Lista 1 sprawozdanie

Matylda Mordal

Zadanie 1

```
void insertionSort(int A[], int n) {
    for (int j = 1; j < n; j++) {
        int key = A[j];
        int i = j - 1;
        while (i >= 0 && A[i] > key) {
            A[i + 1] = A[i];
            i--;
        }
        A[i + 1] = key;
    }
}
```

Funkcja rozpoczyna się od pętli for, która przechodzi po elementach tablicy. Zmienna *key* przechowuje aktualnie rozpatrywany element tablicy A[j], który będzie wstawiony we właściwe miejsce w posortowanej części tablicy. Następnie zmienna i wskazuje na ostatni element posortowanej części tablicy, czyli element o indeksie j-1. Pętla while sprawdza dwa warunki:

- Czy i jest większy lub równy 0
- Czy element A[i] w posortowanej części tablicy jest większy od wartości *key*

Jeśli oba warunki są spełnione to musimy przesunąć element A[i] o jedno miejsce w prawo. Później porównujemy *key* z wcześniejszymi elementami tablicy. Kiedy warunki pętli *while* przestaną być spełnione wstawiamy element *key* na pozycję $i + 1$

```
void INSERTIONSORT2(int A[], int n){
    for (int i=1; i < n - 1; i += 2){
        int a1 = A[i];
        int a2 = A[i + 1];
        if (a1 > a2) {
            swap(a1, a2);
        }
```

Ta pętla przechodzi po tablicy przeskakując co dwa elementy. Później porównywane są dwa składniki tabeli, jeśli $a1$ jest większy niż $a2$, to ich wartości są zamieniane miejscami.

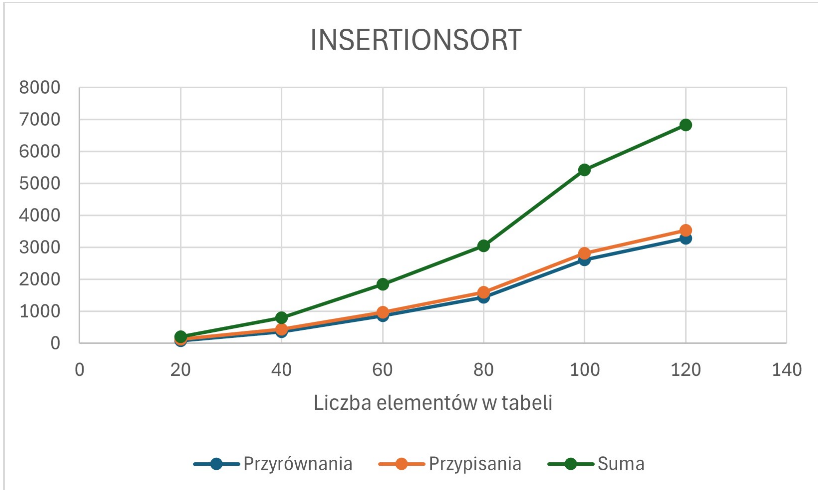
```
while (j >= 0 && A[j] > a1){
    A[j + 1] = A[j];
    j--;
}
A[j + 1] = a1;
```

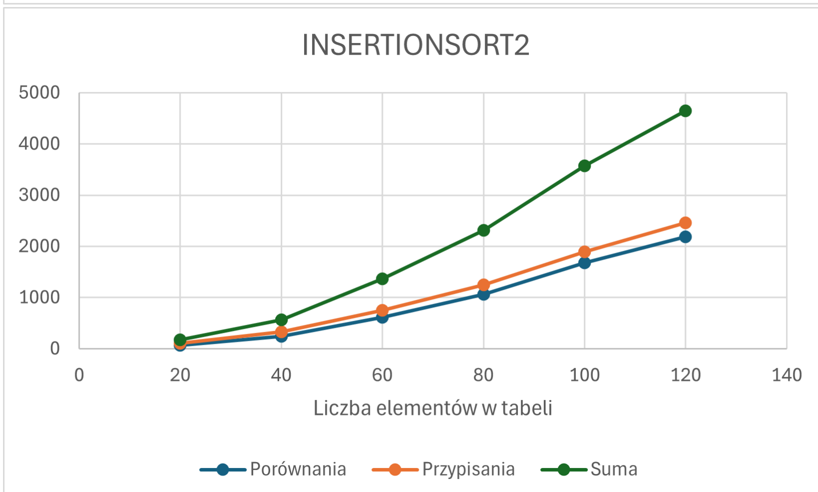
```
while (j >= 0 && A[j] > a2){
    A[j + 1] = A[j];
    j--;
}
A[j + 1] = a2;
```

