

Вопрос по выбору Гаусс пушка

Матвей Галицын
Б01-411

June 28, 2025

Принцип работы

Пушка Гаусса, также известная как электромагнитная пушка, - это устройство, использующее электромагнитную силу для ускорения ферромагнитного снаряда. Основной принцип работы заключается в создании магнитного поля с помощью соленоида (катушки), по которой протекает большой ток. Ферромагнитный снаряд в свою очередь втягивается в катушку, разгоняется и вылетает из ствола.

Теория

Разрядка конденсатора на катушку

Воспользуемся теорией RLC-цепи. На самом деле сопротивление катушки очень мало, поэтому можно считать, что это RC-цепь.

Во время разрядки конденсатора и нарастания тока на катушке возникает напряжение. Воспользовавшись правилом Кирхгофа для тока и напряжения, имеем следующую систему:

$$\begin{cases} U_L + U_C = 0 \\ I_L = I_C \\ U_L = L \cdot \frac{dI_L}{dt} \\ U_C = \frac{q}{C} \Rightarrow I_C = C \cdot \frac{dU_C}{dt} \end{cases}$$

Отсюда получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{1}{LC} \cdot \frac{dI}{dt} = 0$$

Решая данное уравнение, получаем:

$$I(t) = I_A \cdot \sin(\omega t + \phi_0), \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

Из начальных условий и ЗСЭ получаем амплитудный ток и начальную фазу:

$$I_A = \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot U_0, \quad \phi_0 = 0 \quad (2)$$

Магнитное поле катушки (соленоида)

Соленоид - это цилиндрическая обмотка из провода по которой протекает постоянный или переменный электрический ток. Обмотка может наноситься в один или

несколько слоёв виток к витку. Для облегчения вычислений будем пользоваться теорией для длинного соленоида, то есть поле внутри однородное.

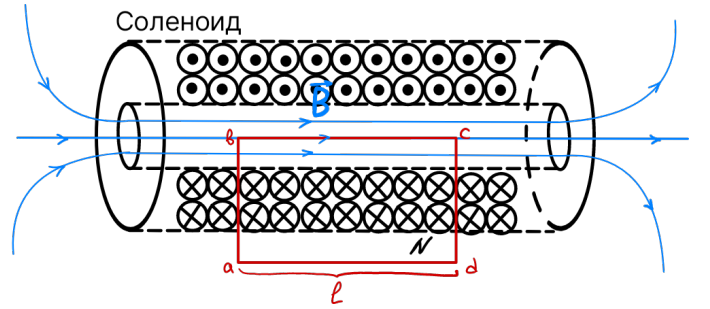


Рис. 1: Соленоид

Воспользуемся теоремой о циркуляции:

$$\oint_{abcta} (B, l) = \mu_0 \cdot \sum_{n=1}^N I_n,$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ - магнитная постоянная. Отсюда получаем формулу

$$B = \mu_0 n I, \quad (3)$$

где $n = \frac{N}{l} \left[\frac{\text{шт}}{\text{м}} \right]$ - плотность намотки.

Втягивание ферромагнита в катушку

Сила, ускоряющая снаряд, связана с градиентом магнитного поля: $F = m \cdot \frac{\partial B}{\partial x}$, где m - магнитный момент снаряда. Магнитный момент можно вычислить следующим образом: $m = \frac{\chi}{\mu_0} \cdot B$, где χ - магнитная восприимчивость материала (безразмерная величина, для ферромагнетиков, например, железа, $\chi \gg 1$). Для упрощения вычислений будем считать, что $\frac{\partial B}{\partial x} \approx \frac{B}{l/2}$, где l - длина катушки. Зная все это, получаем общую формулы для втягивающей силы:

$$F = 2 \cdot \frac{\chi}{\mu_0} \cdot \frac{B^2}{l} \quad (4)$$

С учетом (1), (2), (3):

$$\frac{dv}{dt} = 2 \cdot \underbrace{\frac{\chi \cdot \mu_0 \cdot n^2}{M \cdot l} \cdot \frac{C}{L}}_{\text{Константа } \zeta} \cdot U_0 \cdot \sin^2(\omega t)$$

Отсюда получается закон $v(t)$:

$$v(t) = \zeta \cdot \int_0^t \sin^2(\omega t) dt$$

$$v(t) = \frac{\zeta}{2} \cdot \left(t - \frac{\sin(2\omega t)}{2\omega} \right)$$

От теории к практике

Вся необходимая теория разобрана, теперь перейдем к реальным цифрам. Будем использовать конденсатор емкостью 1000 мкФ и напряжением 400В (предел 450В). Катушка будет длиной $l = 4$ см, внешний диаметр $D = 3$ см, внутренний диаметр $d = 0.5$ см. Индуктивность такой катушки будет рассчитываться по формуле $L = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot S}{l}$, где N - общее количество витков. В нашем случае параметры получаются такими:

- Емкость: $C = 1000 \mu\text{Ф}$
- Начальное напряжение: $U_0 = 400 \text{ В}$
- Количество витков: $N = 15 \text{ слоев} \cdot 50 = 750 \text{ витков}$
- Площадь сечения: $S = \pi \cdot \left(\frac{D+d}{4} \right)^2 = 2.4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$
- Индуктивность: $L = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 750^2 \cdot 2.4 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-2}} = 4.24 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$
- Амплитудный ток: $I_A = \sqrt{\frac{1000 \cdot 10^{-6}}{4.24 \cdot 10^{-3}}} \cdot 400 = 194.2 \text{ А}$
- Частота: $\omega = \frac{1}{\sqrt{4.24 \cdot 10^{-3} \cdot 1000 \cdot 10^{-6}}} \approx 486 \text{ Гц}$

Зависимость силы тока от времени:

$$I(t) = 194 \text{ А} \cdot \sin(487t)$$

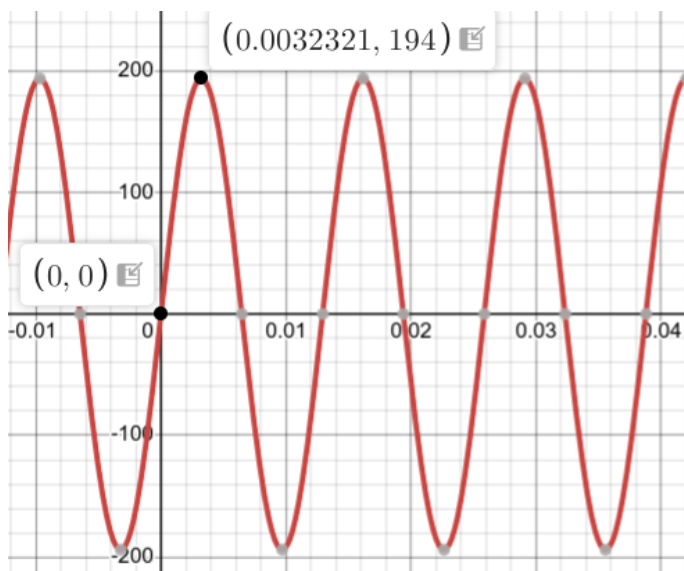


Рис. 2: $I(t)$

Зависимость скорости от времени:

$$v(t) = 5 \cdot 10^{11} \cdot \left(t - \frac{\sin(487 \cdot t)}{974} \right)$$

Заключение

Вспомогательный материал

$$\zeta = 2 \cdot \frac{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \left(\frac{750}{0.04} \right)^2 \cdot 10^{-3} \cdot 400}{2 \cdot 10^{-3} \cdot 0.04 \cdot 4.24 \cdot 10^{-3}} \approx 10^{12} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$