Hustota elektrónových stavov v kove so slabým disorderom a slabou elektrón-elektrónovou interakciou: Jav Altshulera-Aronova

Diplomová Práca

Matúš Jenča
Vedúci práce: Doc. RNDr. Martin Moško, DrSc.
Konzultant: RNDr. Antónia Mošková, CSc.

Fakulta matematiky, Fyziky a Informatiky

May 23, 2022

Obsah

- Interagujúce elektróny v čistom kove: Hartreeho - Fockova aproximácia pre model želé
- Elektrón-elektrónová interakcia v kove s disorderom : Jav Altshulera - Aronovova
- Meranie hustoty stavov v kove s disorderom metódou tunelovej spektroskopie
- Altshuler - Aronovov jav, rozšírenie teórie na energie $|\mathscr{E} - \mathscr{E}_F| \gtrsim \hbar/\tau$
- Výsledky a ich diskusia

Interagujúce elektróny v čistom kove: Hartreeho - Fockova aproximácia pre model želé

- Pre neinteragujúci elektrón máme Schrödingerovu rovnicu voľnej častice, ktorej riešením je DeBroglieho rovinná vlna s Born von Karmanovou okrajovou podmienkou

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sqrt{\frac{1}{V}} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \frac{E(k)t}{\hbar})}, \tag{1}$$

- Energia voľnej častice je $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$
- Pre koncentráciu neinteragujúcich elektrónov platí

$$n_e \equiv \frac{N}{L_x L_y L_z} = 2\frac{1}{8\pi^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \int_0^{\infty} dk\ k^2 f(k). \tag{2}$$

- Po integrovaní cez ϕ a θ kde spoznávame hustotu energetických hladín

$$n_e = \int_0^\infty dE \frac{1}{\pi^2} \frac{dk}{dE} \; k^2 \; f(E) \qquad \rho(E) = \frac{1}{\pi^2} \frac{dk}{dE} k^2 \;, \tag{3}$$

- pre voľné častice je hustota stavov

$$\rho(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(2m_e/\hbar^2\right)^{3/2} \sqrt{E}. \tag{4}$$

- pri nulovej teplote platí $f(k) = \Theta(k)$, teda maximálne obsadené stavy neinteragujúcich elektrónov budú na Fermiho Sfére

$$k_F = (3\pi^2 n_e)^{\frac{1}{3}}, \tag{5}$$

- energia na Fermiho ploche je Fermiho Energia

$$E_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n_e)^{\frac{2}{3}}}{2m_e}. \tag{6}$$

- po započítaní vzájomnej interakcie elektrónov (e-e interakciu) a interakciu s iónmi dostaneme mnohočasticový Hamiltonián

$$\hat{H} = \sum_i [\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta_i - \sum_j \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{R}_j|} + \frac{1}{2}\sum_{j\neq i}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}] \tag{7}$$

- Sch. R. s hamiltoniánom (7) riešime v Hartree-Fockovom priblížení variačnou metódou

$$E[\Psi^*] = < \Psi|H|\Psi > \tag{8}$$

- vlnové funkcie Ψ hľadáme v tvare Slatterovho determinantu

$$\Psi(\vec{r}_1, s_1, ..., \vec{r}_n, s_n) = \frac{1}{\sqrt{N!}}\begin{vmatrix} \phi_1(\vec{r}_1, s_1) & ... & \phi_1(\vec{r}_N, s_N) \\ ... & \phi_i(\vec{r}_j, s_j) & ... \\ \phi_N(\vec{r}_1, s_1) & ... & \phi_N(\vec{r}_N, s_N) \end{vmatrix}, \tag{9}$$

- Variačnou metódou dostaneme Fockove rovnice

$$(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U^{ion}(\vec{r}) + U^{el}(\vec{r}) - \sum_j{}' \int d\vec{r'}\, \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0|\vec{r}-\vec{r'}|}\phi_j^*(\vec{r'})\phi_i(\vec{r'})\frac{\phi_j(\vec{r})}{\phi_i(\vec{r})})\phi_i(\vec{r}) = E_i\phi_i(\vec{r}), \tag{10}$$

kde členy

$$U^{el}(\vec{r}) = -\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\int d\vec{r'}\ \rho_{el}(\vec{r'})\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r'}|} \quad \text{a} \quad U^{ion}(\vec{r}) = -\sum_j \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{R}_j|} \tag{11}$$

