

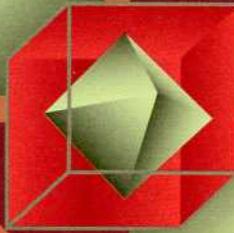


М. А. Иченская

Геометрия

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

10



БАЗОВЫЙ
УРОВЕНЬ

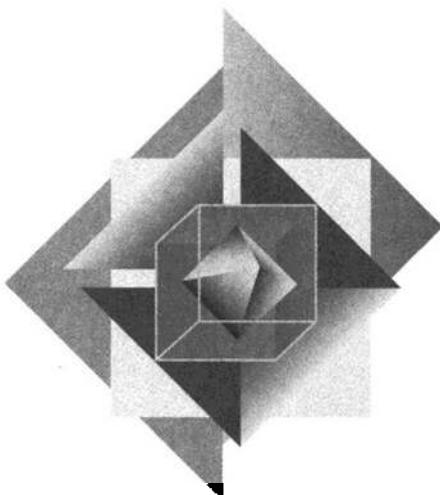


М. А. Иченская

Геометрия

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

10
класс



Учебное пособие
для общеобразовательных
организаций

Базовый уровень

Москва
«Просвещение»
2018

УДК 373:514
ББК 22.151я72
И96

12+

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Иченская М. А.

И96 Геометрия. Самостоятельные работы. 10 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций : базовый уровень / М. А. Иченская. — М. : Просвещение, 2018. — 64 с. : ил. — (МГУ — школе). — ISBN 978-5-09-058445-6.

Учебное пособие содержит самостоятельные работы по курсу геометрии 10 класса и ориентировано на учебник «Геометрия. 10—11 классы» авторов Л. С. Атанасяна и др. Материал пособия организован в виде разрезных карточек. Учебное пособие адресовано школьникам, учителям математики и студентам педвузов.

УДК 373:514
ББК 22.151я72

Учебное издание

Серия «МГУ — школе»

Геометрия

Самостоятельные работы



10 класс

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

Базовый уровень

Центр естественно-математического образования

Редакция математики и информатики

Зав. редакцией Т. А. Бурмистрова. Редактор Л. В. Кузнецова. Младший редактор Е. В. Трошко. Художественный редактор О. П. Богомолова. Художник Ю. В. Тигина. Компьютерная графика И. В. Губиной. Компьютерная вёрстка и техническое редактирование О. В. Храбровой. Корректор О. Н. Леонова

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД №05824 от 12.09.01. Подписано в печать 20.04.18. Формат 70 × 90^{1/16}. Бумага типографская. Гарнитура SchoolBookC. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 1,42. Тираж 3000 экз. Заказ № 4776ГТ.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение». 127521, Москва, 3-й проезд Марыиной рощи, 41.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд» в ООО «Тульская типография». 300026, г. Тула, пр-т Ленина, 109.

ISBN 978-5-09-058445-6

© Издательство «Просвещение», 2018
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2018
Все права защищены

Аксиомы стереометрии

10 класс

С—1, В—1

1. Точка O — центр вписанной в равнобедренный треугольник ABC окружности, точка D — середина основания AC , точка $E \notin ABC$. Можно ли провести плоскость через прямую BE и точки D и O ?

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Назовите линию пересечения плоскостей $ABC_1 D_1$ и $A_1 BCD_1$.

10 класс

С—1, В—2

1. Точка O — центр окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, точка $M \notin ABC$. Можно ли провести плоскость через прямую MD и точки B и O ?

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Назовите линию пересечения плоскостей $ABC_1 D_1$ и $ADD_1 A_1$.

10 класс

С—1, В—3

1. Ромб $ABCD$ лежит в плоскости α , O — точка пересечения его диагоналей, точка F не принадлежит плоскости α . Можно ли провести плоскость через прямую FC и точки A и O ?

2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Назовите линию пересечения плоскостей $A_1 BCD_1$ и $BDD_1 B_1$.

10 класс

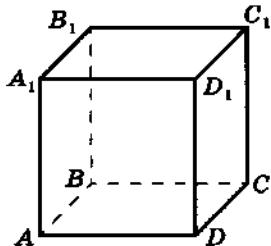
С—1, В—4

1. В треугольнике ABC точка D — середина стороны AC , точка O — точка пересечения его высот, точка $A \notin ABC$. При каком условии можно провести плоскость через прямую KB и точки O и D ?

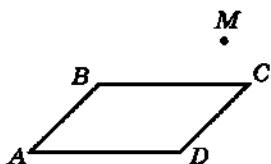
2. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Назовите линию пересечения плоскостей $ABC_1 D_1$ и $A_1 B_1 CD$.

10 класс**C—2, B—1**

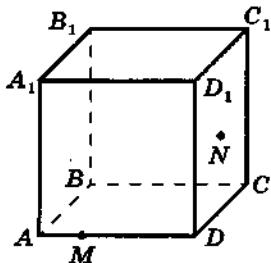
1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите на рисунке линию пересечения плоскостей AA_1B_1 и ABC .



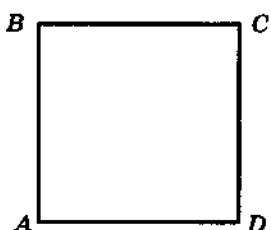
2. Дан параллелограмм $ABCD$ и точка M , не лежащая в его плоскости. Укажите на рисунке линию пересечения плоскостей MAD и MDC .

**10 класс****C—2, B—2**

1. На рисунке изображён куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точка M лежит на ребре AD , а точка N лежит в плоскости DCC_1 . В каком случае прямая MN будет лежать в плоскости ADC или в плоскости DCC_1 ?

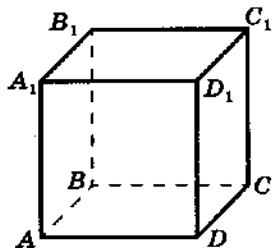


2. На рисунке изображён квадрат $ABCD$ и точка O , не лежащая в его плоскости. По какой прямой пересекаются плоскость ABD и плоскость BOC ?

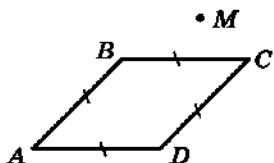


10 класс**С—2, В—3**

1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажите на рисунке линию пересечения плоскостей BC_1C и DD_1C .

