

Лабораторная работа 1.3.3

Измерение вязкости воздуха по течению в тонких трубках

Матвей Галицын
Б01-411

April 5, 2025

1 Аннотация

Цель работы: экспериментально исследовать свойства течения газов по тонким трубкам при различных числах Рейнольдса; выявить область применимости закона Пуазейля и с его помощью определить коэффициент вязкости воздуха.

В работе используются: система подачи воздуха (компрессор, поводящие трубки); газовый счетчик барабанного типа; спиртовой микроманометр с регулируемым наклоном; набор трубок различного диаметра с выходами для подсоединения микроманометра; секундомер.

2 Теория

Рассмотрим движение вязкой жидкости или газа по трубке круглого сечения. При малых скоростях потока движение оказывается ламинарным (слоистым), скорости частиц меняются по радиусу и направлены вдоль оси трубки. С увеличением скорости потока движение становится турбулентным, а слои перемешиваются. При турбулентном движении скорость в каждой точке быстро меняет величину и направление, сохраняется только средняя величина скорости.

Характер движения газа (или жидкости) в трубке определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{vr\rho}{\eta}$$

где v – скорость потока, r – радиус трубки, ρ – плотность движущейся среды, η – её вязкость. В гладких трубках круглого сечения переход от ламинарного движения к турбулентному происходит при $Re \approx 1000$.

При ламинарном течении объем газа V , протекающий за время t по трубе длиной l , определяется формулой Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\Delta l \eta} (P_1 - P_2) \quad (1)$$

В этой формуле $P_1 - P_2$ – разность давлений в двух выбранных сечениях 1 и 2, расстояние между которыми равно Δl . Величину Q обычно называют расходом. Формула (1) позволяет определять вязкость газа по его расходу.

Отметим условия, при которых справедлива формула (1). Прежде всего необходимо, чтобы с достаточным запасом выполнялось неравенство $Re < 1000$. Необходимо также, чтобы при течении не происходило существенного изменения удельного объема газа (при выводе

формулы удельный объем считался постоянным). Для жидкости это предположение выполняется практически всегда, а для газа — лишь в тех случаях, когда перепад давлений вдоль трубки мал по сравнению с самим давлением. В нашем случае давление газа равно атмосферному (10^3 см вод. ст.), а перепад давлений составляет не более 10 см вод. ст., т. е. менее 1% от атмосферного. Формула (1) выводится для участков трубки, на которых закон распределения скоростей газа по сечению не меняется при движении вдоль потока.

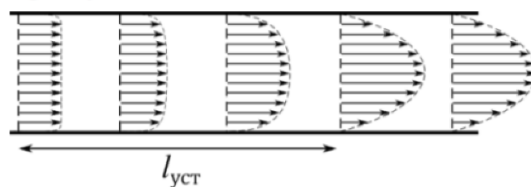


Рис. 1: Формирование потока газа в трубке круглого сечения

При втекании газа в трубку из большого резервуара скорости слоёв вначале постоянны по всему направлению. По мере продвижения газа по трубке картина распределения скоростей меняется, так как сила трения о стенку тормозит прилежащие к ней слои. Характерное для ламинарного течения параболическое распределение скоростей устанавливается на некотором расстоянии a от входа в трубку, которое зависит от радиуса трубки r и числа Рейнольдса по формуле

$$a \approx 0.2rRe \quad (2)$$

Градиент давления на участке формирования потока оказывается больше, чем на участке с установившимся ламинарным течением, что позволяет разделить эти участки экспериментально. Формула (2) даёт возможность оценить длину участка формирования.

3 Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки изображена на Рис. 2. Поток воздуха под давлением, немного превышающим атмосферное, поступает через газовый счётчик в тонкие металлические трубки. Воздух нагнетается компрессором, интенсивность его подачи регулируется краном К. Трубки снабжены съёмными заглушка-

ми на концах и рядом миллиметровых отверстий, к которым можно подключать микроманометр. В рабочем состоянии открыта заглушка на одной (рабочей) трубке, микроманометр подключён к двум её выводам, а все остальные отверстия плотно закрыты пробками.