Następnie mamy dwie pętle *while*. Pierwsza pętla while przesuwa elementy większe niż $a1$ w prawo, robiąc miejsce na wstawienie $a1$ w odpowiednie miejsce. Podobnie działa druga pętla.

```
if (n % 2 == 0) {
    int ostatni = A[n - 1];
    int j = n - 2;
    while (j >= 0 && A[j] > ostatni) {
        A[j + 1] = A[j];
        j--;
    }
    A[j + 1] = ostatni;
}
```

Ta część kodu zapewnia nam, że funkcja będzie działać dla parzystej i nieparzystej ilości elementów w tablicy. Obsługuje przypadek, gdzie trzeba ręcznie wstawić ostatni element A[n-1] w odpowiednie miejsce w posortowanej części tablicy.





Oba algorytmy są odmianami algorytmu sortowania przez wstawianie, które ma złożoność czasową $O(n^2)$ INSERTIONSORT wykonuje operacje na każdym elemencie po kolei, natomiast INSERTIONSORT2 optymalizuje sortowanie, operując na dwóch elementach naraz. Na obu wykresach widzimy, że liczba porównań i przypisań rośnie wykładniczo w stosunku do liczby elementów w tabeli. Oznacza to, że przy większych rozmiarach tablic oba algorytmy stają się coraz bardziej kosztowne obliczeniowo. Widać, że INSERTIONSORT2 ma lekko mniejszą liczbę porównań i przypisań niż INSERTIONSORT.

Zadanie 2

```
void MERGE(int A[], int p, int q, int r) {
    int n1 = q - p + 1;
    int n2 = r - q;

    int L[n1 + 1];
    int R[n2 + 1];

    for (int i = 0; i < n1; i++)
    L[i] = A[p + i];
    for (int j = 0; j < n2; j++)
    R[j] = A[q + 1 + j];
```

Tworzone są dwie nowe tablice: L[] i R[], które przechowują elementy z dwóch podtablic z tablicy A[]. Do tablicy L[] kopiowane są elementy z zakresu od A[p] do A[q], a do tablicy R[] elementy z zakresu od A[q+1] do A[r].

```
for (int k = p; k <= r; k++) {
    if (L[i] <= R[j]) {
        A[k] = L[i];
        i++;
    } else {
        A[k] = R[j];
        j++;
    }
```

Następnie elementy z L[] i R[] są porównywane i z powrotem umieszczane w tablicy A[] w taki sposób, że wynikowa tablica pozostaje posortowana.

```
void MERGESORT(int A[], int p, int r) {
    if (p < r) {
        int q = (p + r) / 2;
        MERGESORT(A, p, q);
        MERGESORT(A, q + 1, r);
        MERGE(A, p, q, r);
    }
}
```

Funkcja sprawdza, czy przedział ma więcej niż jeden element. Jeśli tak, to dzieli tablicę na dwie mniejsze podtablice. Następnie wywołuje rekurencyjnie MERGESORT dla lewej i prawej części tablicy. Po posortowaniu obu części, wywoływana jest funkcja MERGE, która scala te części w jedną posortowaną podtablicę.

