

Лабораторная работа 1.4.8

Измерение модуля Юнга стержней методом акустического резонанса.

Матвей Галицын

Б01-411

November 28, 2024

1 Введение

Цель работы: исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

В работе используются: генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

2 Теоретическая сведения

2.1 Акустические волны в стержне

Основной характеристикой упругих свойств твёрдого тела является его модуль Юнга E . Согласно закону Гука, если к элементу среды приложено некоторое механическое напряжение σ , действующее вдоль некоторой оси x (напряжения по другим осям при этом отсутствуют), то в этом элементе возникнет относительная деформация вдоль этой же оси $\varepsilon = \Delta x/x_0$, определяемая соотношением

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (1)$$

Если с помощью кратковременного воздействия в некотором элементе твёрдого тела создать малую деформацию, она будет далее распространяться в среде в форме волны, которую называют акустической или звуковой. Распространение акустических волн обеспечивается за счёт упругости и инерции среды. Волны сжатия/растяжения, распространяющиеся вдоль оси, по которой происходит деформация, называются продольными. Как будет строго показано далее, скорость u распространения продольной акустической волны в простейшем случае длинного тонкого стержня определяется соотношением

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

где ρ — плотность среды. Заметим, что размерность модуля Юнга E равна $[\text{Н}/\text{м}^2]$ и совпадает с размерностью механического напряжения (или давления). Характерные значения модуля Юнга металлов лежат в диапазоне $E \sim 10^{10} \div 10^{12}$ Па, так что при плотности $\rho \sim 10^4$ кг/м³ характерные значения скорости звука в твёрдых телах составляют $u \sim 10^3 - 10^4$ м/с. В общем случае звуковые волны в твёрдых телах могут быть не только

продольными, но и поперечными — при этом возникает деформация сдвига перпендикулярно распространению волны. Кроме того, описание распространения волн в неограниченных средах осложняется тем обстоятельством, что при отличном от нуля коэффициенте Пуассона напряжение вдоль одной из осей вызывает деформацию не только в продольном, но и в поперечном направлении к этой оси. Таким образом, общее описание звуковых волн в твёрдых телах — относительно непростая задача. В данной работе мы ограничимся исследованием наиболее простого случая упругих волн, распространяющихся в длинных тонких стержнях. Рассмотрим стержень постоянного круглого сечения, радиус R которого много меньше его длины L . С точки зрения распространения волн стержень можно считать тонким, если длина λ звуковых волн в нём велика по сравнению с его радиусом: λR . Такая волна может свободно распространяться только вдоль стержня, поэтому можно считать, что стержень испытывает деформации растяжения и сжатия только вдоль своей оси (заметим, что в обратном пределе коротких волн λR стержень следует рассматривать как безграничную сплошную среду). Если боковые стенки тонкого стержня свободны (т.е. стержень не сжат с боков), то его деформации описывается законом Гука в форме (1), и, следовательно, его упругие свойства определяются исключительно модулем Юнга среды. Акустическая волна, распространяющаяся в стержне конечной длины L , испытывает отражение от торцов стержня. Если при этом на длине стержня укладывается целое число полуволн, то отражённые волны будут складываться в фазе с падающими, что приведёт к резкому усилению амплитуды их колебаний и возникновению акустического резонанса в стержне. Измеряя соответствующие резонансные частоты, можно определить скорость звуковой волны в стержне и, таким образом, измерить модуль Юнга материала стержня. Акустический метод является одним из наиболее точных методов определения упругих характеристик твёрдых тел.

2.2 Установка. Резонансная частота

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Исследуемый стержень 5 размещается на стойке 10. Возбуждение и приём колебаний в стержне осуществляются электромагнитными преобразователями 4 и 6, расположенными рядом с торцами стержня. Крепления 9, 11 электромагнитов дают возможность регулировать их расположение по высоте, а также перемещать вправо-влево по столу 12.

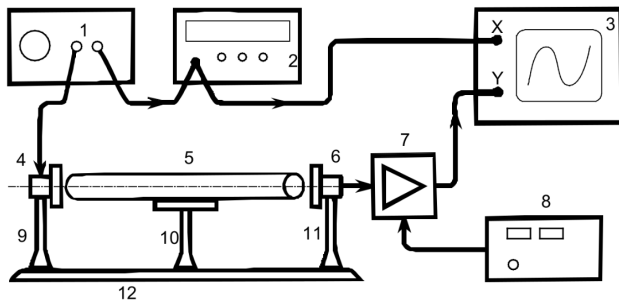


Рис. 1: схема установки.