- Problém riešime v modeli *želé*, teda členy $U^{el}(\vec{r})$ a $U^{ion}(\vec{r})$ vypadnú, dostaneme

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} - \frac{e^2}{V^{3/2}4\pi\varepsilon_0}\sum_{\vec{k'}}{}' \int d\vec{r'}\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r'}|}e^{-i\vec{k'}\cdot\vec{r'}}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r'}}e^{i\vec{k'}\cdot\vec{r}} = E(\vec{k})\frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}, \tag{12}$$

Výsledná energia interagujúcich elektrónov v čistom kove v Hartree-Fockovom priblížení:

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{e^2 k_f}{4\pi^2 \varepsilon_0} F\left(\frac{k}{k_f}\right) \quad \text{kde} \quad F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1-x^2}{4x} \ln \frac{|1+x|}{|1-x|}. \tag{13}$$

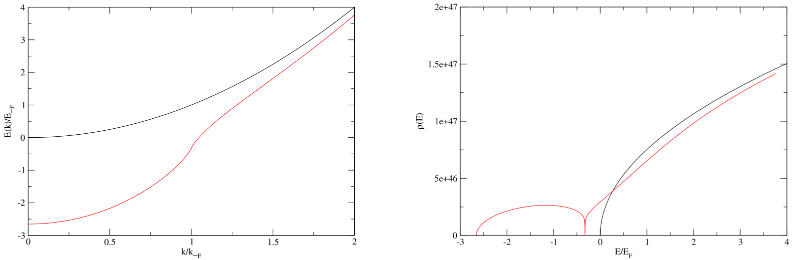
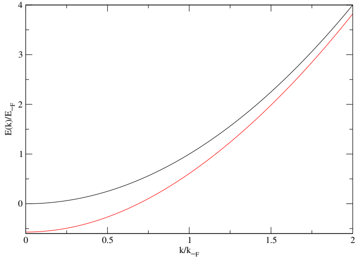


Figure: Na ľavo energia podľa rovnice (13). Napravo hustota stavov získaná numerickým invertovaním jej derivácie. Z pravého obrázku vidíme, že HF aproxiimácia je v pre holý Coulombovský potenciál v rozpore s realitou. Nulová hustota stavov na novej hodnote Fermiho energie je totiž nulová, v takomto prípade by nešlo o kov ale izolant.

Do Fockových rovníc dosadíme namiesto holého Coulombovského potenciálu $e^2/\varepsilon_0|\vec{k}' - \vec{k}|^2$ tienený potenciál $e^2/\varepsilon_0(|\vec{k}' - \vec{k}|^2 + k_s^2)$, kde k_s je reciproká tieniaca dĺžka. Pre energiu dostávame

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{e^2}{(2\pi)^2\varepsilon_0}\left(\frac{k_F^2 - k^2 + k_s^2}{4k}\ln\frac{(k_F+k)^2 + k_s^2}{(k_F-k)^2 + k_s^2} - k_s\left(\arctan\frac{k_F+k}{k_s} + \arctan\frac{k_F-k}{k_s}\right) + k_F\right). \tag{14}$$



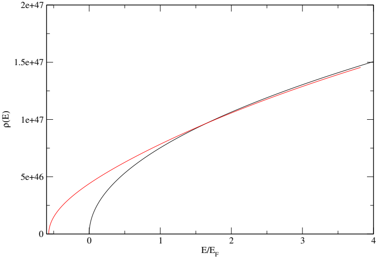


Figure: Na ľavo energia podľa rovnice (13). Napravo hustota stavov získaná numerickým invertovaním jej derivácie.

