

Hustota elektrónových stavov v kove so slabým disorderom a slabou elektrón-elektrónovou interakciou: Jav Altshulera-Aronova

Diplomová Práca

Matúš Jenča

Vedúci práce: Doc. RNDr. Martin Moško, DrSc.

Konzultant: RNDr. Antónia Mošková, CSc.

Fakulta matematiky, Fyziky a Informatiky

May 23, 2022

- Interagujúce elektróny v čistom kove: Hartreeho - Fockova aproximácia pre model žele
- Elektrón-elektrónová interakcia v kove s disorderom : Jav Altshulera - Aronovova
- Meranie hustoty stavov v kove s disorderom metódou tunelovej spektroskopie
- Altshuler - Aronovov jav, rozšírenie teórie na energie $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F| \gtrsim \hbar/\tau$
- Výsledky a ich diskusia

Interagujúce elektróny v čistom kove: Hartreeho - Fockova aproximácia pre model žele

- Pre neinteragujúci elektrón máme Schrödingerovu rovnicu voľnej častice, ktorej riešením je DeBroglieho rovinná vlna s Born von Karmanovou okrajovou podmienkou

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sqrt{\frac{1}{V}} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \frac{E(k)t}{\hbar})}, \quad (1)$$

- Energia voľnej častice je $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$
- Pre koncentráciu neinteragujúcich elektrónov platí

$$n_e \equiv \frac{N}{L_x L_y L_z} = 2 \frac{1}{8\pi^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin \theta \int_0^\infty dk k^2 f(k). \quad (2)$$

- Po integrovaní cez ϕ a θ kde spoznáваме hustotu energetických hladín

$$n_e = \int_0^\infty dE \frac{1}{\pi^2} \frac{dk}{dE} k^2 f(E) \quad \rho(E) = \frac{1}{\pi^2} \frac{dk}{dE} k^2, \quad (3)$$

- pre voľné častice je hustota stavov

$$\rho(E) = \frac{1}{2\pi^2} (2m_e/\hbar^2)^{3/2} \sqrt{E}. \quad (4)$$

- pri nulovej teplote platí $f(k) = \Theta(k)$, teda maximálne obsadené stavy neinteragujúcich elektrónov budú na Fermiho Sfere

$$k_F = (3\pi^2 n_e)^{\frac{1}{3}}, \quad (5)$$

- energia na Fermiho ploche je Fermiho Energia

$$E_f = \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n_e)^{\frac{2}{3}}}{2m_e}. \quad (6)$$

- po započítaní vzájomnej interakcie elektrónov (e-e interakciu) a interakciu s iónmi dostaneme mnohočasticový Hamiltonián

$$\hat{H} = \sum_i \left[\frac{-\hbar^2}{2m} \Delta_i - \sum_j \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{R}_j|} + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \right] \quad (7)$$

- Sch. R. s hamiltoniánom (7) riešime v Hartree-Fockovom priblížení variačnou metódou

$$E[\Psi^*] = \langle \Psi | H | \Psi \rangle \quad (8)$$

- vlnové funkcie Ψ hľadáme v tvare Slaterovho determinantu

$$\Psi(\vec{r}_1, s_1, \dots, \vec{r}_n, s_n) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \phi_1(\vec{r}_1, s_1) & \dots & \phi_1(\vec{r}_N, s_N) \\ \dots & \phi_i(\vec{r}_j, s_j) & \dots \\ \phi_N(\vec{r}_1, s_1) & \dots & \phi_N(\vec{r}_N, s_N) \end{vmatrix}, \quad (9)$$

- Variačnou metódou dostaneme Fockove rovnice

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U^{ion}(\vec{r}) + U^{el}(\vec{r}) - \sum_j' \int d\vec{r}' \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0|\vec{r}-\vec{r}'|} \phi_j^*(\vec{r}')\phi_i(\vec{r}') \frac{\phi_j(\vec{r})}{\phi_i(\vec{r})}\right)\phi_i(\vec{r}) = E_i\phi_i(\vec{r}), \quad (10)$$

kde členy

$$U^{el}(\vec{r}) = -\frac{e}{4\pi\epsilon_0} \int d\vec{r}' \rho_{el}(\vec{r}') \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad \text{a} \quad U^{ion}(\vec{r}) = -\sum_j \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{R}_j|} \quad (11)$$