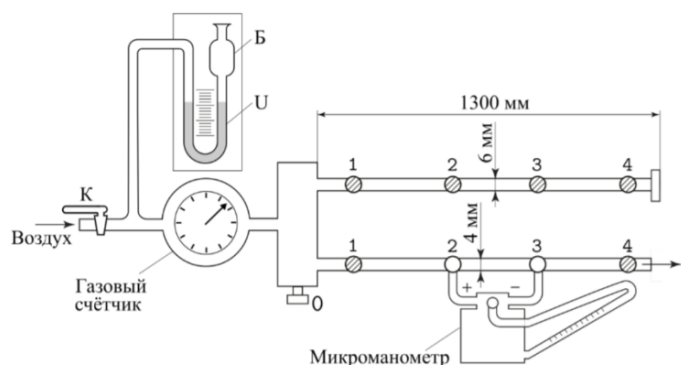


Рис. 2: Экспериментальная установка

Перед входом в газовой счётчик установлен водяной U-образный манометр. Он служит для измерения давления газа на входе, а также предохраняет счётчик от выхода из строя. При превышении максимального избыточного давления на входе счётчика (~ 30 см вод. ст.) вода выплёскивается из трубки в защитный баллон Б, создавая шум и привлекая к себе внимание экспериментатора.

Газовый счётчик. В работе используется газовый счётчик барабанного типа, позволяющий измерять объём газа ΔV прошедшего через систему. Измеряя время Δt при помощи секундомера, можно вычислить средний объёмный расход газа $Q = \Delta V / \Delta t$ (для получения массового расхода $[\text{кг/с}]$ результат необходимо домножить на плотность газа ρ).

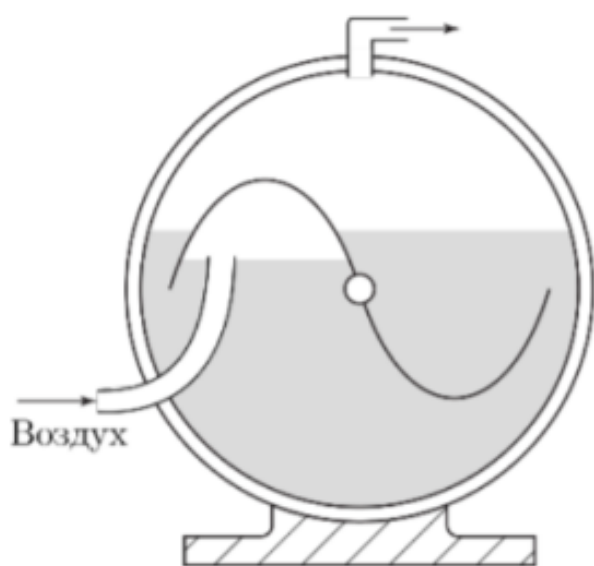


Рис. 3: Экспериментальная установка

Работа счётчика основана на принципе вытеснения: на цилиндрической ёмкости жёстко укреплены лёгкие чаши (см. Рис. 3, где для упрощения изображены только две чаши), в которые поочередно поступает воздух из входной трубки расходомера. Когда чаша наполняется, она всплывает и её место занимает следующая и т.д. Вращение оси предаётся на счётно-суммирующее устройство. Для корректной работы счётчика он должен быть заполнен водой и установлен горизонтально по уровню (подробнее см. техническое описание установки).

Микроманометр. В работе используется жидкостный манометр с наклонной трубкой. Разность давлений на входах манометра измеряется по высоте подъёма этилового спирта. Регулировка наклона позволяет измерять давление в различных диапазонах.

На крышке прибора установлен трехходовой кран, имеющий два рабочих положения — (0) и (+). В положении (0) производится установка мениска жидкости на ноль, что необходимо сделать перед началом работы (в процессе работы также рекомендуется периодически проверять положение нуля). В положении (+) производится измерения.

4 Результаты измерений и обработка данных

Эксперимент проводился при комнатной температуре $T_{\text{комн}} = 296,2 \text{ K}$, при атмосферном давлении $P_{\text{атм}} = 101.99 \text{ кПа}$.

Давление, измеряемое микроманометром, определяется по формуле:

$$P = 9,81 \cdot K \cdot l$$

где l – показание макроманометра, K – коэффициент наклона, P – Давление в паскалях.

