

# Optymalizacja rafinerii

Projekt dostępny jest na <https://github.com/MatuszG/OilProject> W pliku README.md opisane jest dokładnie, krok po kroku w jaki sposób można go uruchomić w środowiskach Visual Studio 2022 oraz CPLEX.

## 1. Opis zagadnienia

Rafineria ropy naftowej kupuje dwie ropy (ropa I i ropa II). Te ropy są poddawane czterem procesom: destylacji, reformingowi, krakingowi i mieszaniu, aby wyprodukować benzyny i paliwa, które są sprzedawane.

### 1.1 Proces Destylacji

Destylacja rozdziela każdą ropę na frakcje względem ich temperatury wrzenia, są to:

- Lekka nafta
- Średnia nafta
- Ciężka nafta
- Lekki olej
- Ciężki olej
- Pozostałość (residuum)

Nafty mają różne liczby oktanowe:

- Lekka nafta (liczba oktanowa 90)
- Średnia nafta (liczba oktanowa 80)
- Ciężka nafta (liczba oktanowa 70)

	Light naphtha	Medium naphtha	Heavy naphtha	Light oil	Heavy oil	Residuum
Crude 1	0.1	0.2	0.2	0.12	0.2	0.13
Crude 2	0.15	0.25	0.18	0.08	0.19	0.12

N.B. There is a small amount of wastage in distillation.

Warunek w Cplex:

$$\begin{aligned}
-0.1 * CRA - 0.15 * CRB + LN &== 0; \\
-0.2 * CRA - 0.25 * CRB + MN &== 0; \\
-0.2 * CRA - 0.18 * CRB + HN &== 0; \\
-0.12 * CRA - 0.08 * CRB + LO &== 0; \\
-0.2 * CRA - 0.19 * CRB + HO &== 0; \\
-0.13 * CRA - 0.12 * CRB + R &== 0;
\end{aligned}$$

Gdzie:

- CRA = ilość ropy I rodzaju
- CRB = ilość ropy II rodzaju
- LN = ilość lekkiej nafty
- MN = ilość średniej nafty
- HN = ilość ciężkiej nafty
- LO = ilość lekkiego oleju
- HO = ilość ciężkiego oleju
- R = ilość pozostałości

## 1.2 Reforming

Nafty można od razu wymieszać, aby otrzymać różnej jakości paliwa albo można je najpierw poddać procesowi reformingu. W wyniku tego procesu otrzymuje się reformowaną benzynę o liczbie oktanowej 115. Z każdej nafty otrzymuje się inną ilość reformowanej benzyny na jednostkę użytej nafty. Zachodzi niniejsza prawidłowość:

- Z jednej baryłki lekkiej nafty otrzymuje się 0.6 baryłki reformowanej benzyny
- Z jednej baryłki średniej nafty otrzymuje się 0.52 baryłki reformowanej benzyny
- Z jednej baryłki ciężkiej nafty otrzymuje się 0.45 baryłki reformowanej benzyny

Warunek w Cplex:

LNRG, MNRG i HNRG to kolejno lekka, średnia i ciężka nafta poświęcona do produkcji reformowanej benzyny RG:

$$-0.6 * LNRG - 0.52 * MNRG - 0.45 * HNRG + RG == 0;$$

## 1.3 Karking

Oleje (lekki i ciężki) można bezpośrednio wymieszać w celu uzyskania paliwa lotniczego albo oleju opałowego lub można przeprowadzić proces nazywany krakingiem katalicznym. Kraker kataliczny produkuje krakowany olej i krakowaną benzynę.

Krakovana benzyna ma liczbę oktanową 105. Skuteczność procesu krakingu jest następująco:

- Z 1 baryłki lekkiego oleju można uzyskać 0,68 baryłki krakowanego oleju i 0,28 baryłki krakowanej benzyny;
- Z 1 baryłki ciężkiego oleju można uzyskać 0,75 baryłki ropy krakowanej i 0,2 baryłki krakowanej benzyny.

Warunek zapisany w Cplex:

$$\begin{aligned} -0.68 * \text{LOC GO} - 0.75 * \text{HOC GO} + \text{CO} &== 0; \\ -0.28 * \text{LOC GO} - 0.2 * \text{HOC GO} + \text{CG} &== 0; \end{aligned}$$

Gdzie

- CO = otrzymana ilość krakowanego oleju
- CG = otrzymana ilość krakowanej benzyny
- LOC GO = ilość lekkiego oleju użyta do krakowania
- HOC GO = ilość ciężkiego oleju użyta do krakowania

## 1.4 Mieszanie

### Benzyny (paliwo silnikowe)

Istnieją dwa rodzaje benzyny, regularna i premium, otrzymywane poprzez mieszanie nafty, benzyny reformowanej i benzyny krakowanej. Benzyna regularna musi mieć liczbę oktanową co najmniej 84, a benzyna premium musi mieć liczbę oktanową co najmniej 94. Zakładamy, że liczba oktanowa benzyny otrzymanej w wyniku mieszania jest liniowa do liczby oktanowej mieszanych produktów względem ich objętości.

