

# Лабораторная работа 3.2.6

## Исследование гальванометра

**Работу выполнили:**

*Морозов Матвей*

*Бабушкина Татьяна*

*678 группа*

**Цель работы:** изучение работы высокочувствительного зеркального гальванометра магнито-электрической системы в режимах измерения постоянного тока и электрического тока.

**В работе используются:** зеркальный гальванометр с осветителем и шкалой, источник постоянного напряжения, делитель напряжения, магазин сопротивлений, эталонный конденсатор, вольтметр, переключатель, ключи, линейка.

## Теоретическая часть

Баллистическим гальванометром называют электроизмерительный прибор магнитоэлектрической системы, отличающийся высокой чувствительностью к току и сравнительно большим периодом колебаний подвижной системы (рамки).

Баллистический гальванометр позволяет измерять как постоянный ток - стационарный режим, так и заряд, протекший через рамку за некоторое время - баллистический режим.

**Уравнение движения подвижной системы**

На рамку в магнитном поле действуют моменты сил: момент закрученной нити, момент магнитных сил и тормозящий момент.

Механический момент:  $M_1 = -D\varphi$ , где  $D$  - модуль кручения нити,  $\varphi$  - угол поворота рамки от положения равновесия.

Момент магнитных сил:  $M_2 = 2rlBNI = BSNI$ , где  $r$  - расстояние от боковой стороны до оси вращения,  $S$  - площадь одного витка,  $N$  - количество витков,  $I$  - ток.

Тормозящий момент:  $M_3 = BSNI_i = -\frac{(BSN)^2}{R_\sigma}\varphi$ , где  $I_i$  - индукционный ток.

Уравнение движения рамки имеет вид:  $J\varphi'' = \Sigma M$ , подставим сумму моментов всех сил, действующих на рамку, и получим:  $J\varphi'' + \frac{(BSN)^2}{R_\sigma}\varphi + D\varphi = BSNI$

Уравнение движения рамки примет вид:  $\varphi'' + 2\gamma\varphi' + w_0^2\varphi = KI$ , где  $\gamma$  - коэффициент затухания,  $w_0$  - собственная частота колебаний рамки.

**Режим измерения постоянного тока**

$\varphi = \frac{K}{w_0^2}I = \frac{BSN}{D}I = \frac{I}{C_I}$ , где  $C_I$  - динамическая постоянная.

**Свободные колебания рамки**

В начальный момент времени  $\varphi'' + 2\gamma\varphi' + w_0^2\varphi = 0$

Общее решение:  $\varphi = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t}$ , далее возможны три варианта:

1) Колебательный режим:  $\gamma < w_0$ ,  $\varphi = \frac{\varphi_0}{w_0} \sin w_0 t$

2) Критический режим:  $\gamma = w_0$ ,  $\varphi = \varphi_0 t e^{-\gamma t}$

3) Затухание:  $\gamma > w_0$ ,  $\varphi = \frac{\varphi_0}{\kappa} e^{-\gamma t} \sinh \kappa t$

### Определение динамической постоянной

При малых  $R_1$  сила тока, протекающего через гальванометр может быть вычислена по очевидной формуле:  $I = U_0 \frac{R_1}{R_2 R_0 + R}$ , где  $U_0$  - показания вольтметра,  $\frac{R_1}{R_2}$  - положение делителя,  $R$  - сопротивление магазина,  $R_0$  - внутреннее сопротивление гальванометра.

Координата  $x$  светового пятна на шкале связана с углом отклонения рамки формулой  $x = atg(2\varphi)$ ,

где  $a$  расстояние от шкалы до зеркальца.  $C_I = \frac{I}{\varphi} = \frac{2aI}{x}$ .

### Определение критического сопротивления гальванометра

Скорость затухания колебаний принято характеризовать декрементом затухания  $\Delta$ , равным отношению углов двух последовательных отклонений в одну сторону.  $\Delta = \frac{\varphi_n}{\varphi_{n+1}} = e^{\gamma T}$ , где  $T = \frac{2\pi}{w}$ .

