

Лабораторная работа 2.1.1

Измерение удельной теплоёмкости воздуха при постоянном давлении

Матвей Галицын
Б01-411

February 5, 2024

1 Аннотация

В работе измеряется повышение температуры воздуха в зависимости от мощности подводимого тепла и расхода при стационарном течении через трубу; исключив тепловые потери, по результатам измерений определить теплоёмкость воздуха при постоянном давлении.

1.1 Оборудование

В работе используются: теплоизолированная стеклянная трубка; электронагреватель; источник питания постоянного тока; амперметр, вольтметр (цифровые мультиметры); термопара, подключенная к микровольтметру; компрессор; газовый счётчик; секундомер.

2 Теория

Теплоёмкость тела в некотором процессе определяется как отношение:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \quad (1)$$

Для увеличения количества нагреваемого газа при неизменных размерах установки в нашей работе исследуемый газ (воздух) продувается через калориметр, внутри которого установлен нагреватель. При этом измеряются мощность нагревателя, масса воздуха, протекающего в единицу времени (расход), и приращение его температуры.

Рассмотрим газ, протекающий стационарно слева направо через трубу постоянного сечения, в которой установлен нагревательный элемент (см. рис. 1). Пусть за некоторое время dt через калориметр прошла малая порция газа массой $dm = qdt$, где q [кг/с] — массовый расход газа в трубе. Если мощность нагрева равна N , мощность тепловых потерь на обмен с окружающей средой $N_{\text{пот}}$, то порция получила тепло $\delta Q = (N - N_{\text{пот}})dt$. С другой стороны, по определению теплоёмкости (1): $\delta Q = cdm\Delta T$, где $\Delta T = T_2 - T_1$ — приращение температуры газа, и c — удельная (на единицу массы) теплоёмкость газа в рассматриваемом процессе. При малых расходах газа и достаточно большом диаметре трубы перепад давления на её концах мал, поэтому можно принять, что $P_1 \approx P_2 = P_0$, где P_0 — атмосферное давление. Следовательно, в условиях опыта измеряется удельная теплоёмкость при постоянном давлении c_p . Таким образом, получаем

$$c_p = \frac{N - N_{\text{пот}}}{q\Delta T} \quad (2)$$

2.1 Установка

Схема установки изображена на рис. 1. Воздух, нагнетаемый компрессором, прокачивается через калориметр. Калориметр представляет собой стеклянную цилиндрическую трубку с двойными стенками, запаянными с торцов. Нагреватель в виде намотанной на пенопласт ни-

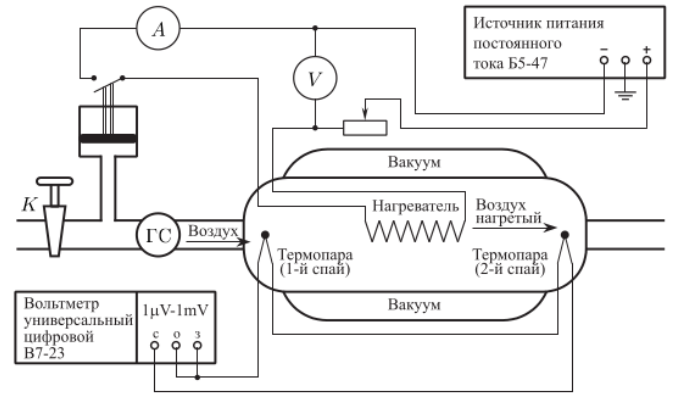


Рис. 1: Схема установки

хромовой проволоки расположен внутри калориметра непосредственно в воздушном потоке. Нагрев проволоки производится от регулируемого источника постоянного тока. Напряжение U на нагревателе и ток I через него регистрируются цифровыми мультиметрами.

2.2 Теоретический расчёт

Мощность нагрева равна

$$N = UI \quad (3)$$

Для измерения разности температур ΔT служит медно-константановая термопара. Один спай термопары расположен в струе воздуха, входящего в калориметр, и находится при комнатной температуре, а второй — в струе выходящего нагретого воздуха. Константановая проволока термопары расположена внутри калориметра, а медные проводники подключены к цифровому вольтметру. Возникающая в термопаре ЭДС ε пропорциональна разности температур ΔT спаев:

$$\varepsilon = \beta \Delta T, \quad (4)$$

где $\beta = 40.7 \frac{\text{мкВ}}{^\circ\text{C}}$ — чувствительность медно-константановой термопары в рабочем диапазоне тем-

ператур (20–30 °C). ЭДС регистрируется с помощью микровольтметра.

