

Завдання 2 (обчислення ймовірності трьома способами із дослідженням швидкості збіжності)

Точні значення ймовірності, отримані за допомогою обчислення інтегралу

$$Q^{(m)} = P(\eta > \xi_1 + \dots + \xi_m) = \int_0^\infty \frac{1}{1+u} \frac{u^{m-1}}{(m-1)!} e^{-u} du$$

1. $Q^{(1)} \approx 0.596347362$
2. $Q^{(10)} \approx 0.0989291326$
3. $Q^{(100)} \approx 0.009998990209$
4. $Q^{(1000)} \approx 0.000999998999$
5. $Q^{(10000)} \approx 0.0000999999989$

Оцінювання з використанням трьох запропонованих методів

Для оцінювання візьмемо такі параметри:

1. Другий параметр розподілу Ерланга (кількість експоненційних випадкових величин ξ_i):
 $m \in \{1, 10, 100, 1000, 10000\}$
2. Рівень довіри 0.99 (ступінь значущості - 0.01)
3. Відносна похибка $\varepsilon = 0.01$

```
M = [1, 10, 100, 1000, 10000];  
gamma = 0.01;  
epsilon = 0.01;  
z = norminv(1 - gamma/2)
```

```
z = 2.5758
```

```
for m=M  
    fprintf("Кількість ступенів свободи m = %g", m);  
  
    % Метод 1 (Монте-Карло)  
  
    % Для стабілізації дисперсії необхідна початкова кількість реалізацій  
    % приблизно порядку m  
    n0 = 50 + fix(m/2);  
    fprintf("\tМетод 1 (Монте-Карло)");  
    [prob_est, n, variance, conf] = method_1_MC(m, z, epsilon, n0, gamma);  
    fprintf("\t\tОцінка ймовірності: %g", prob_est);  
    fprintf("\t\tВибіркова дисперсія: %g", variance);  
    fprintf("\t\tДовірчий інтервал (%g): [%g, %g]", 1-gamma, conf(1), conf(2));  
    fprintf("\t\tПочатковий розмір вибірки: %g", n0);  
    fprintf("\t\tКінцевий розмір вибірки: %g", n);  
  
    % Метод 2
```

```

n0 = 5;
fprintf("\tМетод 2");
[prob_est, n, variance, conf] = method_2(m, z, epsilon, n0, gamma);
fprintf("\t\tОцінка ймовірності: %g", prob_est);
fprintf("\t\tВибіркова дисперсія: %g", variance);
fprintf("\t\tДовірчий інтервал (%g): [%g, %g]", 1-gamma, conf(1), conf(2));
fprintf("\t\tПочатковий розмір вибірки: %g", n0);
fprintf("\t\tКінцевий розмір вибірки: %g", n);

```

% Метод 4

```

n0 = 10;
fprintf("\tМетод 4");
[prob_est, n, variance, conf] = method_4(m, z, epsilon, n0, gamma);
fprintf("\t\tОцінка ймовірності: %g", prob_est);
fprintf("\t\tВибіркова дисперсія: %g", variance);
fprintf("\t\tДовірчий інтервал (%g): [%g, %g]", 1-gamma, conf(1), conf(2));
fprintf("\t\tПочатковий розмір вибірки: %g", n0);
fprintf("\t\tКінцевий розмір вибірки: %g", n);

```

end

Кількість ступенів свободи $m = 1$

Метод 1 (Монте-Карло)

Оцінка ймовірності: 0.631313
Вибіркова дисперсія: 0.233938
Довірчий інтервал (0.99): [0.630882, 0.631744]
Початковий розмір вибірки: 50
Кінцевий розмір вибірки: 198

Метод 2

Оцінка ймовірності: 0.615381
Вибіркова дисперсія: 0.0532649
Довірчий інтервал (0.99): [0.615087, 0.615674]
Початковий розмір вибірки: 5
Кінцевий розмір вибірки: 97

Метод 4

Оцінка ймовірності: NaN
Вибіркова дисперсія: NaN
Довірчий інтервал (0.99): [NaN, NaN]
Початковий розмір вибірки: 10
Кінцевий розмір вибірки: 10

Кількість ступенів свободи $m = 10$

Метод 1 (Монте-Карло)

Оцінка ймовірності: 0.100775
Вибіркова дисперсія: 0.0907368
Довірчий інтервал (0.99): [0.100639, 0.100911]
Початковий розмір вибірки: 55
Кінцевий розмір вибірки: 774

Метод 2

Оцінка ймовірності: 0.0999447
Вибіркова дисперсія: 0.00136872
Довірчий інтервал (0.99): [0.0998973, 0.099992]
Початковий розмір вибірки: 5
Кінцевий розмір вибірки: 96

Метод 4

Оцінка ймовірності: 0.101218
Вибіркова дисперсія: 3.59191e-06
Довірчий інтервал (0.99): [0.101211, 0.101226]
Початковий розмір вибірки: 10
Кінцевий розмір вибірки: 10

Кількість ступенів свободи $m = 100$

Метод 1 (Монте-Карло)

- Оцінка ймовірності: 0.0166751
- Вибіркова дисперсія: 0.0164053
- Довірчий інтервал (0.99): [0.016639, 0.0167112]
- Початковий розмір вибірки: 100
- Кінцевий розмір вибірки: 1979

Метод 2

- Оцінка ймовірності: 0.0100258
- Вибіркова дисперсія: 1.01868e-06
- Довірчий інтервал (0.99): [0.0100233, 0.0100283]
- Початковий розмір вибірки: 5
- Кінцевий розмір вибірки: 26

Метод 4

- Оцінка ймовірності: 0.0100082
- Вибіркова дисперсія: 4.87686e-11
- Довірчий інтервал (0.99): [0.0100081, 0.0100082]
- Початковий розмір вибірки: 10
- Кінцевий розмір вибірки: 10

Кількість ступенів свободи $m = 1000$

Метод 1 (Монте-Карло)

- Оцінка ймовірності: 0.000965367
- Вибіркова дисперсія: 0.000964552
- Довірчий інтервал (0.99): [0.000961091, 0.000969643]
- Початковий розмір вибірки: 550
- Кінцевий розмір вибірки: 8287

Метод 2

- Оцінка ймовірності: 0.000991493
- Вибіркова дисперсія: 3.23165e-10
- Довірчий інтервал (0.99): [0.000991392, 0.000991594]
- Початковий розмір вибірки: 5
- Кінцевий розмір вибірки: 5

Метод 4

- Оцінка ймовірності: 0.000999967
- Вибіркова дисперсія: 2.72111e-15
- Довірчий інтервал (0.99): [0.000999967, 0.000999968]
- Початковий розмір вибірки: 10
- Кінцевий розмір вибірки: 10

Кількість ступенів свободи $m = 10000$

Метод 1 (Монте-Карло)

- Оцінка ймовірності: 0.000241182
- Вибіркова дисперсія: 0.000241138
- Довірчий інтервал (0.99): [0.000239671, 0.000242693]
- Початковий розмір вибірки: 5050
- Кінцевий розмір вибірки: 16585

Метод 2

- Оцінка ймовірності: 0.000100451
- Вибіркова дисперсія: 1.43296e-12
- Довірчий інтервал (0.99): [0.000100445, 0.000100458]
- Початковий розмір вибірки: 5
- Кінцевий розмір вибірки: 5

Метод 4

- Оцінка ймовірності: 0.0001
- Вибіркова дисперсія: 5.71726e-21
- Довірчий інтервал (0.99): [0.0001, 0.0001]
- Початковий розмір вибірки: 10
- Кінцевий розмір вибірки: 10

