

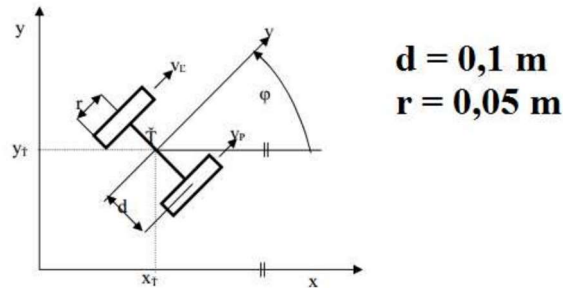
Mobilný kolesový robot

Robotika, zadanie č. 3

Autor: **Matúš Nebus**
Dátum vypracovania: **16.5.2025**
Ročník štúdia: **2. Bc.**
Študijný program: **Robotika a
kybernetika**

Zadanie:

Navrhните a realizujte vizualizáciu diferenciálneho podvozku. Na tomto type zadania by ste si mali precvičiť implementáciu odvodených kinematických rovníc diferenciálneho podvozku a zafixovať tak preberané učivo.



Obrázok 1 - diferenciálny podvozok

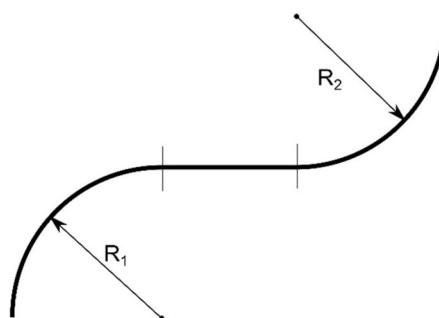
Parametre diferenciálneho podvozku:

L (rozchod kolies) = 200 [mm]

r (polomer kolesa) = 50 [mm]

V rámci riešenia zadania sa zamerajte na nasledovné úlohy:

1. Vykreslite trajektórie ťažiska a kolies (rôznymi farbami). Vstupným argumentom pre vykresľovanie budú vektory: času, rýchlostí ľavého, pravého kolesa. Majme napríklad takéto tri ľubovoľné vektory: časový $t = [0 \ 5 \ 10 \ 15 \ 20]$, rýchlosť_Ľavého_kolesa = $[2 \ 0 \ 1 \ 2 \ 1]$, rýchlosť_Praveho_kolesa = $[2 \ 1 \ 1 \ -2 \ 1]$. Vykreslite priebeh rýchlosti pravého, ľavého kolesa a ťažiska v čase. Vykreslite trajektórie kolies a ťažiska.
2. Vykreslite trajektóriu štvorec prostredníctvom ťažiska robota. Dovoľte užívateľovi definovať dĺžku strany štvorca a na základe toho vygenerujte príslušné časy a rýchlosti. Vykreslite priebeh rýchlosti pravého, ľavého kolesa a ťažiska v čase. Vykreslite trajektórie kolies a ťažiska.
3. Vykreslite trajektóriu krivka podľa obr. 2 prostredníctvom ťažiska robota. Dovoľte užívateľovi definovať R_1 , L , R_2 a na základe toho vygenerujte príslušné časy a rýchlosti. Vykreslite priebeh rýchlosti pravého, ľavého kolesa a ťažiska v čase. Vykreslite trajektórie kolies a ťažiska.
4. Vytvorte hru, kde pomocou šípok alebo W,A,S,D budete ovládať robota. Vykreslite priebeh rýchlosti pravého, ľavého kolesa a ťažiska v čase. Vykreslite trajektórie kolies a ťažiska. Úlohy 1. - 4. boli analyticky rozobraté na cvičení (pozrite PDF podklady k cvičeniam).



Obrázok 2 - trajektória krivka

Vypracovanie:

Úloha č. 1:

Pri prvej úlohe som zo známych rýchlostí kolies v_r a v_l vypočítaval rýchlosť ťažiska v_t a uhlovú rýchlosť ťažiska ω_t pomocou vzťahov z desiateho cvičenia:

$$v_t = \frac{v_l + v_r}{2} \quad (1)$$

$$\omega_t = \frac{v_l - v_r}{L} \quad (2)$$

kde L je rozchod kolies, v našom prípade 0,2 m.

V kóde v Matlabe som vo while cykle počítal aktuálny uhol podľa vzťahu

$$\varphi_{nasledujuce} = \varphi_{predchadzajuce} + \omega_t * \Delta t \quad (3)$$

kde Δt je malý časový inkrement, ktorý som pripočítaval v každej iterácii.