Elektrón-elektrónová interakcia v kove s disorderom : Jav Altshulera - Aronovova

- Elektrón v disorderovanom kove bez e-e interakcie je popísaný Sch. R.

$$(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{dis}(\vec{r}))\,\phi_m^{(0)}(\vec{r}) = \mathscr{E}_m\phi_m^{(0)}(\vec{r}), \tag{15}$$

- Započítaním e-e interakcie v modeli *želé* dostaneme Fockovu rovnicu

$$(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{dis}(\vec{r}))\,\phi_m(\vec{r}) - \sum_{\forall m'}\int d\vec{r'}\,\phi^*_{m'}(\vec{r})\phi_m(\vec{r'})V(\vec{r}-\vec{r'})\phi_{m'}(\vec{r}) = E_m\phi_m(\vec{r}). \tag{16}$$

- Problém (16) riešime pre medzielektrónové vzdialenosti $|\vec{r}-\vec{r'}| \gtrsim l$ v prvom ráde poruchovej teórie. $\phi_m(\vec{r}) \simeq \phi_m^{(0)}(\vec{r})$
- problém riešime pre stredný disorder
- Po úpravách dostaneme

$$\overline{E_m} = \overline{\mathscr{E}_m} - \sum_{\forall m'}\frac{1}{(2\pi)^3}\int d\vec{q}\;V(q)\overline{|<\phi_m|e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}|\phi_{m'}>|^2}. \tag{17}$$

- Pre výpočet energie nám stačí maticový element.

$$\overline{|M_{mm'}|^2} = \overline{|<\phi_m|e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}}|\phi_{m'}>|^2}. \tag{18}$$

- $\overline{|M_{mm'}|^2}$ počítame pre $q < q_{max}$ v difúznej aproximácii - elektrón sa v okolí E_F správa ako Brownowská častica

$$P(\vec{r},t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{3/2}} e^{-\frac{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2}{4Dt}}, \tag{19}$$

- Difúzna aproximácia spočíva v postulovaní rovnice

$$\overline{\psi^*(\vec{r},t)\psi(\vec{r},t)} = \frac{1}{(4\pi Dt)^{3/2}} e^{-\frac{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2}{4Dt}}, \tag{20}$$

- vlnovú funkciu častice z rovnice (20) rozvinieme do stacionárnych stavov $\phi_m(\vec{r})$

$$\psi(\vec{r},t) = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{N}} \sum_m \phi_m^*(\vec{r}_0)\phi_m(\vec{r}) e^{-i\frac{\mathcal{E}_m}{\hbar}t}, \tag{21}$$

- Difúzna aproximácia platí len za predpokladu $\Delta\mathscr{E} \lesssim \hbar/\tau \quad , \quad \hbar/\tau \ll E_F$
- Z difúznej aproximácie vieme dostať maticový element, ktorý dosadíme do rovnice pre energiu (17)

$$\overline{E(\mathscr{E})} = \overline{\mathscr{E}} - \int_0^{\mathscr{E}_F} d\mathscr{E}' \rho(\mathscr{E}') \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q}\ V(q) \overline{| < \phi_{\mathscr{E}} | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} | \phi_{\mathscr{E}'} > |^2}. \quad (22)$$

- rovnicu (22) zapíšeme v tvare $\overline{E(\mathscr{E})} = \overline{\mathscr{E}} + E_{self}(\mathscr{E})$
- zderivujeme podľa počtu stavov a dostaneme

$$\frac{dE(\mathscr{E})}{dn} = \frac{d\mathscr{E}}{dn} + \frac{dE_{self}(\mathscr{E})}{dn} = \frac{d\mathscr{E}}{dn} + \frac{dE_{self}(\mathscr{E})}{d\mathscr{E}} \frac{d\mathscr{E}}{dn} = \frac{d\mathscr{E}}{dn} (1 + \frac{dE_{self}(\mathscr{E})}{d\mathscr{E}}). \quad (23)$$

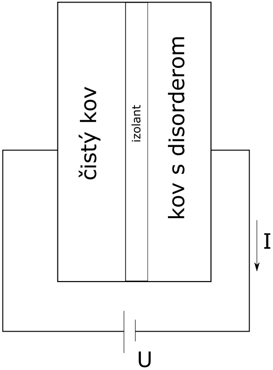
- otočením oboch strán dostaneme hustotu stavov, ktorú počítame ako Taylorov rozvoj do prvého rádu

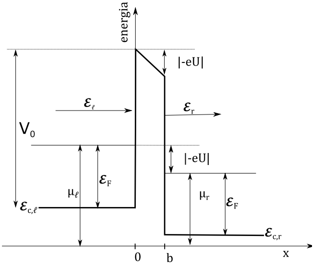
$$\rho(\mathscr{E}) \simeq \rho_0(\mathscr{E})[1 - \frac{dE_{self}(\mathscr{E})}{d\mathscr{E}}] \simeq \rho_0(\mathscr{E}_F)[1 - \frac{dE_{self}(\mathscr{E})}{d\mathscr{E}}]. \quad (24)$$