- Problém riešime v modeli žele, teda členy $U^{el}(\vec{r})$ a $U^{ion}(\vec{r})$ vypadnú, dostaneme

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} - \frac{e^2}{V^{3/2}4\pi\epsilon_0} \sum_{\vec{k}'}' \int d\vec{r}' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} e^{-i\vec{k}'\cdot\vec{r}'} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}'} e^{i\vec{k}'\cdot\vec{r}'} = E(\vec{k}) \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}, \quad (12)$$

Výsledná energia interagujúcich elektrónov v čistom kove v Hartree-Fockovom priblížení:

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{e^2 k_f}{4\pi^2 \epsilon_0} F\left(\frac{k}{k_f}\right) \quad \text{kde} \quad F(x) = \frac{1}{2} + \frac{1-x^2}{4x} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|. \quad (13)$$

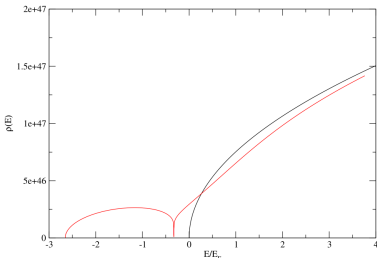
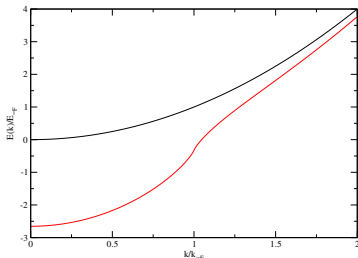


Figure: Na ľavo energia podľa rovnice (13). Napravo hustota stavov získaná numerickým invertovaním jej derivácie. Z pravého obrázku vidíme, že HF aproxiimácia je v pre holý Coulombovský potenciál v rozpore s realitou. Nulová hustota stavov na novej hodnote Fermiho energie je totiž nulová, v takomto prípade by nešlo o kov ale izolant.

Do Fockových rovníc dosadíme namiesto holého Coulombovského potenciálu $e^2/\epsilon_0|\vec{k}' - \vec{k}|^2$ tienený potenciál $e^2/\epsilon_0(|\vec{k}' - \vec{k}|^2 + k_s^2)$, kde k_s je reciproká tieniaca dĺžka. Pre energiu dostávame

$$E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{e^2}{(2\pi)^2 \epsilon_0} \left(\frac{k_F^2 - k^2 + k_s^2}{4k} \ln \frac{(k_F + k)^2 + k_s^2}{(k_F - k)^2 + k_s^2} - k_s (\arctan \frac{k_F + k}{k_s} + \arctan \frac{k_F - k}{k_s}) + k_F \right). \quad (14)$$

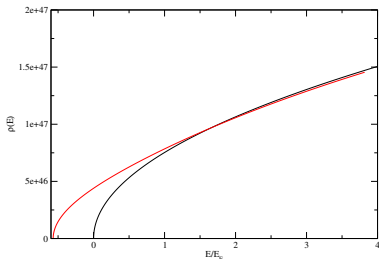
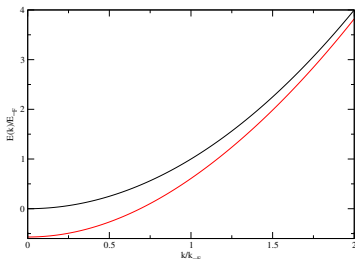


Figure: Na ľavo energia podľa rovnice (13). Napravo hustota stavov získaná numerickým invertovaním jej derivácie.

Elektrón-elektrónová interakcia v kove s disorderom : Jav Altshulera - Aronovova

- Elektrón v disorderovanom kove bez e-e interakcie je popísaný Sch. R.