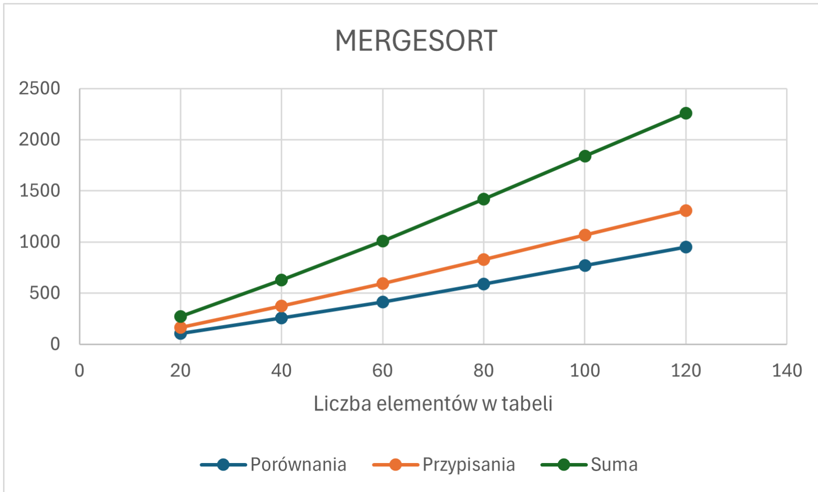
```
void MERGE2(int A[], int p, int q1, int q2, int r) {
    int n1 = q1 - p + 1;
    int n2 = q2 - q1;
    int n3 = r - q2;
```

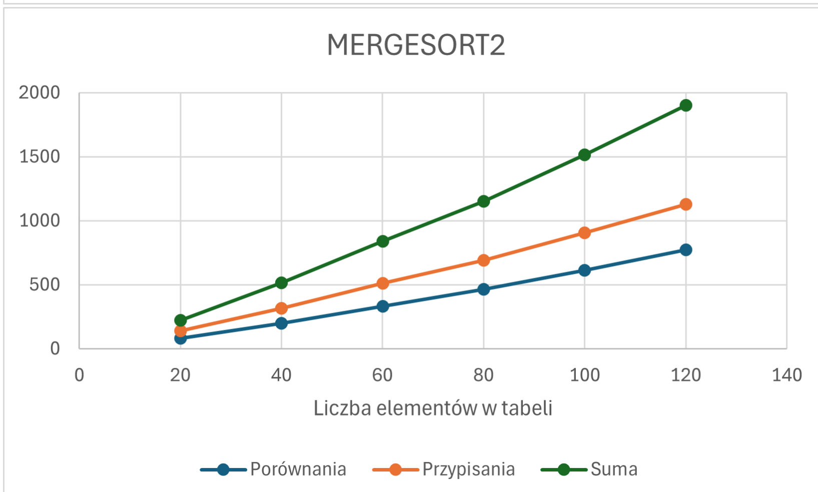
```
int L[n1 + 1], M[n2 + 1], R[n3 + 1];

for (int i = 0; i < n1; i++)
L[i] = A[p + i];

for (int j = 0; j < n2; j++)
M[j] = A[q1 + 1 + j];

for (int k = 0; k < n3; k++)
R[k] = A[q2 + 1 + k];
```

Zamiast dwóch podtablic, w funkcji MERGE2 mamy trzy podtablice. Podobnie jak w poprzednim przykładzie, wartości z tych podtablic są porównywane, a następnie scala się je w jedną posortowaną tablicę.

```
void MERGESORT2(int A[], int p, int r) {
    if (p < r) {
        porownania++;
        int q1 = p + (r - p) / 3;
        int q2 = p + 2 * (r - p) / 3;

        MERGESORT2(A, p, q1);
        MERGESORT2(A, q1 + 1, q2);
        MERGESORT(A, q2 + 1, r);

        MERGE2(A, p, q1, q2, r);
    }
}
```

Zamiast dzielić tablicę na dwie połowy, funkcja MERGESORT2 dzieli tablicę na trzy części. Rekurencyjnie wywoływane są trzy MERGESORT2 na trzech mniejszych podtablicach.





Klasyczny Merge Sort ma złożoność czasową $O(nlogn)$, przy czym stały współczynnik zależy od liczby porównań i przypisań. Liczba porównań i liczba przypisań rośnie liniowo w obu algorytmach, ale są one nieco niższe w MERGESORT2 niż MERGESORT.

