

Lab1 task 2.4

Задача 2.4

Одеяла с электрообогревом применяются в хирургии для восстановления температуры тела пациента после операции. Имеются два вида одеял: стандартный (b0) и экспериментальный (b1).

Для 14 пациентов известно время, за которое нормальная температура тела восстанавливается при использовании одеяла каждого из видов.

Как понять, отличаются ли экспериментальные одеяла от стандартного?

Требуется:

1. Записать задачу формально в виде проверяемой гипотезы и альтернативы.
2. Предложить не менее 2-х критериев и соответствующих статистик для проверки этой гипотезы и описать:
 - при каких дополнительных условиях (если они есть) стоит применять тот или иной критерий
 - в чём преимущества/недостатки того или иного критерия
3. Аналитически выразить достигаемый уровень значимости каждого критерия на выборке или опишите, как его получить с помощью табличных данных.

Решение

$$n = 14$$

Выборки: $X_1^n = (X_{11}, \dots, X_{1n})$, $X_2^n = (X_{12}, \dots, X_{2n})$ - связанные, т.к. пациенты одни и те же

Будем считать, что $X_{1i} \neq X_{2i}$ (время непрерывное, так что ок)

$$H_0 : \mathbb{E}[X_1] = \mathbb{E}[X_2] / \text{med}(X_1 - X_2) = 0 / P(X_1 > X_2) = \frac{1}{2}$$

$$H_0 : \mathbb{E}[X_1] \neq \mathbb{E}[X_2] / \text{med}(X_1 - X_2) \neq 0 / P(X_1 > X_2) \neq \frac{1}{2}$$

1. Двухвыборочный критерий знаков - для третьей постановки задачи.

$$\text{Статистика: } T(X_1^n, X_2^n) = \sum_{i=1}^n [X_{1i} > X_{2i}]$$

$$\text{Нулевое распределение: } \text{Bin}(n, \frac{1}{2})$$

У критерия нет дополнительных предположений о данных.

Пусть $T \in \Omega_\alpha$, т.е. $|T - \frac{n}{2}| > t_{\alpha/2} \cdot t_{\alpha/2}$ может принимать целые значения от 0 до n . $p(T) = \min_{t_{\alpha/2}} \{\alpha : |T - \frac{n}{2}|\}$ - можно посчитать перебором по $t_{\alpha/2}$.

2. Критерий знаковых рангов Уилкоксона для связанных выборок.

Статистика: $W(X_1^n, X_2^n) = \sum_{i=1}^n \text{rank}(|X_{1i} - X_{2i}|) \cdot \text{sign}(X_{1i} - X_{2i})$

Налевое распределение табличное, значит достигаемый уровень значимости - минимальное α из таблицы, при котором $|T - \mathbb{E}_{H_0}| > t_{\alpha/2}$

Критерий предполагает симметричность функции распределения относительно медианы.

Не предполагает какого-либо распределения.