Polohu ťažiska som vypočítaval ako

$$x_{nasledujuce} = x_{predchadzajuce} + v_t * \cos(\varphi) * \Delta t \quad (4)$$

$$y_{nasledujuce} = y_{predchadzajuce} + v_t * \sin(\varphi) * \Delta t \quad (5)$$

a z nej som vypočítaval polohy kolies ako

$$x_l = x - \frac{L}{2} * \sin(\varphi) \quad (6)$$

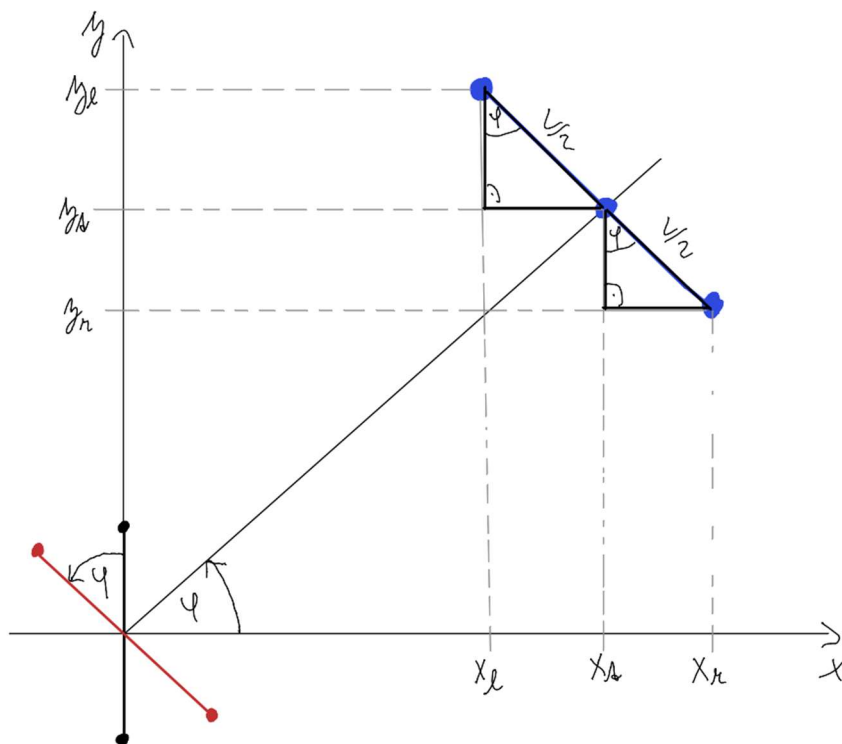
$$y_l = y + \frac{L}{2} * \cos(\varphi) \quad (7)$$

$$x_r = x + \frac{L}{2} * \sin(\varphi) \quad (8)$$

$$y_r = y - \frac{L}{2} * \cos(\varphi) \quad (9)$$

Tieto vzťahy vyplývajú z obrázka 3.

Na obr. 4 je časť kódu pre prvú úlohu, ktorá počíta polohy ťažiska a kolies, ukladá ich do vektorov pre vykreslenie, a pripočítava Δt .



