tejto hodnoty sú body zaradené do troch kategórií.
2. Body, ktoré majú tento počet väčší, ako hraničná hodnota $MinPts$ sú považované za jadrové, naopak tie ktoré ju majú menšiu, ale zároveň sú v Eps okolí iného jadrového bodu sú považované za hraničné. Zvyšné body sú zaradené medzi šumové.
3. Následne sa vytvárajú zhluky pomocou spájania jadrových bodov, ktoré ležia vo svojom Eps okolí, pričom sú ohraničené hraničnými bodmi. Body šumu nie sú zaradené do žiadnych zhlukov.

1.4.3 K-means

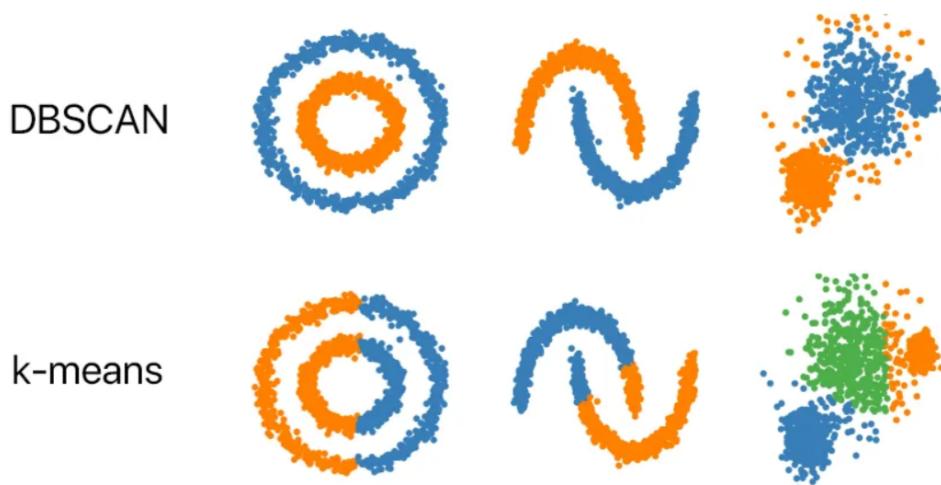
K-means je populárny algoritmus pre zhlukovanie súborov dát, ktorý rozdeľuje dátá do K odlišných a neprekryvajúcich sa zhlukov. Jeho cieľom je minimalizovať rozptyl vzdialostí vo vnútri zhlukov prostredníctvom iteratívneho priradzovania bodov k najbližšiemu centru a aktualizácie centier zhlukov až do dosiahnutia konvergencie. [17]

Princíp fungovania algoritmu vieme rozdeliť do niekoľkých bodov:

1. Výber K náhodných bodov zo súboru a označenie ich za centrá.
2. Následne sa všetky body priradzujú ku svojmu najbližšiemu centru.

3. Zo priemeru združených bodov sa vypočíta nové centrum.
4. Predošlé body sa opakujú až dokým jednotlivé centrá nezkonvergujú do svojej optimálnej polohy (ich poloha sa už výrazne nemení).

Aj napriek tomu, že K-means algoritmus je považovaný za jednoduchý na implementáciu, náhodný výber počiatočných centier môže viesť k uväzneniu v lokálnom minimu a preto je potrebné, aby bol algoritmus spustený niekol'kokrát. Určenie správneho počtu zhlukov K predstavuje ďalší problém. S rastúcim K klesá rozptyl, ktorý sa snažíme minimalizovať. Aby sa zabránilo jeho nekonečnému nárastu existuje tzv. lakt'ová metóda (z ang. elbow method), pri ktorej z grafu pre rôzne hodnoty K vieme nájsť zlom, pri ktorom rozptyl začne klesať pomalšie. [17]



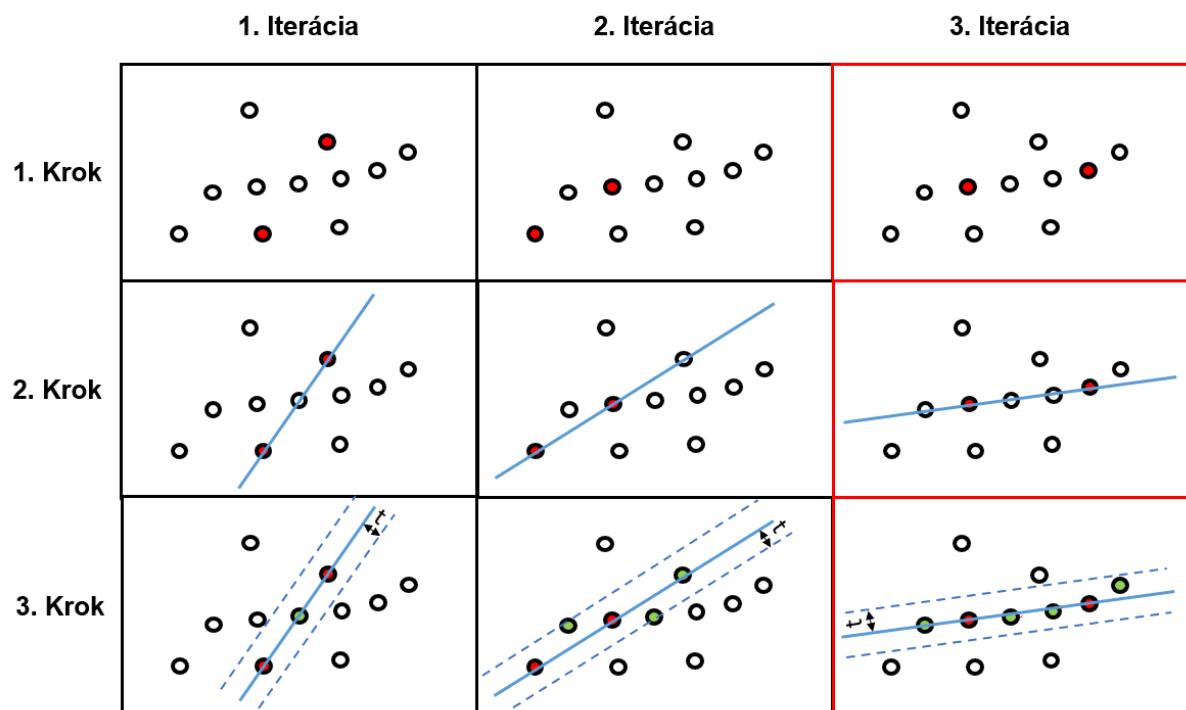
Obr. 1.11: Porovnanie segmentácie pomocou DBSCAN a K-means algoritmu [18]

1.4.4 RANSAC

RANSAC (Random Sample Consensus) je metóda používaná na odhad parametrov matematického modelu z dátového súboru, ktorý môže obsahovať odľahlé hodnoty alebo chyby. Na rozdiel od tradičných metód, ktoré sa snažia zahrnúť väčšinu údajov a eliminovať odľahlé hodnoty, RANSAC funguje tým, že začína s minimálnym množstvom údajov a postupne ho rozširuje o konzistentné údaje na vytvorenie spoločného modelu. [19]

Metóda začína výberom N bodov zo celého súboru, pričom N predstavuje najmenší potrebný počet parametrov pre vyjadrenie modelu. Následne sa pre vybrané body vypočítava zvolený model (napr. priamka, krivka, plocha). Pre daný model sa identifikujú body, ktoré súhlasia

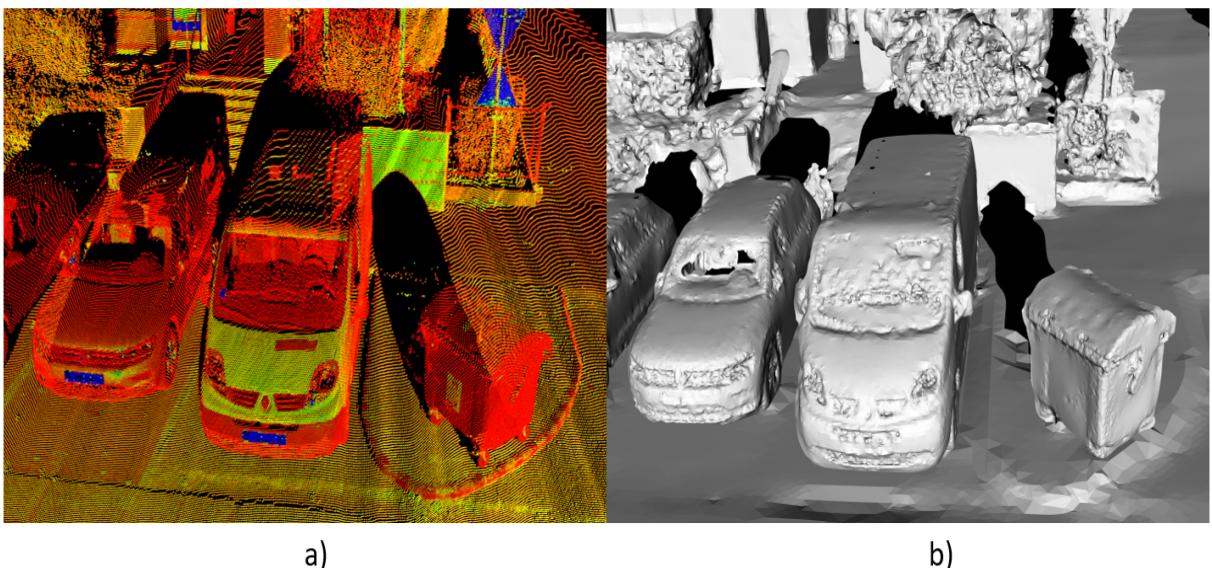
s modelom v rámci definovanej tolerancie a zaznamenáva sa ich počet. Tieto kroky sa opakujú, až do dosiahnutia definovaného počtu iterácií alebo až kým nie je splnená ukončovacia podmienka (napr. nájdenie modelu s dostatočným počtom bodov). Ak je identifikácia ukončená nájdením dostatočného počtu bodov, RANSAC využíva vyhľadzovaciu techniku, ako je napríklad metóda najmenších štvorcov, na výpočet vylepšeného odhadu parametrov modelu zo všetkých príslušných bodov. [19]



Obr. 1.12: Postup RANSAC algoritmu pre odhad parametrov modelu priamky

2 Rekonštrukcia a spracovanie povrchu

Rekonštrukcia povrchu či už z fotiek alebo mračien bodov, sa stala v posledných rokoch populárnu témou, vďaka rýchlemu vývoju výpočtovej techniky, ale aj cenovému sprístupneniu skenerov, ktoré ponúkajú slušné výsledky. Tento proces nachádza vysoké využitie v oblastiach ako sú robotika, počítačová výroba, mapovanie ale aj kultúrne dedičstvo, pri ktorých sa stretávame so scénami, ktoré obsahujú objekty so rôznymi veľkosťami a mierkami. Zachovanie presnosti a detailov pri rôznorodých scénach je náročnou a dôležitou úlohou, a preto sa vyvinulo mnoho rôznych metód, ktoré majú svoje výhody aj nevýhody.



Obr. 2.1: Ukážka rekonštrukcie povrchu - (a) mračno bodov (b) zrekonštruovaný povrch

Tieto metódy vieme rozdeliť do dvoch základných skupín na základne ich prístupu ku generovaniu povrchu.

