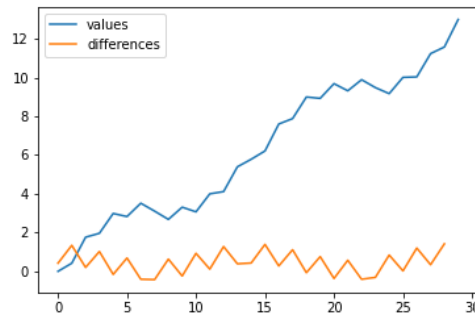


Задача 2.3

Васюкова Мария

16 мая 2020 г.

Посмотрим на данные. Построим график для самих точек, а также для разностей i -го и $i - 1$ -го наблюдений. Видим, что данные имеют тренд.



Следовательно они нестационарны и ARMA к ним применять нельзя.

График попарных разностей выглядит более стационарным и центрированным в 0. Критерий Квятковского (KPSS) показывает $pvalue = 0.1$, то есть не отвергает гипотезу о стационарности. Будем строить модель для разностей:

$$x_t = \sum_{i=1}^p \phi_i x_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t$$

Параметры $(p, q) = (1, 3)$ были найдены поиском по стеке для значений от 0 до 5. (См. одноименный ноутбук.) Выбирались такие параметры, для которых был минимально значение информационного критерия Акаике (aic).

Коэффициенты ϕ будем находить с помощью уравнений Юла-Уокера:

$$\phi = R^{-1}r$$

где R - автокорреляционная матрица, r_i - автокорреляционная функция:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \dots & r_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p-1} & r_{p-2} & r_{p-3} & \dots & 1 \end{pmatrix}, r_i = \frac{\sum_{t=i+1}^N (y_t - \bar{y})(y_{t-i} - \bar{y})}{\sum_{t=i}^N (y_t - \bar{y})^2}$$

Производим вычисления, получаем:

$$r = (-0.295 \quad 0.516 \quad -0.161), R^{-1} = \begin{pmatrix} 1.405 & 0.219 & -0.660 \\ 0.219 & 1.129 & 0.219 \\ -0.660 & 0.219 & 1.405 \end{pmatrix}$$

$$\phi = (-0.194 \quad 0.483 \quad -0.081)$$

Параметр θ найдем методом наименьших квадратов:

$$\theta = \frac{-1 + \sqrt{1 - 4r_1^2}}{2r_1} = 0.325$$

Для итогового ответа учтем, что мы проводили вычисления для поправочных разностей:

$$y_t = x_t + y_{t-1} = \phi_1(y_{t-1} - y_{t-2}) + \phi_2(y_{t-2} - y_{t-3}) + \phi_3(y_{t-3} - y_{t-4}) + y_{t-1} + \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$y_t = 0.806 \cdot y_{t-1} + 0.677 \cdot y_{t-2} - 0.564 \cdot y_{t-3} + 0.081 \cdot y_{t-4} + 0.325 \cdot \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$