1 - генератор звуковой частоты; 2 - частотомер; 3 - осциллограф; 4 - электромагнит-возбудитель; 5 - образец; 6 - электромагнит-приемник; 7 - усилитель звуковой частоты; 8 - блок питания усилителя; 9, 11 - стойки крепления электромагнитов; 10 - стойка крепления образца; 12 - направляющая;

Электромагнит 4 служит для возбуждения упругих механических продольных колебаний в стержне. На него с генератора звуковой частоты 1 подается сигнал синусоидальной формы: протекающий в катушке электро- магнита ток создает пропорциональное ему магнитное поле, вызывающее периодическое воздействие заданной частоты на торец стержня (к торцам стержней из немагнитных материалов прикреплены тонкие стальные шайбы). Рядом с другим торцом стержня находится аналогичный электро-магнитный датчик 6, который служит для преобразования механических колебаний в электрические. Принцип работы электромагнитных датчиков описан подробнее ниже. Сигнал с выхода генератора поступает на частотомер 2 и на вход канала X осциллографа 3. ЭДС, возбуждаемая в регистрирующем электро-магните 6, пропорциональная амплитуде колебаний торца стержня, усиливается усилителем 7 и подается на вход канала Y осциллографа. Изменяя частоту генератора и наблюдая за амплитудой сигнала с регистрирующего датчика, можно определить частоту акустического резонанса в стержне. Наблюдения в режиме X-Y позволяют сравнить сигналы генератора и датчика, а также облегчает поиск резонанса при слабом сигнале.

Как следует из формулы (2), модуль Юнга материала E может быть найден по скорости распространения акустических волн в стержне u и его плотности ρ . Для определения скорости u в данной работе используется метод акустического резонанса. Это явление состоит в том, что при частотах гармонического возбуждения, совпадающих с собственными частотами колебаний стержня $f \approx f_{\text{рез}}/Q$, резко увеличивается амплитуда колебаний, при этом в стержне образуется стоячая волна. Возбуждение продольных колебаний в стержне происходит посредством воздействия на торец стержня периодической силой, направленной вдоль его оси. Зная номер гармоники n и соответствующую резонансную частоту f_n , на которой наблюдается усиление амплитуды колебаний, можно вычислить скорость распространения продольных волн в стержне:

$$u = 2L \frac{f_n}{n} \quad (3)$$

3 Оборудование

Генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

4 Результаты измерений и обработка данных

1. Измерим плотность всех предоставленных нам материалов:

Таблица 1: плотность материалов

№	Название материала	m, г	V, м ³	ρ , кг · м ³
1	Медь	1100.9	36.54	10
2	Дюралюминий	881.3	36.97	10
3	Сталь	730.3	49.74	12

2. Включим генератор.
3. Длина всех исследуемых стержней дана: $L = (600 \pm 0.5)$ мм.
4. Исследуем по порядку медный, дюралюминиевый и стальной стержни на резонанс.

Таблица 2: плотность материалов

	f, Гц - частота резонанса материала		
n	Медь	Дюралюминий	Сталь
1	1100.9	36.54	10
2	881.3	36.97	10
3	730.3	49.74	12
4	730.3	49.74	12
5	730.3	49.74	12

5. Приведем графики зависимости частоты от номера резонанса:
6. По полученным угловым коэффициентам вычислим скорость распространения звуковой волны в стержнях, по которой найдем модуль Юнга. Таким

Таблица 3: Рассчитанные угловые коэффициенты

	Медь	Дюралюминий	Сталь
k , кГц	3.20588	4.00230	4.19741
v , м/с	3847	4803	5037
E , ГПа	128	63	196
ϵ_k	0.0010	0.0008	0.0005
ϵ_v	0.0011	0.0009	0.0006
ϵ_E	0.02	0.02	0.02

образом, получаем итоговый результат:

$$E_{\text{меди}} = (128 \pm 3) \text{ ГПа},$$

$$E_{\text{дюр}} = (63 \pm 2) \text{ ГПа},$$

$$E_{\text{ст}} = (196 \pm 4) \text{ ГПа}$$

7. Проведем дополнительные измерения в окрестности 1-го резонанса для меди, чтобы получить добротность:

$$f_1 = (3.25178 \pm 0.00003) \text{ кГц}, \quad f_2 = (3.26688 \pm 0.00003) \text{ кГц},$$

$$\Delta f = 10.01 \pm 0.06 \text{ Гц},$$

$$Q = \frac{f}{\Delta f} = 325 \pm 3$$