1. **Explicitné metódy** - Využívajú explicitnú reprezentáciu povrchu (primitívne útvary), čo znamená, že vytvorený povrch bude ležať priamo na bodech mračna. Ich nevýhodou je vysoká citlosť na šum ako aj časová náročnosť na výpočet.
2. **Implicitné metódy** - Využívajú implicitnú reprezentáciu povrchu a teda povrch je charakterizovaný funkiami, ktorých iso-kontúry tesne approximujú body mračna. Rekonštrukcia implicitných plôch spočíva vo vyhľadávaní funkcie, ktorá najlepšie vyhovuje vstupným bodom, pričom následne vyžaduje dodatočné spracovanie pre vizualizáciu. Algoritmus Marching Cubes patrí medzi najpoužívanejšie algoritmy pre generovanie trojuholníkových plôch z implicitnej reprezentácie. [20]

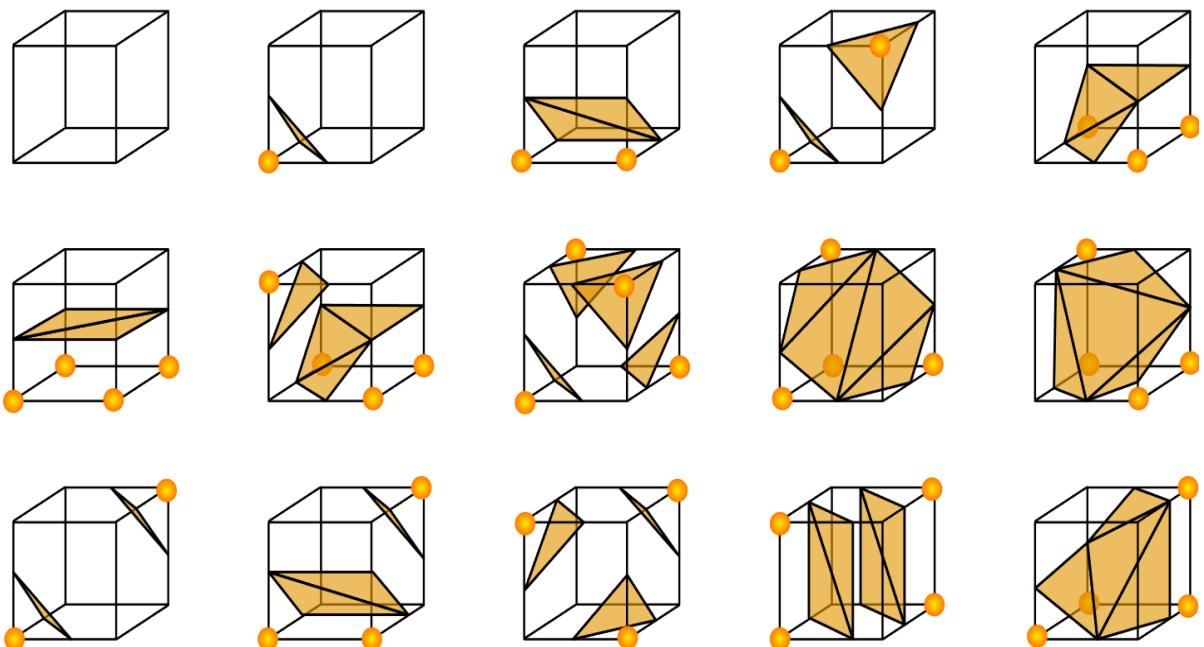
2.1 Metódy pre rekonštrukciu povrchu

V tejto podkapitole sa zameriame na principiálne fungovanie konkrétnych metód pre rekonštrukciu povrchu. Ako už bolo povedané, metódy delíme na explicitné a implicitné, pričom väčšina z uvedených metód bude implicitná, keďže sú odolnejšie voči šumu a výpočtovo menej náročné.

2.1.1 Marching cubes

Metóda marching cubes je jednou z najpoužívanejších metód pre rekonštrukciu povrchu. Táto metóda je založená rozdelení priestoru do voxelovej mriežky, pričom každý voxel tvorí osem vrcholov. Každému vrcholu je priradená hodnota podľa toho, či sa nachádza vnútri (hodnota 1) alebo mimo prehľadávaného povrchu (hodnota 0), podľa hraničnej úrovne nastavenej od užívateľa. Pre osem vrcholov existuje 256 rôznych konfigurácií, čo môže byť pomerne zložité na spracovanie. Preto sa tieto konfigurácie redukujú na 14 vzorov vďaka symetrickým vlastnostiam, čím sa zároveň minimalizuje pravdepodobnosť chýb. [21]

Výhodou tejto metódy je, že pre svoju funkciu nepotrebuje odhad normál, ale naopak, pôvodná verzia ponúka výpočet normál pomocou gradientu. Tieto normály je možno následne využiť pri vizualizácii a tieňovaní výsledného povrchu. Na druhú stranu jednou z hlavných nevýhod je využitie voxelovej mriežky, čo môže pri veľkých mračnách bodov viest ku rýchlemu naplneniu pamäte a preto je nutná úprava pôvodnej metódy, ktorá rozdelí prehľadávaný priestor na viacero častí a na konci ich spojí.

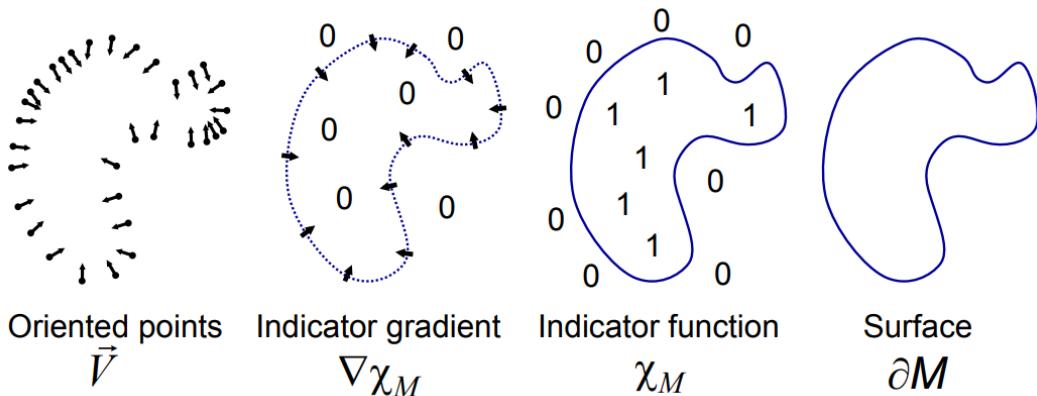


Obr. 2.2: Rôzne možnosti konfigurácie voxelov [22]

2.1.2 Poisson

Táto metóda ukazuje, že rekonštrukciu povrchu z orientovaných bodov môže byť vyriešená ako priestorový Poissonov problém. Formulácia pomocou Poissonovej metódy zohľadňuje všetky body naraz, bez použitia heuristického priestorového delenia alebo prelínania, a je preto vysoko odolná voči šumu. [23]

Táto metóda využíva implicitný prístup pre reprezentáciu povrchu, konkrétnie sa zameriava na výpočet 3D indikačnej funkcie χ (definovanej ako 1 pre body vnútri modelu a 0 pre body mimo modelu vidieť Obr. 2.3) a následne získanie zrekonštruovanej plochy extrahovaním vhodnej iso-kontúry. Dôležitým poznatkom je, že medzi orientovanými bodmi získanými z povrchu modelu a indikačnou funkciou modelu existuje integrálny vzťah. Konkrétnie, gradient indikačnej funkcie je vektorové pole, ktoré je nulové takmer všade (keďže funkcia indikátora je konštantná takmer všade), okrem bodov blízkych povrchu, kde je rovné normálam smerujúcim do vnútra povrchu. A preto vzorky orientovaných bodov možno považovať za vzorky gradientu indikačnej funkcie modelu. [23]



Obr. 2.3: Ukážka poissonovej rekonštrukcie v 2D [23]

Úloha výpočtu indikačnej funkcie sa zjednoduší na hľadanie skalárnej funkcie χ , ktorej gradient najlepšie aproximuje dané vektorové pole \vec{V} , definované množinou vzoriek. Keď sa použije operátor divergencie, táto úloha sa preformuluje do štandardného Poissonového problému, kde je cieľom vypočítať χ tak, aby jeho Lapacián (divergencia gradientu) bol rovný divergencii vektorového pola \vec{V} . [23]

$$\Delta \chi \equiv \nabla \cdot \nabla \chi = \nabla \cdot \vec{V} \quad (2.1)$$

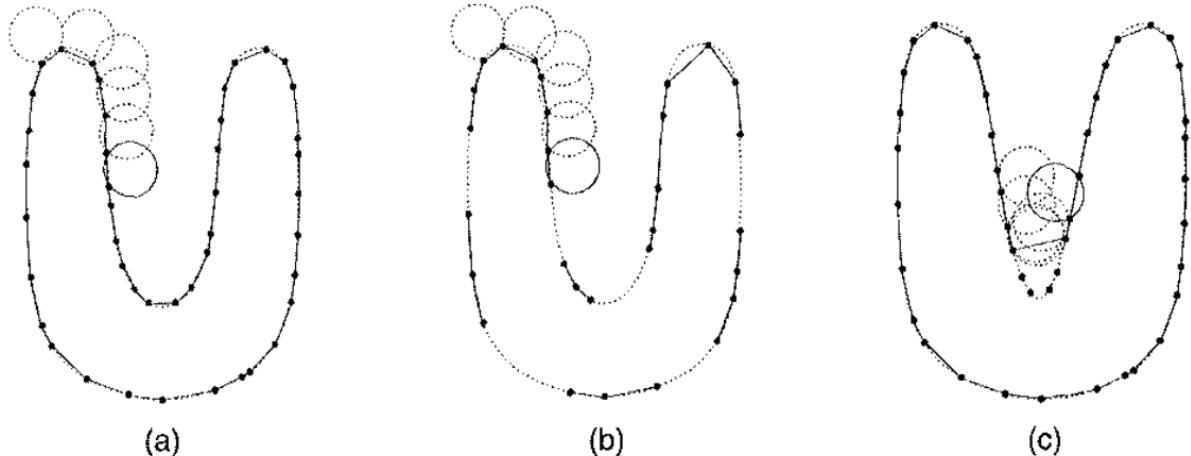
Ako už bolo uvedené skôr, táto metóda vytvára globálne riešenie, ktoré využíva všetky body naraz. To jej umožňuje vytvoriť vodotesný a hladký povrch, čo môže byť výhoda oproti

iným metódam. Naopak metóda potrebuje na vstup orientované body a je teda nutné mať informáciu o normálach, čo môže byť problém, ak je rekonštruovaný objekt naskenovaný z viacerých snímkov.

2.1.3 Ball pivoting

Hlavný princíp fungovania tejto metódy, je celkom jednoduchý. Uvažujme body v priestore, na ktoré položíme ρ -guľu (guľa s rádiusom ρ), pričom uvažujeme, že hustota bodov je dostatočne veľká na to, aby cez nich guľa nevedela prejест' bez dotyku. Metóda začína rekonštrukciu položením ρ -gule na povrch, tak aby sa dotýkala troch náhodných bodov. Následne sa guľa udržuje v kontakte s dvoma pôvodnými bodmi a obtáča sa (z ang. pivot), až dokým nenarazí na ďalší bod. Trojica bodov s ktorými je guľa v kontakte tvorí nový trojuholník a pridáva sa ku existujúcemu povrchu. Proces sa opakuje prechádzaním po okraji súčasnej hranice povrchu, až dokým neboli prejdené všetky hranice a nepribudol žiadny nový trojuholník. [24]

Aj napriek jednoduchosti a priamočiarosti, má táto metóda svoje nedostatky. Ako môžeme vidieť na Obr. 2.4 metóda funguje dobre, ak pracuje v ideálnych podmienkach, v prípade ak sú ale dátá neuniformné (častí prípad pre mračná bodov) guľa nedokáže premostiť ku ďalšiemu bodu a v povrchu vznikajú diery. Rovnaký prípad nastáva aj keď je polomer gule príliš veľký a rekonštruovaný objekt obsahuje detaily s príliš veľkým zakrivením.



