Optymalizacja rafinerii

Projekt dostępny jest na https://github.com/MatuszG/OilProject W pliku README.md opisane jest dokładnie, krok po kroku w jaki sposób można go uruchomić w środowiskach Visual Studio 2022 oraz CPLEX.

1. Opis zagadnienia

Rafineria ropy naftowej kupuje dwie ropy (ropa I i ropa II). Te ropy są poddawane czterem procesom: destylacji, reformingowi, krakingowi i mieszaniu, aby wyprodukować benzyny i paliwa, które są sprzedawane.

1.1 Proces Destylacji

Destylacja rozdziela każdą ropę na frakcje względem ich temperatury wrzenia, są to:

- Lekka nafta
- Średnia nafta
- Ciężka nafta
- Lekki olej
- Ciężki olej
- Pozostałość (residuum)

Nafty mają różne liczby oktanowe:

- Lekka nafta (liczba oktanowa 90)
- Średnia nafta (liczba oktanowa 80)
- Ciężka nafta (liczba oktanowa 70)

| | Light naphtha | Medium naphtha | Heavy naphtha | Light oil | Heavy oil | Residuum |
|---------|------------------|-------------------|------------------|--------------|--------------|----------|
| Crude 1 | 0.1 | 0.2 | 0.2 | 0.12 | 0.2 | 0.13 |
| Crude 2 | 0.15 | 0.25 | 0.18 | 0.08 | 0.19 | 0.12 |

N.B. There is a small amount of wastage in distillation.

Warunek w Cplex:

```
-0.1*CRA - 0.15*CRB + LN == 0;

-0.2*CRA - 0.25*CRB + MN == 0;

-0.2*CRA - 0.18*CRB + HN == 0;

-0.12*CRA - 0.08*CRB + LO == 0;

-0.2*CRA - 0.19*CRB + HO == 0;

-0.13*CRA - 0.12*CRB + R == 0;
```

Gdzie:

- CRA = ilość ropy I rodzaju
- CRB = ilość ropy II rodzaju
- LN = ilość lekkiej nafty
- MN = ilość średniej nafty
- HN = ilość ciężkiej nafty
- LO = ilość lekkiego oleju
- HO = ilość ciężkiego oleju
- R = ilość pozostałości

1.2 Reforming

Nafty można od razu wymieszać, aby otrzymać różnej jakości paliwa albo można je najpierw poddać procesowi reformingu. W wyniku tego procesu otrzymuje się reformowaną benzynę o liczbie oktanowej 115. Z każdej nafty otrzymuje się inną ilość reformowanej benzyny na jednostkę użytej nafty. Zachodzi niniejsza prawidłowość:

- Z jednej baryłki lekkiej nafty otrzymuje się 0.6 baryłki reformowanej benzyny
- Z jednej baryłki średniej nafty otrzymuje się 0.52 baryłki reformowanej benzyny
- Z jednej baryłki ciężkiej nafty otrzymuje się 0.45 baryłki reformowanej benzyny

Warunek w Cplex:

LNRG, MNRG i HNRG to kolejno lekka, średnia i ciężka nafta poświęcona do produkcji reformowanej benzyny RG:

```
-0.6*LNRG - 0.52*MNRG - 0.45*HNRG + RG == 0;
```

1.3 Karking

Oleje (lekki i ciężki) można bezpośrednio wymieszać w celu uzyskania paliwa lotniczego albo oleju opałowego lub można przeprowadzić proces nazywany krakingiem katalicznym. Kraker kataliczny produkuje krakowany olej i krakowaną benzynę.

Karkowana benzyna ma liczbę oktanową 105. Skuteczność procesu krakingu jest następująco:

- Z 1 baryłki lekkiego oleju można uzyskać 0,68 baryłki krakowanego oleju i 0,28 baryłki krakowanej benzyny;
- Z 1 baryłki ciężkiego oleju można uzyskać 0,75 baryłki ropy krakowanej i 0,2 baryłki krakowanej benzyny.

Warunek zapisany w Cplex:

```
-0.68 * LOCGO - 0.75 * HOCGO + CO == 0;
-0.28 * LOCGO - 0.2 * HOCGO + CG == 0;
```

Gdzie

- CO = otrzymana ilość krakowanego oleju
- CG = otrzymana ilość krakowanej benzyny
- LOCGO = ilość lekkiego oleju użyta do krakowania
- HOCOGO = ilość ciężkiego oleju użyta do krakowania

1.4 Mieszanie

Benzyny (paliwo silnikowe)

Istnieją dwa rodzaje benzyny, regularna i premium, otrzymywane poprzez mieszanie nafty, benzyny reformowanej i benzyny krakowanej. Benzyna regularna musi mieć liczbę oktanową co najmniej 84, a benzyna premium musi mieć liczbę oktanową co najmniej 94. Zakładamy, że liczba oktanowa benzyny otrzymanej w wyniku mieszania jest liniowa do liczby oktanowej mieszanych produktów względem ich objętości.