Dosadením self energie dostaneme Altschuler-Aronovov výsledok

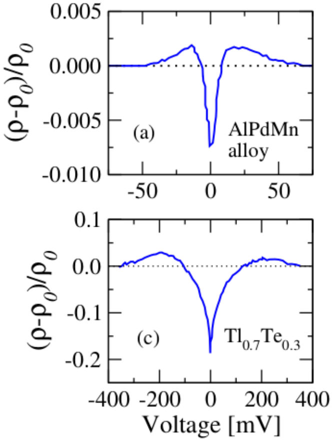
$$\rho(\mathscr{E}) = \rho_0(\mathscr{E}_F) - \frac{q_{max}}{2\pi^3 \hbar D} + \frac{1}{2\pi^2 (2\hbar D)^{3/2}} \sqrt{|\mathscr{E} - \mathscr{E}_F|}. \tag{25}$$

Meranie hustoty stavov v kove s disorderom metódou tunelovej spektroskopie





Hustotu stavov určíme meraním diferenciálnej vodivosti dvoch kovov oddelených tenkou vrstvou izolantu, ako vidíme na obrázku. Dá sa ukázať, že pre diferenciálnu vodivosť platí $G(U) = e^2 \frac{4\pi|t|^2}{\hbar} \rho_l(\mathscr{E}_F)\rho_r(\mathscr{E} = \mathscr{E}_F - eU)$, z čoho určíme hustotu stavov.



Výsledky merania hustoty stavov tunelovou spektroskopiou pre rôzne kovy V blízkom okolí Fermiho energie všetky ukázané spektrá vykazujú Altshuler-Aronovov jav $\rho(|\mathscr{E}-\mathscr{E}_F|)\propto\sqrt{|\mathscr{E}-\mathscr{E}_F|}$. Ďaleko od Fermiho energie už Altshuler-Aronovova závislosť $\rho(|\mathscr{E}-\mathscr{E}_F|)\propto\sqrt{|\mathscr{E}-\mathscr{E}_F|}$ očividne neplatí a pre dostatočne veľké hodnoty $|\mathscr{E}-\mathscr{E}_F|$ vidno, že $\rho(|\mathscr{E}-\mathscr{E}_F|)$ s rastúcim $|\mathscr{E}-\mathscr{E}_F|$ klesá k ρ_0 zhora.

Altshuler - Aronovov jav, rozšírenie teórie na energie $|\mathscr{E} - \mathscr{E}_F| \gtrsim \hbar/\tau$

- Altschuler-Aronovov výsledok platí len pre energie $|\mathscr{E} - \mathscr{E}_F| < \hbar/\tau$
- Z AA výsledku vidno že $\rho(\mathscr{E}) = \rho_0$ pre $|\mathscr{E} - \mathscr{E}_F| = U_{co}$,

$$U_{co} = \frac{8}{3\pi^2} q_{max}^2 l^2 \frac{\hbar}{\tau}. \tag{26}$$

  je tzv. korelačná energia
- Pre $|\mathscr{E} - \mathscr{E}_F| \gtrsim U_{co}$ experiment ukazuje, že stavy vytlačené z oblasti $|\mathscr{E} - \mathscr{E}_F| \lesssim U_{co}$ majú tendenciu sa nakopiť tesne nad energiou $|\mathscr{E} - \mathscr{E}_F| = U_{co}$ v oblasti veľkosti dva a až tri krát U_{co}.
- Pokiaľ je nám známe,tak tento experimentálny výsledok (najmä fakt, že pre $|E - E_F| > U_{co}$ hodnota $\rho(\mathscr{E})$ hodnotu ρ_0 najprv prevýši a až potom k nej konverguje zhora) nemá oporu v dostupných teóriach.
- Teóriu sa pokúsime rozšíriť do oblastí $|E - E_F| \gtrsim U_{co}$

- vychádzame z rovnice

$$\overline{E_m} = \overline{\mathscr{E}_m} - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q}\ V(q) \overline{| < \phi_m | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} | \phi_{m'} > |^2}. \qquad (27)$$

kde $V(q) = e^2/\varepsilon_0(q^2 + k_s^2)$.