Warunek na ilość produkowanej benzyny premium i regularnej:

$$\begin{aligned} -\text{LNPMF} - \text{MNPMF} - \text{HNPMF} - \text{RGPMF} - \text{CGPMF} + \text{PMF} &== 0; \\ -\text{LNRMF} - \text{MNRMF} - \text{HNRMF} - \text{RGRMF} - \text{CGRMF} + \text{RMF} &== 0; \end{aligned}$$

Warunek na liczbę oktanową benzyny

$$\begin{aligned} -90 * \text{LNPMF} - 80 * \text{MNPMF} - 70 * \text{HNPMF} - 115 * \text{RGPMF} - 105 * \text{CGPMF} + 94 * \text{PMF} &\leq 0; \\ -90 * \text{LNRMF} - 80 * \text{MNRMF} - 70 * \text{HNRMF} - 115 * \text{RGRMF} - 105 * \text{CGRMF} + 84 * \text{RMF} &\leq 0; \end{aligned}$$

Warunek na proporcję użytej reformowanej benzyny i krakowanej benzyny:

$$\begin{aligned} -\text{RGRMF} - \text{RGPMF} + \text{RG} &== 0; \\ -\text{CGRMF} - \text{CGPMF} + \text{CG} &== 0; \end{aligned}$$

Gdzie PMF oznacza wyprodukowaną ilość benzyny premium, a RMF wyprodukowaną ilość benzyny regularnej. Pierwsze dwie litery zmiennej oznaczają rodzaj surowca:

- LN = ilość lekkiej nafty
- MN = ilość średniej nafty
- HN = ilość ciężkiej nafty
- RG = ilość reformowanej benzyny
- CG = ilość krakowanej benzyny

Z kolei PMF i RMF w suffixie zmiennej oznaczają, że taka ilość surowca została przeznaczona do produkcji odpowiedniej benzyny: premium i regularnej.

### Paliwo lotnicze

Ciśnienie pary paliwa lotniczego nie może przekraczać  $1 \text{ kg/cm}^2$ . Ciśnienia par lekkiego oleju, ciężkiego oleju, krakowanego oleju oraz resztek wynoszą odpowiednio: 1.0, 0.6, 1.5 i  $0.05 \text{ kg/cm}^2$ . Zakłada się również, że ciśnienia par mieszają się liniowo według objętości.

### Warunek zapisany w Cplex

Warunek na ilość produkowanego paliwa lotniczego:

$$-\text{LOJF} - \text{HOJF} - \text{RJF} - \text{COJF} + \text{JF} == 0;$$

Warunek na ciśnienie par:

$$-\text{LOJF} - 0.6 * \text{HOJF} - 1.5 * \text{COJF} - 0.05 * \text{RJF} + \text{JF} \geq 0;$$

Gdzie

- JF = ilość otrzymanego paliwa lotniczego
- LOJF = ilość lekkiego oleju użyta do produkcji paliwa lotniczego
- HOJF = ilość ciężkiego oleju użyta do produkcji paliwa lotniczego
- RJF = ilość pozostałości u użyta do produkcji paliwa lotniczego
- COJF = ilość krakowanego oleju u użyta do produkcji paliwa lotniczego

## Olej opałowy

Aby wyprodukować olej opałowy, miesza się lekki olej, krakowany olej, ciężki olej i residuum w proporcji 10:4:3:1.

## Warunek w Cplex

```
-LO + LOCGO + LOJF + 0.55 * FO == 0;  
-HO + HOCGO + HOJF + 0.16 * FO == 0;  
-CO + COJF + 0.22 * FO == 0;  
-R + RLBO + RJF + 0.05 * FO == 0;
```

- LO = ilość lekkiego oleju
- LOCGO = ilość lekkiego oleju użyta do krakowania
- LOJF = ilość lekkiego oleju wmieszana do paliwa lotniczego
- HO = ilość ciężkiego oleju
- HOCGO = ilość ciężkiego oleju użyta do krakowania
- HOJF = ilość ciężkiego oleju wmieszana do paliwa lotniczego
- R = ilość pozostałości
- RLBO = ilość pozostałości użyta do produkcji oleju smarowego
- RJF = ilość pozostałości wmieszana do paliwa lotniczego
- FO = ilość oleju opałowego

## 2. Inne ograniczenia

Istnieją ograniczenia dostępności i zdolności dotyczące ilości i procesów wykorzystywanych w następujący sposób:

- Dzienna dostępność ropy 1 wynosi 20 000 baryłek, dzienna dostępność ropy 2 wynosi 30 000 baryłek.

$$\begin{aligned} \text{CRA} &\leq 20000; \\ \text{CRB} &\leq 30000; \end{aligned}$$

- Maksymalnie można destylować 45 000 baryłek ropy dziennie.

$$\text{CRA} + \text{CRB} \leq 45000;$$

- Maksymalnie można reformować 10 000 baryłek nafty dziennie.

$$\text{LNRG} + \text{MNRG} + \text{HNRG} \leq 10000;$$

- Maksymalnie można krakować 8 000 baryłek oleju dziennie.

$$\text{LOCGO} + \text{HOCGO} \leq 8000;$$

- Z residuum można produkować olej smarowy w proporcji 2:1. Diennej produkcja oleju smarowego musi wynosić od 500 do 1000 baryłek.

$$\text{LBO} \geq 500;$$

$$\text{LBO} \leq 1000;$$

$$-0.5 \cdot \text{RLBO} + \text{LBO} = 0;$$

- Produkcja benzyny premium musi wynosić co najmniej 40% produkcji benzyny regularnej.

$$\text{PMF} - 0.4 \cdot \text{RMF} \geq 0;$$

Przyczyny zysku ze sprzedaży produktów końcowych wynoszą (w pensach za baryłkę) odpowiednio:

- Benzyna premium 700£
- Benzyna regularna 600£
- Paliwo lotnicze 400£
- Olej opałowy 350£
- Olej smarowy 150£

**Warunek maksymalizacyjny w Cplex**

$$\text{maximize } 7 \cdot \text{PMF} + 6 \cdot \text{RMF} + 4 \cdot \text{JF} + 3.5 \cdot \text{FO} + 1.5 \cdot \text{LBO};$$

## 3. Cały Kod w CPLEX:

```

43 maximize 7*PMF + 6*RMF + 4*JF + 3.5*FO + 1.5*LBO;
44
45 subject to {
46   CRA <= 20000;
47   CRB <= 30000;
48   CRA + CRB <= 45000;
49   LNRG + MNRG + HNRG <= 10000;
50   LOCGO + HOCGO <= 8000;
51   LBO >= 500;
52   LBO <= 1000;
53
54   -0.1*CRA - 0.15*CRB + LN == 0;
55   -0.2*CRA - 0.25*CRB + MN == 0;
56   -0.2*CRA - 0.18*CRB + HN == 0;
57   -0.12*CRA - 0.08*CRB + LO == 0;
58   -0.2*CRA - 0.19*CRB + HO == 0;
59   -0.13*CRA - 0.12*CRB + R == 0;
60
61   -0.6*LNRG - 0.52*MNRG - 0.45*HNRG + RG == 0;
62
63   -0.68 * LOCGO - 0.75 * HOCGO + CO == 0;
64   -0.28 * LOCGO - 0.2 * HOCGO + CG == 0;
65
66   -0.5*RLBO + LBO == 0;
67
68   -LN + LNRG + LNPMF + LNRMF == 0;
69   -MN + MNRG + MNPMF + MNRMF == 0;
70   -HN + HNRG + HNPMF + HNRMF == 0;
71
72   -LO + LOCGO + LOJF + 0.55 * FO == 0;
73   -HO + HOCGO + HOJF + 0.16 * FO == 0;
74   -CO + COJF + 0.22 * FO == 0;
75   -R + RLBO + RJF + 0.05 * FO == 0;
76
77   -LNPMF - MNPMF - HNPMF - RGPMF - CGPMF + PMF == 0;
78   -LNRMF - MNRMF - HNRMF - RGRMF - CGRMF + RMF == 0;
79   -LOJF - HOJF - RJF - COJF + JF == 0;
80
81   -RGRMF - RGPMF + RG == 0;
82   -CGRMF - CGPMF + CG == 0;
83
84   PMF - 0.4 * RMF >= 0;
85   -90 * LNPMF - 80 * MNPMF - 70 * HNPMF - 115 * RGPMF - 105 * CGPMF + 94 * PMF <= 0;
86   -90 * LNRMF - 80 * MNRMF - 70 * HNRMF - 115 * RGRMF - 105 * CGRMF + 84 * RMF <= 0;
87   -LOJF - 0.6 * HOJF - 1.5 * COJF - 0.05 * RJF + JF >= 0;
88 }