Obrázok 3 – pre lepšiu predstavu výpočtu polohy kolies

```

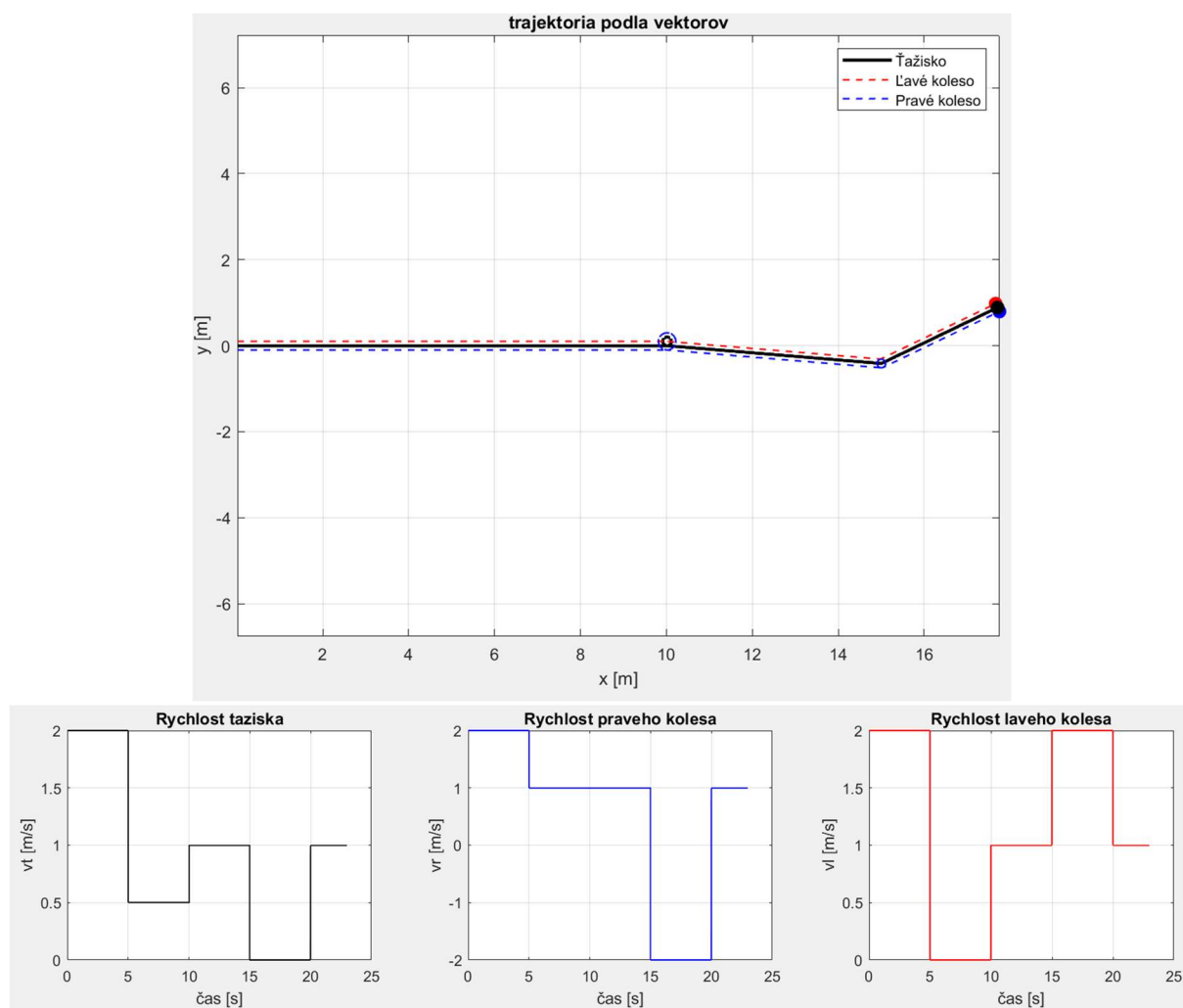
37     cas = t_start;
38     while cas < t_end
39         uhol = uhol + omegat * delta_t;
40         %poloha taziska:
41         x = x + vt * cos(uhol) * delta_t;
42         y = y + vt * sin(uhol) * delta_t;
43         %poloha kolies:
44         x_l = x - (L/2)*sin(uhol);
45         y_l = y + (L/2)*cos(uhol);
46         x_r = x + (L/2)*sin(uhol);
47         y_r = y - (L/2)*cos(uhol);
48         %ulozim do vektorov:
49         xt(end+1) = x;
50         yt(end+1) = y;
51         xL(end+1) = x_l;
52         yL(end+1) = y_l;
53         xR(end+1) = x_r;
54         yR(end+1) = y_r;
55         tt(end+1) = cas;
56         vt_celkovy(end+1) = vt;
57         vl_celkovy(end+1) = vl;
58         vr_celkovy(end+1) = vr;
59
60         cas = cas + delta_t;
61     end
62 end

```

Obrázok 4 - časť kódu pre prvú úlohu

Takže pomocou vstupných vektorov, ktoré môže používateľ meniť (vrátane ich dĺžky), som vykreslil trajektórie ťažiska, pravého a ľavého kolesa. Robot je znázornený v konečnej polohe bodkami spojenými čiarou – čierna bodka je ťažisko, modrá je pravé koleso, červená je ľavé koleso. Taktiež som vykreslil všetky tri priebehy rýchlostí.

Vstupné vektory v mojom kóde musia mať rovnakú dĺžku. Nezávisle od vstupných vektorov sa na konci vykreslia aj trajektórie a rýchlosti pre časový úsek 3 sekundy, s rýchlosťami kolies zodpovedajúcimi poslednej hodnote vo vektoroch rychlost_Laveho_kolesa a rychlost_Praveho_kolesa.



