Задача 22.

Все билеты с вер-ю p

есть с.в. ~~его~~ распределенная по Бернулли с параметром p

необходимо оценить его если известно кол-во испытаний до первого успеха.

1) Т.е. получаем задачу оценки макс правдоподобия параметра геометрич. распр.

$\mathbb{P}\{x=1\}=p$ Бернулли

$\mathbb{P}\{x=0\}=1-p=q$ $\Rightarrow$ $\mathbb{P}\{x=k\}=q^{k-1}p$

число встреч. вел. k.

$L(x_1 \dots x_n)=p^n q^{n(\bar{x}-1)}$ $\quad \bar{x}=\frac{1}{n}\sum_1^n k\,g(k)$ $\quad \bar{x}=(8+12\cdot 2+7+6):5=9$

$\ln L=n(\bar{x}-1)\ln(1-p)+n\ln p$

$\frac{\partial \ln L}{\partial p}=0=\frac{n(\bar{x}-1)}{1-p}+\frac{n}{p}=0 \quad p_0=\frac{1}{\bar{x}}=\frac{1}{9}\approx 0{,}11$

2) Теперь порядок нам не важен а значит мы рассматриваем обычное биномиальное распределением

$\mathbb{P}\{x=s\}=f(s,\theta)=\binom{n}{s}\theta^s(1-\theta)^{n-s}$

3) Статистика - сумма кол-ва выигрышных билетов такую $N\cdot p$ если $X_i\sim Bi(n,p)$ то (X_i - iid)

$\sum_{i=1}^{N} X_i\sim Bi(n\cdot N,p)$

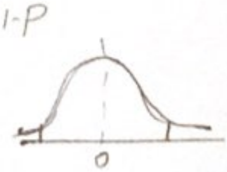
Известно что асимптотически $Bi(n,p)\xrightarrow[n\to\infty]{D}\left[\frac{1}{\sqrt{2\pi npq}}\exp\left(-\frac{x_m^2}{2}\right)=\mathbb{P}_n(m)\right]$

В общем можем апроксимировать нормальным (Th Муавра - Лапласа) $\quad x_m=\frac{m-np}{\sqrt{npq}}$

~~идем~~ Уже есть условия применимости к у нас они выполнены:

$N\cdot n=10\cdot 100>100$; $Nnp\cdot q=100\cdot 10\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{8}{9}\approx 99>10$

4) $T(x_1\dots x_n)\sim\frac{N(0,1)}{\sqrt{nNpq}}$ $\quad q=1-p$



5) $p(T)=2\left(1-F_{N(0,1)}(|T|)\right)$

$p(T)\approx 0{,}26$ - данные гипотезе не противоречат

X_i

$\Phi_{N(0,1)}(\alpha)\le\sum\frac{X_i-p_0\cdot n\cdot N}{\sqrt{p_0q_0\cdot n\cdot N}}\Big|\le\Phi_{N(0,1)}\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$ тогда данные гип. не противоречат