Obr. 2.4: Ukážka ball-pivoting rekonštrukcie v 2D - (a) Ideálny prípad (b) mála a neuniformná hustota bodov (c) príliš veľké zakrivenie (väčšie ako $1/\rho$) [23]

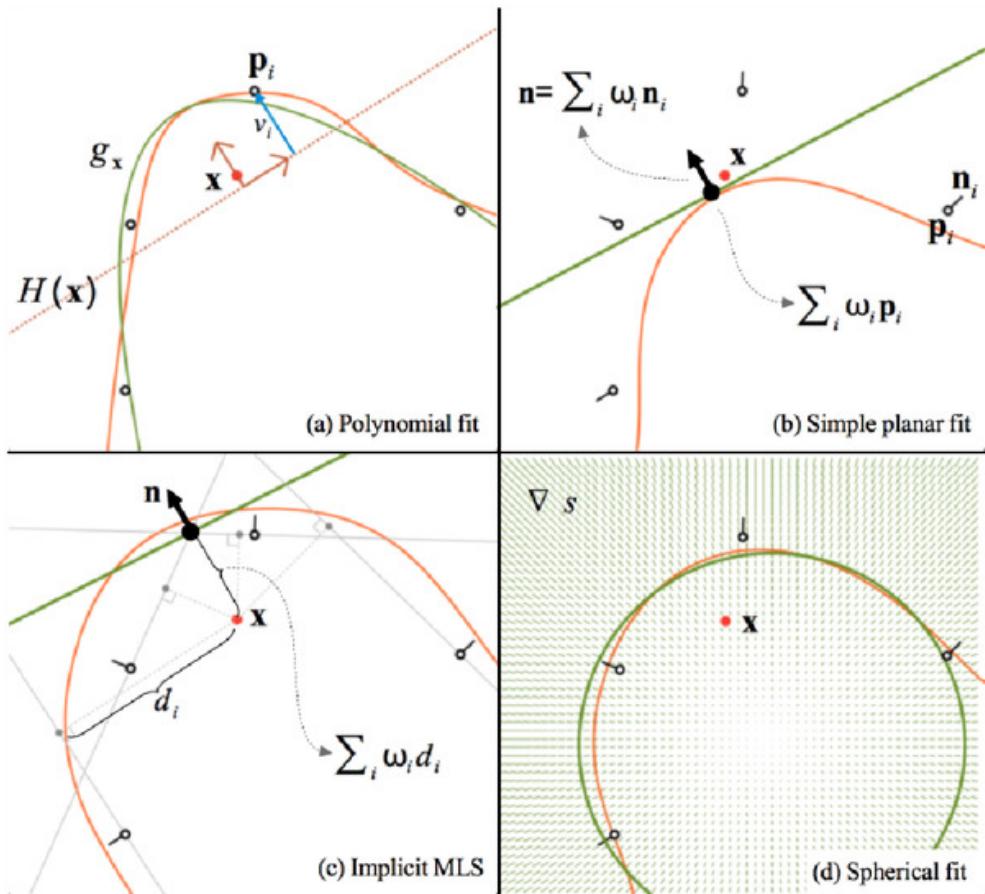
2.1.4 MLS

MLS (Moving least squares) je trieda, ktorá zastrešuje viacero metód, ktoré pristupujú ku rekonštrukcií povrchu, tak že approximuje jednotlivé body pomocou polynómu nízkeho rádu (kubický, kvadratický), čo zároveň ponúka možnosť pod-vzorkovania alebo nad-vzorkovania. [25]

Za predpokladu, že skalárna hodnota v_i je priradená ku každej vstupnej vzorke p_i je potom zrekonštruovaná plocha v x definovaná ako hodnota v x viacozmerného polynómu g_x , ktorý najlepšie aproximuje susedstvo bodu x v zmysle váženej metódy najmenších štvorcov [25]:

$$g_x = \arg \min_g \sum \omega(||x - p_i||)(g(p_i) - v_i)^2 \quad (2.2)$$

kde ω je váhová funkcia, ktorá priraduje väčší vplyv bodom, ktoré sú bližšie ku aktuálne hodnotenému bodu. Táto váhová funkcia taktiež pôsobí ako forma dolnopriepustného filtra, pomáhajúc zmierniť vplyv šumu na vstupných dátach. Okrem toho sa MLS metódy vedia prispôsobiť nerovnomerným hustotám vzorkovania tým, že podľa potreby využijú rozdielnú váhovú funkciu, ktorá sa vie adaptívne prispôsobiť vzorkovacej hustote. Táto prispôsobivost' je dôležitá pre zachovanie presnosti pri práci s neuniformnými dátami, čo je častý prípad mračien bodov. [25]



Obr. 2.5: Ukážka princípu pre viaceru variantov MLS v 2D. Miestne aproximácie vypočítané pre hodnotiaci bod x sú znázornené zelenou farbou. Oranžové krivky zodpovedajú rekonštruovaným iso-kontúram. [25]

2.1.5 MPU

MPU (Multi-level partition of unity) je metóda, ktorá bola špecificky vytvorená na rýchlu a presnú rekonštrukciu povrchu s veľkého súboru orientovaných bodov (body ktoré obsahujú jednotkové normály). Názov metódy vyplýva zo podstaty fungovania MPU, a to že sa skladá zo viacerých vážených funkcií, ktoré sa spočítavajú do jedna pre všetky body v doméne. Táto metóda ponúka adaptívny chybovo kontrolovaný odhad funkcie vzdialenosť od povrchu, čo znamená, že odhad je presný v blízkosti povrchu a hrubý d'aleko od povrchu. [26]

Pre vytvorenie implicitnej reprezentácie povrchu sa najprv všetky body rozdelia pomocou oktálového stromu. V každej bunke stromu sa vytvorí po častiach kvadratická funkcia (lokálna tvarová funkcia), ktorá sa snaží napasovať na body v bunke. Hodnota týchto funkcií nadobúda hodnotu 0 v blízkosti bodov, pozitívnu hodnotu vo vnútri a negatívnu (vonku) d'aleko od bodov, pričom na rozlíšenie sa využívajú skôr uvedené normály. V prípade, že dosiahnutá presnosť je stále malá, bunka v oktálovom strome sa znova rozdelí a celý proces sa opakuje, až dokým nie je dosiahnutá požadovaná presnosť vid'. Obr. 2.6. Na záver v miestach, kde sa stretávajú hranice buniek, tvarovacie funkcie sú spojené dokopy na základe váh z funkcií rozdelenia jednoty (z ang. partition of unity functions). [26]



Obr. 2.6: Ukážka rekonštrukcie pomocou MPU implicit. L'avá časť modelu, je ofarbená podľa hĺbky rozdelenia s tým, že stúpa od modrej až po červenú. Modely v pozadí sú rekonštruované so stúpajúcou chybou v odhade. [26]

2.2 Metódy pre zjednodušenie povrchu

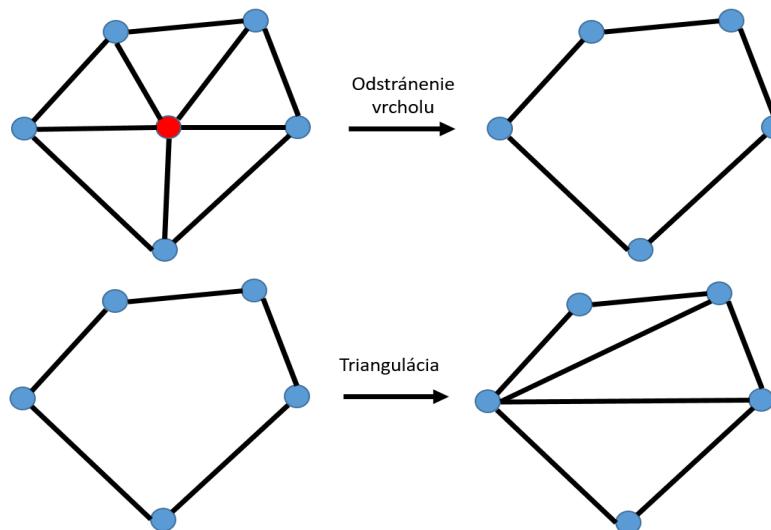
V mnohých prípadoch po rekonštrukcii povrchu z mračna bodov, alebo aj po obdržaní už existujúceho modelu sa stretávame s tým, že povrch daného modelu obsahuje veľa polygónov, ktoré by sa dali vyjadriť menším počtom, pričom zachovajú celkový tvar a ušetria tak pamäťovú náročnosť. Tento problém väčšinou vzniká pri samotnej rekonštrukcii z mračien bodov, ktoré majú príliš veľkú hustotu bodov a neberú ohľad na dôležitosť bodov.

V tejto podkapitole sa preto budeme zaoberať metódami, ktoré sa zameriavajú na zjednodušenie topológie povrchu, pričom ich delíme na lokálne a globálne metódy.

2.2.1 Lokálne metódy

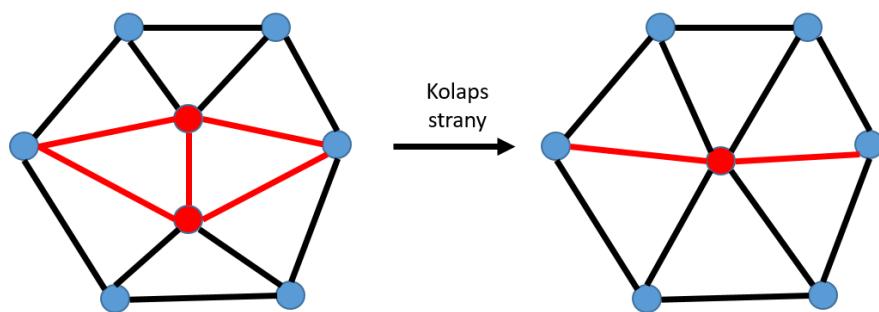
Lokálne metódy sú oproti globálnym bežnejšie a preto sa budeme zaoberať hlavne nimi. Tieto metódy pristupujú k zjednodušovaniu iteratívou aplikáciou lokálneho operátora na malú sadu bodov a vytvoria tak povrch s menším počtom prvkov. Využívajú chybové alebo nákladové (z ang. cost) funkcie, ktoré usmerňujú proces zjednodušovania a taktiež ponúkajú presnú kontrolu výsledných atribútov povrchu (počet polygónov, hranice chýb pre vrcholy). [27]

1. **Decimácia vrcholov (z ang. Vertex decimation)** - Tento prístup pracuje s jedným vrcholom, ktorý sa vymaže a následne sa snaží zaplátať vytvorenú dieru na základe klasifikačnej schémy o susedstve. Výber vrcholu ktorý bude vymazaný je spojený so vzdialenosťou od roviny, ktorá je aproximovaná pomocou spriemerovania normál, t' ažisk a plôch okolitých trojuholníkov. Vzdialenosť vrcholu od tejto roviny slúži ako miera chyby pre jeho odstránenie, pričom vrcholy ležiace na hladkých častiach sú uprednostňované pred tými, ktoré opisujú ostré zmeny (detaily). [27]



Obr. 2.7: Ukážka decimácie vrcholu v 2D

2. Kolaps strán (z ang. Edge collapse) - V tejto metóde pracujeme s dvoma vrcholmi naraz, pričom ich výber môže byť vykonávaný ako v predošej metóde. Táto metóda funguje na základe odstraňovania strán medzi vybranými vrcholmi, a teda zlučuje ich do jedného, pričom vždy ostani dva trojuholníky. Ukázalo sa, že výber pozície nového vrcholu nie je až tak jasný, pretože uloženie do stredu medzi pôvodnými vrcholmi nie je optimálne. Vyvinulo sa preto niekoľko prístupov, ktoré rozhodujú o novom uložení a medzi najpopulárnejšie patrí prístup na základe kvadratickej chyby, ktorý je založený na umocnenej vzdialosti vrcholov od approximovanej roviny okolitých trojuholníkov. Tento prístup nájde optimálnu polohu nového vrcholu, tak aby sa zachovali aj ostré zmeny v povrchu.