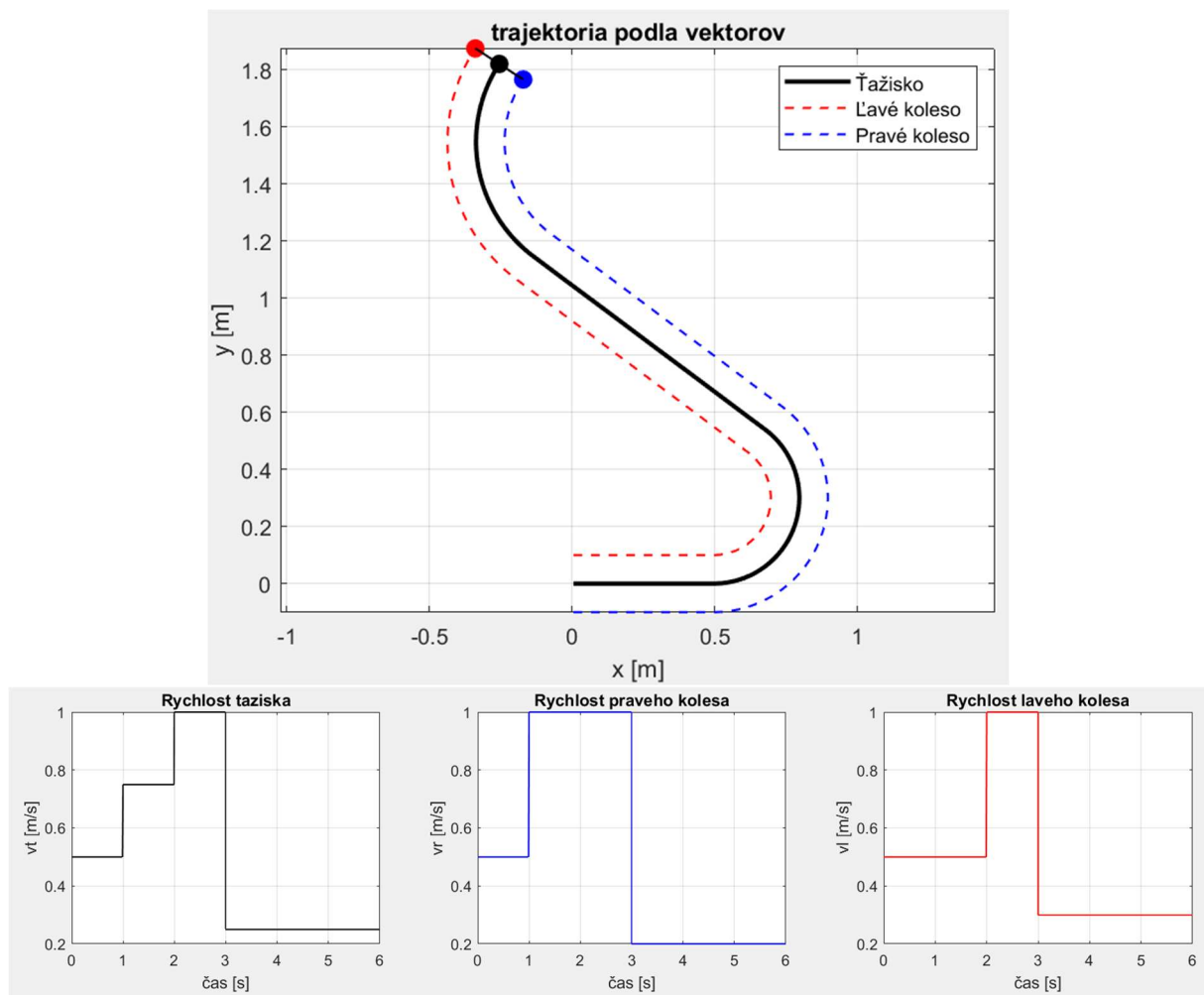
Obrázky 5 a 6 – prvá úloha

Na obrázkoch 5 a 6 sú trajektórie a rýchlosti pre vstupné parametre:

```
t = [0 5 10 15 20];
rychlost_Laveho_kolesa = [2 0 1 2 1];
rychlost_Praveho_kolesa = [2 1 1 -2 1];
```

