

Лабораторная работа 2.1.1

Измерение удельной теплоёмкости воздуха при постоянном давлении

Матвей Галицын
Б01-411

February 5, 2024

1 Аннотация

1.1 Задача

В работе определяется коэффициент теплопроводности воздуха при атмосферном давлении и разных температурах по теплоотдаче нагреваемой током нити в цилиндрическом сосуде.

1.2 Оборудование

Прибор для определения теплопроводности газов, форвакуумный насос, термостат, магазин сопротивлений, цифровой вольтметр В7-38, эталонное сопротивление 10 Ом, источник питания.

2 Теория

Основной характеристикой теплопроводности служит коэффициент κ , являющийся коэффициентом пропорциональности между плотностью потока тепла q и градиентом температуры dT/dr в направлении распространения этого потока

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr} \quad (1)$$

В цилиндрически симметричной установке, в которой тепловой поток направлен к стенкам цилиндра от нити, полный поток тепла $Q = qS$ через каждую цилиндрическую поверхность радиуса r должен в стационарном состоянии быть неизменен (как в пространстве, так и во времени). Тогда:

$$Q = -2\pi r L \kappa \frac{dT}{dr} = const, \quad (2)$$

откуда получаем формулу

$$T_1 - T_2 = \frac{Q}{2\pi L \kappa} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (3)$$

$$\kappa = \frac{Q}{2\pi L (T_1 - T_2)} \ln \frac{r_2}{r_1} \quad (\hat{3})$$

Здесь r_1 и T_1 – радиус и температура нити, r_2 и T_2 – радиус и температура цилиндра.

3 Экспериментальная установка

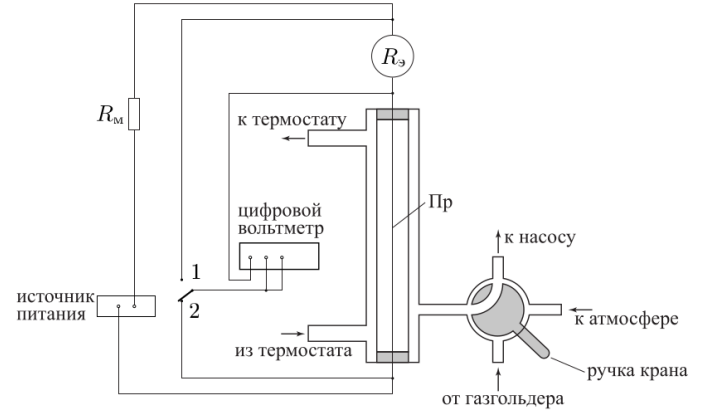


Рис. 1: Экспериментальная установка

Схема установки изображена на рис. 1. Тонкая нить (никелевая или вольфрамовая проволока) натянута по оси длинной вертикально стоящей медной трубки 1. Через штуцер трубка заполняется исследуемым газом. Нить нагревается электрическим током, её температура T_1 определяется по изменению электрического сопротивления. Трубка находится в кожухе, через который пропускается вода из термостата. Температура воды T_2 измеряется термометром, помещённым в термостат. Количество теплоты, протекающей через газ, равно (если пренебречь утечками тепла через торцы) количеству теплоты, выделяемому током в нити, и может быть найдено по закону Джоуля-Ленца. При этом ток в нити определяется по напряжению на включённом последовательно с ней эталонном сопротивлении 10 Ом. Таким образом, все величины, входящие в правую часть формулы (3), поддаются непосредственному измерению.

Электрическая часть схемы состоит из источника питания и подключённых к нему последовательно соединённых нити, эталонного сопротивления 10 Ом и магазина сопротивлений R_m , служащего для точной установки тока через нить. Цифровой вольтметр может подключаться как к нити, так и к эталонному сопротивлению, измеряя таким образом напряжение на нити и ток через неё.