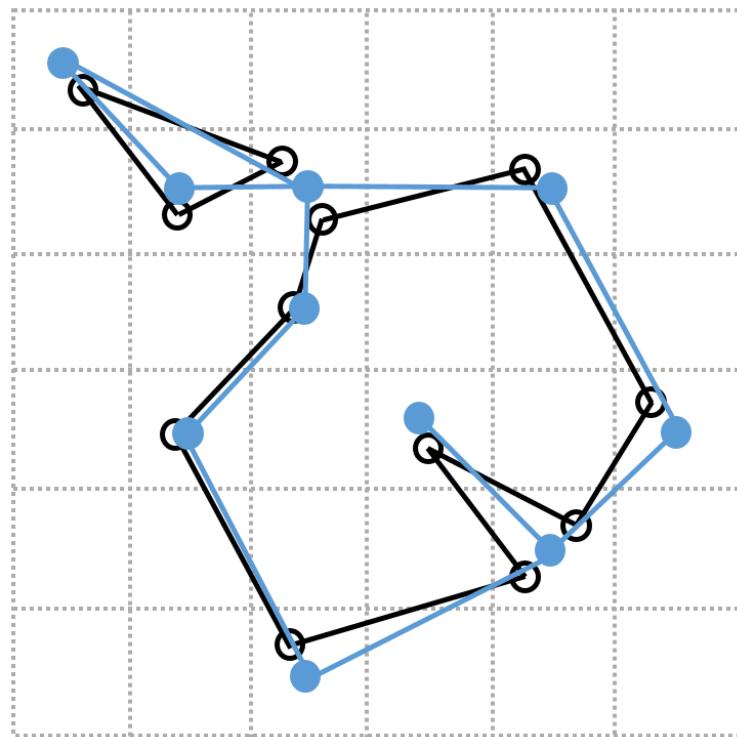


Obr. 2.8: Ukážka kolapsu strany v 2D

2.2.2 Globálne metódy

Ako to už z mena vyplýva globálne metódy pristupujú ku spracovaniu povrchu ako celku a na rozdiel od lokálnych metód, ktoré využívajú iteratívne procesy, globálne metódy analyzujú celý povrch naraz, aby dosiahli jeho zjednodušenie.

1. Zhlukovanie vrcholov (z ang. Vertex clustering) - Táto metóda je založená na priradení váh pre každý vrchol povrchu, na základe jeho dôležitosti. Vrcholy susedné ku veľkým trojuholníkom a tie ktoré sú v zakrivených oblastiach je priradená väčšia váha ako tým, ktoré sú v hladkých oblastiach a vedľa malých trojuholníkov. Celý priestor v ktorom sa povrch nachádza sa rozdelí pomocou voxelovej mriežky. Na záver sa všetky vrcholy v danej bunke mriežky zoskupia do vrcholu s najväčšou váhou, čím sa zníži celkový počet vrcholov. Táto metóda je výpočtovo veľmi efektívna, jej presnosť sa dá upravovať pomocou rozlíšenia voxelovej mriežky, ale taktiež vie zmeniť topológiu povrchu nepredvídateľným spôsobom. [27]



Obr. 2.9: Ukážka zhľukovania vrcholov v 2D. Originálne vrcholy (čierne), po úprave (modré) pre viditeľnosť posunuté od stredu mriežky

3 Špecifikácia ciel'ov

Po úspešnom zhrnutí rôznych prístupov pre spracovanie mračien bodov a rekonštrukciu povrchu v predošlých kapitolách, môžeme prejsť na návrh nášho riešenia. Navrhovaný algoritmus využije skôr spomínané metódy na predspracovanie mračna bodov, aby potom následná rekonštrukcia povrchu dosahovala lepšie výsledky, zatiaľ čo sa pokúsime o zníženie celkovej pamäťovej náročnosti. Tento proces môžeme rozdeliť do následujúcich bodov:

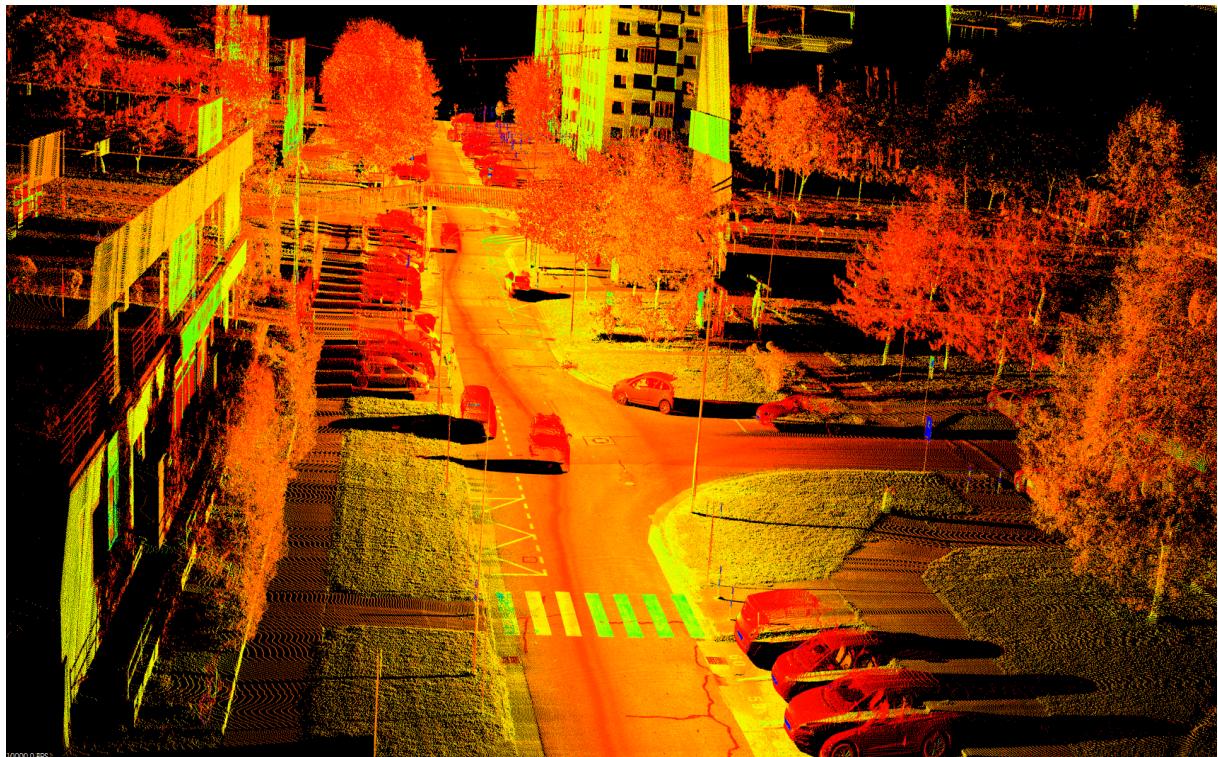
1. Odstránenie odľahlých bodov
2. Separácia bodov zeme a objektov
3. Zhlukovanie bodov objektov do supervoxelov
4. Segmentácia objektov
5. Adaptívne pod-vzorkovanie bodov objektov
6. Rekonštrukcia povrchu (výber najvhodnejšej metódy)
7. Textúrovanie povrchu

4 Použité súbory dát

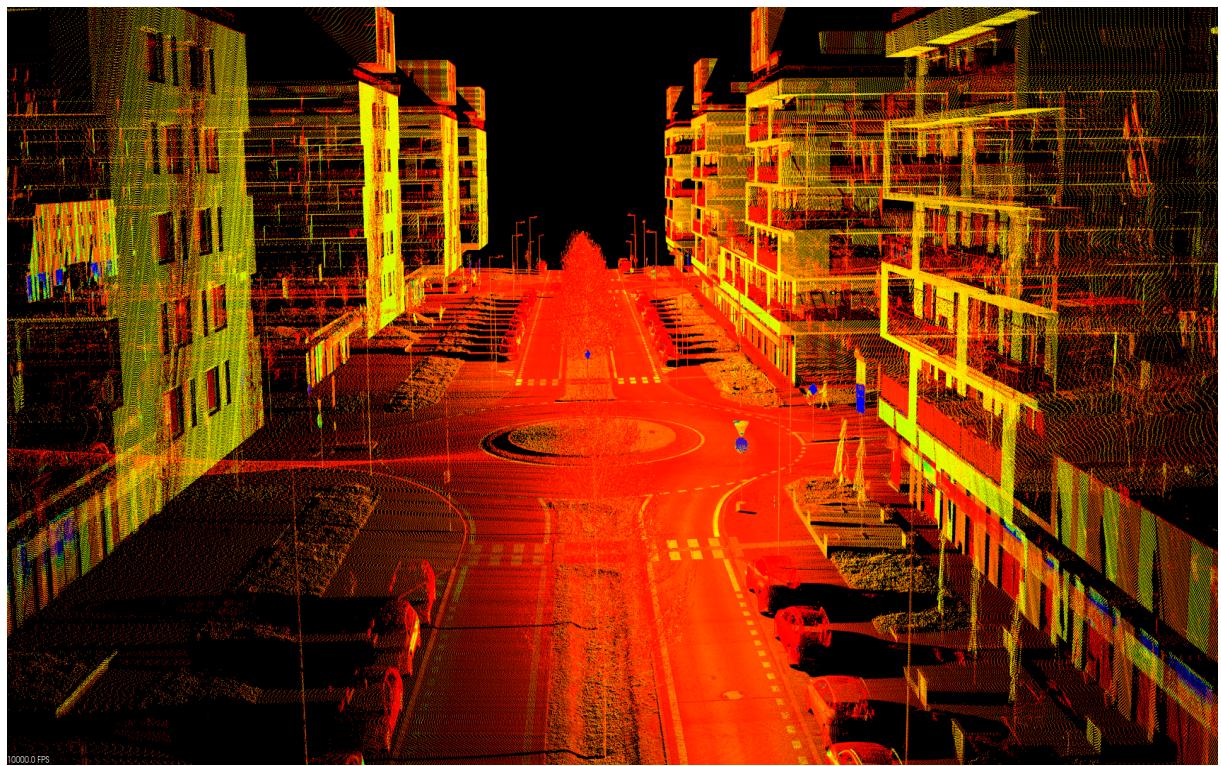
Pred samotnou implementáciou navrhnutého riešenia si v krátkosti predstavíme mračná bodov, s ktorými budeme pracovať. Pre účely tejto práce nám bolo poskytnutých päť rozdielnych mračien bodov, pričom dve boli použité na vývoj a testovanie a zvyšné boli použité na validáciu a overenie riešenia.

Pre získanie poskytnutých mračien bodov boli použité dva rozdielne LIDAR-i. Mračno bodov mestskej časti s bytovkami (Obr. 4.1) a mračno bodov mestskej časti s kruhovým odjazdom (Obr. 4.2) boli namerané pomocou Optech CL-360 LIDAR-u, zaťiaľ čo, mračno bodov parkoviska pri obchodoch (Obr. 4.3), mračno bodov ulice so trolejbusovou zastávkou (Obr. 4.4) a mračno bodov dedinskej časti (Obr. 4.5) boli namerané pomocou Hesai XT-32 LIDAR-u. V prípade prvých štyroch súborov dát bol LIDAR pripojený na streche auta, zatiaľ čo v poslednom bol pripojený na dronovi a dátá boli získane zo vzduchu.