4.1 Зависимость разности давлений от расхода

Первый эксперимент проводился на трубке с диаметром $d_1 = 3.95 \pm 0,05 \text{ мм}$. Данные измерений приведены в таблице № 1.

Второй эксперимент проводился на трубке с диаметром $d_2 = 5.30 \pm 0,05 \text{ мм}$. Данные измерений приведены в таблице № 2.

С помощью метода наименьших квадратов можно найти коэффициент наклона $Q(\Delta P)$

$$k = \frac{\langle Q \cdot \Delta P \rangle}{\langle \Delta P^2 \rangle}$$

$$\Delta k = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{\langle Q^2 \rangle}{\langle \Delta P^2 \rangle} - k^2}$$

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta k}{k}$$

Тогда коэффициент вязкости воздуха определяется следующим образом:

$$\eta = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \Delta l \cdot k}$$

Первый эксперимент:

$$k_1 = \frac{5800}{2979} \approx 1.94 \frac{\text{мл}}{\text{Па} \cdot \text{с}} = 1.94 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}$$

$$\Delta k_1 = \frac{1}{\sqrt{9}} \sqrt{\frac{11300}{2979} - 1.94^2} \approx 0.06 \frac{\text{м}^3}{\text{Па} \cdot \text{с}}$$

Аналогично для 2 случая. Соответствующий график $Q(\Delta P)$:

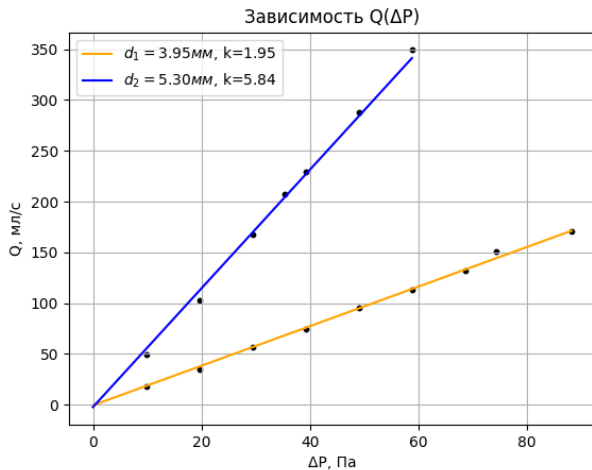


Рис. 4: $Q(\Delta P)$ (здесь отображены только точки ламинарного течения)

Итоговые результаты коэффициента вязкости приведены в таблице № 3.

4.2 Зависимость разности давлений от длины участка

№	Δx , см	ΔP , Па
$d_1 = 3.95$ мм, $Q = 113.4$ мл/с		
1	50	58.86
2	40	51.01
3	30	37.28
4	11.2	29.43
$d_2 = 5.3$ мм, $Q = 287.45$ мл/с		
1	50	49.05
2	40	41.2
3	30	35.32
4	11.2	49.95

Таблица 1: Результаты измерений разности давлений от длин участков

Соответствующий график $\Delta P(\Delta x)$:

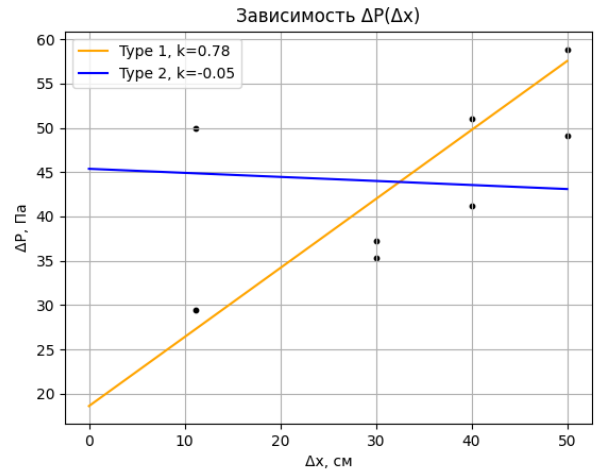


Рис. 5: $\Delta P(\Delta x)$

Исходя из графиков, можно получить критическую длину трубки $l \approx 30$ см, то есть значительно меньше длины трубки. Оценочное число Рейнольдса в таком случае $Re \approx 2750$