При определённой температуре термостата сни-

мается зависимость напряжения на нити от тока, проходящего через неё. Затем по полученным данным строится график зависимости рассеиваемой мощности от сопротивления нити, по которому можно определить сопротивление нити при нулевом токе, то есть при температуре термостата. Это сопротивление трудно измерить непосредственно из-за термоэлектрических явлений, заметно искажающих результаты при малых токах, большие же токи существенно изменяют температуру нити. Повторив эти измерения при различных температурах термостата, можно определить температурную зависимость сопротивления нити. Коэффициент теплопроводности определяется затем по зависимости выделяемой мощности от разности температур с помощью формулы (3). При небольших значениях разности температур эта зависимость хорошо аппроксимируется прямой.

4 Результаты измерений и обработка данных

Далее приведены результаты экспериментов при $T = 23.4^\circ\text{C}$, 33.4°C , 48.4°C , 58.4°C и 68.4°C . Сразу за каждой таблицей идет график зависимости $R_H(Q)$, где R_H - сопротивление нити, Q - выделяемая мощность. Угловой коэффициент касательной можно рассчитывать по методу наименьших квадратов.

$$k = \frac{\langle R \cdot Q \rangle - \langle R \rangle \langle Q \rangle}{\langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2}$$

Смещение по вертикали:

$$R_0 = \langle R \rangle - k \cdot \langle Q \rangle^2$$

4.1 $T = 23.4^\circ\text{C}$

График для первого случая приведен в приложении.

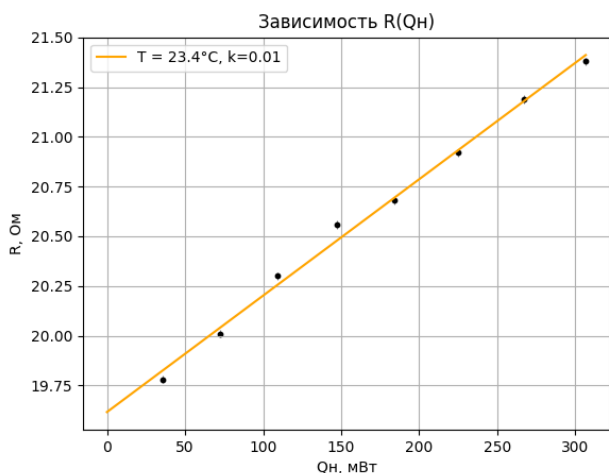


Рис. 2: График зависимости при $T = 23.4^\circ\text{C}$ $R_H(Q)$

4.2 $T = 33.4^\circ\text{C}$

№	U , В	I , мА	Q , мВт	R_H , Ом
1	0.84	41.33	34.56	20.42
2	1.20	58.12	69.74	20.65
3	1.50	71.10	107.40	20.95
4	1.75	82.67	144.69	21.17
5	1.99	92.90	184.87	21.42
6	2.18	101.17	220.55	21.55
7	2.38	109.36	260.30	21.76
8	2.57	116.88	300.38	21.98

Таблица 1: $R_H(Q)$ при $T = 23.4^\circ\text{C}$

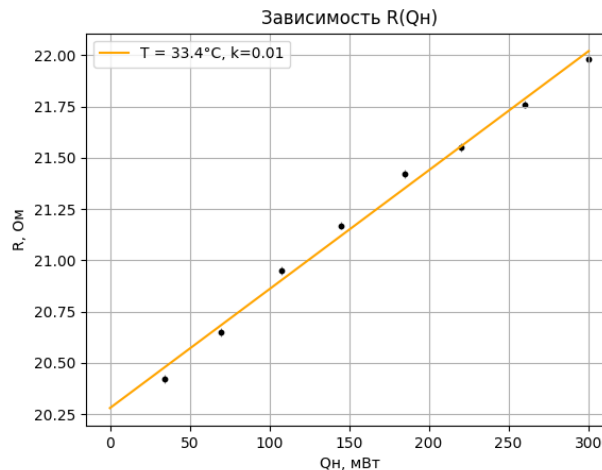


Рис. 3: График зависимости при $T = 33.4^\circ\text{C}$ $R_H(Q)$

В данном случае $R_0 = 20.27$

4.3 $T = 48.4^\circ\text{C}$

№	U , В	I , мА	Q , мВт	R_H , Ом
1	0.86	40.06	34.45	21.47
2	1.23	56.43	69.41	21.80
3	1.52	69.07	104.99	22.01
4	1.80	80.91	145.64	22.25
5	2.00	89.52	179.04	22.34
6	2.21	97.78	216.09	22.06
7	2.40	105.52	253.25	22.75
8	2.59	112.5	292.31	22.95

