

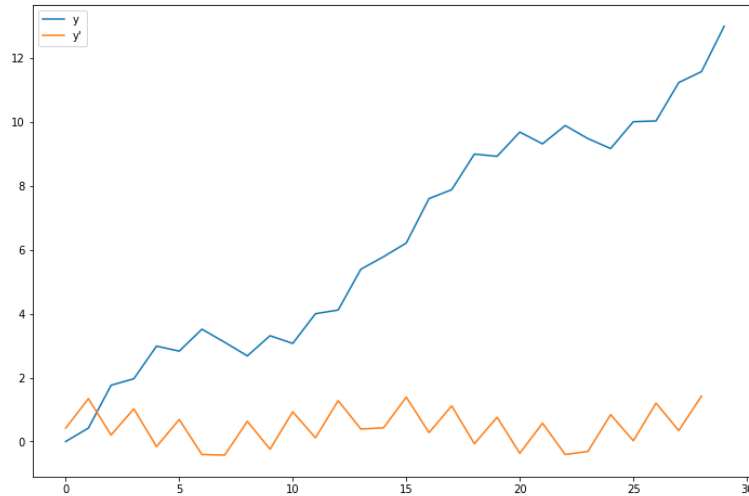
# Lab 1, task 2.3

Талгат Сапаров

15 мая 2020 г.

$$y = \begin{pmatrix} 0.000 \\ 0.420 \\ 1.762 \\ 1.964 \\ 2.987 \\ 2.828 \\ 3.516 \\ 3.108 \\ 2.681 \\ 3.312 \\ 3.071 \\ 4.001 \\ 4.116 \\ 5.395 \\ 5.785 \\ 6.215 \\ 7.605 \\ 7.884 \\ 8.999 \\ 8.929 \\ 9.688 \\ 9.319 \\ 9.892 \\ 9.484 \\ 9.172 \\ 10.013 \\ 10.036 \\ 11.238 \\ 11.580 \\ 13.000 \end{pmatrix}$$

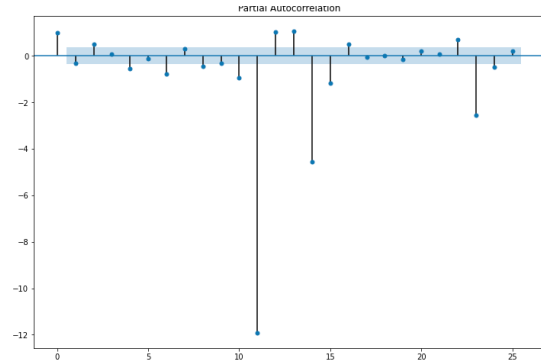
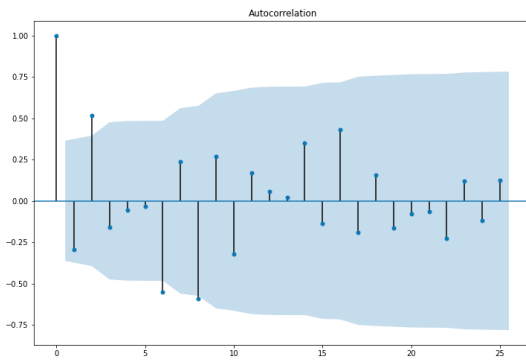
Для начала избавимся от тренда первым дифференцированием:



```
: z = y.values[1:] - y.values[:-1]
kpss(z)

: (0.14425286324712602,
  0.1,
  9,
  {'10%': 0.347, '5%': 0.463, '2.5%': 0.574, '1%': 0.739})
```

Не отвергаем гипотезу о стационарности продифференцированного ряда.



Посмотрим на ACF и PACF, чтобы сузить область поиска параметров  $p$  и  $q$ .

Поиск по  $p = 1..12$  и  $q = 0..2$ , максимизирующий AIC модели, дал оптимальные параметры  $p = 11, q = 1$ .