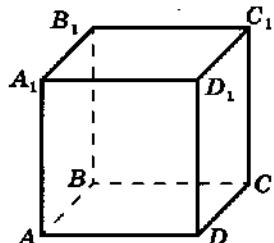


2. Дан ромб $ABCD$ и точка M , не лежащая в его плоскости. Укажите на рисунке линию пересечения плоскостей MAB и MBC .

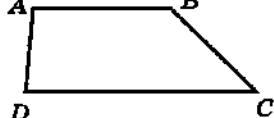
**10 класс****С—2, В—4**

1. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Какой плоскости принадлежат отрезок AC и точка C_1 ?

По какой прямой пересекаются плоскости A_1C_1C и ABC ?



2. Данна трапеция $ABCD$ и точка K , не лежащая в её плоскости. Укажите на рисунке линию пересечения плоскостей KAB и ACD .

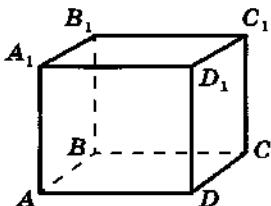


10 класс**С—3, В—1**

1. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Пересекаются ли прямые DD_1 и A_1B_1 ?

б) Можно ли провести плоскость через прямые AA_1 и CC_1 ?



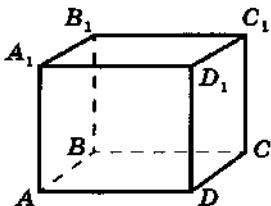
2. Даны три точки M , N , K и прямая OM , пересекающая плоскость MNK . Лежит ли точка O в плоскости MNK ?

10 класс**С—3, В—2**

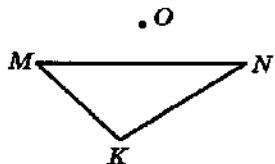
1. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Пересекаются ли прямые BC и DD_1 ?

б) Можно ли провести плоскость через прямые AB_1 и D_1C ?



2. На рисунке изображены треугольник MNK и точка O , не лежащая в его плоскости. Перечертите рисунок в тетрадь и найдите линию пересечения плоскости OMN и плоскости OMK .

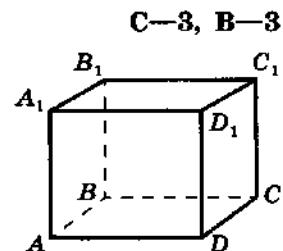


10 класс

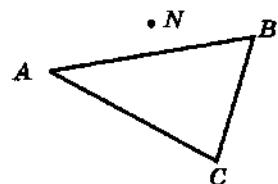
1. На рисунке изображён прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Укажите линию пересечения плоскостей A_1B_1B и BCD .

б) Можно ли провести плоскость через прямые D_1C_1 и AB ? через прямые BC и AA_1 ?



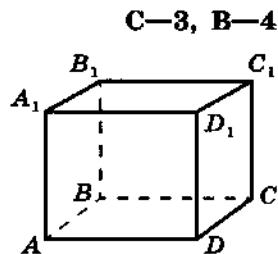
2. На рисунке изображены треугольник ABC и точка N , не лежащая в его плоскости. Перечертите рисунок в тетрадь и найдите линию пересечения плоскостей NBC и NAB .

**10 класс**

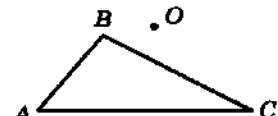
1. На рисунке изображён прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

а) Пересекаются ли прямые BC и A_1D_1 ?

б) Можно ли провести плоскость через прямые A_1C_1 и C_1C ? через прямые AB и D_1C_1 ?



2. На рисунке изображены треугольник ABC и точка O , не лежащая в его плоскости. Перечертите рисунок в тетрадь и найдите линию пересечения плоскостей ABC и OBC .



Параллельность прямых и плоскостей

10 класс

С—4, В—1

1. Даны прямые a и b и плоскость α . Каким может быть взаимное расположение прямых a и b , если $a \parallel \alpha$ и $b \parallel \alpha$?
2. Точки M и N — середины рёбер AD и CD куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что прямая MN параллельна плоскости AA_1C .

10 класс

С—4, В—2

1. Даны прямые a и b и плоскость α . Каким может быть взаимное расположение прямых a и b , если $a \parallel \alpha$ и $b \parallel \alpha$?
2. Треугольник ABC пересекает плоскость α по отрезку MN , при чём $AC \parallel \alpha$. Докажите, что $\triangle ABC \sim \triangle MBN$.

10 класс

С—4, В—3

1. Даны прямые a и b и плоскость α . Известно, что прямые a и b скрещиваются, $a \not\parallel \alpha$. Назовите все возможные случаи взаимного расположения прямой b и плоскости α .
2. Плоскость α и прямая a параллельны одной и той же прямой b . Докажите, что $a \parallel \alpha$ либо $a \subset \alpha$.

10 класс

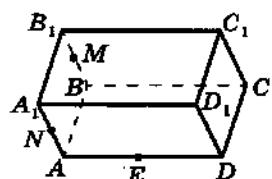
С—4, В—4

1. Даны прямые a и b и плоскость α . Каким может быть взаимное расположение прямых a и b , если $a \subset \alpha$, $b \not\subset \alpha$, $b \parallel \alpha$?
2. Точки M и N — середины рёбер AB и AC тетраэдра $ABCD$. Докажите, что прямая MN параллельна плоскости BCD .

10 класс

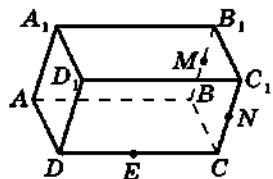
С—5, В—1

Перечертите рисунок в тетрадь. Постройте сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки M , N и E , если известно, что точка M лежит на ребре BB_1 .

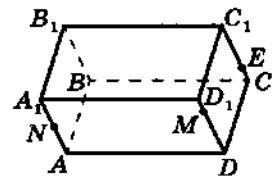


10 класс**C—5, B—2**

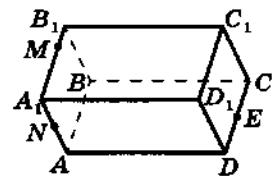
Перечертите рисунок в тетрадь. Постройте сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки M , N и E , если известно, что точка M лежит на ребре BB_1 .

**10 класс****C—5, B—3**

Перечертите рисунок в тетрадь. Постройте сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки M , N и E , если известно, что точка M лежит на ребре DD_1 .