Warunek na ilość produkowanej benzyny premium i regularnej:

```
-LNPMF - MNPMF - HNPMF - RGPMF - CGPMF + PMF == 0;
-LNRMF - MNRMF - HNRMF - RGRMF - CGRMF + RMF == 0;
```

Warunek na liczbę oktanową benzyny

```
-90 * LNPMF - 80 * MNPMF - 70 * HNPMF - 115 * RGPMF - 105 * CGPMF + 94 * PMF <= 0; -90 * LNRMF - 80 * MNRMF - 70 * HNRMF - 115 * RGRMF - 105 * CGRMF + 84 * RMF <= 0;
```

Warunek na proporcję użytej reformowanej benzyny i krakowanej benzyny:

```
-RGRMF - RGPMF + RG == 0;
-CGRMF - CGPMF + CG == 0;
```

Gdzie PMF oznacza wyprodukowaną ilość benzyny premium, a RMF wyprodukowaną ilość benzyny regularnej. Pierwsze dwie litery zmiennej oznaczają rodzaj surowca:

- LN = ilość lekkiej nafty
- MN = ilość średniej nafty
- HN = ilość ciężkiej nafty
- RG = ilość reformowanej benzyny
- CG = ilość krakowanej benzyny

Z kolei PMF i RMF w suffixie zmiennej oznaczają, że taka ilość surowca została przeznaczona do produkcji odpowiedniej benzyny: premium i regularnej.

Paliwo lotnicze

Ciśnienie pary paliwa lotniczego nie może przekraczać 1 kg/cm². Ciśnienia par lekkiego oleju, ciężkiego oleju, krakowanego oleju oraz resztek wynoszą odpowiednio: 1.0, 0.6, 1.5 i 0.05 kg/cm². Zakłada się również, że ciśnienia par mieszają się liniowo według objętości.

Warunek zapisany w Cplex

Warunek na ilość produkowanego paliwa lotniczego:

```
-LOJF - HOJF - RJF - COJF + JF == 0;
```

Warunek na ciśnienie par:

```
-LOJF - 0.6 * HOJF - 1.5 * COJF - 0.05 * RJF + JF >= 0;
```

Gdzie

- JF = ilość otrzymanego paliwa lotniczego
- LOJF = ilość lekkiego oleju użyta do produkcji paliwa lotniczego
- HOJF = ilość ciężkiego oleju użyta do produkcji paliwa lotniczego
- RJF = ilość pozostałości u użyta do produkcji paliwa lotniczego
- COJF = ilość krakowanego oleju u użyta do produkcji paliwa lotniczego

Olej opałowy

Aby wyprodukować olej opałowy, miesza się lekki olej, krakowany olej, ciężki olej i residuum w proporcji 10:4:3:1.

Warunek w Cplex

```
-LO + LOCGO + LOJF + 0.55 * FO == 0;

-HO + HOCGO + HOJF + 0.16 * FO == 0;

-CO + COJF + 0.22 * FO == 0;

-R + RLBO + RJF + 0.05 * FO == 0;
```

- LO = ilość lekkiego oleju
- LOCGO = ilość lekkiego oleju użyta do krakowania
- LOJF = ilość lekkiego oleju wmieszana do paliwa lotniczego
- HO = ilość ciężkiego oleju
- HOCGO = ilość ciężkiego oleju użyta do krakowania
- HOJF = ilość ciężkiego oleju wmieszana do paliwa lotniczego
- R = ilość pozostałości
- RLBO = ilość pozostałości użyta do produkcji oleju smarowego
- RJF = ilość pozostałości wmieszana do paliwa lotniczego

2. Inne ograniczenia

Istnieją ograniczenia dostępności i zdolności dotyczące ilości i procesów wykorzystywanych w następujący sposób:

 Dzienna dostępność ropy 1 wynosi 20 000 baryłek, dzienna dostępność ropy 2 2 wynosi 30 000 baryłek.

```
CRA <= 20000;
CRB <= 30000;
```

• Maksymalnie można destylować 45 000 baryłek ropy dziennie.

```
CRA + CRB <= 45000;
```

• Maksymalnie można reformować 10 000 baryłek nafty dziennie.

```
LNRG + MNRG + HNRG <= 10000;
```

• Maksymalnie można krakować 8 000 baryłek oleju dziennie.

```
LOCGO + HOCGO <= 8000;
```