Мы будем рассматривать логарифмический декремент затухания  $\theta = \ln \Delta = \gamma T = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}}$

Измеряя зависимость логарифмического декремента затухания от сопротивления внешней цепи,

можно найти  $R_k$  - критическое сопротивление, при котором  $\theta = \infty$ :  $R_k = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{X}{Y}} - R_0$ , где

$$X = (R + R_0)^2, Y = \frac{1}{\theta^2}$$

### Определение баллистической постоянной и критического сопротивления гальванометра, работающего в баллистическом режиме

При нормальном положении кнопки  $K_0$  конденсатор  $C$  заряжается до напряжения  $U_C = \frac{R_1}{R_2} U_0$ ,

заряд конденсатора равен  $q = CU_C = \frac{R_1}{R_2} U_0 C$ .

Баллистическая постоянная определяется при критическом сопротивлении ( $R_k = R$ ):

$$C_Q = \frac{q}{\varphi_{max}} = 2a \frac{R_1 U_0 C}{R_2 l_{max}}, \text{ где } l_{max} - \text{величина первого отброса в критическом режиме.}$$

## Обработка результатов

1) Записали:

1) показание вольтметра  $U_0 = 69 = 1,38B$

2) положение делителя  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2000}$

3) Величину  $R_2 = 10\text{кОм}$

4) Внутреннее сопротивление  $R_0 = 2000\text{Ом}$ , указанное на установке.

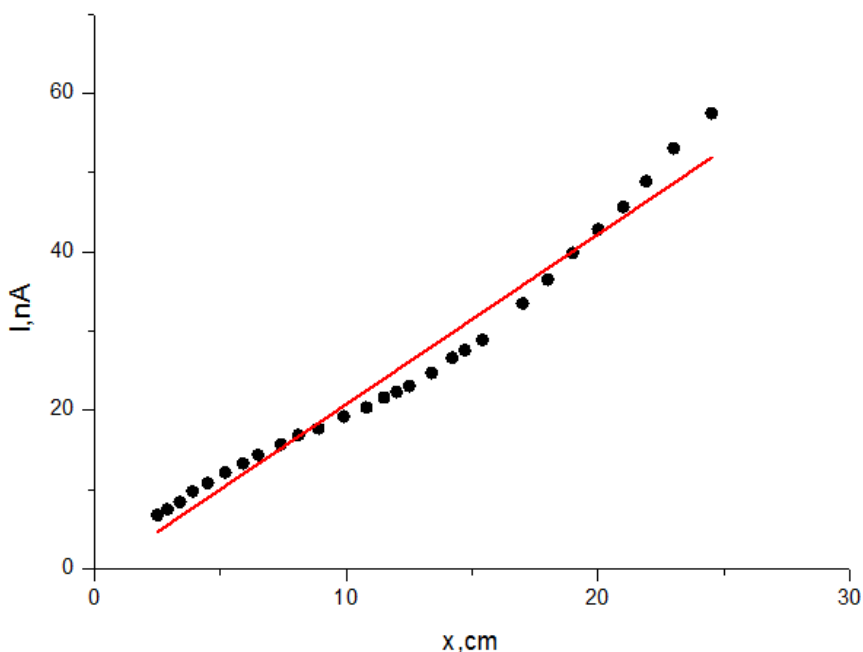
2) Рассчитаем токи  $I$  по формуле  $I = U_0 \frac{R_1}{R_2 R + R_0} \cdot 1$