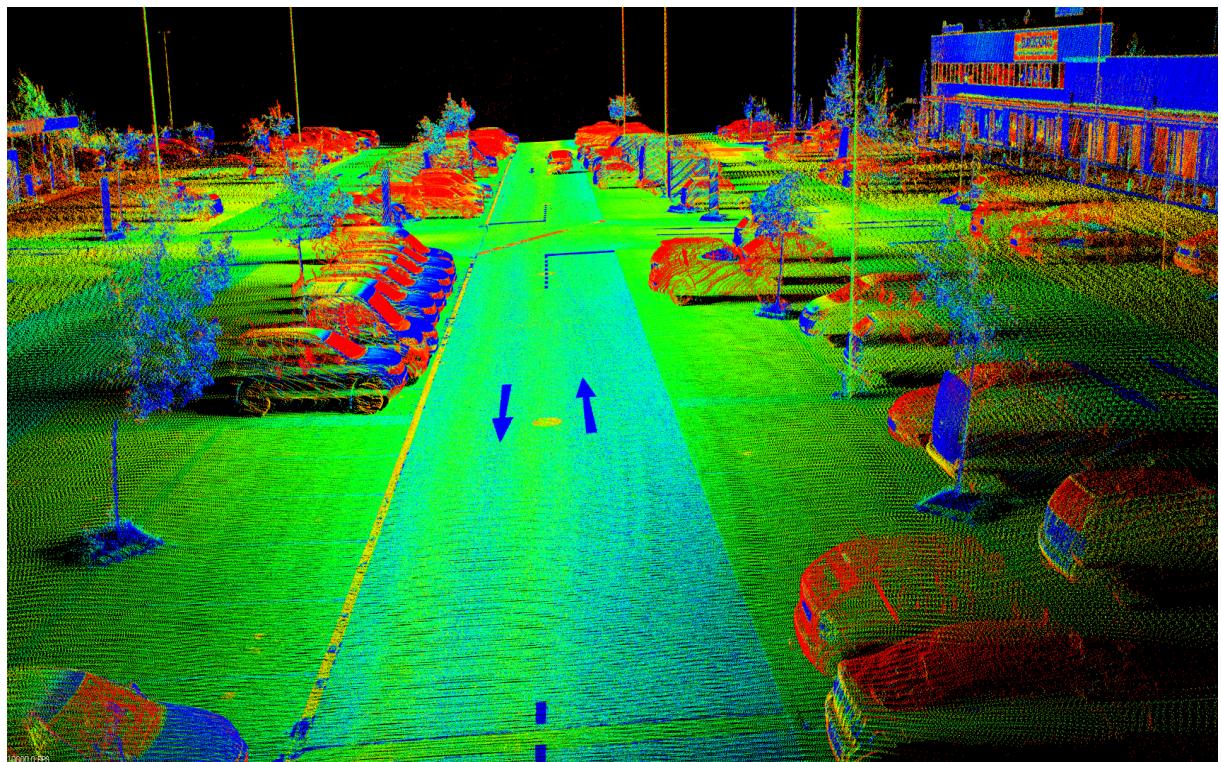
Kvôli jednoduchosti sa budú po zvyšok práce jednotlivé mračná bodov označovať ako SDx , kde x je číslo súboru dát.



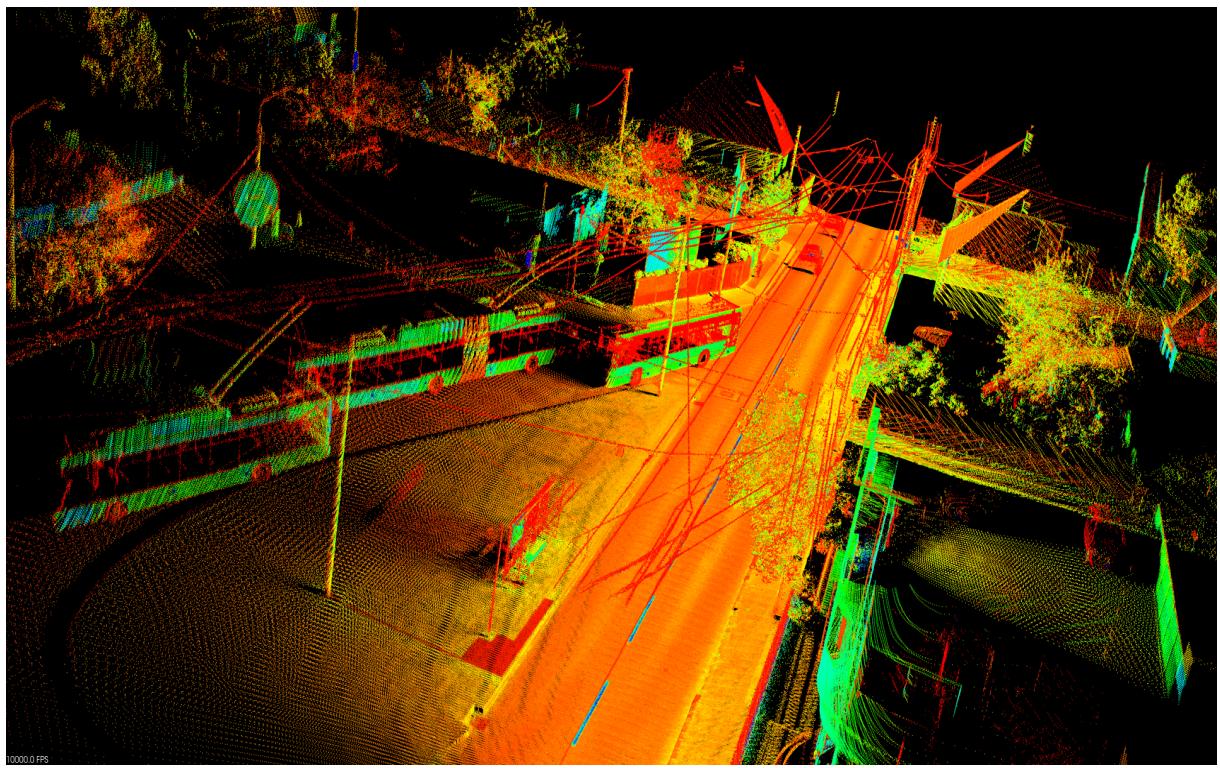
Obr. 4.1: Mračno bodov mestskej časti s bytovkami - $SD1$ (Optech CL-360)



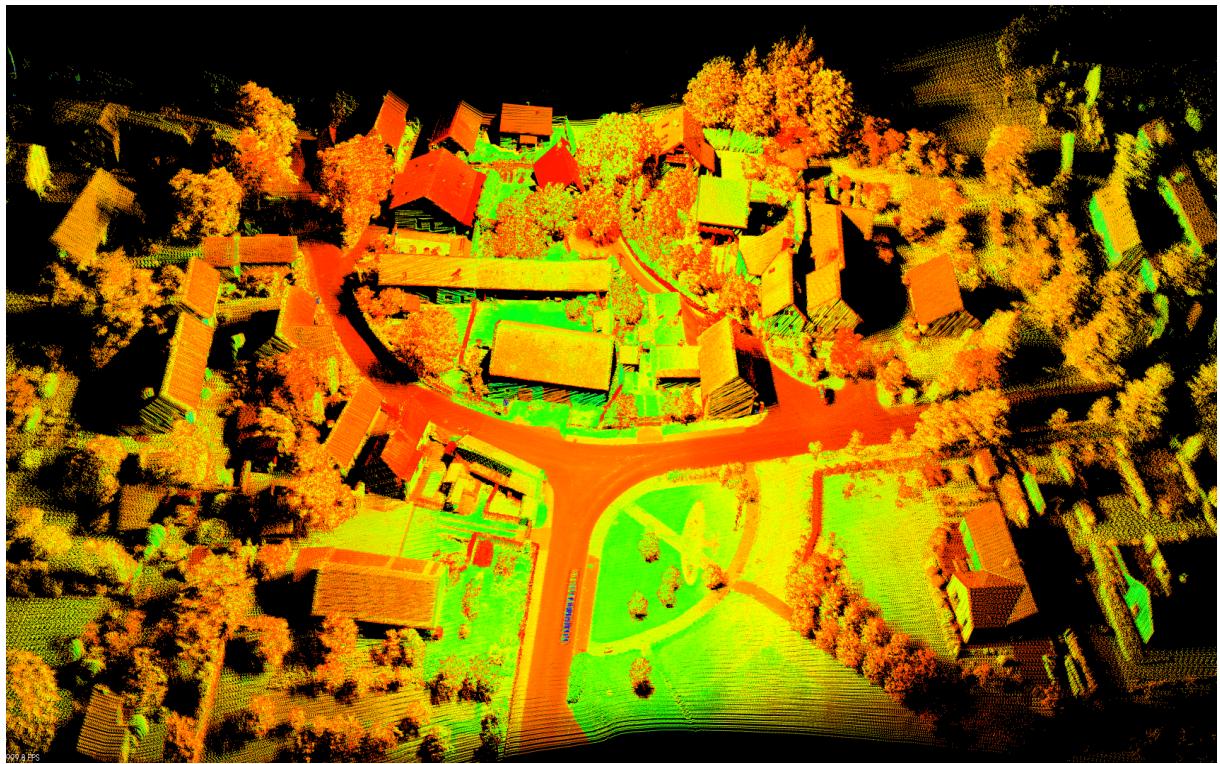
Obr. 4.2: Mračno bodov mestskej časti s kruhovým odjazdom - SD2 (Optech CL-360)



Obr. 4.3: Mračno bodov parkoviska pri obchodoch - SD3 (Hesai XT-32)



Obr. 4.4: Mračno bodov ulice so trolejbusovou zastávkou - SD4 (Hesai XT-32)



Obr. 4.5: Mračno bodov dedinskej časti - SD5 (Hesai XT-32)

5 Realizácia riešenia

V tejto kapitole sa budeme zaoberať konkrétnou implementáciou vyššie špecifikovaných cieľov. Na implementáciu budeme používať programovací jazyk C++ v prostredí Visual Studio, pričom sa hlavne zameriame na využitie existujúcich implementácií algoritmov z PCL knižnice.

5.1 Odstránenie odľahlých bodov

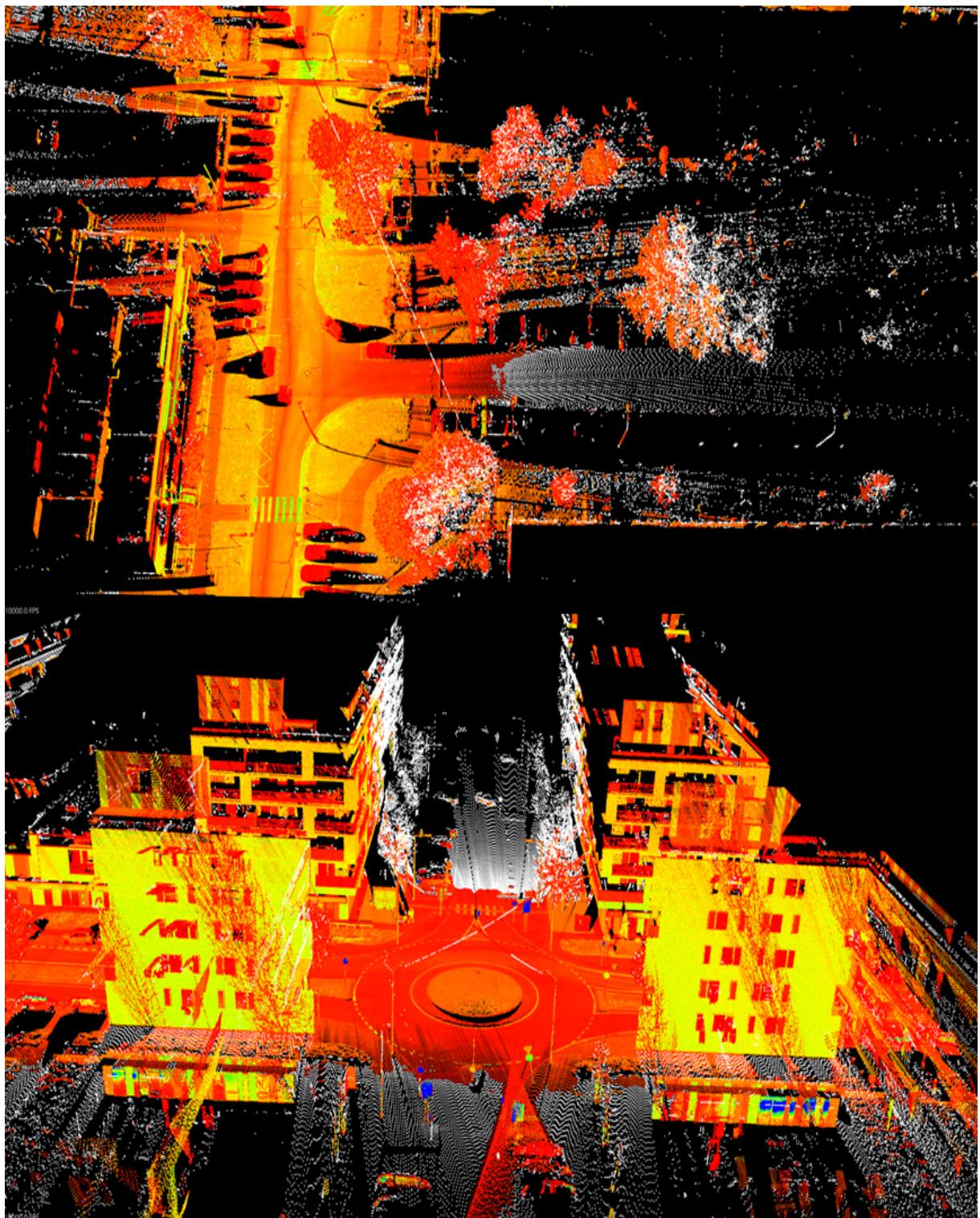
Ako už bolo uvedené v úvodnej kapitole, mračná bodov často obsahujú body, ktoré nereprezentujú reálny povrch objektov a nazývame ich odľahlé. Tieto body vznikajú z rôznych dôvodov ako sú šum v systéme snímača, prekrytie snímača, lesklé alebo priehľadné povrhy objektov a mnoho ďalších. Odfiltrovanie týchto bodov je dôležitým krokom pri spracovaní mračien bodov, nakol'ko ich odstránením nie len znížime celkový počet bodov, ale aj zabezpečíme, že nasledovné kroky budú mať vyššiu úspešnosť, či už ide o segmentáciu alebo samotnú rekonštrukciu povrchu.

