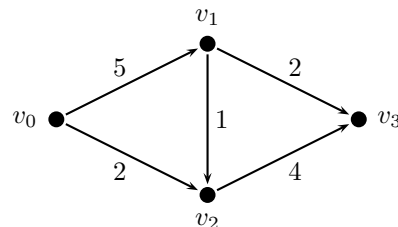


Optimierung für Studierende der Informatik

Wintersemester 2019/20 Blatt 4

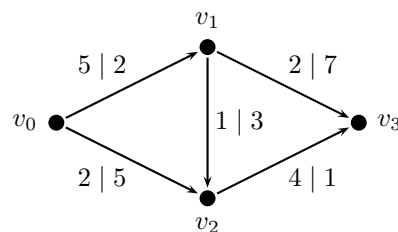
A: Präsenzaufgaben am 13./14. November 2017

1. Im Beispiel „Energieflussproblem“ in Abschnitt 6.2 wird erläutert, wie das Problem eines *Flusses maximaler Stärke* als LP-Problem formuliert werden kann. Beantworten Sie hierzu die folgenden Fragen:
 - a) Wie viele Variablen gibt es in diesem LP-Problem?
 - b) Wie lautet die Nebenbedingung, die zum Knoten v_6 gehört?
 - c) Wie viele Nebenbedingungen gibt es insgesamt? (Die Nichtnegativitätsbedingungen sollen nicht mitgezählt werden.)
 - d) Wie lautet die Zielfunktion?
2. Anstelle des Netzwerks aus 1. betrachten wir nun das folgende Flussnetzwerk (v_0 bezeichnet die *Quelle*, v_3 die *Senke* und die Zahlen an den Kanten geben die *Kapazitäten* an):



Formulieren Sie für dieses Netzwerk die Aufgabe, einen Fluss maximaler Stärke zu finden, als ein lineares Programmierungsproblem.

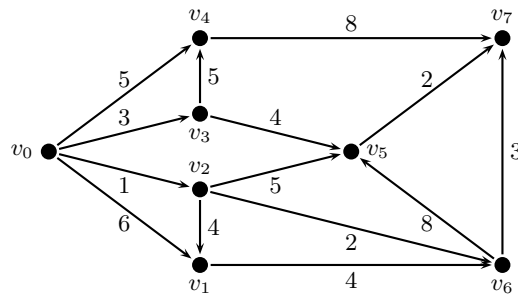
3. Für das Netzwerk aus 2. seien zusätzlich zu den Kapazitäten auch noch Kosten für jede Kante gegeben:



Gefragt ist nach einem *kostenminimalen Fluss* der Stärke 4. Formulieren Sie diese Aufgabenstellung als LP-Problem.

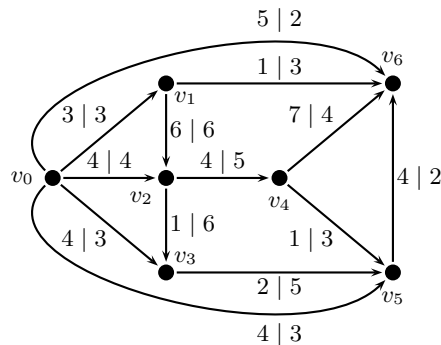
B: Hausaufgaben zum 20./21. November 2017

1. a) Im nachfolgenden Flussnetzwerk bezeichne v_0 die Quelle, v_7 die Senke und die Zahlen an den Kanten bezeichnen die Kapazitäten.



Formulieren Sie für dieses Netzwerk die Aufgabe, einen Fluss maximaler Stärke zu finden, als ein lineares Programmierungsproblem.

- b) Für das folgende Netzwerk mit Quelle v_0 und Senke v_6 seien neben den Kapazitäten auch noch Kosten gegeben; die linke Zahl bezeichne die Kapazität, die rechte die Kosten einer Kante:

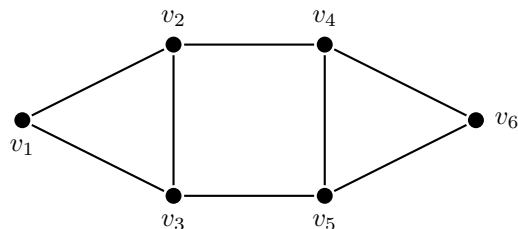


Gefragt ist nach einem kostenminimalen Fluss der Stärke 6. Formulieren Sie diese Aufgabenstellung als LP-Problem.

2. a) Ein Personalchef habe für 3 offene Stellen 5 Bewerber, wobei aufgrund eines Eignungstests bekannt sei, welche Einarbeitungszeit t_{ij} der Bewerber i für die Stelle j benötigt ($i = 1, \dots, 5$ und $j = 1, 2, 3$). Es sollen alle drei Stellen besetzt werden – zwei Bewerber gehen leer aus. Die Einstellung soll so erfolgen, dass die Summe der Einarbeitungszeiten minimal ist. Formulieren Sie diese Aufgabe als ein binäres LP-Problem und veranschaulichen Sie die Fragestellung mithilfe eines bipartiten Graphen.
- b) Es sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ und Kantenmenge $E = \{e_1, \dots, e_m\}$. Eine Teilmenge U der Knotenmenge heißt *unabhängig*, falls keine zwei Knoten von U durch eine Kante verbunden sind. Ein bekanntes, in der Informatik häufig betrachtetes Optimierungsproblem:

Finde in G eine unabhängige Menge U , die möglichst viele Knoten enthält. (\star)

Formulieren Sie das Problem (\star) für den unten abgebildeten Graphen G als ein binäres LP-Problem.



Hinweis: Für jeden Knoten v_i ist eine Variable x_i zu betrachten und für jede Kante ist eine Nebenbedingung zu formulieren.

- c) Formulieren Sie das binäre Problem aus b) in ein Ganzzahliges Lineares Programmierungsproblem (ILP-Problem) um. Wie lautet die LP-Relaxation dieses Problems?