```

## 4. Kod w cpp:

```
oil_project.cpp  X
OilProject (Global Scope)
1  #include <ilopl/iloopl.h>
2  #include <sstream>
3
4  ILOSTLBEGIN
5  int main(int argc, char* argv[]) {
6      IloEnv env;
7
8      int status = 127;
9      try {
10         IloOplErrorHandler handler(env, cout);
11         IloOplModelSource modelSource(env, "oil_project.mod");
12         IloOplSettings settings(env, handler);
13         IloOplModelDefinition def(modelSource, settings);
14         IloCplex cplex(env);
15         IloOplModel opl(def, cplex);
16         opl.generate();
17
18         if (cplex.solve()) {
19             cout << endl
20                  << "OBJECTIVE: " << fixed << setprecision(2) << opl.getCplex().getObjValue()
21                  << endl;
22             opl.postProcess();
23             opl.printSolution(cout);
24             status = 0;
25         }
26         else {
27             cout << "No solution!" << endl;
28             status = 1;
29         }
30     }
31     catch (IloOplException& e) {
32         cout << "### OPL exception: " << e.getMessage() << endl;
33     }
34     catch (IloException& e) {
35         cout << "### CONCERT exception: ";
36         e.print(cout);
37         status = 2;
38     }
39     catch (...) {
40         cout << "### UNEXPECTED ERROR ..." << endl;
41         status = 3;
42     }
43
44     env.end();
45
46     cout << endl << "--Press <Enter> to exit--" << endl;
47     getchar();
48
49     return status;
50 }
```



## 5. Wyniki

Wyniki z książki Model Building in Mathematical Programming, [H. Paul Williams](#)

### 14.6 Refinery optimization

The optimal solution results in a profit of £211 365.

The optimal values of the variables defined in Part III are given below:

CRA	15 000	MNPMF	3537
CRB	30 000	MNRMF	6962
LN	6000	HNPMF	0
MN	10 500	HNRMF	2993
HN	8400	RGPMF	1344
LO	4200	RGRMF	1089
HO	8700	CGPMF	1936
R	5550	CGRMF	0
LNRG	0	LOJF	0
MNRG	0	HOJF	4900
HNRG	5407	RJF	4550

#### SOLUTIONS TO PROBLEMS 357

RG	2433	COJF	5706
LOGO	4200	RLBO	1000
HOCGO	3800	PMF	6818
CG	1936	RMF	17 044
CO	5706	JF	15 156
LNPMF	0	FO	0
LNRMF	6000	LBO	500

Nasz wynik funkcji maksymalizowanej wyniósł 211365.13. Wynik pokrył się w pełni z dokładnością do zaokrągleń z wynikami z literatury.

### CPLEX:

Statystyki		Wartość
▼ Cplex		solution (optimal) with objective 211365.134768933
Constraints		33
▼ Variables		36
Other		36
Non-zero coefficients		110
Iterations		21

## CPP I CPLEX:

```
Version identifier: 22.1.1.0 | 2022-11-27 | 9160aff4d
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 4 rows and 0 columns.
Aggregator did 11 substitutions.
Reduced LP has 18 rows, 25 columns, and 79 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.04 ticks)
Initializing dual steep norms . . .

Iteration log . . .
Iteration:    1    Scaled dual infeas =          19.520583
Iteration:   12    Dual objective    =        251186.000000

OBJECTIVE: 211365.13
// solution (optimal) with objective 211365.134768933
// Quality There are no bound infeasibilities.
// Max. unscaled (scaled) reduced-cost infeas. = 1.77636e-15 (1.77636e-15)
// Max. unscaled (scaled) Ax-b resid.         = 4.36557e-10 (3.41061e-12)
// Max. unscaled (scaled) c-B'pi resid.       = 3.55271e-15 (3.55271e-15)
// Max. unscaled (scaled) |x|                 = 30000 (30000)
// Max. unscaled (scaled) |slack|             = 5000 (5000)
// Max. unscaled (scaled) |pi|                = 9.58142 (14.9896)
// Max. unscaled (scaled) |red-cost|          = 0.904912 (1.27211)
// Condition number of scaled basis           = 3.5e+01
//

PMF = 6817.8;
RMF = 17044;
JF = 15156;
FO = 0;
LBO = 500;
CRA = 15000;
CRB = 30000;
LNRG = 0;
MNRG = 0;
HNRG = 5406.9;
LOGCO = 4200;
HOCGO = 3800;
LN = 6000;
MN = 10500;
HN = 8400;
LO = 4200;
HO = 8700;
R = 5550;
RG = 2433.1;
CO = 5706;
CG = 1936;
RLBO = 1000;
LNPMF = 5726.9;
LNRMF = 273.07;
MNPMPF = 0;
MNRMPF = 10500;
HNPMPF = 0;
HNRMPF = 2993.1;
LOJF = 0;
HOJF = 4900;
COJF = 5706;
RJF = 4550;
RGPMF = 1090.8;
CGPMF = 0;
RGRMF = 1342.2;
CGRMF = 1936;

--Press <Enter> to exit--
```