Tarea 3: Aplicación del Método Montecarlo para obtención de Pi

Guerrero Hernández Mauricio
Rangel Campos Emmanuel
Alan Carriales Edgar
Quiñones Duran Carlos Enrique
Herrera Garza Fernando

12 de Septiembre de 2022

Resumen

Para esta actividad, se emplea el Método Montecarlo para obtener el valor de Pi, con ayuda de un código de programación implementado en Python. Además el reporte incluye una breve investigación, en dónde da a conocer qué es el método Montecarlo y el cómo se usa para el objetivo de esta actividad.

1. Introducción

El método de Montecarlo tiene un génesis moderno en el trabajo pionero de Stan Ulam y John Von Neumann. Luego de la segunda Guerra Mundial aplicaron distintos métodos de Montecarlo en simulaciones para el desarrollo de armas termonucleares. Desde entonces y por más de 50 años que se aplicaron estos desarrollos en la investigación y perfeccionamiento de distintos métodos que modelan el transporte de neutrones y radiación gamma con bastante éxito experimental como menciona. El método de Montecarlo es un método de resolución numérica donde se modelan las relaciones e interacciones de distintos objetos y su entorno, mediante la generación aleatoria de estas interacciones. Mientras mayor sea la repetición de pruebas se obtiene un resultado que va convergiendo a un valor con mayor precisión. Es por el recurso de la aleatoriedad que obtiene el nombre Monte Carlo, pues se inspira en la región del Principado de Mónaco donde se encuentran el casino Monte Carlo. Un método Montecarlo se puede definir de la siguiente forma: "Los métodos Monte Carlo son aquéllos en los que las propiedades de las distribuciones de las variables aleatorias son investigadas mediante la simulación de números aleatorios. Estos métodos, dejando a un lado el origen de los datos, son similares a los métodos estadísticos habituales en los cuales las muestras aleatorias se utilizan para realizar inferencias acerca de las poblaciones origen. Generalmente, en su aplicación estadística se utiliza un modelo para simular un fenómeno que contiene algún componente aleatorio. En los métodos Montecarlo, por otro lado, el objeto de la investigación es un modelo en sí mismo, y se utilizan sucesos aleatorios o pseudoaleatorios para estudiarlo". [3]

2. Estado del Arte

El valor de Pi, se sabe que es un valor irracional. Este valor, de infinitas cifras decimales, ha despertado el interés particular de muchos científicos y personas en todo el mundo, sobre todo a lo largo de la historia. Parecería ser que encontrar nuevas cifras decimales del valor de Pi, se ha vuelto a lo largo del tiempo, un desafío más que interesante para muchos matemáticos [1]. Pi, representado por la letra griega π, no solo es una de las constantes más importantes en matemáticas, sino que también se utiliza en física e ingeniería. También llamado constante de Arquímedes, Pi ha ejercido una fascinación sin límites desde su descubrimiento en la antigüedad. Es bastante difícil imaginar que podamos conocer todos los decimales de un número que puede ser infinito. Sin embargo, seguro que sabes que Pi es aproximadamente igual a 3,1416, a veces incluso simplificado a solo 3,14.

En realidad, los investigadores y matemáticos han encontrado más de 12 mil billones de cifras decimales de Pi, aunque, en la vida cotidiana, estimar la circunferencia de un círculo no requiere más de diez decimales de Pi. En 1881, Simon Newcomb demostró que bastaba con 10 decimales de Pi para calcular la circunferencia de la Tierra y treinta para obtener la del universo visible [4].

Modelo con el Método de Montecarlo para aproximar el valor de Pi

Bajo el nombre de Método Montecarlo o Simulación Montecarlo se agrupan una serie de procedimientos que analizan distribuciones de variables aleatorias usando simulación de números aleatorios. En el caso de la estimación de Pi, se usan valores aleatorios para aproximar un valor determinístico. El uso del método de Montecarlo para aproximar el valor de Pi consiste en dibujar un cuadrado, y dentro de ese cuadrado, dibujar un círculo con diámetro de igual medida que uno de los lados del cuadrado. Luego se dibujan puntos de manera aleatoria sobre la superficie dibujada.