**10 класс****C—5, B—4**

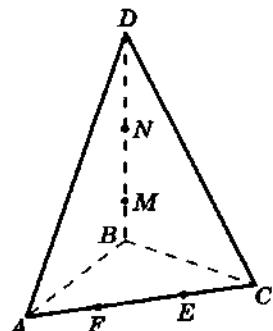
Перечертите рисунок в тетрадь. Постройте сечение параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки M , N и E .

**10 класс****C—6, B—1**

На рисунке изображён тетраэдр $ABCD$.

1. Укажите все пары рёбер, которые лежат на скрещивающихся прямых.

2. Каково взаимное расположение прямых MF и EN , если точки M и N лежат на ребре BD ? Ответ обоснуйте.

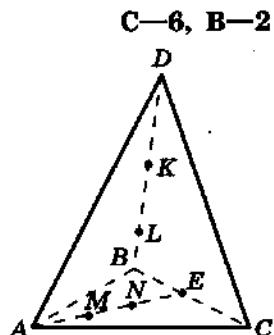


10 класс

На рисунке изображён тетраэдр $ABCD$, причём точка E лежит на ребре BC , точки M и N лежат на отрезке AE , точки K и C лежат на ребре BD .

1. Каково взаимное расположение прямых AE и прямых, на которых лежат рёбра тетраэдра?

2. Каково взаимное расположение прямых KN и ML ? Ответ обоснуйте.

**10 класс****С—6, В—3**

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

1. Назовите все прямые, содержащие ребро куба и скрещивающиеся с прямой AA_1 .

2. Каково взаимное расположение прямых A_1D и KC , если точка K лежит на ребре AB ? Ответ обоснуйте.

10 класс**С—6, В—4**

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

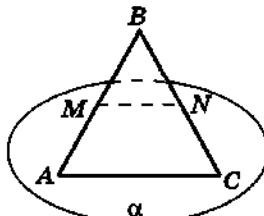
1. Назовите все прямые, содержащие ребро куба и скрещивающиеся с прямой CD .

2. Каково взаимное расположение прямых B_1D и KC_1 , если точка K лежит на ребре AB ? Ответ обоснуйте.

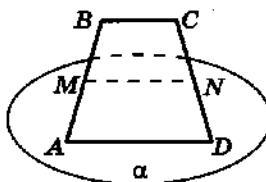
10 класс**С—7, В—1**

1. На рисунке изображён треугольник ABC , причём сторона AC лежит в плоскости α . Пересякает ли средняя линия MN треугольника ABC плоскость α ?

2. Расстояние между двумя параллельными плоскостями равно 8 дм. Отрезок длиной 10 дм своими концами упирается в эти плоскости. Определите проекции отрезка на каждую из плоскостей.



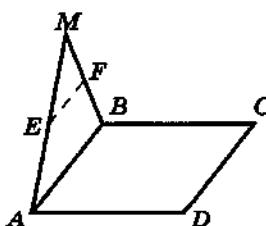
1. На рисунке изображена трапеция $ABCD$, причём основание AD лежит в плоскости α . Как расположены средняя линия трапеции MN и плоскость α ?



2. Плоскости α и β параллельны. Из точек A и B плоскости α проведены к плоскости β две наклонные: $AC = 37$ см и $BD = 125$ см. Проекция наклонной AC на одну из плоскостей равна 12 см. Чему равна проекция наклонной BD на эту плоскость?

1. Параллелограмм $ABCD$ и треугольник AMB пересекаются по прямой AB . По рисунку определите, как расположены:

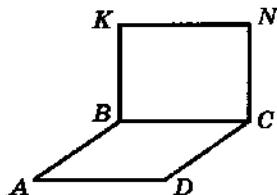
- средняя линия EF треугольника ABC и прямая CD ;
- прямая EF и плоскость ADC .



2. Концы отрезка AB , не пересекающего плоскость, удалены от неё на 30 см и 50 см. Как удалена от плоскости точка, делящая данный отрезок в отношении 3 : 7, считая от точки A ?

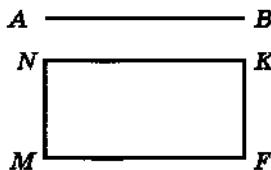
1. Параллелограмм $ABCD$ и прямоугольник $BKNC$ пересекаются по прямой BC (см. рисунок).

- Пересекаются ли прямые AD и DN ?
- Как расположены прямая AD и плоскость BCN ?



2. Отрезок длиной 10 см пересекает плоскость, причём концы его удалены от плоскости на расстояние 5 см и 3 см. Найдите длину проекций этого отрезка на плоскость.

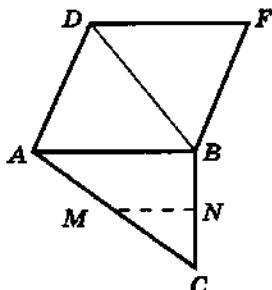
1. Прямая AB , не лежащая в плоскости прямоугольника $MNKF$, параллельна его стороне NK (см. рисунок). Докажите, что прямые AB и MF параллельны.



2. Две плоскости α и β параллельны. Из точки M , не лежащей ни в одной из них, проведены две прямые, пересекающие плоскости α и β соответственно в точках A_1 и A_2 , B_1 и B_2 . Известно, что $MA_1 = 4$ см, $B_1B_2 = 9$ см, $A_1A_2 = MB_1$. Найдите длины отрезков MA_2 и MB_2 .

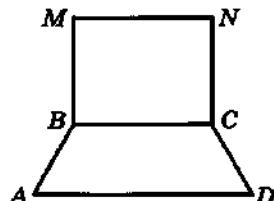
1. Треугольник ABC и параллелограмм $ADFB$ пересекаются по прямой AB (см. рисунок).

- Может ли отрезок DB быть параллельным отрезку AC ?
- Как расположены средняя линия MN треугольника ABC и прямая DF ?



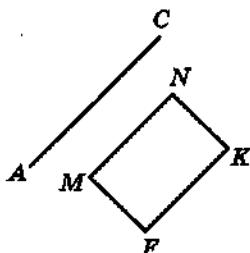
2. Из точки A проведена к плоскости α наклонная, пересекающая плоскость в точке O . На этой прямой взяты точки B и C так, что $BC = 8$ м, $BO = 14$ м. Расстояние от точки C до плоскости α равно 6 м. Найдите расстояние от точки B до плоскости α .

