

# Лабораторная работа 2.1.6

## Эффект Джоуля-Томсона давлении

Матвей Галицын  
Б01-411

March 15, 2025

## 1 Аннотация

### 1.1 Задача

В работе измеряются изменения температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку при разных начальных значениях. По полученным данным вычисляются коэффициенты газа Ван-дер-Ваальса

### 1.2 Оборудование

Трубка с пористой перегородкой; труба Дьюара; термостат; термометры; дифференциальная термопара; микровольтметр; балластный баллон; манометр.

## 2 Теория

Рассмотрим стационарный поток газа между произвольными сечениями трубки и пористой перегородкой. Для 1 моля можно записать первое начало термодинамики:

$$A_1 - A_2 = \left( U_2 + \frac{\mu v_2^2}{2} \right) - \left( U_1 + \frac{\mu v_1^2}{2} \right) \quad (1)$$

где  $A_1 = P_1 V_1$  – работа над газом, необходимая для внесения его в первое сечение трубки,  $A_2 = P_2 V_2$  – работа газа по прохождению второго сечения. Используя уравнение (1), получим:

$$H_1 - H_2 = (U_1 + P_1 V_1) - (U_2 + P_2 V_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2) \quad (2)$$

Или:

$$C_P (T_1 - T_2) = \frac{1}{2} \mu (v_2^2 - v_1^2)$$

откуда:

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_P} (v_2^2 - v_1^2) \quad (3)$$

При этом:

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 \quad (4)$$

Таким образом, для углекислого газа оценка по формуле (3) дает  $\Delta T = 7 \cdot 10^{-4}$  К, что ничтожно мало по сравнению с измеряемым эффектом.

**Эффект Джоуля-Томсона** Для дифференциального эффекта Джоуля-Томсона имеем:

$$\Delta T = \frac{2a}{RT} - b \Delta P \quad (5)$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты в уравнении Ван-дер-Ваальса:

$$\left( P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \quad (6)$$

Таким образом,  $a$  и  $b$  можно получить из нескольких пар значений  $(\mu, T)$ , где

$$\mu = \frac{2a}{RT} - b \quad (7)$$

Через коэффициенты Ван-дер-Ваальса находим температуру инверсии эффекта Джоуля-Томсона:

$$T_i = \frac{2a}{Rb} \quad (8)$$

Критическая точка газа определяется условиями:

$$\left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = 0, \quad \left( \frac{\partial^2 P}{\partial V^2} \right)_T = 0$$

, откуда, используя уравнение (6), получим все параметры газа в критической точке:

$$V_K = 3b, \quad T_K = \frac{8a}{27Rb}, \quad P_K = \frac{a}{27b^2}$$

Связывая формулы (6) и (7), получим:

$$T_i = \frac{27}{4} T_K$$

## 3 Экспериментальная установка

Экспериментальная установка. Схема установки для исследования эффекта Джоуля Томсона в углекислом газе представлена на рисунке. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается исследуемый газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали, обладающей, как известно, малой теплопроводностью. Диаметр трубки  $d = 3$  мм, толщина стенок 0,2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких и длинных каналов.