Zadanie 3

```
void HEAPIFY(int A[], int i, int n) {
    int l = LEFT(i);
    int r = RIGHT(i);
    int najwiekszy = i;

    if (l < n && A[l] > A[i]) {
        najwiekszy = l;
    }

    if (r < n && A[r] > A[najwiekszy]) {
        najwiekszy = r;
    }

    if (najwiekszy != i) {
        swap(A[i], A[najwiekszy]);
        HEAPIFY(A, najwiekszy, n);
    }
}
```

Funkcja HEAPIFY dba o to, by węzeł i w kopcu był większy od swoich dzieci (LEFT(i) i RIGHT(i)). Jeśli któreś dziecko jest większe, zamienia je miejscami z i i wywołuje się ponownie dla tego dziecka, aż cała struktura będzie poprawna.

Następnie funkcja BUILD_HEAP tworzy kopiec maksymalny z nieposortowanej tablicy A[] o rozmiarze n.

```
void HEAPSORT(int A[], int n) {
    BUILD_HEAP(A, n);

    for (int i = n - 1; i >= 1; i--) {
        swap(A[0], A[i]);
        n--;
        HEAPIFY(A, 0, n);
    }
}
```

Najpierw funkcja buduje kopiec maksymalny (BUILD_HEAP), a następnie iteracyjnie zamienia największy element z ostatnim elementem tablicy. Po każdej zamianie, zmniejsza rozmiar kopca (czyli n) i wywołuje HEAPIFY, aby przywrócić właściwość kopca dla pozostałych elementów.

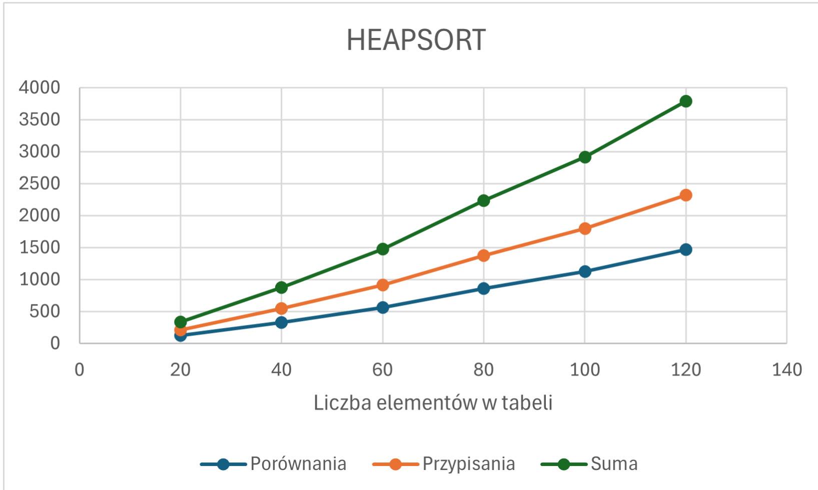
```
void HEAPIFY2(int A[], int i, int n) {
    int l = LEWY2(i);
    int s = SRODKOWY2(i);
    int p = PRAWY2(i);
    int najwiekszy = i;
```

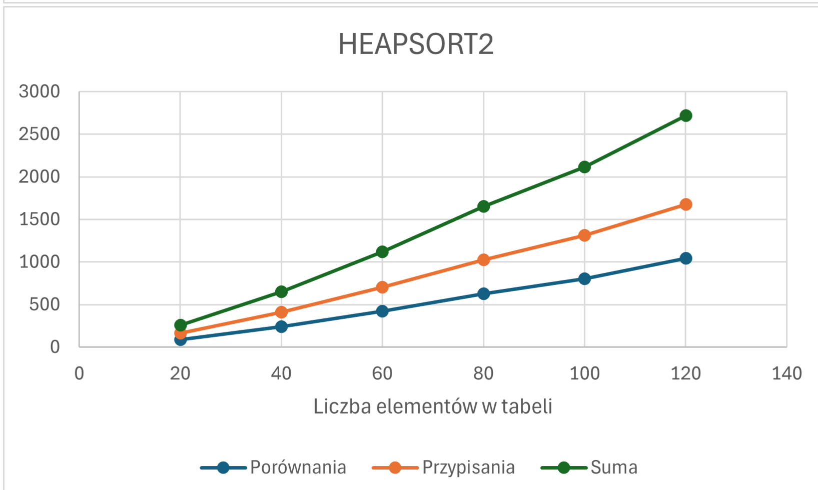
```
        if (l < n && A[l] > A[i]) {
            najwiekszy = l;
        }

        if (s < n && A[s] > A[najwiekszy]) {
            najwiekszy = s;
        }

        if (p < n && A[p] > A[najwiekszy]) {
            najwiekszy = p;
        }

        if (najwiekszy != i) {
            swap(A[i], A[najwiekszy]);
            HEAPIFY2(A, najwiekszy, n);
        }
    }
```

