T7

$H_0: \xi \sim P(\theta)$ $\qquad p(m) = \dfrac{e^{-\theta}\cdot\theta^m}{m!}$, $\alpha = 0{,}05$

$H_1: \overline{H_0}$

$n=200$

	$[0,1)$	$[1,2)$	$[2,3)$	$[3,4)$	$[4,5)$	$[5,+\infty)$
m_i:	109	65	22	3	1	0
p_i:	0,54	0,33	0,101	0,02	0,003	0,00356
np_i:	108,67	66,29	20,218	4,111	0,627	0,712

~~Объединим θ~~

Найдем p_i и подставим в таблицу:

$$L^*(\theta) = \left(e^{-\theta}\right)^{109}\cdot\left(\theta\cdot e^{-\theta}\right)^{65}\cdot\left(\frac{\theta^2\cdot e^{-\theta}}{2}\right)^{22}\cdot\left(\frac{\theta^3\cdot e^{-\theta}}{6}\right)^{3}\cdot\left(\frac{\theta^4\cdot e^{-\theta}}{24}\right)^{1}\cdot\left(1-\sum p_k\right)^0$$

$$\ln L = 122\ln\theta - 200\theta + C$$

$$(\ln L)' = \frac{122}{\theta} - 200 \Rightarrow \hat\theta = \frac{61}{100} = 0{,}61$$

$$(\ln L)'' = -\frac{122}{\theta^2} < 0 \Rightarrow \hat\theta_{max}$$

мы можем увидеть, что в последних 3-х столбцах $np<5$

давайте объединим:

	$[0,1)$	$[1,2)$	$[2,+\infty)$
m_i	109	65	26

$$L(\theta) = \left(e^{-\theta}\right)^{109}\cdot\left(\theta\cdot e^{-\theta}\right)^{65}\cdot\left(1-e^{-\theta}-\theta\cdot e^{-\theta}\right)^{26}$$

$$\ln L(\theta) = 65\ln\theta - 174\theta + 26\ln\left(1-e^{-\theta}-\theta\cdot e^{-\theta}\right)$$

$$(\ln L)' = \frac{65}{\theta} - 174 + 26\cdot\frac{1}{1-e^{-\theta}-\theta\cdot e^{-\theta}}\cdot\left(e^{-\theta}+e^{-\theta}\cdot\theta-e^{-\theta}\right) = 0$$

$\tilde{\theta} = 0{,}614$

	$[0, 1)$	$[1, 2)$	$[2, +\infty)$
m_i	109	65	26
p_i	0,54	0,33	0,14
np_i	108,23	66,46	25,3

(Некоторые расчеты производились в питоне, если нужны будут строки с вычислениями, то скину :))

$H_0: \Delta \sim \chi^2(1)$

$\cancel{p\text{-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} \mid H_0) = \int}$

Найдем Δ

$$\Delta = \sum_{i=1}^{3} \frac{(np_i(\tilde{\theta}) - m_i)^2}{n \cdot p_i(\tilde{\theta})} = \frac{(108{,}24 - 109)^2}{108{,}24} + \frac{(66{,}46 - 65)^2}{66{,}46} + \frac{(25{,}306 - 26)^2}{25{,}306} \Rightarrow$$

$\tilde{\Delta} \approx 0{,}056$

$$p\text{-value} = P(\Delta \geq \tilde{\Delta} \mid H_0) = \int_{0{,}056}^{+\infty} q(t)\, dt = 0{,}812 > 0{,}05$$

$\Downarrow$

Нет оснований отвергнуть H_0.