Na obrázkoch 7 a 8 sú trajektórie a rýchlosti pre vstupné parametre:

```
t = [0 1 2 3];
rychlost_Laveho_kolesa = [0.5 0.5 1 0.3];
rychlost_Praveho_kolesa = [0.5 1 1 0.2];
```



Obrázky 7 a 8 – prvá úloha

Úloha č. 2:

V druhej úlohe som si pre zjednodušenie určil rýchlosť kolies $v = 1$ m/s (čiže smerom dozadu je to -1 m/s). Z toho som vypočítal čas, za ktorý robot prejde jednu stranu (čiaru) štvorca, a čas, za ktorý robot zabočí o 90 stupňov (otočka):

$$t_{ciara} = strana/v \quad (10)$$

$$t_{otocka} = \frac{\pi * L}{4} \quad (11)$$

kde strana je dĺžka strany štvorca, načítaná od používateľa.

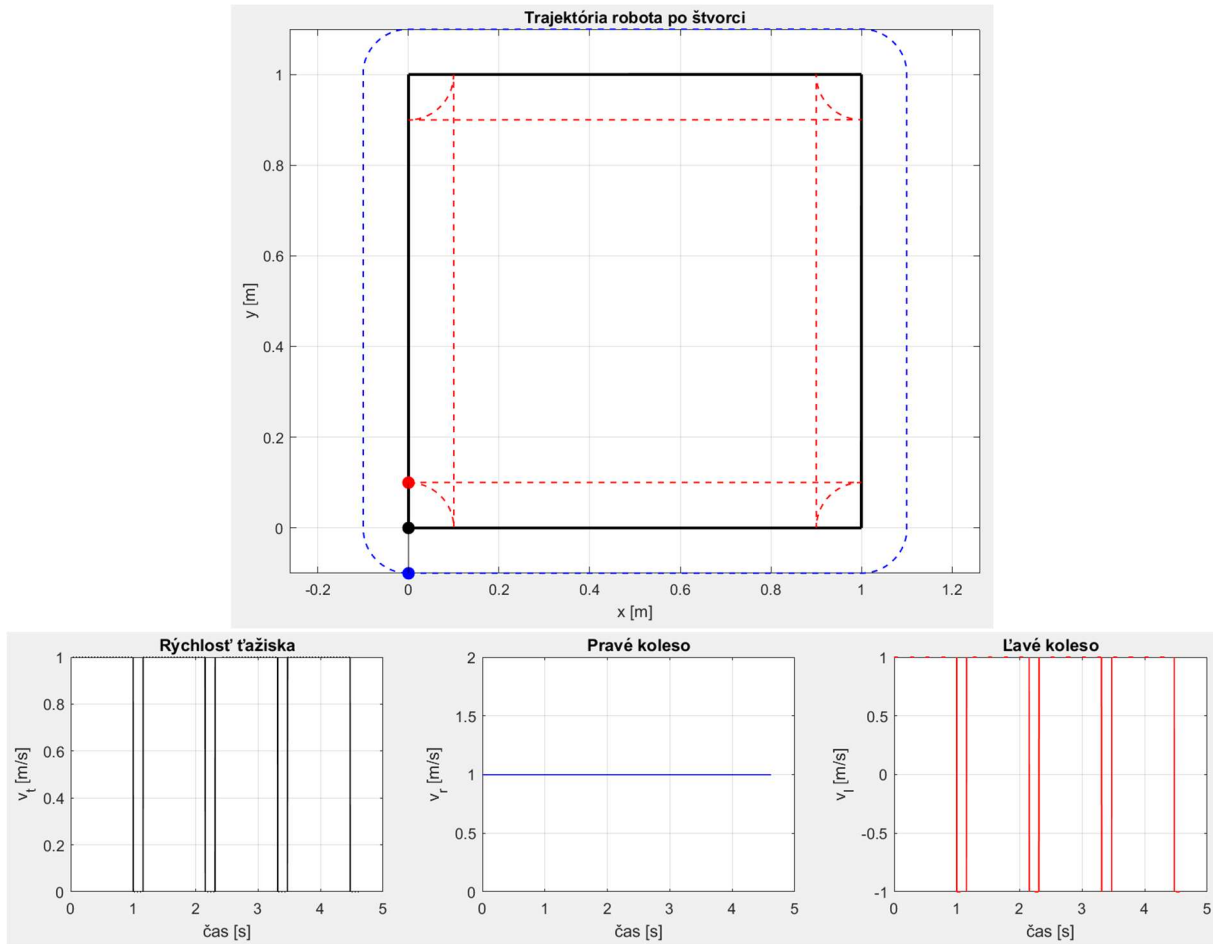
Vzťah (11) som dostal nasledovným spôsobom:

$$\omega_t = \frac{v_r - v_l}{L}, \quad v_r = 1, \quad v_l = -1$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} = \omega_t * t_{otocka}$$

$$t_{otocka} = \frac{\pi}{2 * \omega_t} = \frac{\pi * L}{2 * (v_r - v_l)} = \frac{\pi * L}{4}$$