1. Прямоугольник $MNCB$ и трапеция, не лежащая с ним в одной плоскости, пересекаются по прямой BC (см. рисунок). Докажите, что $MN \parallel AD$ и $MN \parallel ABC$.



2. Отрезок пересекает плоскость. Его концы расположены на расстоянии 8 см и 2 см от плоскости. Найдите расстояние от середины этого отрезка до плоскости.

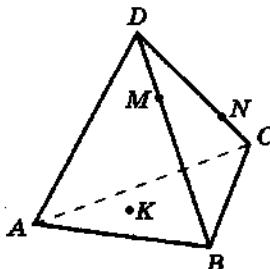
1. Прямая AC , не лежащая в плоскости прямоугольника $MNKF$, параллельна его стороне MN (см. рисунок). Докажите, что прямые AC и KF параллельны.



2. Между двумя параллельными плоскостями заключены перпендикуляр длиной 4 см и наклонная, равная 6 см. Расстояния между их концами в каждой плоскости равны по 3 см. Найдите расстояние между серединами перпендикуляра и наклонной.

1. Через вершину треугольника ABC и точку $M \notin ABC$ проведите плоскость β так, чтобы линия пересечения плоскостей ABC и β была перпендикулярна прямой AB . Сколько таких различных плоскостей можно провести?

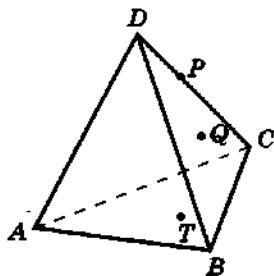
2. Перечертите рисунок в тетрадь. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точки M , N и K , если известно, что $K \in ABC$, $M \in BD$.



10 класс**С—9, В—2**

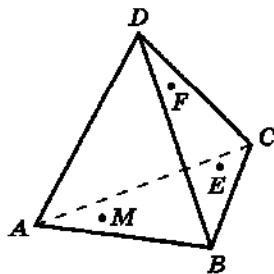
1. Через вершину треугольника KLM и точку $P \notin KLM$ проведите плоскость β так, чтобы линия пересечения этой плоскости с плоскостью KLM была параллельна прямой KM . Сколько таких различных плоскостей можно провести?

2. Перечертите рисунок в тетрадь. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точки P , Q и T , если известно, что $T \in ABC$, $Q \in ACD$.

**10 класс****С—9, В—3**

1. Через вершину квадрата $ABCD$ и точку $N \notin ABC$ проведите плоскость так, чтобы линия пересечения этой плоскости с плоскостью ABC была параллельна прямой AC . Сколько различных плоскостей удовлетворяет условию задачи?

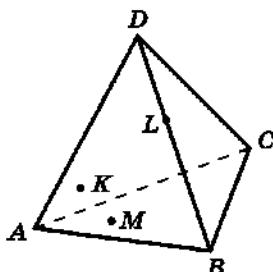
2. Перечертите рисунок в тетрадь. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точки M , E и F , если известно, что $M \in ABC$, $E \in ABC$, $F \in BDC$.



10 класс**С—9, В—4**

1. Известно, что прямая a лежит в плоскости α . Через точку $N \notin \alpha$ проведите плоскость так, чтобы линия пересечения этой плоскости с плоскостью α была параллельна прямой a . Сколько решений имеет задача?

2. Перечертите рисунок в тетрадь. Постройте сечение тетраэдра $DABC$ плоскостью, проходящей через точки M , L и K , если известно, что $K \in ADC$, $M \in ABC$, $L \in BD$.



Перпендикулярность прямых и плоскостей

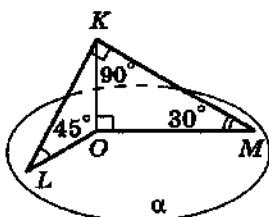
10 класс**С—10, В—1**

1. Из точки P , удалённой от плоскости β на 10 см, проведены наклонные PQ и PR к плоскости β ($Q \in \beta$, $R \in \beta$), образующие с плоскостью β углы в 45° , а между собой угол в 60° . Вычислите расстояние QR .

2. Дано: $A \in \alpha$, $B \in \alpha$, $S \notin \alpha$; $SA = SB$. Докажите, что прямые SA и SB образуют с плоскостью α равные углы.

10 класс**С—10, В—2**

1. Из точки K , удалённой от плоскости α на 9 см, проведены наклонные KL и KM к плоскости α ($L \in \alpha$, $M \in \alpha$), образующие между собой прямой угол, а с плоскостью α углы в 45° и 30° соответственно (см. рисунок). Вычислите расстояние LM .



2. Докажите, что боковые рёбра правильной пирамиды образуют с плоскостью основания равные углы.

10 класс**С—10, В—3**

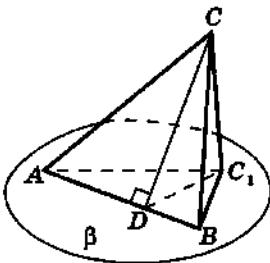
1. Из точки A , удалённой от плоскости γ на расстояние a , проведены наклонные AB и AC к плоскости γ ($B \in \gamma$, $C \in \gamma$) под углом 30° к плоскости; их проекции на плоскость γ образуют угол в 120° . Найдите расстояние BC .

2. Докажите, что высоты боковых граней правильной пирамиды, проведённые из вершины пирамиды, образуют с плоскостью основания равные углы.

10 класс**С—10, В—4**

1. Из точки M , удалённой от плоскости на расстояние a , проведены наклонные MN и ML к этой плоскости ($L \in \alpha$, $N \in \alpha$), образующие с плоскостью углы в 30° и 60° . Проекции этих наклонных на плоскость лежат на одной прямой. Найдите расстояние NL .

2. Дано: $CC_1 \perp \beta$, $A \in \beta$, $B \in \beta$, $C_1 \in \beta$, $CD \perp AB$, $S_{ABC} = 2S_{ABC_1}$ (см. рисунок). Найдите угол CDC_1 .

**10 класс****С—11, В—1**

1. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно k . Найдите расстояние между прямыми AC и B_1D_1 .

2. Докажите, что боковое ребро правильной треугольной пирамиды перпендикулярно противоположному ребру.

10 класс**С—11, В—2**

1. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно a . Найдите расстояние между прямыми AC и D_1D .

2. Докажите, что боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды перпендикулярно одной из диагоналей основания.

10 класс**С—11, В—3**

1. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно b . Найдите расстояние между прямыми B_1D_1 и C_1C .