**Таблица 1.** Зависимость  $I$  от  $x$ .

№	$x$ , см	$R$ , Ом	$I$ , нА	№	$x$ , см	$R$ , Ом	$I$ , нА
1	24,5	10009,9	57,452	15	11,5	29900,0	21,630
2	23,0	11009,9	53,037	16	10,8	31900,0	20,354
3	21,9	12109,9	48,902	17	9,9	33900,0	19,220
4	21,0	13109,9	45,665	18	8,9	36900,0	17,738
5	20,0	14109,9	42,831	19	8,1	38900,0	16,687
6	19,0	15309,9	39,861	20	7,4	41900,0	15,717
7	18,0	16909,9	36,489	21	6,5	45900,0	14,405
8	17,0	18609,9	33,479	22	5,9	49900,0	13,295
9	15,4	21900,0	28,870	23	5,2	54700,0	12,169
10	14,7	22999,0	27,601	24	4,5	61700,0	10,832
11	14,2	23900,0	26,641	25	3,9	68700,0	9,759
12	13,4	25900,0	24,731	26	3,4	79700,0	8,446
13	12,5	27900,0	23,077	27	2,9	89700,0	7,525
14	12,0	28900,0	22,330	28	2,5	99909,9	6,771

3) Построим график зависимости  $I(x)$

**График 1**  
Зависимость  $I(x)$



При помощи метода наименьших квадратов (МНК) рассчитаем тангенс наклона прямой на графике 1.

Тангенс наклона можно посчитать по формуле:  $k = \frac{\langle xI \rangle - \langle x \rangle \langle I \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ .

Погрешность тангенса наклона посчитаем по формуле:  $\delta k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} - k^2}$

Получили:  $k = (2,14 \pm 0,07) \cdot 10^{-7} \frac{\text{А}}{\text{м}}$

Посчитаем динамическую постоянную  $C_I$  по формуле  $C_I = 2ak$ , где  $a = 1,1 \text{ м}$  - расстояние от шкалы до зеркала гальванометра.

Получили:  $C_I = (4,71 \pm 0,15) \cdot 10^{-10} \frac{\text{А}}{\text{мм/м}}$

4) Рассчитаем логарифмический декремент затухания  $\Theta_0$  разомкнутого гальванометра по формуле  $\Theta = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}}$ .

**Таблица 2.**Расчёт  $\Theta_0$

$x_1, \text{см}$	24,0	21,8	19,9	18,1	16,6	14,9	13,5	12,1	11,0	9,8
$x_2, \text{см}$	21,8	19,9	18,1	16,6	14,9	13,5	12,1	11,0	9,8	8,9
$\theta_0$	0,096	0,091	0,095	0,087	0,108	0,099	0,109	0,095	0,116	0,096

$\Theta_0 = 0,099$

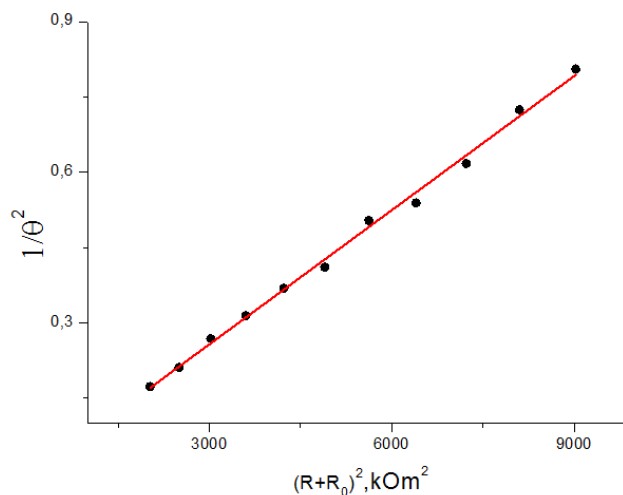
5) Построим график  $\frac{1}{\Theta^2} = f[(R + R_0)^2]$  и по наклону прямой (в области малых  $R$ ) рассчита-