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{dis}(\vec{r})\right)\phi_m^{(0)}(\vec{r}) = \mathcal{E}_m\phi_m^{(0)}(\vec{r}), \quad (15)$$

- Započítaním e-e interakcie v modeli žele dostaneme Fockovu rovnicu

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{dis}(\vec{r})\right)\phi_m(\vec{r}) - \sum_{\forall m'} \int d\vec{r}' \phi_{m'}^*(\vec{r})\phi_m(\vec{r}')V(\vec{r}-\vec{r}')\phi_{m'}(\vec{r}) = E_m\phi_m(\vec{r}). \quad (16)$$

- Problém (16) riešime pre medzielektrónové vzdialenosti $|\vec{r}-\vec{r}'| \gtrsim l$ v prvom ráde poruchovej teórie. $\phi_m(\vec{r}) \simeq \phi_m^{(0)}(\vec{r})$
- problém riešime pre stredný disorder
- Po úpravách dostaneme

$$\overline{E_m} = \overline{\mathcal{E}_m} - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} V(q) |\overline{\langle \phi_m | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} | \phi_{m'} \rangle}|^2. \quad (17)$$

- Pre výpočet energie nám stačí maticový element.

$$\overline{|M_{mm'}|^2} = \overline{|\langle \phi_m | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | \phi_{m'} \rangle|^2}. \quad (18)$$

- $\overline{|M_{mm'}|^2}$ počítame pre $q < q_{max}$ v difúznej aproximácii - elektrón sa v okolí E_F správa ako Brownovská častica

$$P(\vec{r}, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{3/2}} e^{-\frac{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2}{4Dt}}, \quad (19)$$

- Difúzna aproximácia spočíva v postulovaní rovnice

$$\overline{\psi^*(\vec{r}, t)\psi(\vec{r}, t)} = \frac{1}{(4\pi Dt)^{3/2}} e^{-\frac{|\vec{r}-\vec{r}_0|^2}{4Dt}}, \quad (20)$$

- vlnovú funkciu častice z rovnice (20) rozvineme do stacionárnych stavov $\phi_m(\vec{r})$

$$\psi(\vec{r}, t) = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{N}} \sum_m \phi_m^*(\vec{r}_0) \phi_m(\vec{r}) e^{-i\frac{\epsilon_m}{\hbar} t}, \quad (21)$$

- Difúzna aproximácia platí len za predpokladu $\Delta\mathcal{E} \lesssim \hbar/\tau$, $\hbar/\tau \ll E_F$
- Z difúznej aproximácie vieme dostať maticový element, ktorý dosadíme do rovnice pre energiu (17)

$$\overline{E(\mathcal{E})} = \overline{\mathcal{E}} - \int_0^{\mathcal{E}_F} d\mathcal{E}' \rho(\mathcal{E}') \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} V(q) |\langle \phi_{\mathcal{E}} | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | \phi_{\mathcal{E}'} \rangle|^2. \quad (22)$$

- rovnicu (22) zapíšeme v tvare $\overline{E(\mathcal{E})} = \overline{\mathcal{E}} + E_{self}(\mathcal{E})$
- zderivujeme podľa počtu stavov a dostaneme

$$\frac{dE(\mathcal{E})}{dn} = \frac{d\mathcal{E}}{dn} + \frac{dE_{self}(\mathcal{E})}{dn} = \frac{d\mathcal{E}}{dn} + \frac{dE_{self}(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}} \frac{d\mathcal{E}}{dn} = \frac{d\mathcal{E}}{dn} \left(1 + \frac{dE_{self}(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}} \right). \quad (23)$$

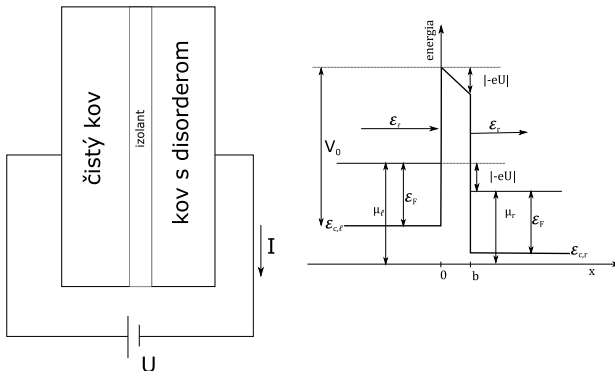
- otočením oboch strán dostaneme hustotu stavov, ktorú počítame ako Taylorov rozvoj do prvého rádu

$$\rho(\mathcal{E}) \simeq \rho_0(\mathcal{E}) \left[1 - \frac{dE_{self}(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}} \right] \simeq \rho_0(\mathcal{E}_F) \left[1 - \frac{dE_{self}(\mathcal{E})}{d\mathcal{E}} \right]. \quad (24)$$