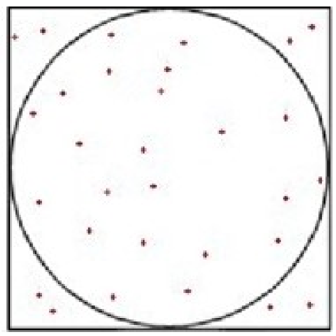

Figura 1: Puntos en Círculo

Los puntos que están fuera del círculo y los que están dentro, sirven como estimadores de las áreas internas y externas del círculo. El área total del cuadrado con lado L es:

$$A_T = L^2 \tag{1}$$

El área total del círculo dentro del cuadrado es:

$$A_C = \pi * \left(\frac{L}{2}\right)^2 \tag{2}$$

La relación de áreas entonces es:

$$\frac{A_C}{A_r} = \frac{\pi}{4} \tag{3}$$

A partir de una estimación de esta relación, se multiplica por 4, y se obtiene el estimador de Pi. Para la simulación, se usan números pseudoaleatorios con distribución uniforme. A partir de esos números se forman las coordenadas de los puntos que se van a dibujar dentro del cuadrado. Una vez dibujados una cantidad suficiente de puntos, se estimará Pi mediante la fórmula:

$$\pi \approx 4 * \frac{\text{Puntos}_{interiores}}{\text{Puntos}_{totales}} \tag{4}$$

[1]

Aplicaciones del Modelo con el Método de Montecarlo

Métodos de Monte Carlo son especialmente útiles para la simulación de fenómenos con incertidumbre en los insumos y sistemas con un gran número de grados de libertad acoplados [2]. Las áreas de aplicación incluyen:

Ciencias físicas: Métodos de Monte Carlo son muy importantes en física computacional, química física y campos aplicados relacionados, y tienen diversas aplicaciones del cromo dinámico cuántica complicados cálculos para diseñar pantallas térmicas y formas aerodinámicas. En la física estadística Monte Carlo modelado molecular es una alternativa a la dinámica molecular computacional, y métodos de Monte Carlo se usan para calcular las teorías estadísticas de campo de sistemas de polímeros sencilla de partículas y.

Ingeniería: Métodos de Monte Carlo son ampliamente utilizados en ingeniería para el análisis de sensibilidad y análisis probabilístico cuantitativa en el diseño del proceso. La necesidad surge de la conducta interactiva, co-lineal y no lineal de simulaciones de procesos típicos.

Biología Computacional: Métodos de Monte Carlo se utilizan en biología computacional, tales como para la inferencia bayesiana en la filogenia. Los sistemas biológicos tales como membranas de proteínas, imágenes de cáncer, están siendo estudiados por medio de simulaciones por ordenador. Los sistemas pueden ser estudiados en los marcos initio de grano grueso o ab dependiendo de la precisión deseada. Las simulaciones por ordenador nos permiten monitorear el entorno local de una molécula en particular para ver si alguna reacción química ocurre por ejemplo.

Diseño y visuales: Métodos de Monte Carlo también son eficientes en la solución de ecuaciones diferenciales acopladas integrales de los campos de radiación y el transporte de energía, y por lo tanto estos métodos han sido utilizados en los cálculos de iluminación global que producen imágenes foto-realistas de modelos virtuales en 3D, con aplicaciones en los videojuegos, la arquitectura, el diseño, películas y efectos especiales cinematográficos generados por ordenador.