- pre $q > q_{max} \simeq 1/l$ je treba vlnové funkcie $\phi_m(\vec{r})$ aproximovať rovinnými vlnami $\frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_m\cdot\vec{r}}$, zatiaľčo pre $q < q_{max}$ treba $\phi_m(\vec{r})$ považovať za vlnové funkcie elektrónov interagujúcich len s disorderom

$$\begin{aligned} \overline{E_m} =& \frac{\hbar^2 k_m^2}{2m} - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| < q_{max}} d\vec{q}\ V(q) \overline{| < \phi_m | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} | \phi_{m'} > |^2} \\ & - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| > q_{max}} d\vec{q}\ V(q) | < k_m | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} | k_{m'} > |^2. \end{aligned} \qquad (28)$$

kde $|k_m >= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_m\cdot\vec{r}}$

- Rovnicu (28) prepíšeme do tvaru

$$\overline{E_m} = \mathscr{E}_m + E^{AA}_{self}(m) - E^{free}_{self}(m), \quad (29)$$

$$\mathscr{E}_m = \frac{\hbar^2 k_m^2}{2m} - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q}\ V(q) | < k_m | e^{ivq\cdot\vec{r}} | k_{m'} > |^2 \quad (30)$$

je energia Fockovej e-e interakcie,

$$E^{AA}_{self}(m) = -\sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}|<q_{max}} d\vec{q}\ V(q) \overline{| < \phi_m | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} | \phi_{m'} > |^2} \quad (31)$$

je Altschuler Aronovova self energia

$$E^{free}_{self}(m) = -\sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}|<q_{max}} d\vec{q}\ V(q) | < k_m | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} | k_{m'} > |^2, \quad (32)$$

je self-energia pochádzajúca z Fockovho príspevku od rovinných vĺn

- Počítame (31). Altschuler a Aronov počítali v difúznej aproximácii, my zvolíme iný postup.
- vlnové funkcie $\phi_m(\vec{r})$ rozvinieme do úplneho systému rovinných vĺn $\phi_m(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\vec{k}} c_{\vec{k}}^m e^{i\vec{k}\vec{r}}$

$$
\begin{aligned}
E_{self}^{AA}(m) = &-\frac{1}{(2\pi)^3\Omega^2} \\
&\times \int_{|\vec{q}|<q_{max}} d\vec{q}\; V(\vec{q}) \overline{\sum_{m'}\sum_{\vec{k}_1}\sum_{\vec{k}_3}\int d\vec{r} c_{\vec{k}_1}^{m*} c_{\vec{k}_3}^{m'} e^{i\vec{q}\cdot q\vec{r}} e^{i\vec{k}_1\cdot\vec{r}} e^{-i\vec{k}_3\cdot\vec{r}} \sum_{\vec{k}_2}\sum_{\vec{k}_4}\int d\vec{r'}\, c_{\vec{k}_4}^{m'*} c_{\vec{k}_2}^{m}\, e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r'}}\, e^{-i\vec{k}_4\cdot\vec{r'}}\, e^{i\vec{k}_2\cdot\vec{r'}}}.
\end{aligned}
\tag{33}
$$

- Využijeme vzťahy

$$
\frac{1}{\Omega}\int d\vec{r}\; e^{i(\vec{k}_1+\vec{q}-\vec{k}_3)\vec{r}} = \delta_{\vec{k}_3,\vec{k}_1+\vec{q}} \quad , \quad \frac{1}{\Omega}\int d\vec{r'}\, e^{i(\vec{k}_2-\vec{q}-\vec{k}_4)\vec{r'}} = \delta_{\vec{k}_2,\vec{k}_4+\vec{q}} \quad . \tag{34}
$$

- Po vysumovaní s pomocou Kroneckerovych symbolov dostaneme

$$E_{self}^{AA}(m) = -\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{|\vec{q}|<q_{max}} d\vec{q}\ V(\vec{q}) \sum_{m'}\sum_{\vec{k}}\sum_{\vec{k'}} \overline{c_{\vec{k}+\vec{q}}^{*m} c_{\vec{k}\,'+\vec{q}}^{m} c_{\vec{k}\,'}^{*m'} c_{\vec{k}}^{m'}}. \quad (35)$$