Zamiast porównywać węzeł z dwoma dziećmi, teraz porównuje z trzema dziećmi (lewe, środkowe i prawe). Działa na drzewie trójkowym, gdzie dla każdego węzła sprawdzane są trzy potencjalne potomki, i zamienia węzeł z największym, jeśli któryś z potomków ma większą wartość.

```
    void HEAPSORT2(int A[], int n) {
        BUILD_HEAP2(A, n);
        for (int i = n - 1; i >= 1; i--) {
            swap(A[0], A[i]);
            n--;
            HEAPIFY2(A, 0, n);
        }
    }
```

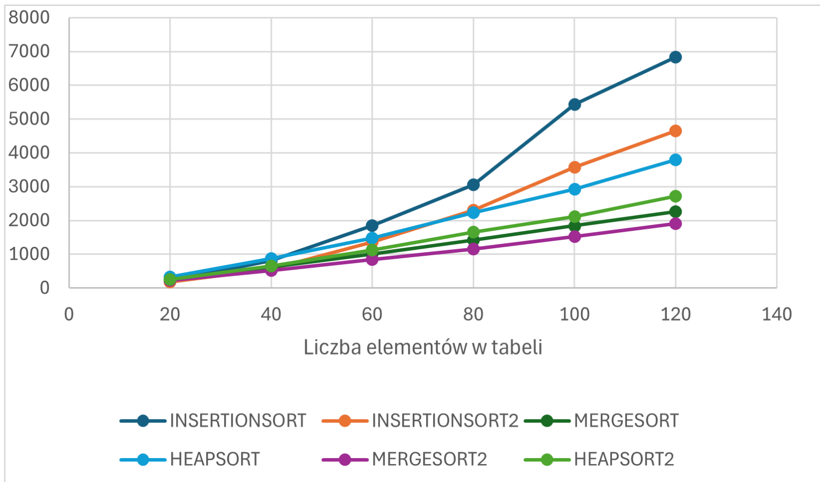
Funkcja HEAPSORT2 jest podobna do poprzedniej wersji, ale działa na drzewie trójkowym, więc wykorzystuje odpowiednie funkcje (HEAPIFY2 i BUILD_HEAP2).





Złożoność czasowa algorytmu wynosi $O(nlogn)$ i wpływa na nią liczba elementów do posortowania. Z wykresów widać że w obu funkcjach liczba przypisań i liczba porównań rośnie wraz z ilością elementów. Liczby te są nieco niższe dla HEAPSORT2.

Wszystkie funkcje



INSERTIONSORT2 jest bardziej zoptymalizowaną funkcją niż INSERTIONSORT. Te algorytmy działą dobrze dla małych zbiorów danych, ale jego wydajność szybko spada w przypadku większych. Algorytmy MERGESORT i MERGESORT2 różnią się, ale oba wykazują stosunkowo wolniejszy wzrost liczby operacji w porównaniu do INSERTIONSORT. MERGESORT2 wydaje się być nieco bardziej optymalny niż MERGESORT. Algorytmy sortowania takie jak MERGESORT i HEAPSORT lepiej sprawdzają się w przypadku dużych tablic, ponieważ ich wzrost liczby operacji jest znacznie wolniejszy niż w przypadku algorytmu INSERTIONSORT. A optymalizacje w implementacjach (jak w MERGESORT2 i HEAPSORT2) mogą prowadzić do zauważalnych różnic w liczbie operacji, zwłaszcza przy większych zbiorach danych.