• Z residuum można produkować olej smarowy w proporcji 2:1. Dziennej produkcja oleju smarowego musi wynosić od 500 do 1000 baryłek.

```
LBO >= 500;
LBO <= 1000;
-0.5*RLBO + LBO == 0;
```

• Produkcja benzyny premium musi wynosić co najmniej 40% produkcji benzyny regularnej.

```
PMF - 0.4 * RMF >= 0;
```

Przyczyny zysku ze sprzedaży produktów końcowych wynoszą (w pensach za baryłkę) odpowiednio:

- Benzyna premium 700£
- Benzyna regularna 600£
- Paliwo lotnicze 400£
- Olej opałowy 350£
- Olej smarowy 150£

Warunek maksymalizacyjny w Cplex

```
maximize 7*PMF + 6*RMF + 4*JF + 3.5*FO + 1.5*LBO;
```

3. Cały Kod w CPLEX:

```
43 maximize 7*PMF + 6*RMF + 4*JF + 3.5*F0 + 1.5*LBO;
44
45⊖ subject to {
46
    CRA <= 20000;
      CRB <= 30000;
47
48
      CRA + CRB <= 45000;
      LNRG + MNRG + HNRG <= 10000;
50
     LOCGO + HOCGO <= 8000;
51
      LBO >= 500;
     LBO <= 1000;
52
53
54
      -0.1*CRA - 0.15*CRB + LN == 0;
55
      -0.2*CRA - 0.25*CRB + MN == 0;
     -0.2*CRA - 0.18*CRB + HN == 0;
56
57
      -0.12*CRA - 0.08*CRB + LO == 0;
58
      -0.2*CRA - 0.19*CRB + HO == 0;
59
      -0.13*CRA - 0.12*CRB + R == 0;
60
     -0.6*LNRG - 0.52*MNRG - 0.45*HNRG + RG == 0;
61
62
      -0.68 * LOCGO - 0.75 * HOCGO + CO == 0;
63
      -0.28 * LOCGO - 0.2 * HOCGO + CG == 0;
64
65
66
      -0.5*RLBO + LBO == 0;
67
      -LN + LNRG + LNPMF + LNRMF == 0;
69
      -MN + MNRG + MNPMF + MNRMF == 0;
70
      -HN + HNRG + HNPMF + HNRMF == 0;
71
72
      -LO + LOCGO + LOJF + 0.55 * FO == 0;
73
      -HO + HOCGO + HOJF + 0.16 * FO == 0;
      -CO + COJF + 0.22 * FO == 0;
74
75
      -R + RLBO + RJF + 0.05 * FO == 0;
76
     -LNPMF - MNPMF - HNPMF - RGPMF - CGPMF + PMF == 0;
-LNRMF - MNRMF - HNRMF - RGRMF - CGRMF + RMF == 0;
77
78
79
     -LOJF - HOJF - RJF - COJF + JF == 0;
80
81
      -RGRMF - RGPMF + RG == 0;
     -CGRMF - CGPMF + CG == 0;
82
83
      PMF - 0.4 * RMF >= 0;
84
      -90 * LNPMF - 80 * MNPMF - 70 * HNPMF - 115 * RGPMF - 105 * CGPMF + 94 * PMF <= 0;
85
      -90 * LNRMF - 80 * MNRMF - 70 * HNRMF - 115 * RGRMF - 105 * CGRMF + 84 * RMF <= 0;
      -LOJF - 0.6 * HOJF - 1.5 * COJF - 0.05 * RJF + JF >= 0;
87
88 }
```

4. Kod w cpp:

```
oil_project.cpp  ⊅  X
🖽 OilProject

→ (Global Scope)

             ∏#include <ilopl/iloopl.h>
               #include <sstream>
              int status = 127;
                    try {
    IloOplErrorHandler handler(env, cout);
    IloOplModelSource modelSource(env, "oil_project.mod");
    IloOplSettings settings(env, handler);
    IloOplModelDefinition def(modelSource, settings);
    IloCnlex cplex(env);
                          IloCplex cplex(env);
IloOplModel opl(def, cplex);
                           opl.generate();
                          if (cplex.solve()) {
                               opl.postProcess();
opl.printSolution(cout);
status = θ;
                           else {
   cout << "No solution!" << endl;
   status = 1;</pre>
                     catch (IloOplException& e) {
   cout << "### OPL exception: " << e.getMessage() << endl;</pre>
                     catch (IloException& e) {
   cout << "### CONCERT exception: ";
   e.print(cout);</pre>
                           status = 2;
                     catch (...) {
    cout << "### UNEXPECTED ERROR ..." << endl;
    status = 3;</pre>
                     env.end();
                     cout << endl << "--Press <Enter> to exit--" << endl;</pre>
                     getchar();
                     return status;
```

5. Wyniki

Wyniki z książki Model Building in Mathematical Programming, H. Paul Williams

14.6 Refinery optimization

The optimal solution results in a profit of £211 365.