- Začíname robiť aproximácie. Stavy m a m' považujeme za nekorelované.
- Navyše predpokladáme, že aj stavy $\vec{k}$ a $\vec{k'}$ sú nekorelované.
- rovnicu (35) pomocou aproximáciii zjednodušíme na

$$E_{self}^{AA}(m) = -\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{|\vec{q}|<q_{max}} d\vec{q}\ V(\vec{q}) \sum_{m'}\sum_{\vec{k}} \overline{c_{\vec{k}+\vec{q}}^{m*} c_{\vec{k}+\vec{q}}^{m}}\ \overline{c_{\vec{k}}^{*m'} c_{\vec{k}}^{m'}}. \quad (36)$$

- Využijeme Thoulessov Ansatz

$$\overline{c_{\vec{k}}^{m*} c_{\vec{k}}^{m}} = \frac{1}{\pi \rho(\varepsilon_m)} \frac{\frac{\hbar}{2\tau}}{(\varepsilon_m - \varepsilon_k)^2 + (\frac{\hbar}{2\tau})^2}. \tag{37}$$

- Thouless [22] použil aproximáciu (37) pri opíse vlnových funkcií neusporiadaného elektrónového systému v kvantovej vodivosti Kuba - Greenwooda
- Ukázal, že aproximácia (**??**) spôsobí, že kvantová vodivosť Kuba - Greenwooda prejde na klasickú Drudeho vodivosť
- Naše odvodenie self-energie $E_{self}^{AA}(m)$sa opiera o tie isté aproximácie, ako použil Thouless

- do rovnice pre $E^{AA}_{self}(m)$ dosadíme Thoulessov ansatz a prejdeme od sumy k integrálu

$$E^{AA}_{self}(\varepsilon_m) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}|<q_{max}} d\vec{q}\ V(\vec{q}) \int d\varepsilon_k \rho(\varepsilon_k) \int_0^{\varepsilon_F} d\varepsilon_{m'} \rho(\varepsilon_{m'}) \frac{1}{\pi\rho(\varepsilon_m)} \frac{\varepsilon_\tau}{(\varepsilon_m - \varepsilon_k)^2 + \varepsilon_\tau^2} \frac{1}{\pi\rho(\varepsilon_{m'})} \frac{\varepsilon_\tau}{(\varepsilon_{m'} - \varepsilon_{|\vec{k}+\vec{q}|})^2 + \varepsilon_\tau^2}. \tag{38}$$

kde $\varepsilon_\tau \equiv \frac{\hbar}{2\tau}$ a $\varepsilon_{|\vec{k}+\vec{q}|} \equiv \frac{\hbar^2 |\vec{k}+\vec{q}\ |^2}{2m}$.

- Hustota stavov $\rho(\varepsilon'_m)$ sa vykráti, ale hustoty stavov $\rho(\varepsilon_k)$ a $\rho(\varepsilon_m)$ nie. Napriek tomu ich kvôli jednoduchosti približne vykrátime.
- po prechode do sférických súradníc pri integrovaní cez $d\vec{q}$ dostávame

$$E^{AA}_{self}(\varepsilon_m) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \int_0^{q_{max}} dq\ q^2 V(q) \int_0^{\mathscr{E}_F} d\varepsilon_{m'} \int_0^{\infty} d\varepsilon_k \frac{\varepsilon_\tau}{(\varepsilon_m - \varepsilon_k)^2 + \varepsilon_\tau^2} \frac{\varepsilon_\tau}{(\varepsilon_k + \varepsilon_q + 2\sqrt{\varepsilon_k \varepsilon_q}\cos(\theta) - \varepsilon_{m'})^2 + \varepsilon_\tau^2}. \tag{39}$$

- Integrál cez $d\phi$ je 2π, integrály cez $d\varepsilon_m$ a $d\theta$ vieme vypočítať analyticky, a zvyšné dva budeme rátať numericky

- Zavedieme bezrozmerné premenné a konštanty:

$$w = \frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_\tau} \;,\; u = \frac{\varepsilon_{m'}}{\varepsilon_\tau} \;,\; x = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_\tau} \;,\; y = \frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_\tau} \;,\; \bar{y} = \frac{q}{k_s} \;,\; \bar{y}_{max} = \frac{q_{max}}{k_s} \;,\; u_{EF} = \frac{\mathscr{E}_F}{\varepsilon_\tau} \;. \tag{40}$$