Объём воздуха, прошедшего через калориметр, измеряется газовым счётчиком ГС. Для регулировки расхода служит кран К. Время Δt прохождения некоторого объёма ΔV воздуха измеряется секундомером. Объёмный расход равен $\frac{\Delta V}{\Delta t}$, массовый расход может быть найден как

$$q = \rho_0 \frac{\Delta V}{\Delta t}, \quad (5)$$

где ρ_0 — плотность воздуха при комнатной температуре, которая в свою очередь может быть получена из уравнения Менделеева–Клапейрона: $\rho_0 = \frac{\mu P_0}{RT_0}$, где P_0 — атмосферное давление, T_0 — комнатная температура (в Кельвинах), $\mu = 29,0$ г/моль — средняя молярная масса (сухого) воздуха.

Учитывая особенности устройства калориметра, следует ожидать, что мощность нагревателя расходуется не только на нагрев массы прокачиваемого воздуха, но и частично теряется за счет нагрева внутренних стенок термостата и рассеяния тепла через торцы термостата. Можно предположить, что при небольшом нагреве ($\Delta T \ll T_0$) мощность потерь тепла N прямо пропорциональна разности температур:

$$N = \alpha \Delta T, \quad (6)$$

где α — некоторая константа. При этом условии основное соотношение (2) принимает вид

$$N = (c_p q + \alpha) \Delta T \quad (7)$$

Следовательно, при фиксированном расходе воздуха ($q = \text{const}$) подводимая мощность и разность температур связаны прямой пропорциональностью ($\Delta T(N)$ — линейная функция).

3 Результаты измерений и обработка данных

1. Подготовим к работе газовый счетчик: проверим, что он заполнен водой, установим счетчик по уровню.
2. Охладим калориметр до комнатной температуры.
3. Включим вольтметр, предназначенный для измерения ЭДС термопары.
4. Запишем показания комнатной температуры и давления.

$$T_0 = 296.8 \pm 0.2 \text{ K}$$

$$P_0 = 99260 \pm 20 \text{ Па}$$

5. Молярная масса воздуха $\mu = 28.97$ г/моль
6. С помощью газового счетчика и секундомера измерим максимальный расход воздуха $\frac{\Delta V}{\Delta t} \left[\frac{\text{л}}{\text{с}} \right]$. По найденным значениям определим среднее значение расхода и массовый расход воздуха $q_{\text{max}} \left[\frac{\text{л}}{\text{с}} \right]$ следующим образом:

$$q = \rho_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\mu P_0}{RT_0} \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Относительная погрешность косвенных измерений может быть найдена по формуле:

$$\epsilon_{q_{\text{max}}} = \frac{\sigma_{q_{\text{max}}}}{q_{\text{max}}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{T_0}}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{P_0}}{P_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_t}{t}\right)^2}$$

3.1 Эксперимент №1

В этом эксперименте устанавливаем расход $\approx 10 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$. Тогда

$$q_1 = \frac{28.97 \cdot 10^{-3} \cdot 99260}{8.31 \cdot 296.8} \cdot 10 \cdot \frac{10^{-3}}{60} \approx 0.000194 \text{ кг/с} = 0.19 \text{ г/с}$$

$$\epsilon_{q_1} = \epsilon_T + \epsilon_{P_0} + \epsilon_{\text{расход}} = 0.0007 + 0.002 + 0.006 \approx 0.01 = 1\%$$

Приведем данные показаний приборов в **таблице 1**:

№	U , В	I , мА	N , мВт	ϵ , мВ	ΔT , К
1	3.569	101.06	360.68	0.074	1.8
2	5.486	155.4	852.52	0.166	4.08
3	6.593	189.7	1250.69	0.255	6.26
4	7.599	215.9	1640.62	0.325	8.01
Среднее значение			1026.13		5.04

Таблица 1: $\Delta T(N)$ в 1ом эксперименте

3.2 Эксперимент №2

В этом эксперименте устанавливаем расход $\approx 4.81 \frac{\text{л}}{\text{мин}}$. Тогда

$$q_2 = \frac{28.97 \cdot 10^{-3} \cdot 99260}{8.31 \cdot 296.8} \cdot 4.81 \cdot \frac{10^{-3}}{60} \approx 0.09 \text{ г/с}$$

$$\epsilon_{q_2} = \epsilon_T + \epsilon_{P_0} + \epsilon_{\text{расход}} = 0.0007 + 0.002 + 0.006 \approx 0.01 = 1\%$$