Potom som pokračoval podobným spôsobom ako v prvej úlohe, pričom som inkrementoval až kým som nedosiahol časy t_{ciara} alebo t_{otocka} , vypočítané polohy a rýchlosti som pridával do vektorov na vykreslenie. Kombináciu strana + zákruta som urobil 4 krát. Vykreslil som aj robot v koncovej polohe, tak ako v prvej úlohe.



Obrázky 9 a 10 – trajektória štvorec a priebeh rýchlostí. Strana štvorca je tu dlhá 1 m.

Úloha č. 3:

V tejto úlohe som postupoval podobným spôsobom ako v druhej – vypočítal som si časy prejdienia dvoch kriviek a jednej rovnej čiary v strede a pripočítaval som Δt , až kým som nedosiahol tieto časy. Počítal som polohy a rýchlosti, zapisoval do vektorov a vykreslil.

Pre zjednodušenie som si určil, že rýchlosť ťažiska v_t bude vždy rovná 1 m/s.

Z cvičenia viem, že platí:

$$\omega_t = \frac{v_r - v_l}{L} \quad (12)$$

$$v_t = \frac{v_r + v_l}{2} \quad (13)$$

To je vlastne sústava dvoch rovníc, z ktorých si vyjadrím v_r a v_l , a za ω_t dosadím $\frac{v_t}{R}$. Potom dostanem vzťahy pre rýchlosti kolies pri prvej krivke:

$$v_{l1} = 1 + \frac{L}{2 * R_1} \quad (14)$$

$$v_{r1} = 1 - \frac{L}{2 * R_1} \quad (15)$$

(Za predpokladu, že $v_t = 1$.)

Rýchlosti kolies pre rovnú čiaru budú samozrejme obe rovné 1 m/s, a rýchlosti kolies pre druhú krivku sú