The optimal values of the variables defined in Part III are given below:

| CRA | 15 000 | MNPMF | 3537 |
|------|--------|-------|------|
| CRB | 30 000 | MNRMF | 6962 |
| LN | 6000 | HNPMF | 0 |
| MN | 10 500 | HNRMF | 2993 |
| HN | 8400 | RGPMF | 1344 |
| LO | 4200 | RGRMF | 1089 |
| HO | 8700 | CGPMF | 1936 |
| R | 5550 | CGRMF | 0 |
| LNRG | 0 | LOJF | 0 |
| MNRG | 0 | HOJF | 4900 |
| HNRG | 5407 | RJF | 4550 |
| | | | |

| S | ΟI | λ | T | O. | NS | TO | PROB | BLEMS | |
|---|----|---|---|----|----|----|------|-------|--|
| | | | | | | | | | |

357

| 2433 | COJF | 5706 |
|------|-----------------------------------|--|
| 4200 | RLBO | 1000 |
| 3800 | PMF | 6818 |
| 1936 | RMF | 17 044 |
| 5706 | JF | 15 156 |
| 0 | FO | 0 |
| 6000 | LBO | 500 |
| | 4200 3800 1936 5706 0 | 4200 RLBO 3800 PMF 1936 RMF 5706 JF 0 FO |

Nasz wynik funkcji maksymalizowanej wyniósł 211365.13. Wynik pokrył się w pełni z dokładnością do zaokrągleń z wynikami z literatury.

CPLEX:

| 🖃 Dziennik skryptów и Konflikty 🔀 Relaksacje 💸 Dzienn | ik mechanizmu 🎽 Statystyki 🗶 🖏 Profiler 🔑 Rozwiązania | | | |
|---|---|--|--|--|
| Statystyki | Wartość | | | |
| ✓ Cplex | solution (optimal) with objective 211365.134768933 | | | |
| Constraints | 33 | | | |
| → Variables | 36 | | | |
| Other | 36 | | | |
| Non-zero coefficients | 110 | | | |
| Iterations | 21 | | | |

CPP I CPI FX:

```
Version identifier: 22.1.1.0 | 2022-11-27 | 9160aff4d
Tried aggregator 1 time.
LP Presolve eliminated 4 rows and 0 columns.
Aggregator did 11 substitutions.
Reduced LP has 18 rows, 25 columns, and 79 nonzeros.
Presolve time = 0.00 sec. (0.04 ticks)
Initializing dual steep norms . . .
Iteration log . . .
Iteration: 1 Scaled dual infeas = 19.520583
Iteration: 12 Dual objective = 251186.000000
OBJECTIVE: 211365.13
// solution (optimal) with objective 211365.134768933
// solution (optimal) with objective 211365.134768933
// Quality There are no bound infeasibilities.
// Max. unscaled (scaled) reduced-cost infeas. = 1.77636e-15 (1.77636e-15)
// Max. unscaled (scaled) Ax-b resid. = 4.36557e-10 (3.41061e-12)
// Max. unscaled (scaled) c-B'pi resid. = 3.55271e-15 (3.55271e-15)
// Max. unscaled (scaled) |x| = 30000 (30000)
// Max. unscaled (scaled) |slack| = 5000 (5000)
// Max. unscaled (scaled) |pi| = 9.58142 (14.9896)
// Max. unscaled (scaled) |red-cost| = 0.904912 (1.27211)
// Condition number of scaled basis = 3.5e+01
PMF = 6817.8;
RMF = 17044;
JF = 15156;
FO = 0;
LBO = 500;
CRA = 15000;
CRB = 30000;
LNRG = 0;
 MNRG = 0;
HNRG = 5406.9;
LOCGO = 4200;
HOCGO = 3800;
LN = 6000;
MN = 10500;
HN = 8400;
LO = 4200;
HO = 8700;
R = 5550;
RG = 2433.1;
CO = 5706;
CG = 1936;
RLBO = 1000;
LNPMF = 5726.9;
LNRMF = 273.07;
MNPMF = 273.07;
MNPMF = 0;
MNRMF = 10500;
HNPMF = 0;
HNRMF = 2993.1;
LOJF = 0;
HOJF = 4900;
COJF = 5706;
RJF = 4550;
RGPMF = 1090.8;
CGPMF = 0;
RGRMF = 1342.2;
 CGRMF = 1936;
   -Press <Enter> to exit--
```