Matemática Computacional: Métodos de Monte Carlo son útiles en muchas áreas de la matemática computacional, donde una .ºpción afortunada”se puede encontrar el resultado correcto. Un ejemplo clásico es el algoritmo de Rabin para las pruebas de primalidad: para cualquier n no es primo, una aleatoria x tiene al menos un 75

Estadística aplicada: Para comparar las estadísticas de la competencia para muestras pequeñas de datos en condiciones realistas. Aunque las propiedades de error de tipo I y el poder de la estadística se puede calcular de los datos extraídos de las distribuciones teóricas clásicas para condiciones asintóticas, los datos reales a menudo no tienen tales distribuciones. Para proporcionar implementaciones de pruebas de hipótesis que son más eficientes que las pruebas exactas tales como pruebas de permutación y ser más precisos que los valores críticos de las distribuciones asintóticas.

Finanzas y Negocios: Métodos de Monte Carlo en finanzas a menudo se utilizan para calcular el valor de las empresas, para evaluar las inversiones en proyectos en una unidad de negocio o nivel corporativo, o para evaluar los derivados financieros. Pueden ser utilizados para los programas del proyecto de modelo, donde las simulaciones se agregan las estimaciones para el peor de los casos, el mejor de los casos, y lo más probable duración de cada tarea para determinar los resultados para el conjunto del proyecto.

Telecomunicaciones: Cuando se planifica una red inalámbrica, el diseño debe ser probado para trabajar para una amplia variedad de escenarios que dependen principalmente del número de usuarios, su ubicación y los servicios que desea utilizar. Métodos de Monte Carlo se utilizan típicamente para generar estos usuarios y sus estados. El rendimiento de la red se evaluó a continuación y, si los resultados no son satisfactorios, el diseño de la red pasa a través de un proceso de optimización.

A continuación se mostrara una ejemplificación de la implementación del método monte carlo en la Figura 2:

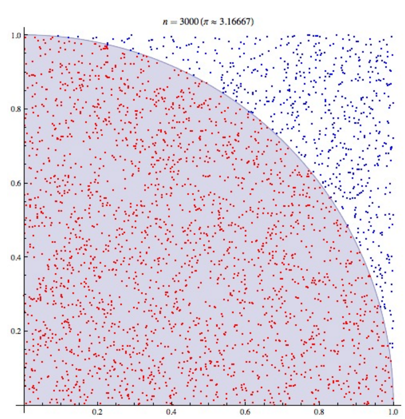

Figura 2: Aplicación del Método Montecarlo

3. Desarrollo

Para el desarrollo de esta actividad lo primero que se realizo fue el formular un código el cual nos permita obtener el valor aproximado de pi, esto por medio del método Montecarlo. Por lo que a continuación se muestra primeramente el código en lenguaje Python para encontrar el valor aproximado de pi, y posteriormente someterlo a una serie de análisis los cuales nos permitirán conocer a primera instancia los valores aproximados de pi, y de igual manera el comportamiento del código al someterlo a variaciones de replicas y de la cantidad de valores aleatorios.

Programación para la Aproximación del valor de Pi

```
#Tarea03 Equipo3 Biomecanica Martes
from multiprocessing import Pool
import matplotlib.pyplot as plt
from random import randint
import statistics
largo = 1000
ancho= largo
radio = largo

npuntos = 0
ndentro = 0
radio2 = radio*radio
replicas = 80
prompi = []
lisreplicas = []
lisprom = []


if __name__ == '__main__':
        with Pool(4) as p:
            for j in range(replicas):
                for i in range(1,100):
                    x = randint(0,largo)
                    y = randint(0,largo)
                    npuntos += 1
                    if x * x + y * y <= radio2:
                        ndentro += 1
                    pi = ndentro * 4 /npuntos
                    prompi.append(pi)
                print(statistics.mean(prompi))
                lisreplicas.append(j)
                lisprom.append(statistics.mean(prompi))
            #print(statistics.mean(prompi))
            plt.plot(lisreplicas,lisprom)
            plt.xlabel('Replicas')
            plt.ylabel('Valores de Pi')
            plt.title('Tarea03: Calculo del numero Pi')
            plt.show()
```