$$v_{l2} = 1 - \frac{L}{2 * R_2} \quad (16)$$

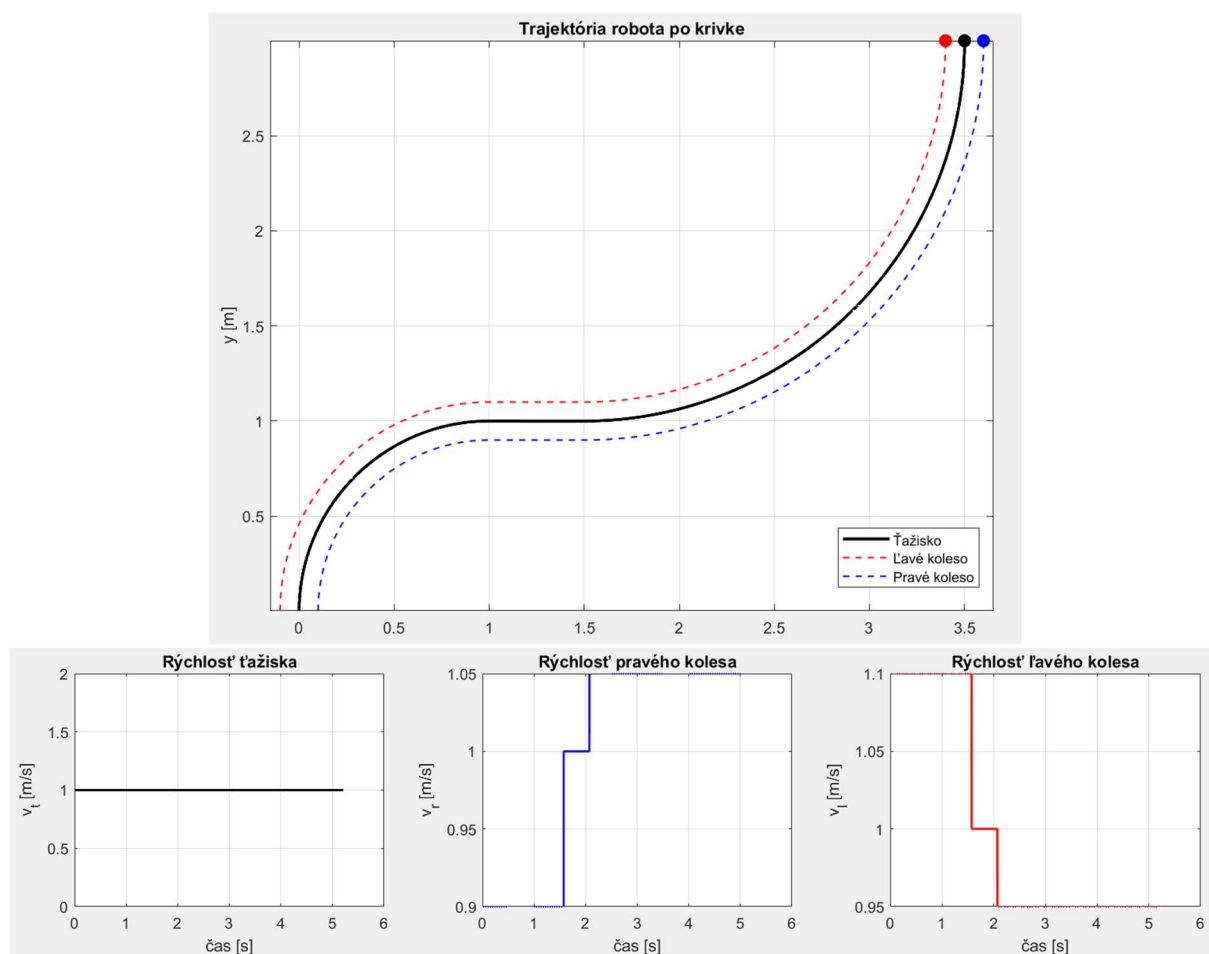
$$v_{r2} = 1 + \frac{L}{2 * R_2} \quad (17)$$

Výpočty časov pre prvú krivku, rovnú čiaru, druhú krivku:

$$t_1 = \frac{\pi}{2} * R_1 \quad (18)$$

$$t_2 = L_1 \quad (19)$$

$$t_3 = \frac{\pi}{2} * R_2 \quad (20)$$

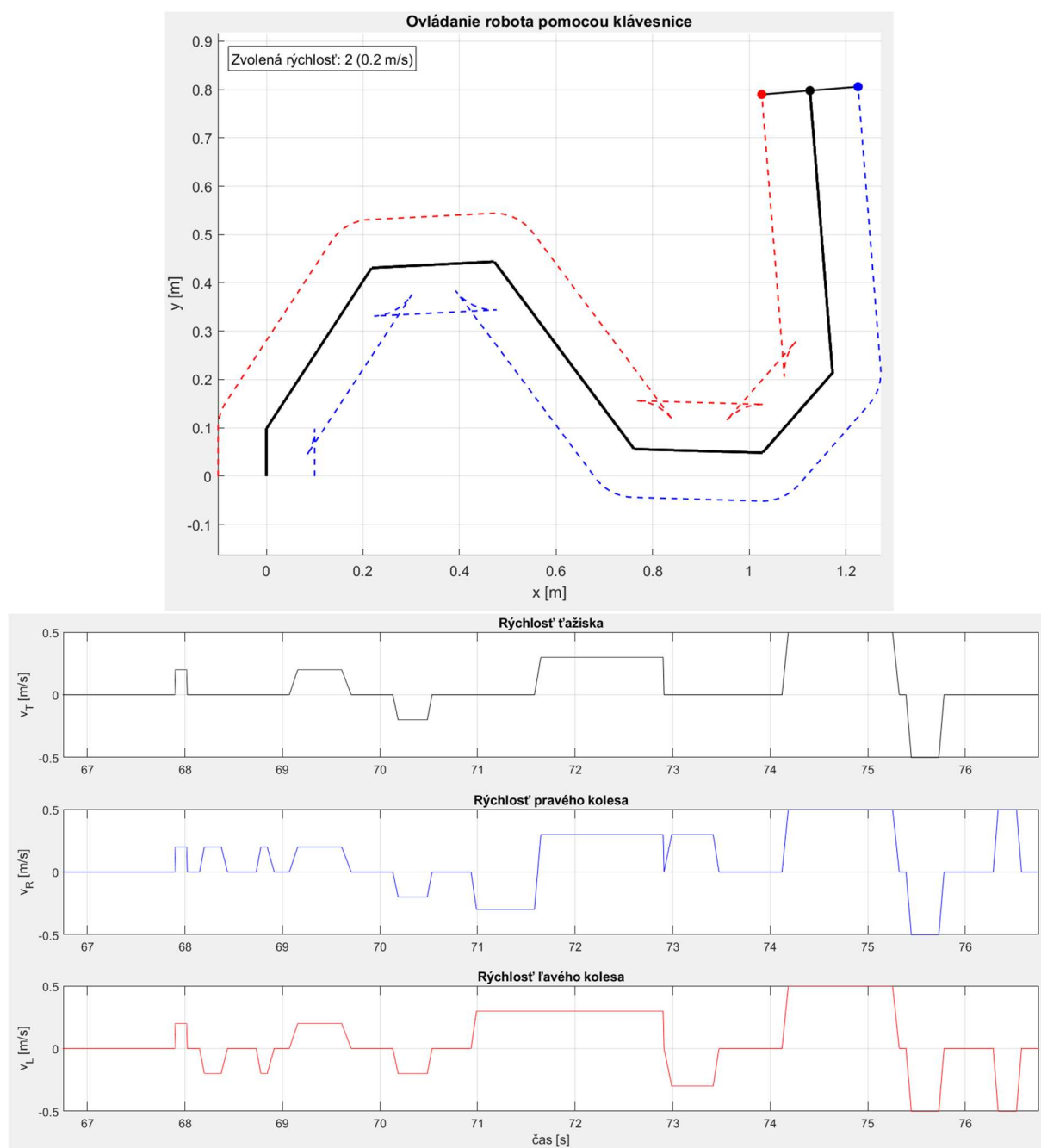


Obrázky 11 a 12 – tretia úloha, vstupné parametre: $R_1=1$ m, $L_1=0.5$ m, $R_2=2$ m.

Úloha č. 4:

Hlavný rozdiel oproti predchádzajúcim úlohám spočíva v tom, že v tomto prípade nepripočítavam pevný časový krok Δt , ale pracujem s reálnym časom pomocou príkazov tic a toc. To mi umožňuje vykresľovať priebehy rýchlostí v reálnom čase (na grafoch je vidieť vždy najviac posledných 10 sekúnd).

Používateľ vie riadiť robota pomocou klávesov W, A, S, D, medzerníkom zastavuje priebehy rýchlostí, klávesom ESC sa aplikácia ukončí. Klávesmi 1 až 5 sa nastavuje rýchlosť kolies robota od 0,1 po 0,5 m/s. Pri zabáčaní sa jedno koleso otáča vpred a druhé vzad, rovnakou rýchlosťou. Robot sa preto otáča na mieste, a trajektória ťažiska je zložená iba z rovných úsekov (žiadne oblúky).



Obrázky 13 a 14 – riadenie robota pomocou klávesnice

```
Command Window
OVLÁDANIE:
W: dopredu
S: dozadu
D: doprava
A: doľava
1-5: rýchlosti od 0.1 po 0.5 m/s
Medzerník: zastaviť (napr. na preskúmanie priebehov rýchlostí)
Esc: ukončiť
```

Obrázok 15 – návod na hru

Záver:

Vykreslil som trajektóriu robota zo vstupných vektorov, štvorcovú trajektóriu a trajektóriu krivka. Ku všetkému som vykreslil aj grafy rýchlostí ťažiska, pravého a ľavého kolesa.

V cykle som vypočítaval polohy ťažiska a kolies podľa vzorcov z cvičenia a pridával ich do vektorov, ktoré som potom vykresľoval. Po každej iterácii som pripočítaval malú hodnotu času.

V .zip archíve prikladám súbory „zad3_uloha1.m“, „zad3_uloha2.m“ a „zad3_uloha3.m“ – spustiť sa dajú ako bežné skripty v Matlabe.

Vytvoril som aj hru, kde používateľ ovláda robota pomocou klávesnice. Tá je v súbore „zad3_uloha4.m“, tiež sa spúšťa ako skript v Matlabe a používanie je intuitívne.

Toto zadanie som vypracoval vďaka poznámkam z cvičení a ChatGPT.

Zadanie som vypracoval sám. Čestne prehlasujem, že som ho neskopíroval a nikomu inému neposkytol. Nech mi je Isaac Asimov svedkom.