2. Дана правильная пятиугольная пирамида $SABCDE$, где S — вершина пирамиды. Докажите, что $AS \perp CD$.

10 класс**С—11, В—4**

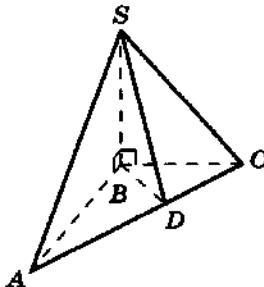
1. Основанием пирамиды $SABCDE$ является квадрат $ABCD$, каждое ребро пирамиды равно a . Найдите расстояние между прямыми SA и BD .

2. Дана правильная шестиугольная пирамида $SABCDEF$, где S — вершина пирамиды. Докажите, что $AS \perp BF$.

10 класс**С—12, В—1**

1. Из центра окружности $(O; r)$ проведён к её плоскости перпендикуляр OP . Известно, что $OP = 2$ см, $A \in (O; r)$. Найдите расстояние AP , если $r = 6$ см.

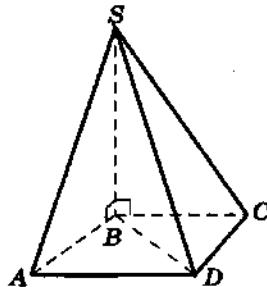
2. На рисунке $SB \perp AB$, $SB \perp BC$, $D \in AC$. Определите вид треугольника SBD .



10 класс**С—12, В—2**

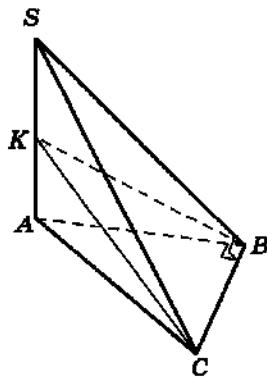
1. Точка O — центр квадрата со стороной 4 см; AO — прямая, перпендикулярная плоскости квадрата; $AO = 2\sqrt{2}$ см. Найдите расстояние от точки A до вершин квадрата.

2. На рисунке $\angle SBA = \angle SBC = 90^\circ$. Определите вид треугольника SBD .

**10 класс****С—12, В—3**

1. Из центра O правильного шестиугольника $ABCDEF$ проведён перпендикуляр OK к его плоскости. Найдите длину отрезка OK , если $AB = 12$ см, $AK = 15$ см.

2. На рисунке $\angle SBC = \angle ABC = 90^\circ$, $K \in AS$. Определите вид треугольника KBC .



10 класс**С—12, В—4**

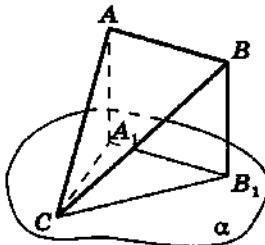
1. Отрезок OA — перпендикуляр к плоскости α , $O \in \alpha$, $AO = 10$ см. Из точки A проведены прямые AB и AC ($B \in \alpha$, $C \in \alpha$) так, что $\angle OAB = 30^\circ$, $\angle OAC = 45^\circ$. Найдите длины отрезков AB и AC .

2. Сторона правильного шестиугольника $ABCDEF$ равна a , $\angle SAB = \angle SAF = 90^\circ$. Определите вид треугольника SAD , если $AS = 2a$ и $S \in ABC$.

10 класс**С—13, В—1**

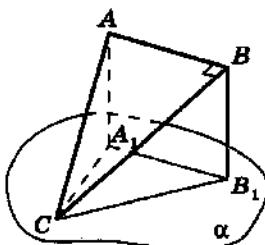
1. Через сторону AB квадрата $ABCD$ проведена плоскость, точки C_1 и D_1 — ортогональные проекции вершин C и D на эту плоскость. Найдите диагонали четырёхугольника ABC_1D_1 и определите вид этого четырёхугольника, если $AB = 5$ см, $CC_1 = 4$ см.

2. На рисунке $AB = BC = AC$, $AA_1 \perp \alpha$, $BB_1 \perp \alpha$, $CA_1 = CB_1 = 8$ см, $A_1 \in \alpha$, $C \in \alpha$, $B_1 \in \alpha$. Найдите A_1B_1 , если $AA_1 = BB_1 = 6$ см.

**10 класс****С—13, В—2**

1. Стороны прямоугольника $ABCD$ равны 4 см и 8 см. Через сторону AB этого прямоугольника проведена плоскость. Ортогональная проекция прямоугольника $ABCD$ на эту плоскость — квадрат. Найдите расстояние от вершины C до этой плоскости.

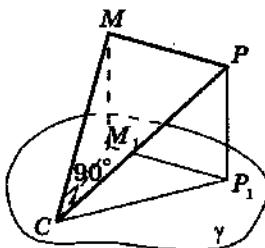
2. На рисунке $AB \parallel \alpha$, $\angle ABC = 90^\circ$, $BB_1 \perp \alpha$, $AA_1 \perp \alpha$, $A_1 \in \alpha$, $C \in \alpha$, $B_1 \in \alpha$. $CA_1 = 6$ см, $CB_1 = 8$ см. Найдите A_1B_1 , если $AA_1 = BB_1 = 2$ см.



10 класс**С–13, В–3**

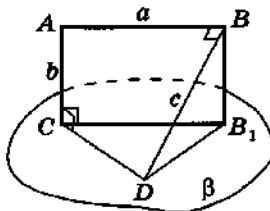
1. Через основание равнобедренного треугольника ABC проведена плоскость. Ортогональная проекция треугольника ABC на эту плоскость — равносторонний треугольник ABC_1 . Найдите расстояние от вершины C до этой плоскости, если $AB = 10$ см, $BC = AC = 13$ см.

2. На рисунке $\angle MCP = 90^\circ$, $MC = PC$, $MP \parallel \gamma$, $MM_1 \perp \gamma$, $PP_1 \perp \gamma$, $C \in \gamma$, $M_1 \in \gamma$, $P_1 \in \gamma$, $MM_1 = PP_1 = 3$ см, $M_1C = 4$ см. Найдите M_1P_1 .

**10 класс****С–13, В–4**

1. Диагонали ромба равны 1 дм и 3 дм. Через одну из диагоналей ромба проведена плоскость α . Ортогональная проекция ромба на эту плоскость — квадрат. Найдите расстояние от вершины острого угла ромба до плоскости α .