**Таблица 3**  
Зависимость  $\frac{1}{\Theta^2}$  от  $(R + R_0)^2$ .

$R, \text{Ом}$	$x_1, \text{см}$	$x_2, \text{см}$	$\Theta$	$\frac{1}{\Theta^2}$	$(R + R_0)^2, \text{кОм}^2$
43000	15,5	1,4	2,404	0,173	2025
48000	14,1	1,6	2,176	0,211	2500
53000	13,1	1,9	1,931	0,268	3025
58000	11,9	2,0	1,783	0,314	3600
63000	10,9	2,1	1,647	0,369	4225
68000	10,0	2,1	1,561	0,411	4900
73000	9,0	2,2	1,409	0,504	5625
78000	8,2	2,1	1,362	0,539	6400
83000	7,5	2,1	1,273	0,617	7225
88000	6,8	2,1	1,175	0,724	8100
93000	6,4	2,1	1,114	0,805	9025

ем критическое сопротивление по формуле:  $R_{\text{кр}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\Delta X}{\Delta Y}} - R_0$

**График 2**  
Зависимость  $\frac{1}{\Theta^2}$  от  $(R + R_0)^2$



При помощи метода наименьших квадратов (МНК) рассчитаем тангенс наклона прямой на графике 2.

Тангенс наклона можно посчитать по формуле:  $k = \frac{\langle \frac{1}{\Theta^2}(R + R_0)^2 \rangle - \langle \frac{1}{\Theta^2} \rangle \langle (R + R_0)^2 \rangle}{\langle (R + R_0)^4 \rangle - \langle (R + R_0)^2 \rangle^2}$ .

Погрешность тангенса наклона посчитаем по формуле:  $\delta k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle (\frac{1}{\Theta^2})^2 \rangle - \langle \frac{1}{\Theta^2} \rangle^2}{\langle (R + R_0)^4 \rangle - \langle (R + R_0)^2 \rangle^2} - k^2}$

Получили:  $k = (8,91 \pm 0,18) \cdot 10^{-5}, \text{кОм}^2$

$$R_{\text{кр}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{k}} - R_0$$

$$R_{\text{кр}} = (14,86 \pm 1,04) \text{ кОм}$$

6) Измерили максимальное отклонение при разомкнутой цепи  $L_{\text{max}1} = 18 \text{ см}$ .

**Таблица 4**

Зависимость первого отброса  $l_{\text{max}}$  от  $(R + R_0)^2$ .

$l_{\text{max}}, \text{см}$	$R, \text{Ом}$	$(R + R_0)^{-1}, \frac{10^{-6}}{\text{Ом}}$
12,2	50000	19,23
11,8	45000	21,28
10,6	40000	23,81
10,7	35000	27,03
9,6	30000	31,25
9,4	25000	37,04
8,5	20000	45,45
7,6	15000	58,82
5,6	10000	83,33
4,5	5000	142,86

Построим график зависимости  $l_{\text{max}} = f[(R + R_0)^{-1}]$  и определим по графику критическое сопротивление гальванометра с учётом формулы:

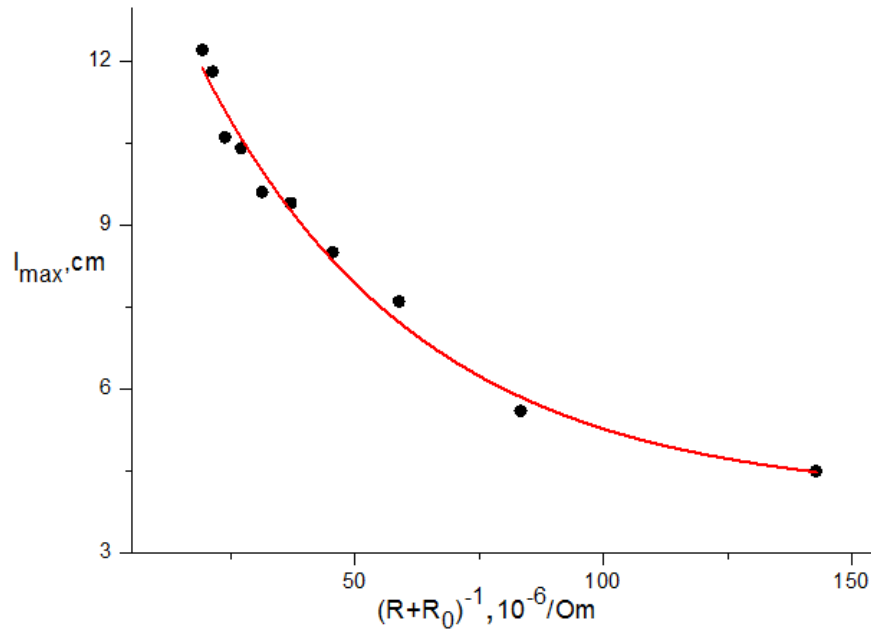
$$\varphi_0 = \varphi_1 \cdot \exp(\Theta_0/4), \text{ где}$$