Pre samotné odstránenie odľahlých bodov nám PCL knižnica ponúka dve rýchle a efektívne metódy, ROR (Radial outlier removal) a SOR (Statistical outlier removal). Prvá s týchto metód nám ponúka odstránenie bodov, ktoré nemajú minimálny počet susedov v definovanom rádiuse. Táto metóda je ale parametricky závislá od hustoty mračna bodov a pre rozdielne súbory dát nefunguje rovnako, a preto sme sa rozhodli, že budeme pokračovať so SOR metódou. Táto metóda počíta so priemernou vzdialenosťou každého bodu a jeho K najbližších susedov a na základe toho vyhodnocuje, ktoré body sú odľahlé (presnejšie vysvetlené v kapitole 1.2.1).

Metóda nám ponúka nastavenie počtu najbližších susedov a násobiteľ prahu štandardnej odchýlky. Tieto dva parametre nám umožňujú nastavenie agresívnosti filtru a po vyskúšaní viačerých kombinácií, sme dospeli ku hodnotám:

- Počet najbližších susedov (z ktorých sa počíta priemer) = 20
- Násobiteľ prahu štandardnej odchýlky = 2,0

pre ktoré sme dosiahli dobrý pomer odstránenia nepotrebných (riedkych) bodov a zachovania podstatných bodov. Ukážku dosiahnutých výsledkov môžeme vidieť na Obr. 5.1.



Obr. 5.1: Výsledné mračná bodov (pôvodná farba) po odstránení odľahlých bodov (biele farba) pomocou SOR metódy (*SD1* hore, *SD2* dole)

	Pôvodný počet bodov	Nový počet bodov	Zmenšenie mračna bodov [%]
SD1	15 667 351	15 477 814	1,21
SD2	5 297 511	5 144 894	2,89
SD3	9 924 233	9 797 094	1,29
SD4	5 462 647	5 344 810	2,16
SD5	7 544 836	7 297 335	3,28

Tabuľka 5.1: Porovnanie veľkosti pôvodných a filtrovaných mračien bodov, pre jednotlivé súbory dát

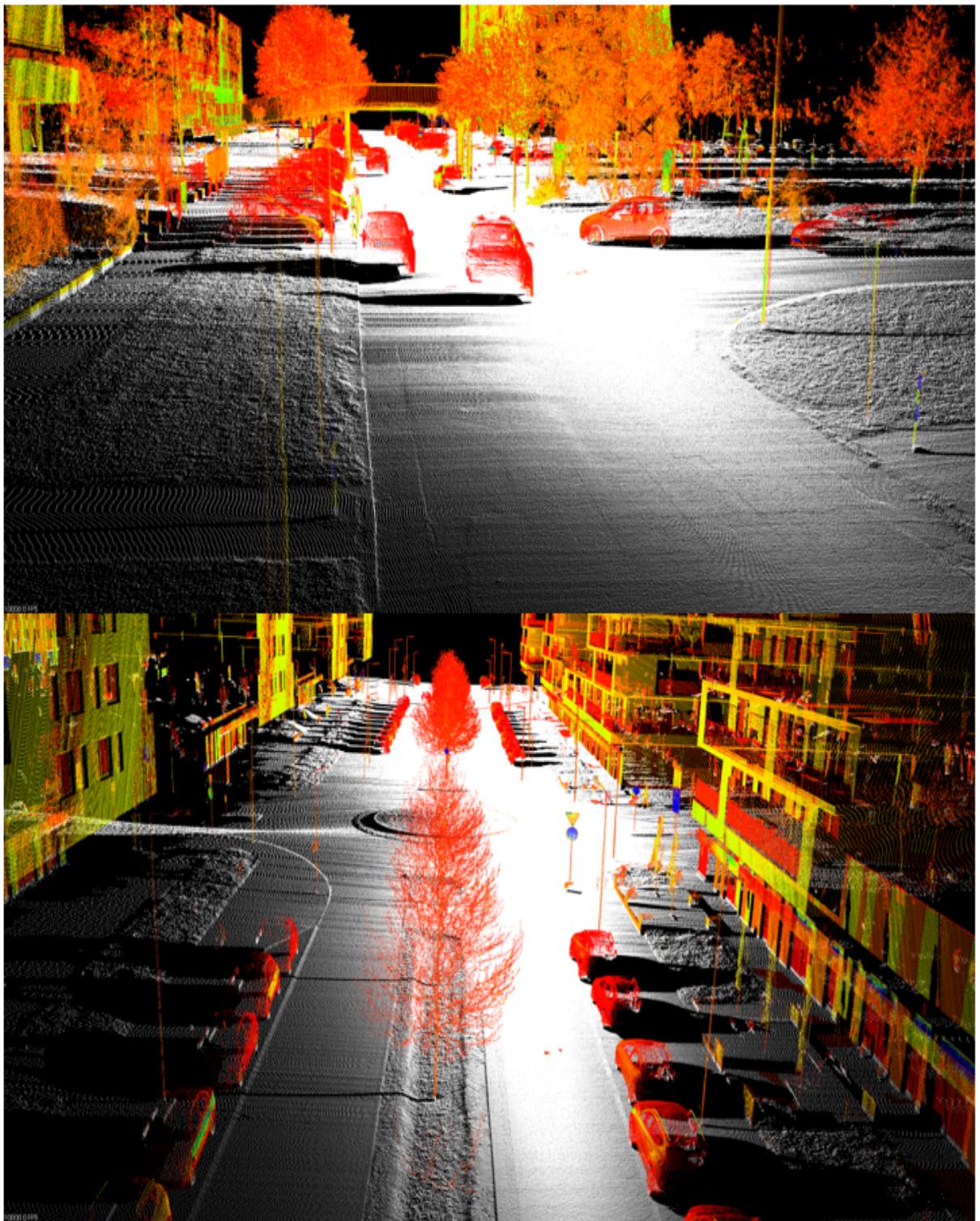
5.2 Separácia bodov zeme a objektov

Po odfiltrovaní odľahlých bodov je ďalším hlavným cieľom segmentovať mračno bodov na jednotlivé objekty. Pred samotnou segmentáciou je vhodné separovať body zeme a terénu od bodov jednotlivých objektov, nakoľko v druhej väčšine prípadov sú tieto body navzájom spojené iba so samotnou zemou.

Pre tento účel využijeme progresívny morfologický filter. Princíp tohto filtra spočíva vo využití matematickej operácie otvárania (kombinácia erózie a následnej dilatácie), ktorá sa aplikuje na body v okne. Ak je toto okno väčšie ako objekt reprezentovaný bodmi vo vnútri, objekt je odstránený, zatiaľ čo väčšie objekty sú zachované. Táto metóda začína vytvorením mriežky s počiatočnou veľkosťou okna, pričom odstraňuje menšie objekty. Postupným zväčšovaním tohto okna odstraňuje stále väčšie objekty, až kým nedosiahne maximálnu veľkosť okna, kedy by mali byť zachované len body zeme. [28]

V našej práci využijeme implementáciu z PCL knižnice, konkrétnie využijeme jeho aproximáciu, keďže jeho plná verzia je výpočtovo a časovo veľmi náročná. Metóda ponúka viačero nastaviteľných parametrov, pričom pre následujúcu konfiguráciu sme dosiahli najlepšie výsledky.

- Maximálna veľkosť okna = 18
- Veľkosť bunky = 0,1
- Sklon = 2,85
- Počiatočná vzdialenosť (nad parametrizovaným povrchom) = 0,1
- Maximálna vzdialenosť (nad parametrizovaným povrchom) = 2,5



Obr. 5.2: Mračná bodov objektov (pôvodná farba) po separácii bodov zeme (biele farba) pomocou aproximácie morfologického filtra (*SD1* hore, *SD2* dole)

	Počet bodov zeme	Počet bodov objektov	Pomer bodov zeme a objektov[%]
SD1	8 455 280	7 022 534	54,63 - 45,37
SD2	3 075 670	2 069 224	59,78 - 40,22
SD3	5 260 628	4 536 466	53,70 - 46,30
SD4	3 321 577	2 023 233	62,15 - 37,85
SD5	3 206 050	4 091 285	43,93 - 56,07