2. Из концов отрезка AB , параллельного плоскости β , проведены к этой плоскости перпендикуляр AC и наклонная BD , причём $C \in \beta$, $D \in \beta$, $BD \perp AB$. Найдите длину отрезка CD , если $AB = a$, $AC = b$, $BD = c$.

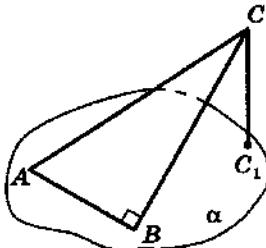


Двугранный угол

10 класс

С–14, В–1

1. Через сторону AB прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B проведена плоскость, находящаяся на расстоянии 4 см от точки C , как показано на рисунке. Найдите угол, который образует эта плоскость с плоскостью треугольника ABC , если $BC = 8$ см.



2. Дан двугранный угол. Из точки M , лежащей на одной из граней этого угла на расстоянии a от его ребра, проведён перпендикуляр к плоскости этой грани, пересекающий другую грань в точке K . Выразите длину перпендикуляра MK через a и величину α двугранного угла.

10 класс

С–14, В–2

1. Катеты прямоугольного треугольника равны 10 см и 24 см. Найдите расстояние от вершины прямого угла до плоскости, которая проходит через гипотенузу и образует угол в 30° с плоскостью треугольника.

2. Из точки K , взятой внутри двугранного угла, проведён перпендикуляр к его ребру, который образует с гранями двугранного угла углы в 30° и 60° . Найдите расстояние от точки K до граней двугранного угла, если точка K находится на расстоянии 5 см от его ребра.

10 класс

С–14, В–3

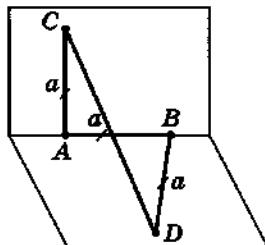
1. Дан треугольник ABC , в котором $\angle A = 90^\circ$, $AB = 9$ см. Через сторону AC проведена плоскость α , образующая с плоскостью треугольника ABC угол в 30° . Найдите расстояние от вершины B до плоскости α .

2. Точка A , взятая внутри двугранного угла, равного 60° , удалена от каждой из граней на расстояние a . Найдите расстояние от точки A до ребра двугранного угла.

10 класс**С—14, В—4**

1. Все рёбра тетраэдра $ABCD$ равны. Через сторону AB проведена плоскость, перпендикулярная ребру CD . Найдите величину двугранного угла, образованного этой плоскостью с плоскостью грани ABC .

2. На рисунке A и B — точки ребра двугранного угла, равного 120° , AC и BD — отрезки прямых, перпендикулярных ребру двугранного угла, проведённые в разных гранях. Найдите расстояние CD , если $AB = AC = BD = a$.

**10 класс****С—15, В—1**

Рёбра тетраэдра $ABCD$ равны. Постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра AB и перпендикулярной к этому ребру. Определите вид треугольника, полученного в сечении.

10 класс**С—15, В—2**

Рёбра тетраэдра $KCDM$ равны. Постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра DM и перпендикулярной ребру CM . Определите вид треугольника, полученного в сечении.

10 класс**С—15, В—3**

Рёбра тетраэдра $MNPQ$ равны. Постройте сечение этого тетраэдра плоскостью, проходящей через середину ребра MP и перпендикулярной ребру MQ . Определите вид треугольника, полученного в сечении.

10 класс**С—15, В—4**

Через середину M ребра AB куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ проведите сечение этого куба плоскостью, перпендикулярной прямой AC . Определите вид многоугольника, полученного в сечении.

Призма. Параллелепипед

10 класс

С—16, В—1

1. Существует ли призма, у которой одно боковое ребро перпендикулярно к плоскости основания? Ответ объясните.
 2. Основанием прямой призмы является ромб. Диагонали призмы 8 см и 5 см, высота равна 2 см. Найдите длину основания призмы.
 3. Расстояние между боковыми рёбрами наклонной треугольной призмы 2 см, 3 см и 4 см. Боковая поверхность призмы 45 см^2 . Найдите боковое ребро.
-

10 класс

С—16, В—2

1. Существует ли призма, у которой только одна грань перпендикулярна к плоскости основания?
 2. Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна a . Диагональ призмы составляет с плоскостью боковой грани угол в 30° . Найдите высоту призмы и угол, который составляет диагональ призмы с плоскостью основания.
 3. В прямой треугольной призме стороны основания равны 3 см, 4 см и 5 см, а полная поверхность равна 84 см^2 . Найдите площадь боковой поверхности призмы и её высоту.
-

10 класс

С—16, В—3

1. Призма имеет n граней. Какой многоугольник лежит в её основании?
2. Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с гипотенузой a и острым углом α . Через катет основания, прилежащий к углу α , проведена плоскость, составляющая с плоскостью основания угол ϕ и пересекающая боковое ребро. Найдите площадь сечения.
3. Найдите площадь полной поверхности правильной четырёхугольной призмы, если её диагональ равна 5 см, а диагональ боковой грани равна 4 см.

10 класс**С—16, В—4**

1. Существует ли призма, имеющая 14 рёбер?
 2. Боковое ребро наклонной призмы составляет с плоскостью основания угол в 30° , а высота призмы равна 15 см. Найдите боковое ребро призмы.
 3. Основанием прямой призмы является ромб. Диагонали призмы равны 32 см и 34 см, высота равна 4 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
-

10 класс**С—17, В—1**

1. Точка M лежит на ребре AA_1 прямой призмы $ABC A_1 B_1 C_1$, а точка N лежит на грани CC_1B_1B . Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью нижнего основания призмы.
 2. Постройте сечение прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через точки B , C и D_1 , если рёбра AD и BC не параллельны.
 3. Площадь диагонального сечения правильной четырёхугольной призмы равна $10\sqrt{2}$ см², её высота — 2 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
-

10 класс**С—17, В—2**

1. Основанием прямой призмы является равнобедренная трапеция с боковой стороной 13 см и основаниями 11 см и 21 см. Площадь её диагонального сечения 180 см². Найдите площадь боковой поверхности призмы.
2. Точка M лежит на ребре AA_1 прямой призмы $ABC A_1 B_1 C_1$, а точка N — на грани CC_1B_1B . Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью верхнего основания призмы.
3. Постройте сечение прямой четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ плоскостью, проходящей через вершины A , B и точку K , которая лежит на ребре DD_1 .