Figura 3: Código Fuente Principal

4. Resultados y Análisis de Resultados

Para calcular el número Pi (π) fue necesario realizar una serie réplicas con muchos puntos aleatorios, siendo nuestros parámetros seleccionados para la implementacion de la codificación: 15, 30 y 80 réplicas, con un aumento secuencial de puntos de 1000,10000,100000,1000000 de números aleatorios respectivamente (cada gráfica mostrada denota un resultado según el número de puntos propuesto, por ello son 4 gráficas por prueba ya que se probaron 4 cantidades de puntos). Después de obtener los distintos valores aproximados de Pi estos se gráfican de tal manera que sea el numero de replicas realizadas ver-sus el numero de valores aleatorios, por lo que a continuación presentaremos los resultados obtenidos:

15 Réplicas Aplicadas al Programa para la Aproximación del Valor de Pi

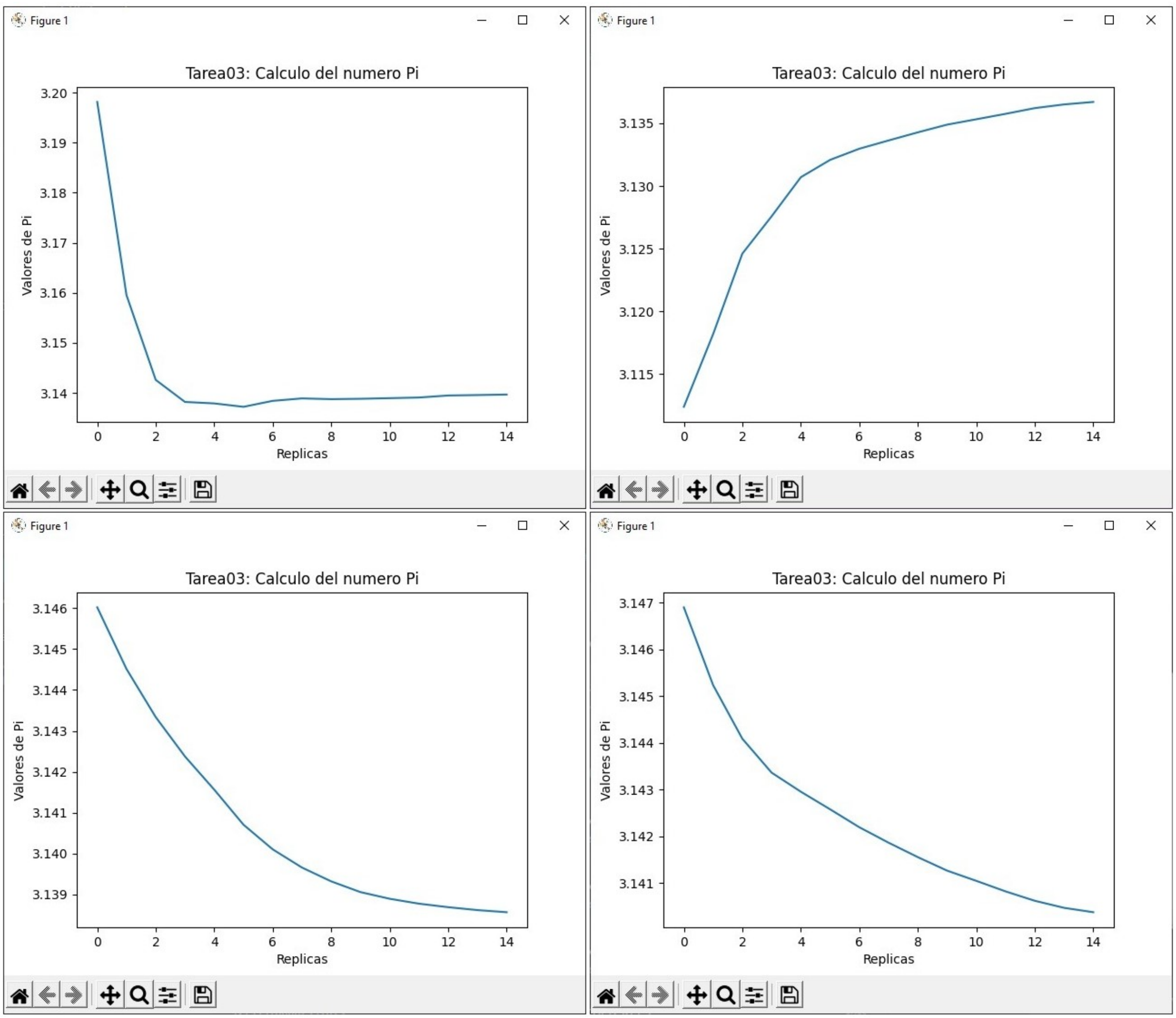

Figura 4: Las gráficas contienen 1000,10000,100000,1000000 puntos respectivamente