4.3 Зависимость расхода от диаметра трубы

№	$Q, 10^{-6}$ л/с	$r, 10^{-3}$ м	$\ln(Q)$	$\ln(r)$
Ламинарное течение				
1	95.09	3.95		
2	287.45	5.3		
Турбулентное течение				
1	349.87	3.95		
2	741.35	5.3		

Таблица 2: Результаты измерений разности давлений от длин участков

Тогда коэффициент пропорциональности

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)}{\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right)}$$

Получаем:

$$\beta_{\text{ламинарное}} \approx 3.76$$

$$\beta_{\text{турбулентное}} \approx 2.55,$$

что не плохо согласуется с теорией, согласно которой $\beta_{\text{л}}^{\text{true}} = 4$, $\beta_{\text{т}}^{\text{true}} = 2.5$.

5 Обсуждение результатов

- В ходе исследования анализировалась зависимость свойств течения газа в тонких трубках при различных значениях числа Рейнольдса.
- С использованием закона Пуазейля был вычислен коэффициент вязкости воздуха для заданных условий.

- Из-за значительных погрешностей полученное значение коэффициента вязкости отклоняется от табличного.
- Экспериментально установлено, что при турбулентном течении расход пропорционален $R^{2,5}$ с высокой точностью.
- Для ламинарного течения зависимость расхода оказалась менее точной.

6 Приложение

№	h , мм	ΔV , л	Δt , с	ΔP , Па	Q , мл/с	ΔP^2 , Па ²	Q , (мл/с) ²	$\Delta P \cdot Q$, $\frac{\text{мл} \cdot \text{Па}}{\text{с}}$
1	5	1.07	60.40	9.81	17.72	96.24	313.9	173.8
2	10	2.55	72.51	19.61	35.17	384.16	1236.9	689.68
3	15	3.51	62.20	29.43	56.37	866.12	3177.6	1658.9
4	20	4.52	60.64	39.24	74.54	1539.78	5556.2	2924.94
5	25	5.92	62.26	49.05	95.09	2405.90	9042.1	4664.16
6	30	6.88	60.67	58.86	113.40	3464.50	12859	6674.7
7	35	8.01	60.62	68.67	131.99	4715.57	17421	9057.6
8	40	9.13	60.41	74.48	151.13	5547.27	22840	11256.2
9	45	10.33	60.40	88.29	171.03	7795.12	29251	15100.2
Среднее знач.						2979	11300	5800
Турбулентность								
10	55	12.59	60.63	107.91	207.65			
11	65	14.91	60.57	127.53	246.36			
12	75	19.11	68.03	147.15	280.91			
13	85	8.9	29.91	166.77	297.56			
14	140	10.28	30.15	274.68	340.96			
15	150	10.65	30.44	294.3	349.87			
16	180	11.49	30.55	353.16	376.11			

Таблица 3: Результаты измерений разности давлений от расхода

№	h , мм	ΔV , л	Δt , с	ΔP , Па	Q , мл/с
1	5	1.01	20.45	9.81	49.39
2	10	2.18	21.32	19.61	102.25
3	15	3.48	20.70	29.43	168.12
4	18	4.09	19.72	35.32	207.4
5	20	4.82	21.03	39.24	229.2
6	25	5.91	20.56	49.05	287.45
7	30	7.11	20.36	58.86	349.21
Турбулентность					
8	35	8.16	20.46	68.67	398.83
9	75	10.27	20.49	147.15	501.22
10	95	11.75	20.56	186.39	571.5
11	115	13.02	20.66	225.63	630.2
12	135	16.94	24.56	264.87	689.74
13	155	15.22	20.53	304.11	741.35
14	175	20.06	25.23	343.35	795.09

Таблица 4: Результаты измерений разности давлений от расхода

	$k, 10^{-6} \frac{\text{м}^3}{\text{с} \cdot \text{Па}}$	$\Delta k, \frac{\text{м}^3}{\text{с} \cdot \text{Па}}$	$\varepsilon_k, \%$	$\eta, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\Delta \eta, \text{Па} \cdot \text{с}$
Первый экспер.	1.94	0.06	3.1	19.91	0.57
Второй экспер.	5.84	0.12	3.1	18.98	0.57

Таблица 5: Результаты вязкостей воздуха в случаях d_1 и d_2