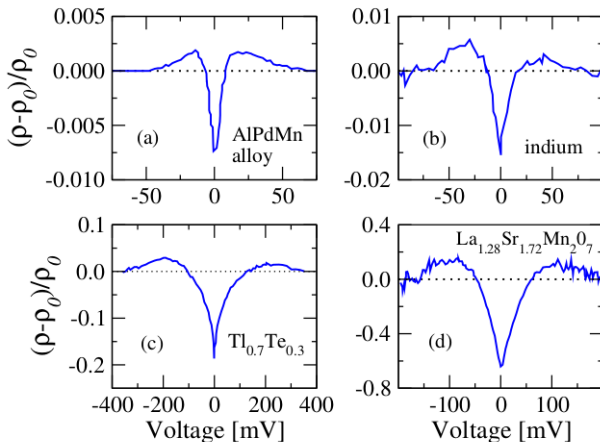
Dosadením self energie dostaneme Altschuler-Aronovov výsledok

$$\rho(\mathcal{E}) = \rho_0(\mathcal{E}_F) - \frac{q_{max}}{2\pi^3\hbar D} + \frac{1}{2\pi^2(2\hbar D)^{3/2}} \sqrt{|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F|}. \quad (25)$$

Meranie hustoty stavov v kove s disorderom metódou tunelovej spektroskopie



Hustotu stavov určíme meraním diferenciálnej vodivosti dvoch kovov oddelených tenkou vrstvou izolantu, ako vidíme na obrázku. Dá sa ukázať, že pre diferenciálnu vodivosť platí $G(U) = e^2 \frac{4\pi |t|^2}{h} \rho_l(\mathcal{E}_F) \rho_r(\mathcal{E} = \mathcal{E}_F - eU)$, z čoho určíme hustotu stavov.



Výsledky merania hustoty stavov tunelovou spektroskopiou pre rôzne kovy V blízkom okolí Fermiho energie všetky ukázané spektrá vykazujú Altshuler-Aronovov jav $\rho(|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F|) \propto \sqrt{|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F|}$. Ďaleko od Fermiho energie už Altshuler-Aronovova závislosť $\rho(|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F|) \propto \sqrt{|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F|}$ očividne neplatí a pre dostatočne veľké hodnoty $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F|$ vidno, že $\rho(|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F|)$ s rastúcim $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F|$ klesá k ρ_0 zhora.

Altshuler - Aronovov jav, rozšírenie teórie na energie

$$|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F| \gtrsim \bar{\hbar}/\tau$$

- Altschuler-Aronovov výsledok platí len pre energie $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F| < \bar{\hbar}/\tau$
- Z AA výsledku vidno že $\rho(\mathcal{E}) = \rho_0$ pre $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F| = U_{co}$,

$$U_{co} = \frac{8}{3\pi^2} q_{max}^2 l^2 \frac{\bar{\hbar}}{\tau}. \quad (26)$$

je tzv. korelačná energia

- Pre $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F| \gtrsim U_{co}$ experiment ukazuje, že stavy vytlačené z oblasti $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F| \lesssim U_{co}$ majú tendenciu sa nakopiť tesne nad energiou $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F| = U_{co}$ v oblasti veľkosti dva a až tri krát U_{co} .
- Pokiaľ je nám známe, tak tento experimentálny výsledok (najmä fakt, že pre $|E - E_F| > U_{co}$ hodnota $\rho(\mathcal{E})$ hodnotu ρ_0 najprv prevýši a až potom k nej konverguje zhora) nemá oporu v dostupných teóriach.
- Teóriu sa pokúsime rozšíriť do oblastí $|E - E_F| \gtrsim U_{co}$

- vychádzame z rovnice

$$\overline{E}_m = \overline{\mathcal{E}}_m - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} V(q) |\langle \phi_m | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | \phi_{m'} \rangle|^2. \quad (27)$$

kde $V(q) = e^2/\epsilon_0(q^2 + k_s^2)$.