30 Réplicas aplicadas al Programa para la Aproximación del valor de Pi

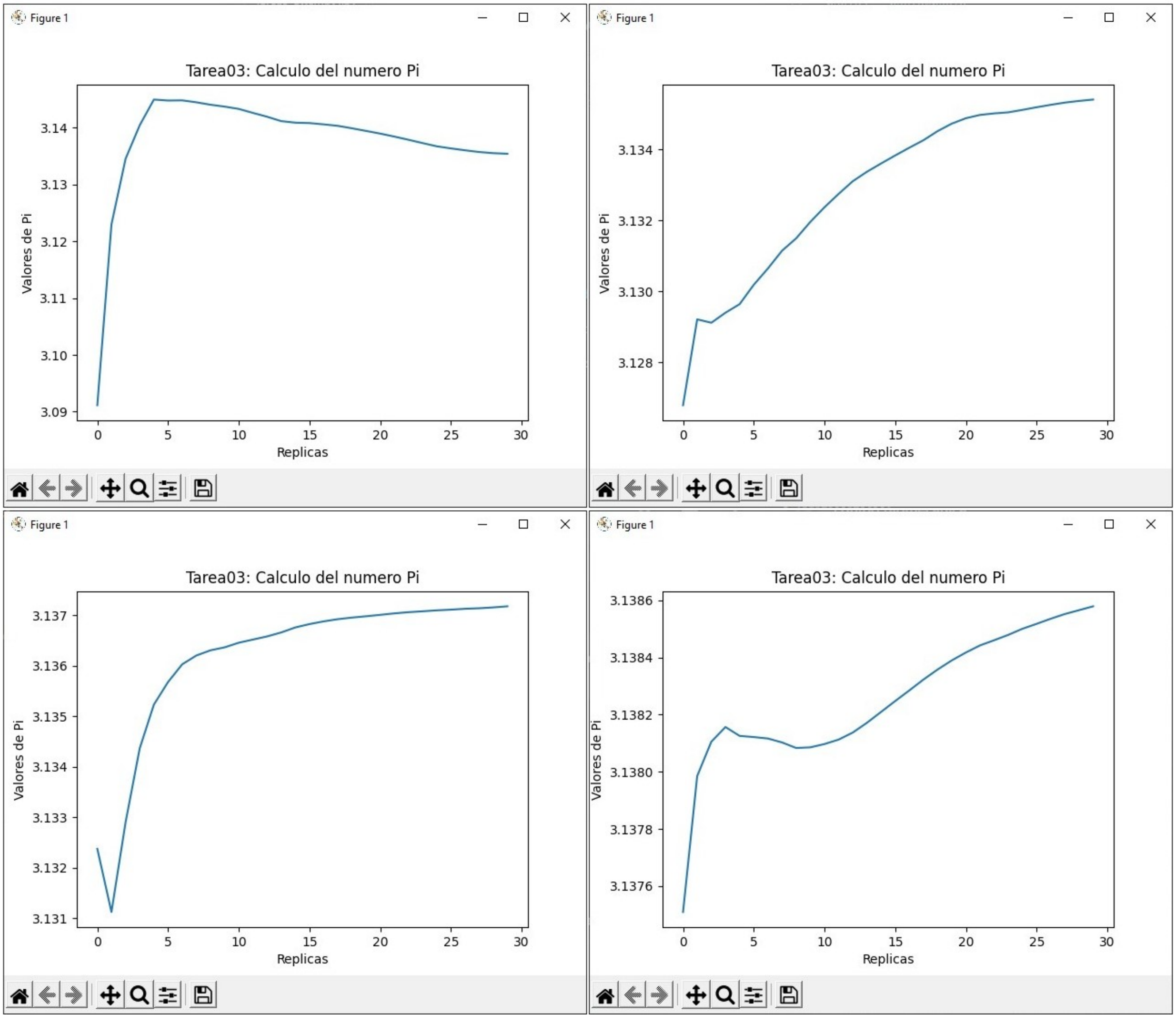

Figura 5: Las gráficas contienen 1000,10000,100000,1000000 puntos respectivamente