10 класс**С—17, В—3**

1. Каждое ребро наклонной треугольной призмы равно a , одно из боковых рёбер составляет со смежными сторонами основания углы в 30° . Найдите площадь боковой поверхности призмы.

2. В прямой призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M лежит на ребре AA_1 , а точка N — на ребре D_1C_1 . Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью нижнего основания призмы.

3. Постройте сечение прямой треугольной призмы $ABC A_1B_1C_1$ плоскостью, которая проходит через вершину C и точки M и N , лежащие соответственно на рёбрах AA_1 и A_1B_1 .

10 класс**С—17, В—4**

1. В прямой призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка M лежит на ребре AA_1 , а точка N — на ребре B_1C_1 . Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью нижнего основания призмы.

2. Постройте сечение прямой треугольной призмы $ABC A_1B_1C_1$ плоскостью, проходящей через вершину A и точки M и N , которые лежат соответственно на рёбрах BB_1 и C_1B_1 .

3. Основанием прямой призмы является квадрат. Диагональ призмы равна 10 см, а её высота равна 6 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

10 класс**С—18, В—1**

1. В прямоугольном параллелепипеде высота равна 8 дм, а стороны основания равны 7 дм и 24 дм. Найдите площадь диагонального сечения параллелепипеда.

2. Диагональ прямоугольного параллелепипеда больше его измерений соответственно на 1 см, 2 см и 3 см. Найдите диагональ параллелепипеда.

3. В прямом параллелепипеде стороны основания равны a и b , острый угол между ними равен 60° . Большая диагональ основания равна меньшей диагонали параллелепипеда. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

10 класс**С—18, В—2**

1. Диагональ прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат, равна 8 см, а диагональ боковой грани равна 7 см. Найдите высоту параллелепипеда.

2. В прямоугольном параллелепипеде диагонали граней равны 11, 19 и 20 см. Найдите диагональ параллелепипеда.

3. Основание прямого параллелепипеда — параллелограмм со сторонами 3 см и 5 см, угол между ними составляет 60° . Площадь большего диагонального сечения равна 63 см^2 . Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

10 класс**С—18, В—3**

1. Основанием параллелепипеда является квадрат. Одна из вершин его верхнего основания одинаково удалена от всех вершин нижнего основания. Найдите высоту параллелепипеда, если диагональ основания равна 8 см, а боковое ребро равно 5 см.

2. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 3 см, а его измерения относятся как 1 : 2 : 2. Найдите рёбра параллелепипеда.

3. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 13 см, а диагонали его боковых граней равны $4\sqrt{10}$ см и $3\sqrt{17}$ см. Найдите площадь боковой поверхности параллелепипеда.

10 класс**С—18, В—4**

1. Боковое ребро прямого параллелепипеда равно 5 см, стороны основания равны 6 см и 8 см, а одна из диагоналей основания равна 12 см. Найдите диагонали параллелепипеда.

2. При каком соотношении между измерениями a , b и c прямоугольного параллелепипеда его диагональное сечение будет квадратом?

3. Боковая поверхность прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат, равна 32 см^2 , а полная поверхность составляет 40 см^2 . Найдите высоту параллелепипеда.

Пирамида. Усечённая пирамида

10 класс

С—19, В—1

1. Вершина пирамиды равноудалена от всех сторон основания. Найдите положение проекции вершины пирамиды на плоскости основания, если в основании лежит ромб. Сделайте рисунок.

2. Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна 7 см, а сторона основания равна 8 см. Найдите боковое ребро пирамиды.

3. Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник с гипотенузой 26 см и катетом 24 см. Ребро, проходящее через их общую вершину, является высотой пирамиды и равно 18 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

10 класс

С—19, В—2

1. Перечислите свойства пирамиды, в основании которой лежит прямоугольный треугольник, а высота проектируется на середину гипотенузы.

2. В пирамиде сечение, параллельное основанию, делит высоту в отношении $3 : 4$ (от вершины), а площадь сечения меньше площади основания на 200 см^2 . Найдите площадь основания.

3. Сторона основания правильной четырёхугольной пирамиды равна 2 дм, а двугранные углы при боковых рёбрах равны по 120° . Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

10 класс

С—19, В—3

1. Каждое боковое ребро пирамиды, в основании которой лежит ромб, составляет со смежными сторонами равные углы. Определите положение проекции вершины пирамиды на плоскость основания и сделайте рисунок этой пирамиды.

2. Найдите апофему правильной треугольной пирамиды, если высота пирамиды и высота основания равны 9 см.

3. Основание пирамиды — параллелограмм со сторонами 20 см и 36 см и площадью 360 см^2 . Высота пирамиды проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 12 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

10 класс**С—19, В—4**

1. Перечислите свойства пирамиды, основанием которой является квадрат, а вершина проектируется в точку пересечения диагоналей квадрата.

2. Основание пирамиды — параллелограмм со сторонами 3 см и 7 см, одна из его диагоналей равна 6 см. Найдите боковые рёбра пирамиды, если её высота проходит через точку пересечения диагоналей основания и равна 4 см.

3. В основании пирамиды лежит треугольник со сторонами 13 см, 14 см и 15 см. Боковое ребро, противолежащее стороне, равной 14 см, перпендикулярно к плоскости основания и равно 16 см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.

10 класс**С—20, В—1**

1. Высота правильной четырёхугольной усечённой пирамиды равна 7 см. Стороны основания равны 10 см и 2 см. Найдите боковое ребро пирамиды.

2. В правильной треугольной усечённой пирамиде двугранный угол при основании равен 60° , сторона этого основания равна a и площадь полной поверхности усечённой пирамиды равна S . Найдите сторону другого основания.

10 класс**С—20, В—2**

1. В правильной четырёхугольной усечённой пирамиде высота равна 2 см, а стороны оснований равны 3 см и 5 см. Найдите диагональ этой усечённой пирамиды.

2. Стороны оснований правильной треугольной усечённой пирамиды равны 7 дм и 1 дм. Найдите площадь боковой поверхности, если боковое ребро усечённой пирамиды равно 5 дм.