Приведем данные показаний приборов в **таблице 1**:

№	U , В	I , мА	N , мВт	ϵ , мВ	ΔT , К
1	2.647	74.19	196.38	0.079	1.94
2	3.647	102.29	373.05	0.164	4.05
3	4.485	125.81	564.26	0.245	6.01
4	5.430	152.19	826.39	0.320	7.91
Среднее значение			490.02		4.98

Таблица 2: $\Delta T(N)$ во 2ом эксперименте

3.3 Графики зависимости N от ΔT

Так как наша зависимость линейная, проходящая через точку (0,0), то вычислить ее коэффициент наклона можно по методу наименьших квадратов $k = \frac{\langle \Delta T \cdot N \rangle}{\langle \Delta T^2 \rangle}$, а абсолютную погрешность можно посчитать следующим

$$\text{образом: } \sigma_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\langle \Delta N^2 \rangle}{\langle \Delta T^2 \rangle}} - k^2$$

В первом случае: $k_1 = \frac{6271.35}{30.78} \approx 203.75 \text{ мВт/К}$

$$\sigma_{k_1} = \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot \sqrt{\frac{1278185}{30.78^2}} - 203.75^2 \approx 1.76 \text{ мВт/К}$$

Во втором случае: $k_2 = \frac{2954.93}{29.71} \approx 99.46 \text{ мВт/К}$

$$\sigma_{k_2} = \frac{1}{\sqrt{4}} \cdot \sqrt{\frac{294760}{29.71} - 99.46^2} \approx 2.69 \text{ мВт/К}$$

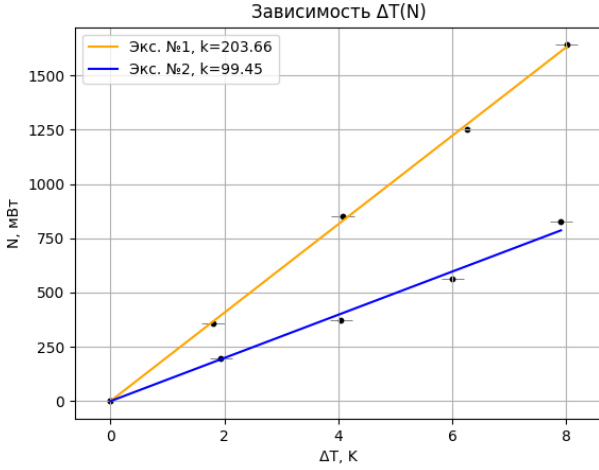


Рис. 2: График зависимости N от ΔT

Из системы уравнений

$$\begin{cases} c_p q_1 + \alpha = k_1 \\ c_p q_2 + \alpha = k_2 \end{cases}$$

получаем, что $c_p = \frac{k_1 - k_2}{q_1 - q_2} = \frac{(203.75 - 99.46) \cdot 60 \cdot 10^{-3}}{(10 - 4.81) \cdot 10^{-3}} \approx 1205.7 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$

При этом $\mathcal{E}_{c_p} = \max\{\mathcal{E}_{k_1}; \mathcal{E}_{k_2}\} + \max\{\mathcal{E}_{q_1}; \mathcal{E}_{q_2}\} =$

$$\mathcal{E}_{k_2} + \mathcal{E}_{q_2} = \frac{\delta k_2}{k_2} + \frac{\delta q_2}{q_2} = \frac{2.69}{99.46} + 0.01 = 0.037 \approx 3.7\%$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } \alpha &= k_1 - c_p q_1 = \frac{q_1 \cdot k_2 - q_2 \cdot k_1}{q_1 - q_2} = \\ &= \frac{(10 \cdot 99.46 - 4.81 \cdot 203.75) \cdot 10^{-3}}{10 - 4.81} = 2.8 \text{ мВт/с} \end{aligned}$$

Аналогично c_p можно получить $\mathcal{E}_\alpha \approx 4\%$

4 Обсуждение результатов

В результате работы мы:

- Нашли теплоемкость воздуха при нормальных условиях и определили коэффициент теплопотерь.
- Получили зависимость $N(\Delta T)$. Как нетрудно убедиться по рис. 2, во всех случаях аппроксимация прямой действительно применима, причем с очень хорошей точностью.
- Получили следующую теплоемкость и коэффициент теплопотерь соответственно:

$$c_p = (1205 \pm 45) \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$$

$$\alpha = (2.8 \pm 0.1) \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$