80 Réplicas aplicadas al Programa para la Aproximación del valor de Pi

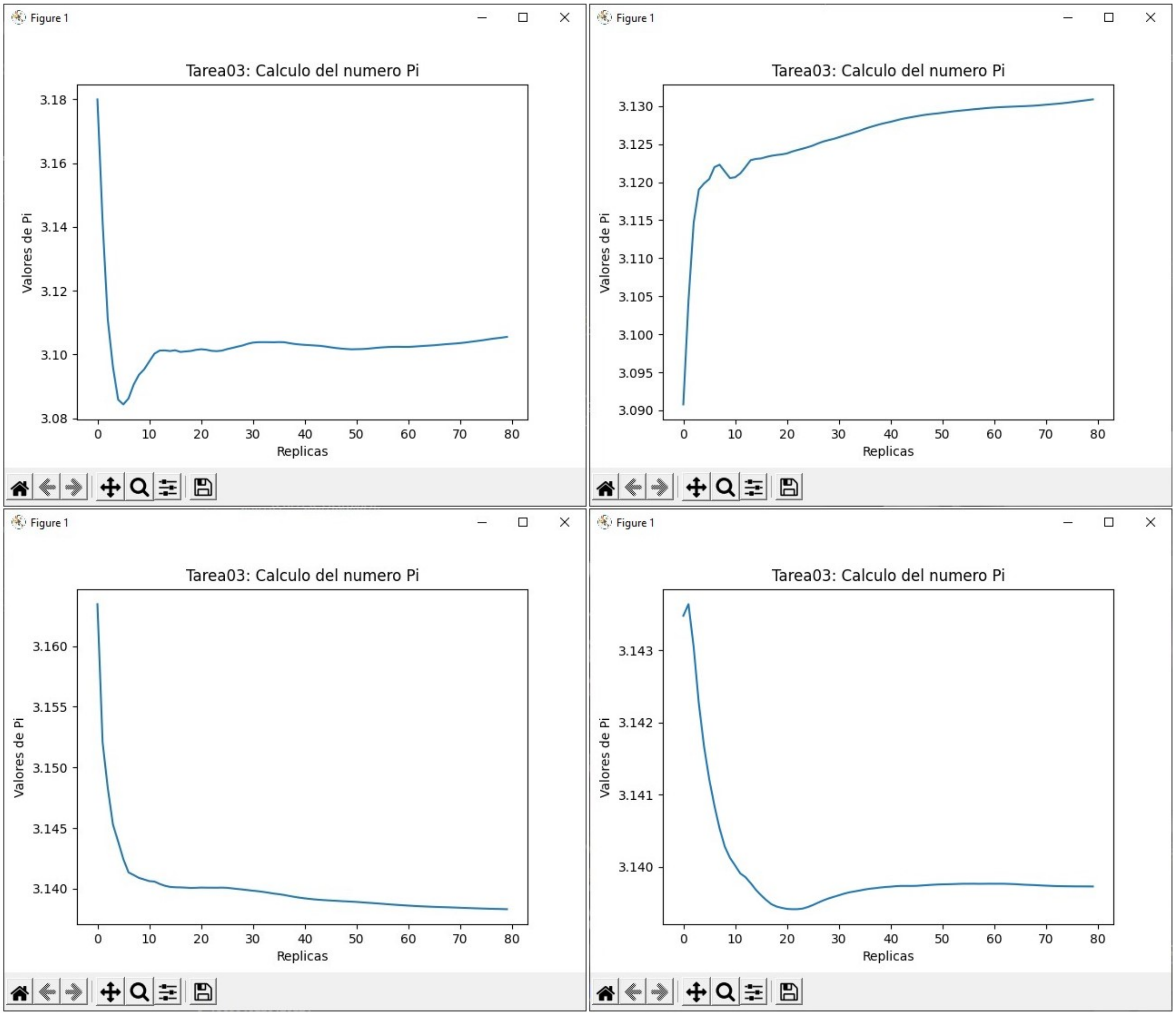

Figura 6: Las gráficas contienen 1000,10000,100000,1000000 puntos respectivamente

Una vez teniendo estos resultados corroboramos que mientras más réplicas y puntos aleatorios agreguemos al programa este se acercará cada vez más y más al resultado real de Pi, pero aún así se nos presento el inconveniente de que no se soportaba más de 80 réplicas al menos en nuestras computadoras ya que empezaba a soltar errores, trabarse o simplemente nunca acababa y no mostraba un resultado, por lo que nos encontramos con esta limitante, pero independientemente, pudimos observar que el resultado pudo ser llevado con éxito porque pudimos acercarnos al valor real de PI, el cual era la tarea principal.

5. Conclusiones

Como se observa, con el método de Montecarlo logramos encontrar el valor de la constante Pi en un área especificada, y esto lo hacemos mediante el software de Python. En este caso, la tarea que se realizo fue uno de tantos usos al que se le puede dar el Método de Montecarlo, aunque también lo podemos utilizar para el calculo de integrales definidas por este método, para la evaluación de integrales definidas, tracking de particular, entre otras muchas aplicaciones tiene este