Таблица 2: $R_H(Q)$ при $T = 48.4^\circ\text{C}$

4.5 $T = 68.4^{\circ}\text{C}$

№	$U, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$Q, \text{мВт}$	$R_{\text{H}}, \text{Ом}$
1	0.88	38.17	33.59	23.05
2	1.25	54.08	67.60	23.11
3	1.55	66.14	102.57	23.44
4	1.80	76.59	137.86	23.50
5	2.03	85.40	173.36	23.77
6	2.24	93.41	208.24	23.98
7	2.44	101.17	246.85	24.12
8	2.62	108.03	289.04	24.25

Таблица 4: $R_{\text{H}}(Q)$ при $T = 68.4^{\circ}\text{C}$

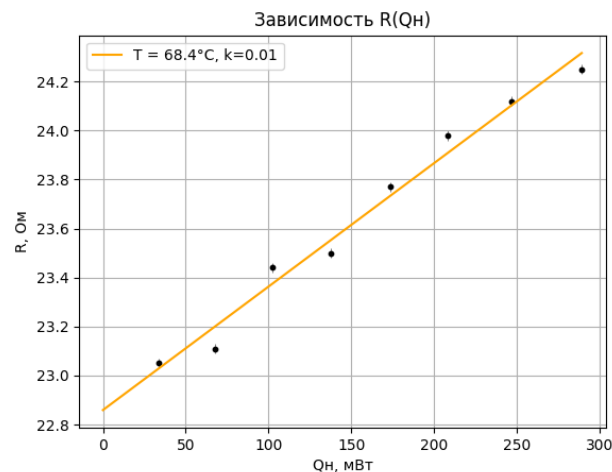


Рис. 6: График зависимости при $T = 68.4^{\circ}\text{C}$ $R_{\text{H}}(Q)$

В данном случае $R_0 = 22.85$

4.6 График зависимости R от T

График в данном случае строим также по методу наименьших квадратов.

№	$R, \text{Ом}$	$T, ^{\circ}\text{C}$
1	18.6	23.4
2	20.27	33.4
3	21.4	48.4
4	21.4	58.4
5	22.85	68.4

Таблица 5: $R_{\text{H}}(Q)$ при $T = 68.4^{\circ}\text{C}$

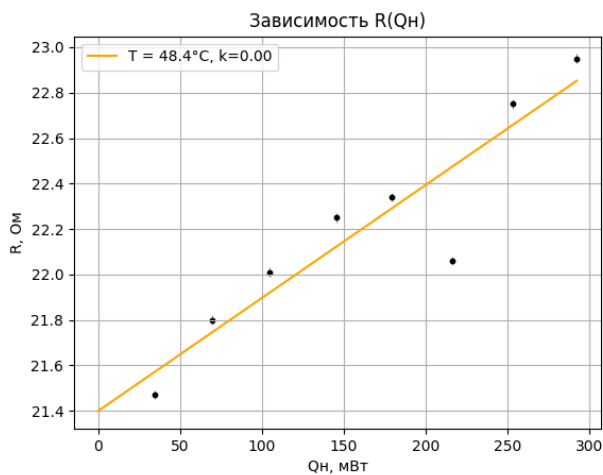


Рис. 4: График зависимости при $T = 48.4^{\circ}\text{C}$ $R_{\text{H}}(Q)$

В данном случае $R_0 = 21.4$

4.4 $T = 58.4^{\circ}\text{C}$

№	$U, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$Q, \text{мВт}$	$R_{\text{H}}, \text{Ом}$
1	0.87	39.24	34.14	22.17
2	1.25	55.36	69.20	22.58
3	1.54	67.64	104.17	22.76
4	1.79	78.05	139.71	22.93
5	2.01	87.42	175.71	22.99
6	2.22	95.56	212.14	23.23
7	2.42	103.29	249.96	23.43
8	2.61	110.44	288.15	23.63