- pre $q > q_{max} \simeq 1/l$ je treba vlnové funkcie $\phi_m(\vec{r})$ aproximovať rovinnými vlnami $\frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_m \cdot \vec{r}}$, zatiaľčo pre $q < q_{max}$ treba $\phi_m(\vec{r})$ považovať za vlnové funkcie elektrónov interagujúcich len s disorderom

$$\begin{aligned} \overline{E}_m = & \frac{\hbar^2 k_m^2}{2m} - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| < q_{max}} d\vec{q} V(q) |\langle \phi_m | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | \phi_{m'} \rangle|^2 \\ & - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| > q_{max}} d\vec{q} V(q) |\langle k_m | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | k_{m'} \rangle|^2. \end{aligned} \quad (28)$$

kde $|k_m \rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_m \cdot \vec{r}}$

- Rovnicu (28) prepíšeme do tvaru

$$\overline{E_m} = \mathcal{E}_m + E_{self}^{AA}(m) - E_{self}^{free}(m), \quad (29)$$

$$\mathcal{E}_m = \frac{\hbar^2 k_m^2}{2m} - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\vec{q} V(q) | \langle k_m | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | k_{m'} \rangle |^2 \quad (30)$$

je energia Fockovej e-e interakcie,

$$E_{self}^{AA}(m) = - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| < q_{max}} d\vec{q} V(q) | \langle \phi_m | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | \phi_{m'} \rangle |^2 \quad (31)$$

je Altschuler Aronovova self energia

$$E_{self}^{free}(m) = - \sum_{\forall m'} \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| < q_{max}} d\vec{q} V(q) | \langle k_m | e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} | k_{m'} \rangle |^2, \quad (32)$$

je self-energia pochádzajúca z Fockovho príspevku od rovinných vln

- Počítame (31). Altschuler a Aronov počítali v difúznej aproximácii, my zvolíme iný postup.
- vlnové funkcie $\phi_m(\vec{r})$ rozvinieime do úplneho systému rovinných vln

$$\phi_m(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\vec{k}} c_{\vec{k}}^m e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$$E_{self}^{AA}(m) = -\frac{1}{(2\pi)^3 \Omega^2} \times \int_{|\vec{q}| < q_{max}} d\vec{q} V(\vec{q}) \sum_{m'} \sum_{\vec{k}_1} \sum_{\vec{k}_3} \int d\vec{r} c_{\vec{k}_1}^{m*} c_{\vec{k}_3}^{m'} e^{i\vec{q}\cdot\vec{q}\vec{r}} e^{i\vec{k}_1\cdot\vec{r}} e^{-i\vec{k}_3\cdot\vec{r}} \sum_{\vec{k}_2} \sum_{\vec{k}_4} \int d\vec{r}' c_{\vec{k}_4}^{m'} c_{\vec{k}_2}^m e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}'} e^{-i\vec{k}_4\cdot\vec{r}'} e^{i\vec{k}_2\cdot\vec{r}'} . \quad (33)$$

- Využijeme vzťahy

$$\frac{1}{\Omega} \int d\vec{r} e^{i(\vec{k}_1 + \vec{q} - \vec{k}_3)\vec{r}} = \delta_{\vec{k}_3, \vec{k}_1 + \vec{q}} \quad , \quad \frac{1}{\Omega} \int d\vec{r}' e^{i(\vec{k}_2 - \vec{q} - \vec{k}_4)\vec{r}'} = \delta_{\vec{k}_2, \vec{k}_4 + \vec{q}} \quad . \quad (34)$$

- Po vysumovaní s pomocou Kroneckerových symbolov dostaneme

$$E_{self}^{AA}(m) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| < q_{max}} d\vec{q} V(\vec{q}) \sum_{m'} \sum_{\vec{k}} \sum_{\vec{k}'} \overline{c_{\vec{k}+\vec{q}}^{*m} c_{\vec{k}'+\vec{q}}^m} c_{\vec{k}}^{*m'} c_{\vec{k}}^{m'}. \quad (35)$$