método. El método Monte Carlo se ha revelado como uno de los pilares fundamentales para llevar a cabo valoraciones de riesgo en el seno de las empresas. Tener una herramienta que permita prevenir situaciones aleatorias, definir su probabilidad y poder preparar una respuesta de actuación para los riesgos que una acción pueda acarrear representa un avance crucial en los sistemas de gestión de las empresas y en la optimización de las inversiones. Monte Carlo permite a los analistas encargados de llevar a cabo la prevención de riesgos señalar en qué porcentaje de las simulaciones aleatorias que se han llevado a cabo aspectos como el plazo y el coste con menores que los objetivos que se persiguen con el propio proyecto.

Referencias

[1] Gastón A Addati, Fernando Celano, and Juan Churruarín. Modelos y simulación para aproximar el valor de pi. Technical report, Serie Documentos de Trabajo, 2016.

[2] unknown. Método montecarlo. `https://www.zonaeconomica.com/metodo-monte-carlo`, Noviembre 2017.

[3] JC Vargas and Carlos Andrés Cruz-Carpio. Estudio del método monte carlo en simulaciones para la estimación del valor de π. *Revista Boliviana de Física*, 36(36):26–32, 2020.

[4] V.Superprof. ¿para qué sirve el número ? `https://www.superprof.mx/blog/usos-constante-arquimedes/`, Septiembre 2022.