Таблица 3: $R_{\text{H}}(Q)$ при $T = 58.4^{\circ}\text{C}$

В данном случае $R_0 = 21.4$

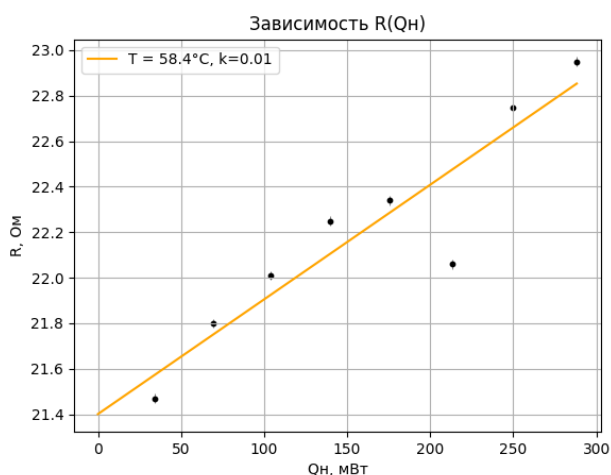


Рис. 5: График зависимости при $T = 58.4^{\circ}\text{C}$ $R_{\text{H}}(Q)$

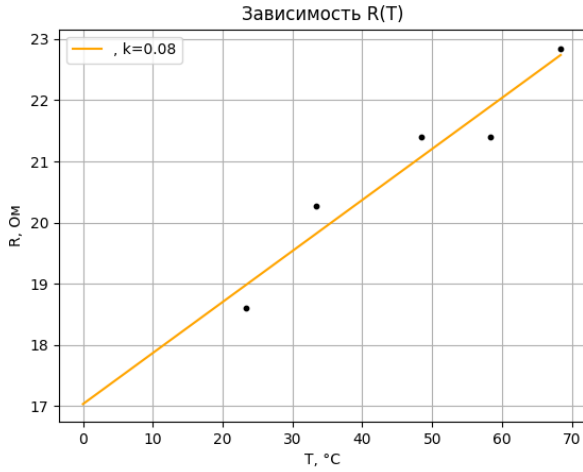


Рис. 7: Зависимость сопротивления от температуры

С помощью угла наклона найдем коэффициент сопротивления:

$$\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR_0}{dt} \approx 0.005 \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\text{Погрешность } \sigma_\alpha = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\langle R^2 \rangle - \langle R \rangle^2}{\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2} - R_0^2} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \sqrt{\frac{438.98 - 436.97}{2418.96 - 2152.97} - 0.083^2} \approx 0.0001 \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

4.7 Зависимость выделяющейся на нити мощности от её перегрева

Используя данные из предыдущих пунктов найдём зависимость выделяющейся на нити мощности Q от её перегрева ΔT относительно стенок. Используя формулу (3) найдём коэффициенты теплопроводности воздуха.

$$\frac{dQ}{d(\Delta T)} = \frac{dR_0}{dT} / \frac{dR}{dQ}$$

$$k = \frac{dQ}{d(\Delta T)} / \frac{2\pi L}{\ln \frac{r_0}{r_1}} = \frac{dR_0}{dT} \frac{\ln \frac{r_0}{r_1}}{2\pi L} / \frac{dR}{dQ}$$

$$\epsilon = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\alpha}{\alpha}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0.2}{40}\right)^2 + \left(\frac{0.2}{T}\right)^2}$$