Tabuľka 5.2: Porovnanie pomeru bodov zeme a objektov, pre jednotlivé súbory dát

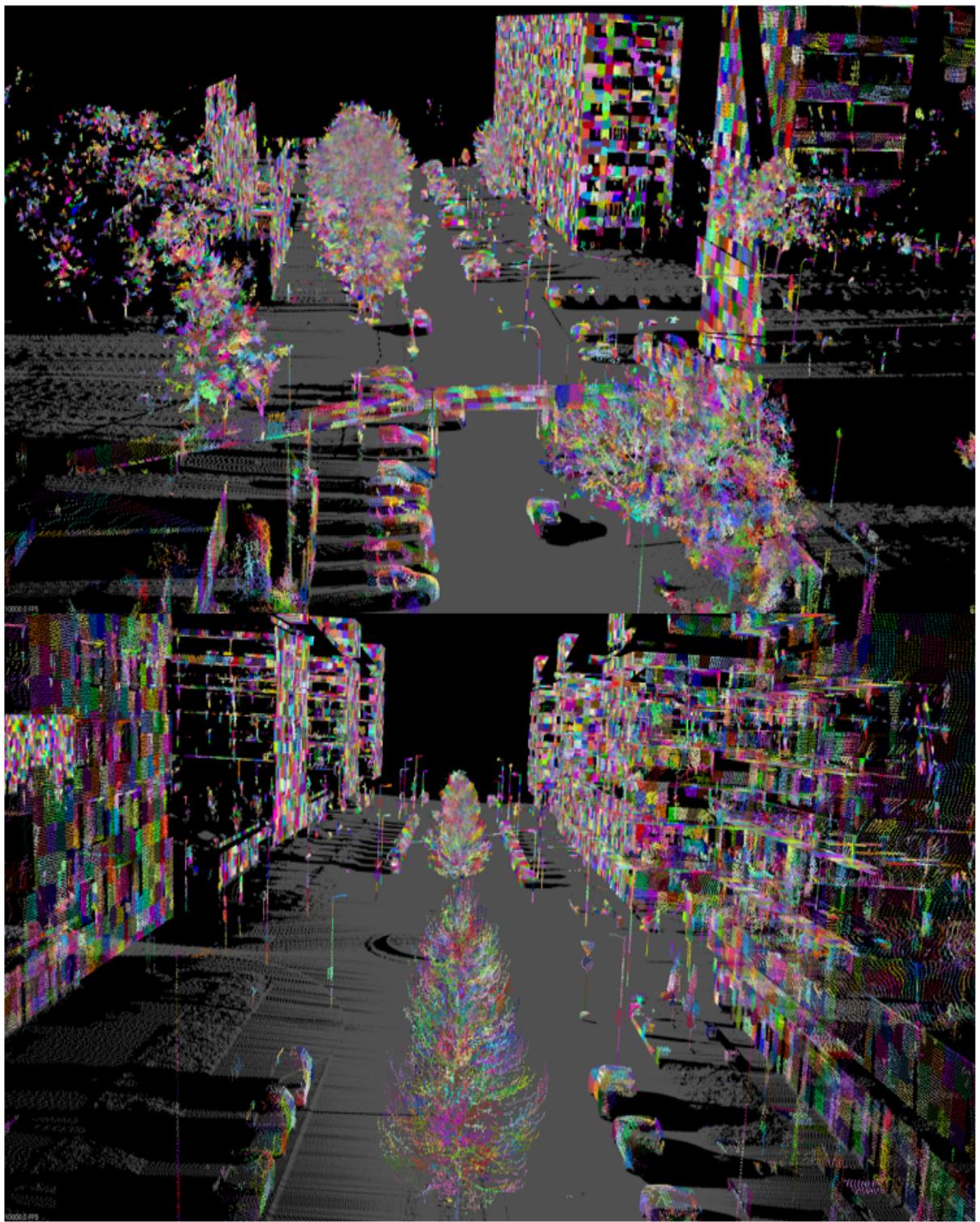
5.3 Zhlukovanie bodov objektov do supervoxelov

Pre účely použitia nasledujúcej segmentačnej metódy, je potrebne mračno bodov zoskupiť do takzvaných supervoxelov, ktoré predstavujú významovo väčšie celky, ktoré majú podobné vlastnosti, zatiaľ čo sa snažia nepresahovať hranice objektov. Tieto zhluky taktiež predstavujú vyššiu úroveň reprezentácie mračna bodov, čím redukujú výpočtovú náročnosť ďalších procesov, zatiaľ čo uchovávajú dôležité štrukturálne informácie.

Zoskupenie mračna bodov vykonáme pomocou PCL knižnice, ktorá obsahuje triedu Supervoxel Clustering. Táto trieda vykonáva zhlukovanie využitím VCCS (Voxel Cloud Connectivity Segmentation), čo je nová metóda, ktorá využíva rastový variant k-means zhlukovania, pričom body označuje priamo do voxelov štruktúry oktálového stromu. Pomocou oktálového stromu efektívne uchováva graf súsednosti 26 susedov (spojený hranou, tvárou alebo vrcholom), pričom tento graf je vo veľkej mierе použitý pre rast regiónov zhlukov, ako aj pre uchovanie súsednosti výsledných supervoxelov. Rast supervoxelov je riadený normalizovanými priestorovými, farebnými a normálovými vzdialenosťami, pričom prvá meria priestorový rozsah, druhá meria rozdiel farby v RGB priestore a posledná meria uhol medzi normálami povrchu. [29]

Trieda Super-voxel Clustering ponúkala nastavenie piatich parametrov, pričom hodnota rozlíšenia voxelov, rozlíšenia počiatočných bodov a dôležitosť normál hrala najvýznamnejšiu úlohu, pre dosiahnutie požadovaných výsledkov. Výsledná konfigurácia je následovná:

- Rozlíšenie voxelov = 0,1
- Rozlíšenie počiatočných bodov (z ang. seed) = 1,0
- Dôležitosť normál = 1,0
- Dôležitosť farby = 0,2
- Priestorová dôležitosť = 0,2



Obr. 5.3: Mračná bodov objektov zoskupené do supervoxelov rôznej farby (SD1 hore, SD2 dole)

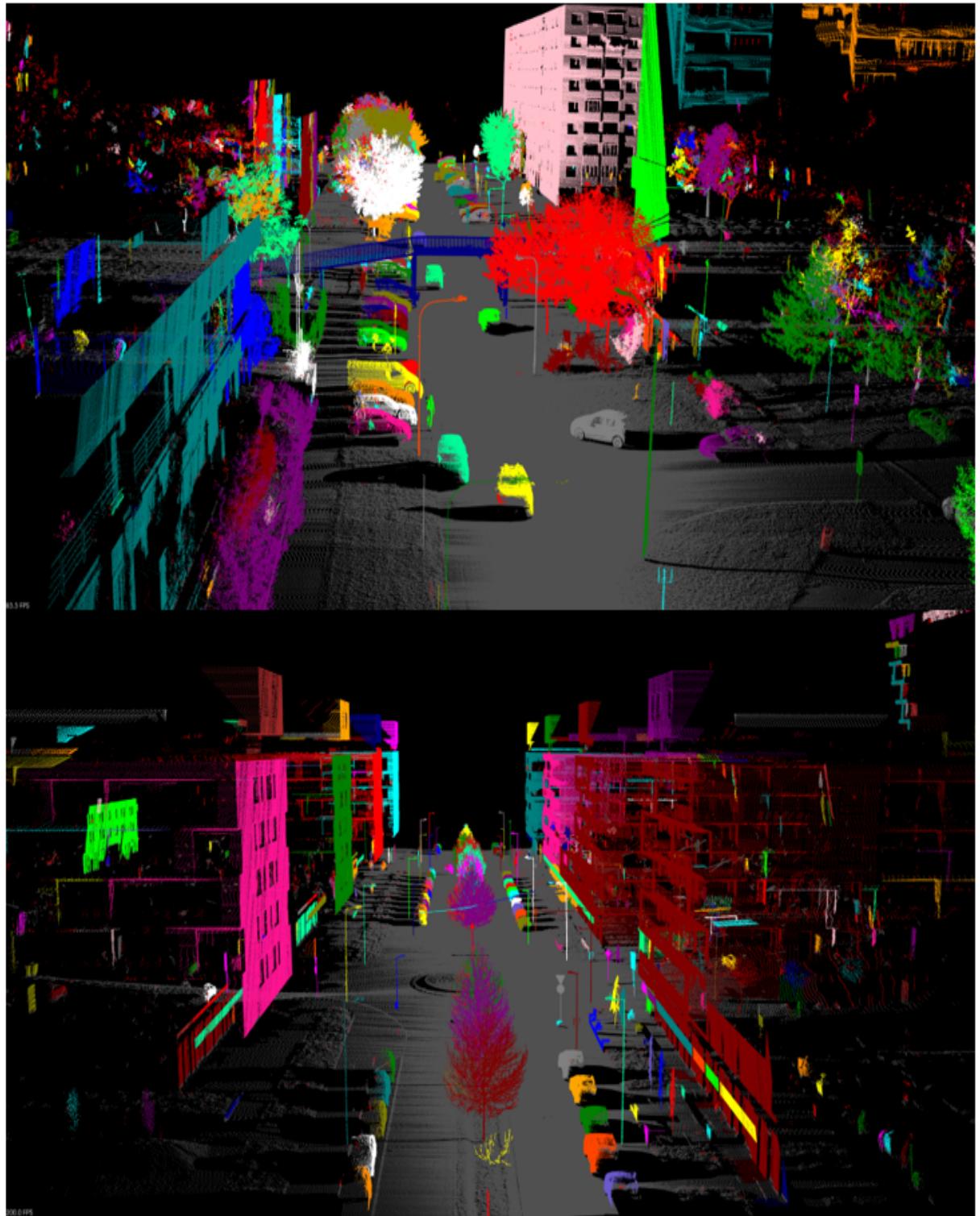
5.4 Segmentácia mračna bodov

Výsledkom predošlých krokov je samotná segmentácia mračna bodov patriaceho objektom. Táto segmentácia nám rozdelí body mračna na jednotlivé objekty, čo následne umožní individuálny prístup pri ďalších krokoch ako sú pod-vzorkovanie alebo rekonštrukcia povrchu. Vďaka segmentácií budeme mať väčšiu kontrolu a dosiahneme lepšie výsledky.

Pre segmentáciu mračna bodov využijeme PCL implementáciu CPC (Constrained Planar Cuts) metódy. Táto metóda využíva graf sú slednosti vytvorený v predošлом kroku pomocou VCCS na to, aby získala informáciu o lokálnych konkávnostiach/konvexnostiach, pomocou čoho vytvára EEC (Euclidean Edge Cloud). Toto mračno hrán reprezentuje každý bod, ako hranu grafu sú slednosti, pričom uchováva smer a veľkosť hrany (konvexný alebo konkávny). Na základe tejto reprezentácie je možné využiť geometricky obmedzený deliaci model, pre nájdenie možných rezov. Pre určenie roviny rezu je použitý vážený RANSAC, ktorý sa snaží maximalizovať hodnotiacu funkciu, pričom body so konkávnym smerom hrany sú uprednostňované pred tými so konvexnou. Mračno bodov je na základe tejto roviny rekurzívne rezané, až pokým nie sú dosiahnuté ukončovacie podmienky, čím získavame výsledné segmentované mračno bodov. [30]

Samotná PCL implementácia ponúka viacero nastaviteľných parametrov, pričom rôzne konfigurácie majú svoje výhody a nevýhody. Výsledná konfigurácia vyzerá následovne:

- Prah tolerancie konkávnosti (uhol v stupňoch) = 15,0
- Maximálny počet rezov = 20
- Minimálna veľkosť rezaného segmentu = 300
- Minimálna veľkosť segmentu (menšie budu zlúčené) = 150
- Počet RANSAC iterácií = 3000
- K-faktor (faktor pre rozšírenú kontrolu konvexnosti) = 0
- Minimálne rezné skóre (skóre na vykonanie rezu) = 0,3
- Prah hladkosti (kontrola hladkosti hrán) = 0,1
- Použitie kritéria rozumnosti (odstránenie oblastí s jedným spojením) = nie
- Použitie lokálnych obmedzení rezania = áno
- Použitie usmerneného rezania (kolmé rezanie na hranu) = nie
- Čisté rezanie (rezanie hrán so suprevoxelmi na opačných stranách roviny) = áno