$\Theta_0$  – логарифмический декремент затухания;

$\varphi_1$  – максимальное отклонение рамки при разомкнутой цепи;

$\varphi_0$  – максимальное отклонение рамки при замкнутой цепи;

**График 3**  
Зависимость  $l_{max}$  от  $(R + R_0)^{-1}$



Рассчитаем максимальное отклонение при свободных колебаниях  $l_{max0}$ .

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{l_{max1}}{a}\right)$$

$$\varphi_0 = \arctan\left(\frac{l_{max0}}{a}\right)$$

$$l_{max0} = a \tan\left[\arctan\left(\frac{l_{max1}}{a}\right) \exp(\Theta_0/4)\right] = 1,1 \cdot \tan(\arctan(18/110) \exp(0,18/4)) = 18,8 \text{ см}$$

Максимальное отклонение в критическом режиме в  $e$  раз меньше, чем при свободных колебаниях.

Получим:  $l_{maxкр} = 6,9 \text{ см}$ .

Этому значению на графике соответствует  $(R + R_0)^{-1} = 63,27 \cdot 10^{-6}/\text{Ом}$ . Отсюда найдём критическое сопротивление:  $R_{кр} = 13,8 \text{ кОм}$ .

**7)** Сравним значения  $R_{кр}$ , определённые подбором и по графикам для стационарного и баллистического режима.

- а) Определенное подбором:  $R_{кр} = 14,31 \text{ кОм}$
- б) Определенное по графику 2 :  $R_{кр} = (14,86 \pm 1,04) \text{ кОм}$
- в) Определенное по графику 3 :  $R_{кр} = 13,8 \text{ кОм}$

**8)** Рассчитайте баллистическую постоянную в критическом режиме  $C_{Qкр}$  [К/(мм/м)] по формуле  $C_{Qкр} = 2a \frac{R_1}{R_2} \frac{U_0 C}{l_{maxкр}}$ ;

$$C = 2 \cdot 10^{-6} \text{ мкФ};$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{100};$$

$$C_{Qкр} = 8,8 \cdot 10^{-10} \text{ К/(мм/м)}$$

**9)** Сравним время релаксации  $t = R_0 C$  и период свободных колебаний гальванометра  $T_0$ .

$$T_0 = 7,53 \text{ с}$$

$$t = 2000 \cdot 2 \cdot 10^{-6} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

## Вывод

1) Изучили работу зеркального гальванометра.

2) Определили динамическую постоянную  $C_I = (4,71 \pm 0,15) \cdot 10^{-10} \frac{\text{А}}{\text{мм/м}}$

3) Определили тремя способами критическое сопротивление гальванометра:

а) экспериментально :  $R_{\text{кр}} = 14,31 \text{ кОм}$

б) статическим:  $R_{\text{кр}} = (14,86 \pm 1,04) \text{ кОм}$

в) баллистическим :  $R_{\text{кр}} = 13,8 \text{ кОм}$

и они примерно совпадают.

4) Определили баллистическую постоянную  $C_{Q_{\text{кр}}} = 8,8 \cdot 10^{-10} \text{ К/(мм/м)}$

5) Сравнили время релаксации  $t$  и период свободных колебаний  $T_0$  гальванометра.

$$t = 4 \cdot 10^{-3} \text{ с}; T_0 = 7,53 \text{ с}; t \ll T_0.$$