№	$T, ^\circ\text{C}$	$\kappa, 10^{-3} \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot^\circ\text{C}}$	ϵ_κ	$\sigma_\kappa, 10^{-3} \frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot^\circ\text{C}}$
1	23.4	29.71	0.010	0.3
2	33.4	30.01	0.009	0.3
3	48.4	35.02	0.008	0.3
4	58.4	34.54	0.006	0.2
5	68.4	32.30	0.006	0.2
Среднее значение		32.3		0.3

Таблица 6: $R_H(Q)$ при $T = 68.4 ^\circ\text{C}$

4.8 Зависимость теплопроводности воздуха от температуры

Строим зависимость $\ln(\kappa)$ от $\ln(T)$ и находим коэффициент наклона β .

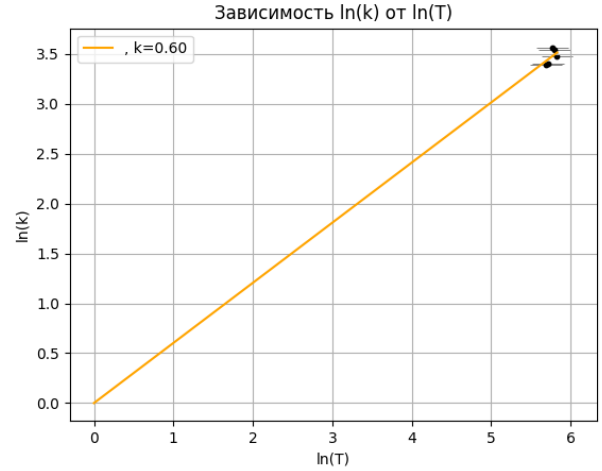


Рис. 8: Зависимость $\ln(k)$ от $\ln(T)$

Таким образом по методу наименьших квадратов мы находим, что $\beta = (0.6 \pm 0.2)$ В теории $\beta = 0.5$, так как коэффициент теплопроводности газа пропорционален корню из температуры.

5 Обсуждение результатов

В результате работы мы:

- Исследовали зависимость коэффициента теплопроводности воздуха в зависимости от температур, которая приведена в **таблице 6** и определили, что $\kappa \sim T^\beta$, где $\beta = (0.6 \pm 0.2)$.
- Нашли сопротивление нити при $T = 273\text{K}$, оно оказалось 17.3 Ом .
- Получили значение температурного коэффициента $\alpha = (0.0051 \pm 0.0001) \frac{1}{^\circ\text{C}}$

6 Приложение

№	U , В	I , мА	Q , мВт	R_H , Ом	Q^2 , мВт ²	R^2 , Ом ²	$R \cdot Q$, Ом · мВт
1	0.84	42.46	35.88	19.78	1287.37	391.24	709.71
2	1.20	59.96	72.25	20.01	5217.17	400.40	1445.72
3	1.49	73.40	109.28	20.30	11942.12	412.09	2218.38
4	1.74	84.62	147.24	20.56	21679.62	422.71	3027.25
5	1.95	94.31	183.89	20.68	33815.53	427.66	3802.85
6	2.17	103.71	225.05	20.92	50647.5	437.65	4708.05
7	2.38	112.28	267.23	21.19	71411.87	449.02	5662.00
8	2.56	119.76	306.59	21.38	93997.43	457.10	6554.89
Среднее значение			168.4	20.6	36249.83	424.73	3516.11

Таблица 7: $R_H(Q)$ при $T = 23.4^\circ\text{C}$

Коэффициент наклона $k = \frac{3516.11 - 168.4 \cdot 20.6}{36249.83 - 168.4^2} = 0.059 \text{ Ом/мДж}$

Поднятость $R_0 = 20.6 - 168.4 \cdot 0.0119 = 18.6 \text{ Ом}$ Погрешность $\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\langle R^2 \rangle - \langle R \rangle^2}{\langle Q^2 \rangle - \langle Q \rangle^2} - k^2} = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot$

$\sqrt{\frac{424.73 - 20.6^2}{36249.83 - 168.4^2} - 0.059^2} \approx 0.00001$