- Začínáme robiť aproximácie. Stav m a m' považujeme za nekorelované.
- Navyše predpokladáme, že aj stavy \vec{k} a \vec{k}' sú nekorelované.
- rovniciu (35) pomocou aproximácií zjednodušíme na

$$E_{self}^{AA}(m) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| < q_{max}} d\vec{q} V(\vec{q}) \sum_{m'} \sum_{\vec{k}} \overline{c_{\vec{k}+\vec{q}}^{m*} c_{\vec{k}+\vec{q}}^m} \overline{c_{\vec{k}}^{*m'} c_{\vec{k}}^{m'}}. \quad (36)$$

- Využijeme Thoulessov Ansatz

$$\overline{c_k^{m*} c_k^m} = \frac{1}{\pi \rho(\epsilon_m)} \frac{\frac{\hbar}{2\tau}}{(\epsilon_m - \epsilon_k)^2 + (\frac{\hbar}{2\tau})^2}. \quad (37)$$

- Thouless [22] použil aproximáciu (37) pri opíse vlnových funkcií neusporiadaného elektrónového systému v kvantovej vodivosti Kuba - Greenwooda
- Ukázal, že aproximácia (??) spôsobí, že kvantová vodivosť Kuba - Greenwooda prejde na klasickú Drudeho vodivosť
- Naše odvodenie self-energie $E_{self}^{AA}(m)$ sa opiera o tie isté aproximácie, ako použil Thouless

- do rovnice pre $E_{self}^{AA}(m)$ dosadíme Thoulessov ansatz a prejdeme od sumy k integrálu

$$E_{self}^{AA}(\epsilon_m) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{|\vec{q}| < q_{max}} d\vec{q} V(\vec{q}) \int d\epsilon_k \rho(\epsilon_k) \int_0^{\epsilon_F} d\epsilon_{m'} \rho(\epsilon_{m'}) \frac{1}{\pi \rho(\epsilon_m)} \frac{\epsilon_\tau}{(\epsilon_m - \epsilon_k)^2 + \epsilon_\tau^2} \frac{1}{\pi \rho(\epsilon_{m'})} \frac{\epsilon_\tau}{(\epsilon_{m'} - \epsilon_{|\vec{k}+\vec{q}|})^2 + \epsilon_\tau^2}. \quad (38)$$

kde $\epsilon_\tau \equiv \frac{\hbar}{2\tau}$ a $\epsilon_{|\vec{k}+\vec{q}|} \equiv \frac{\hbar^2 |\vec{k}+\vec{q}|^2}{2m}$.

- Hustota stavov $\rho(\epsilon'_m)$ sa vykrátí, ale hustoty stavov $\rho(\epsilon_k)$ a $\rho(\epsilon_m)$ nie. Napriek tomu ich kvôli jednoduchosti približne vykrátíme.
- po prechode do sférických súradníc pri integrovaní cez $d\vec{q}$ dostávame

$$E_{self}^{AA}(\epsilon_m) = -\frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin \theta \int_0^{q_{max}} dq q^2 V(q) \int_0^{\epsilon_F} d\epsilon_{m'} \int_0^\infty d\epsilon_k \frac{\epsilon_\tau}{(\epsilon_m - \epsilon_k)^2 + \epsilon_\tau^2} \frac{\epsilon_\tau}{(\epsilon_k + \epsilon_q + 2\sqrt{\epsilon_k \epsilon_q} \cos(\theta) - \epsilon_{m'})^2 + \epsilon_\tau^2}. \quad (39)$$

- Integrál cez $d\phi$ je 2π , integrály cez $d\epsilon_m$ a $d\theta$ vieme vypočítať analyticky, a zvyšné dva budeme rátať numericky

- Zavedieme bezrozmerné premenné a konštanty:

$$w = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_\tau}, \quad u = \frac{\epsilon_{m'}}{\epsilon_\tau}, \quad x = \frac{\epsilon_k}{\epsilon_\tau}, \quad y = \frac{\epsilon_q}{\epsilon_\tau}, \quad \bar{y} = \frac{q}{k_s}, \quad \bar{y}_{max} = \frac{q_{max}}{k_s}, \quad u_{EF} = \frac{\mathcal{E}_F}{\epsilon_\tau}. \quad (40)$$