Получаем модель

$$y_t = \sum_{k=1}^{11} \phi_k y_{t-k} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Коэффициенты  $\phi$  ищем из уравнений Юла-Уокера:

$$\phi = R^{-1}r,$$

$r$  - вектор из коэффициентов автокорреляции, матрица  $R$  имеет вид

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_{10} \\ r_1 & 1 & r_1 & \dots & r_9 \\ r_2 & r_1 & 1 & \dots & r_8 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{10} & r_9 & r_8 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$r = \begin{pmatrix} -0.295 \\ 0.516 \\ -0.161 \\ -0.058 \\ -0.031 \\ -0.553 \\ 0.238 \\ -0.591 \\ 0.269 \\ -0.320 \\ 0.168 \end{pmatrix}$$

$$R^{-1} = \begin{pmatrix} 2.76 & 0.63 & -1.2 & -0.14 & 0.69 & 0.93 & 1.33 & -0.53 & 0.03 & 0.58 & 0.6 \\ 0.63 & 2.77 & 0.23 & -1.24 & 0.13 & 0.61 & 1.03 & 1.06 & -0.49 & 0.42 & 0.58 \\ -1.2 & 0.23 & 3.17 & 0.28 & -1.42 & -0.55 & -0.16 & 1.11 & 1.08 & -0.49 & 0.03 \\ -0.14 & -1.24 & 0.28 & 3.18 & 0.25 & -1.48 & -0.63 & -0.14 & 1.11 & 1.06 & -0.53 \\ 0.69 & 0.13 & -1.42 & 0.25 & 3.25 & 0.74 & -0.98 & -0.63 & -0.16 & 1.03 & 1.33 \\ 0.93 & 0.61 & -0.55 & -1.48 & 0.74 & 2.92 & 0.74 & -1.48 & -0.55 & 0.61 & 0.93 \\ 1.33 & 1.03 & -0.16 & -0.63 & -0.98 & 0.74 & 3.25 & 0.25 & -1.42 & 0.13 & 0.69 \\ -0.53 & 1.06 & 1.11 & -0.14 & -0.63 & -1.48 & 0.25 & 3.18 & 0.28 & -1.24 & -0.14 \\ 0.03 & -0.49 & 1.08 & 1.11 & -0.16 & -0.55 & -1.42 & 0.28 & 3.17 & 0.23 & -1.2 \\ 0.58 & 0.42 & -0.49 & 1.06 & 1.03 & 0.61 & 0.13 & -1.24 & 0.23 & 2.77 & 0.63 \\ 0.6 & 0.58 & 0.03 & -0.53 & 1.33 & 0.93 & 0.69 & -0.14 & -1.2 & 0.63 & 2.76 \end{pmatrix}$$

Итого,

$$\phi = R^{-1}r = \begin{pmatrix} -0.27 \\ 0.39 \\ 0.05 \\ -0.21 \\ -0.44 \\ -0.55 \\ 0.14 \\ 0.0 \\ -0.12 \\ -0.27 \\ -0.21 \end{pmatrix}$$

$$\theta_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4r_1^2}}{2r_1} \approx 0.326$$

Получаем модель:

$$y_t = -0.27y_{t-1} + 0.39y_{t-2} + 0.05y_{t-3} - 0.21y_{t-4} - 0.44y_{t-5} - 0.55y_{t-6} + 0.14y_{t-7} + 0.0y_{t-8} - \\ 0.12y_{t-9} - 0.27y_{t-10} - 0.21y_{t-11} + \varepsilon_t + 0.326\varepsilon_{t-1}$$

Вспомним, что этот ряд мы получили дифференцированием исходного ряда и проинтегрируем эту формулу. Получим, учитывая, что  $y_t = z_{t+1} - z_t$ ,

$$z_t = y_{t-1} + z_{t-1} = -0.27y_{t-2} + 0.39y_{t-3} + 0.05y_{t-4} - 0.21y_{t-5} - 0.44y_{t-6} - 0.55y_{t-7} \\ + 0.14y_{t-8} + 0.0y_{t-9} - 0.12y_{t-10} - 0.27y_{t-11} - 0.21y_{t-12} + z_{t-1} + \varepsilon_t + 0.326\varepsilon_{t-1} = 0.73z_{t-1} + \\ 0.12z_{t-2} + 0.44z_{t-3} - 0.16z_{t-4} - 0.65z_{t-5} - 0.99z_{t-6} - 0.42z_{t-7} + 0.14z_{t-8} - 0.12z_{t-9} - 0.38z_{t-10} \\ - 0.48z_{t-11} - 0.21z_{t-12} + \varepsilon_t + 0.326\varepsilon_{t-1}$$