10 класс

С—20, В—3

1. Стороны основания правильной треугольной усечённой пирамиды равны 2 см и 6 см. Боковая грань образует с большим основанием угол в 60° . Найдите высоту пирамиды.
 2. В правильной четырёхугольной усечённой пирамиде апофема равна 12 см, боковое ребро равно 13 см и площадь боковой поверхности равна 720 см^2 . Найдите стороны оснований.
-

10 класс

С—20, В—4

1. В правильной четырёхугольной усечённой пирамиде сторона большего основания равна a , сторона меньшего — b . Боковое ребро образует с основанием угол в 45° . Найдите боковое ребро усечённой пирамиды.
2. Стороны оснований правильной шестиугольной усечённой пирамиды равны 4 см и 2 см, высота равна 1 см. Найдите площадь боковой поверхности усечённой пирамиды.

Ответы

Работа	Вариант	Ответ
C—4	B—1	1. Могут быть параллельными, пересекаться, скрещиваться.
	B—2	1. Могут быть параллельными, пересекаться, скрещиваться.
	B—3	1. Параллельны или пересекаются.
	B—4	1. Скрещиваются.
C—6	B—1	1. AD и BC , AC и DB , CD и AB . 2. Скрещиваются.
	B—2	1. AE и DB , AE и CD скрещиваются; AE и AD , AE и AC , AE и AC , AE и AB пересекаются. 2. Скрещиваются.
	B—3	1. B_1C_1 , C_1D_1 , CB , CD . 2. Скрещиваются.
	B—4	1. AA_1 , BB_1 , A_1D_1 , B_1C_1 . 2. Если $K \neq A$, то B_1D и KC_1 скрещиваются.
C—7	B—1	2. 6 дм.
	B—2	2. 120 см.
	B—3	2. 36 см.
	B—4	2. 6 см.
C—8	B—1	2. 10 см и 15 см.
	B—2	2. 10,5 см.
	B—3	2. 3 см.
	B—4	2. 1,5 м.

Продолжение

Работа	Вариант	Ответ
C—10	B—1	1. $10\sqrt{2}$ см.
	B—2	1. $9\sqrt{6}$ см.
	B—3	1. $3a$.
	B—4	1. $\frac{4}{3}a\sqrt{3}$ или $\frac{2}{3}a\sqrt{3}$. 2. 60° .
C—11	B—1	1. k .
	B—2	1. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
	B—3	1. $\frac{b\sqrt{2}}{2}$.
	B—4	1. $\frac{a}{2}$.
C—12	B—1	1. $\sqrt{40}$ см. 2. Прямоугольный треугольник, $\angle SBD = 90^\circ$.
	B—2	1. 4 см. 2. Прямоугольный треугольник, $\angle SBD = 90^\circ$.
	B—3	1. 9 см. 2. Прямоугольный треугольник, $\angle KBC = 90^\circ$.
	B—4	1. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ см и $10\sqrt{2}$ см. 2. Прямоугольный равнобедренный треугольник, $SA = AD$, $\angle SAD = 90^\circ$.

Продолжение

Работа	Вариант	Ответ
C—13	B—1	1. Прямоугольник; $\sqrt{84}$ см. 2. 10 см.
	B—2	1. $4\sqrt{3}$ см. 2. $\sqrt{108}$ см.
	B—3	1. $\sqrt{69}$ см. 2. $5\sqrt{2}$ см.
	B—4	1. $\sqrt{2}$ см. 2. $\sqrt{a^2 - b^2 + c^2}$.
C—14	B—1	1. 30° . 2. $a \operatorname{tg} \alpha$.
	B—2	1. $\approx 4,62$ см. 2. 2,5 см и $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ см.
	B—3	1. 4,5 см. 2. $2a$.
	B—4	1. $35^\circ 15'$, $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 2. $2a$.

Продолжение

Работа	Вариант	Ответ
C—16	B—1	2. 4,5 см. 3. 5 см.
	B—2	2. $a\sqrt{2}$; 45° . 3. 72 см^2 ; 6 см.
	B—3	1. $(n - 2)$ -угольник. 2. $\frac{a^2 \sin 2\alpha}{4 \cos \varphi}$. 3. $18 + 12\sqrt{7}$ см ² .
	B—4	1. Нет, n кратно 3. 2. 30 м. 3. $16\sqrt{537}$ см ² .
C—17	B—1	3. 90 см^2 .
	B—2	1. 522 см^2 .
	B—3	1. $2a^2$.
	B—4	3. $96\sqrt{2}$ см ² .
C—18	B—1	1. 200 дм^2 . 3. $2(a + b) \cdot \sqrt{2ab}$.
	B—2	1. $\sqrt{34}$ см. 2. 21 см. 3. 144 см^2 .
	B—3	1. 3 см. 2. 1 см, 2 см, 2 см. 3. 168 см^2 .
	B—4	1. 13 см, 9 см. 2. $c^2 = a^2 + b^2$ или $a^2 = b^2 + c^2$ либо $b^2 = a^2 + c^2$. 3. 4 см.

Продолжение

Работа	Вариант	Ответ
С–19	B–1	2. 9 см. 3. 600 см^2 .
	B–2	2. 245 см^2 . 3. $(4 + 4\sqrt{2}) \text{ дм}^2$.
	B–3	2. $3\sqrt{10}$ см. 3. 768 см^2 .
	B–4	2. 5 см и 6 см. 3. 448 см^2 .
С–20	B–1	1. 9 см. 2. $\sqrt{3a^2 - \frac{4S}{\sqrt{3}}}$.
	B–2	1. 6 см. 2. 48 дм^2 .
	B–3	1. 2 см. 2. 20 см и 10 см.
	B–4	1. $a - b$. 2. 36 см^2 .

Распределение самостоятельных и контрольных работ по пунктам учебника

Номер работы	Содержание материала	Пункты учебника
С—1 — С—3 К—1, К—2	Аксиомы стереометрии	1 — 3
С—4 — С—9 К—1, К—2	Параллельность прямых и плоскостей	4 — 14
С—10 — С—13 К—3	Перпендикулярность прямых и плоскостей	15 — 21
С—14, С—15 К—4	Двугранный угол	22 — 24
С—16 — С—18 К—5	Призма. Параллелепипед	27 — 30
С—19, С—20 К—5	Пирамида. Усечённая пирамида	32 — 34

Содержание

Аксиомы стереометрии	3
Параллельность прямых и плоскостей	13
Перпендикулярность прямых и плоскостей	29
Двугранный угол	41
Призма. Параллелепипед	45
Пирамида. Усечённая пирамида	53
Ответы	59
Распределение самостоятельных и контрольных работ по пунктам учебника	64