- Po vykonaní analytických integrálov dostaneme

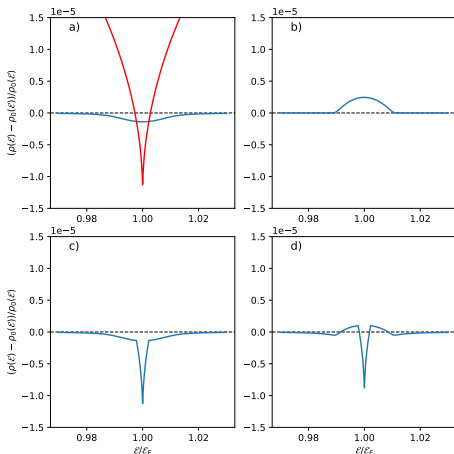
$$E_{self}^{AA}(\epsilon_m) = -\frac{e^2}{4\pi^4 \epsilon_0 k_s^{-1}} \int_0^{\bar{y}_{max}} d\bar{y} \frac{\bar{y}^2}{1 + \bar{y}^2} \int_0^\infty dx \frac{1}{(w - x)^2 + 1} F(x, y), \quad (41)$$

kde

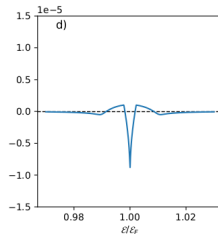
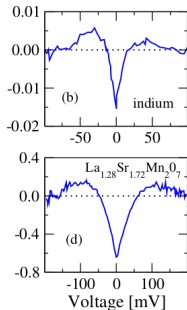
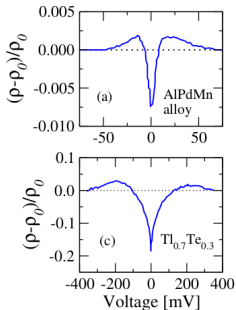
$$F(x, y) = \frac{1}{\sqrt{4xy}} \left\{ (x + y + 2\sqrt{xy} - u_{EF}) \arctan(x + y + 2\sqrt{xy} - u_{EF}) \right. \\ - (x + y - 2\sqrt{xy} - u_{EF}) \arctan(x + y - 2\sqrt{xy} - u_{EF}) \\ - (x + y + 2\sqrt{xy}) \arctan(x + y + 2\sqrt{xy}) \\ + (x + y - 2\sqrt{xy}) \arctan(x + y - 2\sqrt{xy}) \\ \left. - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{(x + y + 2\sqrt{xy} - u_{EF})^2 + 1}{(x + y - 2\sqrt{xy} - u_{EF})^2 + 1} \frac{(x + y + 2\sqrt{xy})^2 + 1}{(x + y - 2\sqrt{xy})^2 + 1} \right) \right\}.$$

- Integrály (41) počítame numericky obdĺžnikovou metódou

Výsledky a ich diskusia



Panel (a): Krivka ukázaná červenou farbou je pôvodná závislosť Altshulera - Aronova. krivka ukázaná modrou farbou ukazuje náš numerický výpočet. Panel (c) ukazuje obidva grafy z panelu (a) este raz, avšak "zošité" približne v energii $|\mathcal{E} - \mathcal{E}_F| = U_{co}$. Panel (b) ukazuje závislosť danú vzťahom bez prvého člena. Panel (d) ukazuje celkovú závislosť $\frac{\rho(\mathcal{E}) - \rho_0(\mathcal{E})}{\rho_0(\mathcal{E})}$, získanú sčítaním grafov v paneloch (b) a (c).



Porovnanie nášho teoretického výsledku s experimentálnymi výsledkami.

Pod'akovanie

Práca bola vypracovaná na Katedre experimentálnej fyziky FMFI UK a na Elektrotechnickom ústave SAV.

Moja vďaka patrí najmä môjmu školiťovi, Doc. RNDr. Martinovi Moškovi, DrSc. za podklady a ochotu konzultovať. Tak isto ďakujem aj mojej konzultantke RNDr. Antónii Moškovej, CSc. za odbornú pomoc. Napokon by som chcel poďakovať mojim rodičom za podporu počas celého vysokoškolského štúdia.