- Po vykonaní analytických integrálov dostaneme

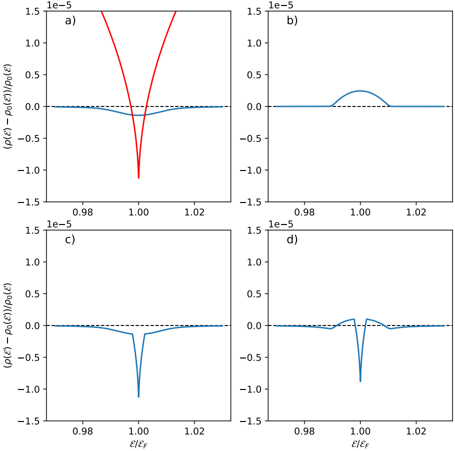
$$E_{self}^{AA}(\varepsilon_m) = -\frac{e^2}{4\pi^4\varepsilon_0 k_s^{-1}} \int_0^{\bar{y}_{max}} d\bar{y}\, \frac{\bar{y}^2}{1+\bar{y}^2} \int_0^{\infty} dx \frac{1}{(w-x)^2+1} F(x,y), \tag{41}$$

kde

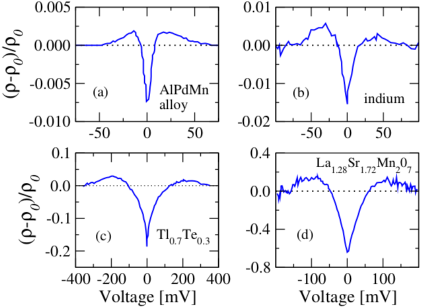
$$\begin{aligned} F(x,y) = \frac{1}{\sqrt{4xy}} \{ & (x+y+2\sqrt{xy}-u_{EF}) \arctan(x+y+2\sqrt{xy}-u_{EF}) \\ & -(x+y-2\sqrt{xy}-u_{EF}) \arctan(x+y-2\sqrt{xy}-u_{EF}) \\ & -(x+y+2\sqrt{xy}) \arctan(x+y+2\sqrt{xy}) \\ & +(x+y-2\sqrt{xy}) \arctan(x+y-2\sqrt{xy}) \\ & -\frac{1}{2} ln\Big(\frac{(x+y+2\sqrt{xy}-u_{EF})^2+1}{(x+y-2\sqrt{xy}-u_{EF})^2+1} \;\; \frac{(x+y+2\sqrt{xy})^2+1}{(x+y-2\sqrt{xy})^2+1} \Big) \}. \end{aligned}$$

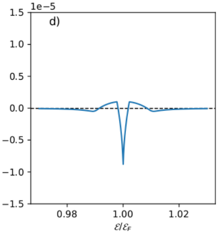
- Integrály (41) počítame numericky obdĺžnikovou metódou

Výsledky a ich diskusia



Panel (a): Krivka ukázaná červenou farbou je pôvodná závislosť Altshulera - Aronova. krivka ukázaná modrou farbou ukazuje náš numerický výpočet. Panel (c) ukazuje obidva grafy z panelu (a) este raz, avšak "zošité" približne v energii $|\mathscr{E}-\mathscr{E}_F| = U_{co}$. Panel (b) ukazuje závislosť danú vzťahom bez prvého člena. Panel (d) ukazuje celkovú závislosť $\frac{\rho(\mathscr{E})-\rho_0(\mathscr{E})}{\rho_0(\mathscr{E})}$, získanú sčítaním grafov v paneloch (b) a (c).





Porovnanie nášho teoretickeho výsledku s experimentálnymi výsledkami.

Poďakovanie

Práca bola vypracovaná na Katedre experimentálnej fyziky FMFI UK a na Elektrotechnickom ústave SAV.
Moja vďaka patrí najmä môjmu školiteľovi, Doc. RNDr. Martinovi Moškovi, DrSc. za podklady a ochotu konzultovať. Tak isto ďakujem aj mojej konzultantke RNDr. Antónii Moškovej, CSc. za odbornú pomoc.
Napokon by som chcel poďakovať mojim rodičom za podporu počas celého vysokoškolského štúdia.