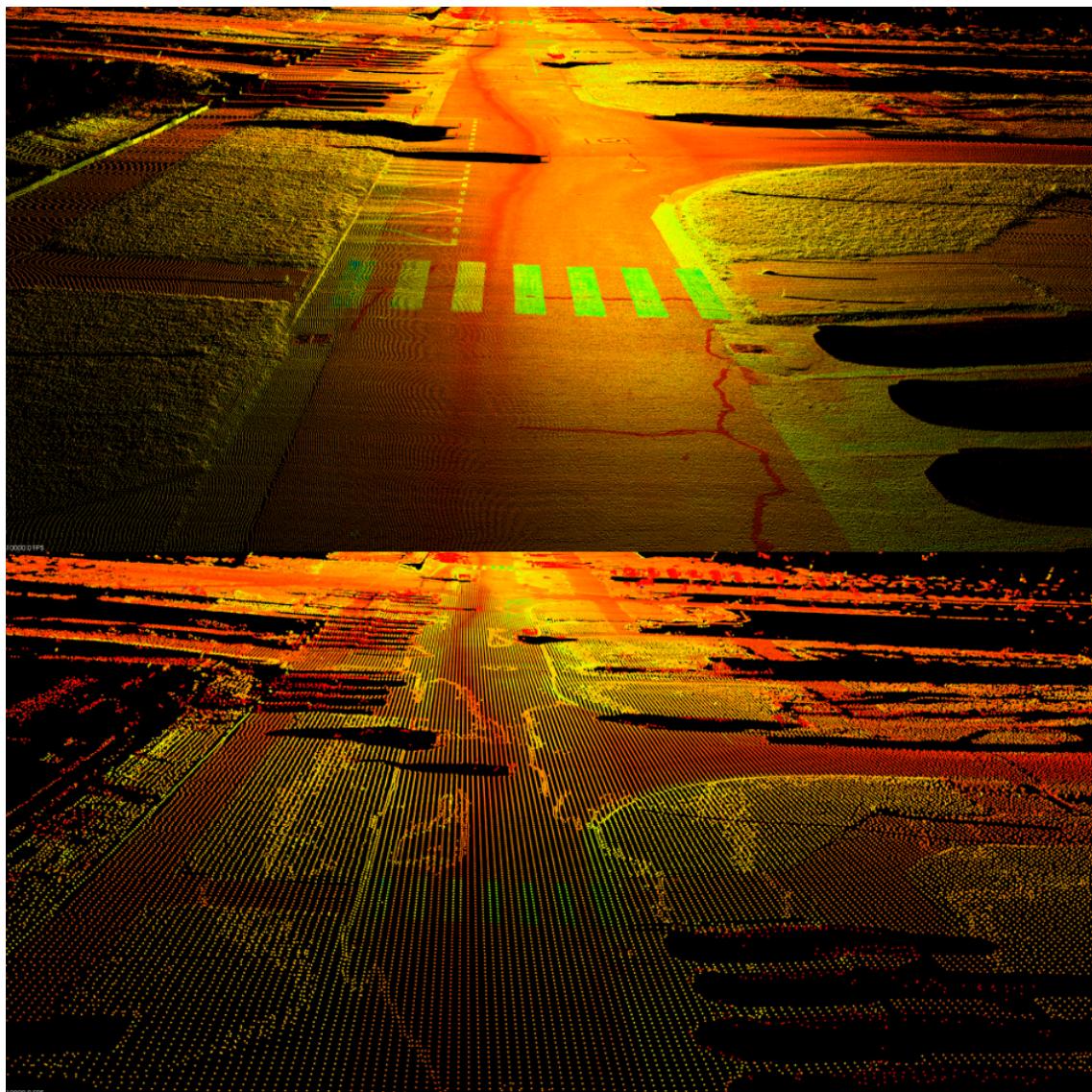


Obr. 5.4: Mračná bodov segmentované na jednotlivé objekty, označené rôznou farbou (SD1 hore, SD2 dole)

5.5 Podvzorkovanie mračna bodov

Ďalším krokom pred samotnou rekonštrukciou povrchu je podvzorkovanie mračna bodov. Tento krok nám zníži celkový počet bodov, čo zabezpečí nie len zníženie pamäťovej náročnosti, ale aj zníženie výpočtového času pri rekonštrukcii povrchu. Pre tento účel budeme používať dve odlišné metódy, pričom budeme rozdielne pristupovať ku bodom zeme a ku bodom objektov.

5.5.1 Podvzorkovanie bodov zeme



Obr. 5.5



Obr. 5.6: (1) Mračno rozdielov normál (2) Klasifikované mračno na základe dôležitosti bodov v vzostupnom poradí červené, zelené, modré a najdôležitejšie tyrkysové (3) Výsledné podvzorované mračno bodov objektov ($SD1$)

	Nový počet bodov zeme	Zmenšenie mračna bodov zeme [%]	Nový počet bodov objektov	Zmenšenie mračna bodov objektov [%]	Celkové zmenšenie mračna bodov [%]
SD1	244 262	0	4 810 573	0	67,35
SD2	192 495	0	1 329 425	0	70,41
SD3	237 870	0	1 429 465	0	82,98
SD4	63 678	0	1 122 856	0	77,80
SD5	582 313	0	3 429 967	0	45,01

Tabuľka 5.3: Porovnanie zmenšenia počtu bodov pred (vid'. Tab. 5.2) a po podvzorkovaní mračien bodov

dsds

5.6 Rekonštrukcia povrchu

6 Overenie riešenia

7 Zhrnutie dosiahnutých výsledkov

Záver

Zoznam použitej literatúry

1. XU, Yusheng, TONG, Xiaohua and STILLA, Uwe. Voxel-based representation of 3D point clouds: Methods, applications, and its potential use in the construction industry. *Science Direct* [online]. 2021 [cit. 2023-12-24]. Dostupné z : <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0926580521001266>.
2. NIKOLOV, Ivan. Neighborhood Analysis, KD-Trees, and Octrees for Meshes and Point Clouds in Python. *Towards Data Science* [online]. 2022 [cit. 2023-12-24]. Dostupné z : <https://towardsdatascience.com/neighborhood-analysis-kd-trees-and-octrees-for-meshes-and-point-clouds-in-python-19fa96527b77>.
3. CAI, Yixi, XU, Wei and ZHANG, Fu. ikd-Tree: An Incremental K-D Tree for Robotic Applications [online]. 2021 [cit. 2023-12-25]. Dostupné z : <https://arxiv.org/pdf/2102.10808.pdf>.
4. BENTLEY, Jon Louis. Multidimensional Binary Search Trees Used for Associative Searching [online]. 1975 [cit. 2023-12-25]. Dostupné z : <https://dl.acm.org/doi/pdf/10.1145/361002.361007>.
5. ANZOLA, John, TARAZONA, Giovanny, ESPADA, Jordán a GONZALEZ CRESPO, Ruben. A Clustering WSN Routing Protocol Based on k-d Tree Algorithm. *Sensors*. 2018, roč. 18, s. 1–25. Dostupné z DOI: 10.3390/s18092899.
6. ELSEBERG, Jan, BORRMANN, Dorit a NÜCHTER, Andreas. One billion points in the cloud – an octree for efficient processing of 3D laser scans. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*. 2013, roč. 76, s. 76–88. ISSN 0924-2716. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2012.10.004>. Terrestrial 3D modelling.
7. *PCL/OpenNI tutorial 2: Cloud processing (basic)* [online]. [cit. 2023-12-26]. Dostupné z : <https://robotica.unileon.es/index.php?title=File:Octree.png>.
8. HAN, Xian-Feng, JIN, Jesse S., WANG, Ming-Jie, JIANG, Wei, GAO, Lei a XIAO, Li-ping. A review of algorithms for filtering the 3D point cloud. *Signal Processing: Image Communication*. 2017, roč. 57, s. 103–112. ISSN 0923-5965. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.image.2017.05.009>.
9. CARRILHO, A. C., GALO, M. a SANTOS, R. C. dos. STATISTICAL OUTLIER DETECTION METHOD FOR AIRBORNE LIDAR DATA. 2018. Dostupné tiež z: <https://d-nb.info/1167928644/34>.

10. *Removing outliers using a StatisticalOutlierRemoval filter* [online]. [cit. 2023-12-27]. Dostupné z : https://pcl.readthedocs.io/projects/tutorials/en/latest/statistical_outlier.html.
11. POLŤÁK, Alexander. Detekcia známych objektov v mračne bodov a ich filtrácia : diplomová práca. Bratislava : STU. 2023.
12. LIN, Yun-Jou, BENZIGER, Ronald R a HABIB, Ayman. Planar-Based Adaptive Down-Sampling of Point Clouds. In: 2016. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.14358/PERS.82.12.955>.
13. NGUYEN, Anh a LE, Bac. 3D point cloud segmentation: A survey. In: *2013 6th IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM)*. 2013, s. 225–230. Dostupné z DOI: [10.1109/RAM.2013.6758588](https://doi.org/10.1109/RAM.2013.6758588).
14. SCHNABEL, R., WAHL, R. a KLEIN, R. Efficient RANSAC for Point-Cloud Shape Detection. *Computer Graphics Forum*. 2007, roč. 26, č. 2, s. 214–226. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1467-8659.2007.01016.x>.
15. STROM, Johannes, RICHARDSON, Andrew a OLSON, Edwin. Graph-based segmentation for colored 3D laser point clouds. In: *2010 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems*. IEEE, 2010, s. 2131–2136.
16. ESTER, Martin, KRIEGEL, Hans-Peter, SANDER, Jörg, XU, Xiaowei et al. A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise. In: *kdd*. 1996, zv. 96, s. 226–231. Č. 34.
17. IKOTUN, Abiodun M., EZUGWU, Absalom E., ABUALIGAH, Laith, ABUHAIJA, Belal a HEMING, Jia. K-means clustering algorithms: A comprehensive review, variants analysis, and advances in the era of big data. *Information Sciences*. 2023, roč. 622, s. 178–210. ISSN 0020-0255. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2022.11.139>.
18. *Understanding DBSCAN Algorithm and Implementation from Scratch* [online]. [cit. 2023-12-31]. Dostupné z : <https://towardsdatascience.com/understanding-dbscan-algorithm-and-implementation-from-scratch-c256289479c5>.
19. FISCHLER, Martin A a BOLLES, Robert C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography. *Communications of the ACM*. 1981, roč. 24, č. 6, s. 381–395.
20. KHATAMIAN, Alireza a ARABNIA, Hamid R. Survey on 3D surface reconstruction. *Journal of Information Processing Systems*. 2016, roč. 12, č. 3, s. 338–357.

21. LORENSEN, William E. a CLINE, Harvey E. Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm. *SIGGRAPH Comput. Graph.* 1987, roč. 21, č. 4, s. 163–169. ISSN 0097-8930. Dostupné z DOI: 10.1145/37402.37422.
22. *Marching Cubes, Explained Using Marching Squares*. Dostupné tiež z: <https://blog.42yeah.is/algoritm/2023/07/15/marching-cubes.html>.
23. KAZHDAN, Michael, BOLITHO, Matthew a HOPPE, Hugues. Poisson surface reconstruction. In: *Proceedings of the fourth Eurographics symposium on Geometry processing*. 2006, zv. 7. Č. 4.
24. BERNARDINI, F., MITTELMAN, J., RUSHMEIER, H., SILVA, C. a TAUBIN, G. The ball-pivoting algorithm for surface reconstruction. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*. 1999, roč. 5, č. 4, s. 349–359. Dostupné z DOI: 10.1109/2945.817351.
25. BERGER, Matthew, TAGLIASACCHI, Andrea, SEVERSKY, Lee M., ALLIEZ, Pierre, GUENNEBAUD, Gaël, LEVINE, Joshua A., SHARF, Andrei a SILVA, Claudio T. A Survey of Surface Reconstruction from Point Clouds. *Computer Graphics Forum*. 2017, roč. 36, č. 1, s. 301–329. Dostupné z DOI: <https://doi.org/10.1111/cgf.12802>.
26. OHTAKE, Yutaka, BELYAEV, Alexander, ALEXA, Marc, TURK, Greg a SEIDEL, Hans-Peter. Multi-level partition of unity implicits. In: *ACM SIGGRAPH 2005 Courses*. Los Angeles, California: Association for Computing Machinery, 2005, 173–es. SIGGRAPH '05. ISBN 9781450378338. Dostupné z DOI: 10.1145/1198555.1198649.
27. TALTON, Jerry. A short survey of mesh simplification algorithms. 2004.
28. ZHANG, Keqi, CHEN, Shu-Ching, WHITMAN, D., SHYU, Mei-Ling, YAN, Jianhua a ZHANG, Chengcui. A progressive morphological filter for removing nonground measurements from airborne LIDAR data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2003, roč. 41, č. 4, s. 872–882. Dostupné z DOI: 10.1109/TGRS.2003.810682.
29. *Clustering of Pointclouds into Supervoxels*. Dostupné tiež z: https://pcl.readthedocs.io/projects/tutorials/en/latest/supervoxel_clustering.html.
30. SCHOELER, Markus, PAPON, Jeremie a WORGOTTER, Florentin. Constrained planar cuts-object partitioning for point clouds. In: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. 2015, s. 5207–5215.