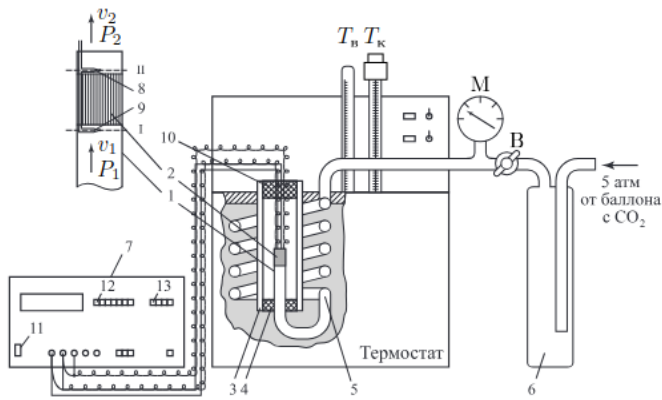


Рис. 1: Экспериментальная установка

Пористость и толщина пробки (1 = 5 мм) подобраны так, чтобы обеспечить оптимальный поток газа при перепаде давлений  $\Delta P < 4$  атм (расход газа составляет около  $10 \text{ см}^3/\text{с}$ ); при этом в результате эффекта Джоуля-Томсона создаётся достаточная разность температур. Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него газ до температуры воды в термостате. Температура воды измеряется термометром  $T_B$ , помещённым в термостат. Требуемая температура воды устанавливается и поддерживается при помощи контактного термометра  $T_K$ . Давление газа в трубке измеряется манометром М и регулируется вентилем В (при открывании вентилем В, т. е. при повороте ручки против часовой стрелки, давление  $P$  повышается). Манометр М измеряет разность между давлением внутри трубки и наружным (атмосферным). Так как углекислый газ после пористой перегородки переходит в область с атмосферным давлением  $P_2$ , то этот манометр непосредственно измеряет перепад давления на входе и на выходе трубки  $\Delta P = P_1 - P_2$ .

Разность температур газа до перегородки и после неё измеряется дифференциальной термопарой медь — константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки (того же диаметра) подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал. Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребрены, для уменьшения теплоотдачи, связанной с излучением. Для уменьшения теплоотдачи за счёт конвекции один конец трубы Дьюара уплотнен кольцом 4, а другой за крыт пробкой 10 из пенопласта. Такая пробка практически не создает перепада давлений между внутренней полостью трубы и атмосферой.

## 4 Результаты измерений и обработка данных

Далее приведены результаты экспериментов при  $T = 27^\circ\text{C}$ ,  $47^\circ\text{C}$ ,  $67^\circ\text{C}$ . Сразу за каждой таблицей идет график зависимости  $\Delta T(\Delta p)$ .

Угловой коэффициент касательной можно рассчитывать

по методу наименьших квадратов.

$$k = \frac{\langle \Delta T \cdot \Delta p \rangle}{\langle \Delta p^2 \rangle}$$

Таблица №1  $\Delta T$  от  $\Delta P$  приведена в приложении. График: Коэффициенты наклона:

$$k_1 = \frac{7.78}{11.74} = 0.66 \text{ К/атм}$$

$$k_2 = 0.5 \text{ К/атм}$$

$$k_3 = 0.46 \text{ К/атм}$$

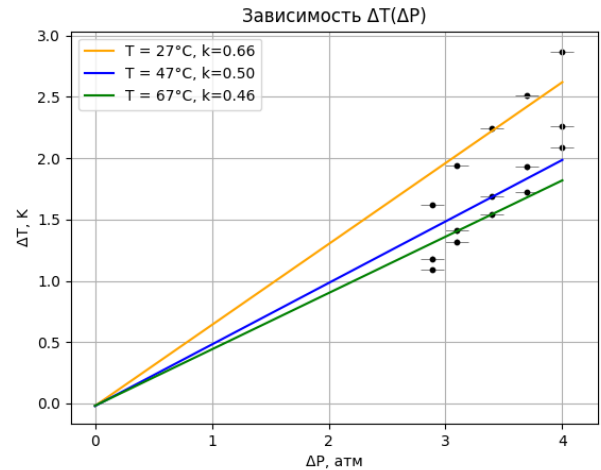


Рис. 2: График зависимости при  $\Delta T$  от  $\Delta P$

Таким образом, получаем таблицу №2, приведенную в приложении.

Соответствующий график:

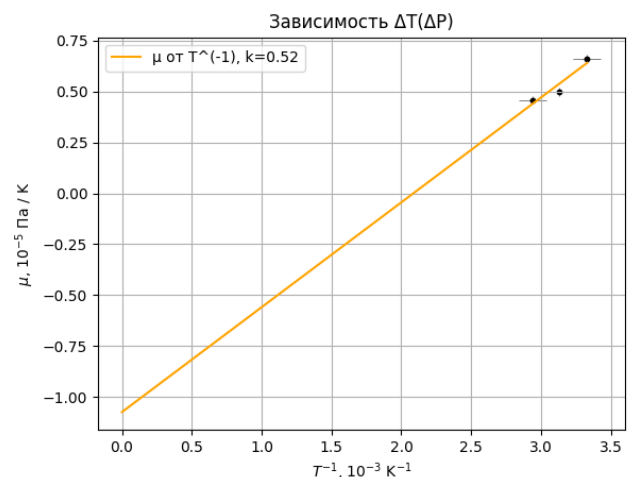


Рис. 3: Зависимость  $\mu$  от  $T^{-1}$

Коэффициент наклона в данном случае:

$$k = 0.52 \cdot 10^{-2} \text{ Па}$$

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\langle \mu^2 \rangle - \langle \mu \rangle^2}{\langle (T^{-1})^2 \rangle - \langle (T^{-1}) \rangle^2}} - k$$

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{0.3 \cdot 10^{-10}}{9.91 \cdot 10^{-6}}} - 0.52 \cdot 10^{-2} \approx 0.05 \cdot 10^{-2} \text{ Па}$$

Смещение по вертикали:

$$b = -1.07 \cdot 10^{-5}$$

Так как данный график отображает следующую зависимость  $\mu = \frac{2a}{RC_P} \cdot T^{-1} - \frac{b}{C_P}$ , то коэффициент наклона это  $\frac{2a}{RC_P}$ , а смещение это  $-\frac{b}{C_P}$ .

Отсюда

$$a = 0.75 \pm 0.15 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{К} \cdot \text{моль}^2}$$

$$b = (4.25 \pm 0.78) 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

По формуле (8) получаем температуру инверсии:

$$T_i = (424 \pm 16) \text{ К}$$

## 5 Обсуждение результатов

В результате работы мы:

- Выявили экспериментально наличие эффекта Джоуля-Томсона, показали его линейность с неплохой степенью точности.
- Вычислили коэффициенты  $a$  и  $b$ , мы обнаружили расхождение с табличными значениями на целый порядок, поэтому наш опыт показывает, что модель газа Ван-дер-Ваальса способна описывать поведение газа лишь при малых отклонениях температуры.
- Получили значение температуры инверсии  $T_i$

## 6 Приложение

№	$\Delta T$ , К	$\Delta U$ , мкВ	$\Delta p$ , атм	$\Delta T \cdot \Delta P$ , К · атм	$\Delta P^2$ , атм <sup>2</sup>
T = 27 °C					
1	2.87	117	4	11.48	16
2	2.51	102	3.7	9.29	13.69
3	2.24	91	3.4	7.62	11.56
4	1.94	79	3.1	6.01	9.61
5	1.62	66	2.8	4.54	7.84
Среднее значение	2.23		3.4	7.78	11.74
T = 47 °C					
1	2.26	96	4	9.04	16
2	1.93	82	3.7	7.14	13.69
3	1.69	72	3.4	5.75	11.56
4	1.41	60	3.1	4.37	9.61
5	1.18	50	2.8	3.30	7.84
Среднее значение	1.55		3.4	5.92	11.74
T = 67 °C					
1	2.09	92	4	8.36	16
2	1.72	76	3.7	6.36	13.69
3	1.54	68	3.4	5.24	11.56
4	1.32	58	3.1	4.09	9.61
5	1.09	48	2.8	3.05	7.84
Среднее значение	1.55		3.4	5.42	11.74

Таблица 1: Таблица зависимости  $\Delta T(\Delta p)$  при T = 27 °C, 47 °C, 67 °C

№	T, °C	$T^{-1}$ , $10^{-3} \frac{1}{\text{К}}$	$\mu$ , $10^{-5}$ К / Па	$(T^{-1})^2$ , $10^{-6} \frac{1}{\text{К}^2}$	$\mu^2$ , $10^{-10}$ (К / Па) <sup>2</sup>
1	27	3.33	0.66	11.09	0.44
2	47	3.13	0.50	9.79	0.25
3	67	2.94	0.46	8.84	0.21
Среднее значение		3.13	0.54	9.91	0.30

Таблица 2: Зависимость  $\mu(T^{-1})$  при T = 27 °C, 47 °C, 67 °C