

Como ya sabemos que la expansión de Laplace se generaliza a matrices de cualquier tamaño, usamos este método en conjunto con la regla de Sarrus para las submatrices 3x3, para calcular el determinante de la matriz B.

$$B = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

$$\det B = a \begin{bmatrix} f & g & h \\ j & k & l \\ n & o & p \end{bmatrix} - b \begin{bmatrix} e & g & h \\ i & k & l \\ m & o & p \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} e & f & h \\ i & j & l \\ m & n & p \end{bmatrix} - d \begin{bmatrix} e & f & g \\ i & j & k \\ m & n & o \end{bmatrix}$$

$$\det B = a[fkp + gln + hjo - hkn - flo - gjp] - b[ekp + glm + hio - hkm - elo - gip] + c[ejp + flm + hin - hjm - eln - fip] - d[ejo + fkm + gin - gjm - ekn - fio]$$

$$\det B = afkp + agln + ahjo - ahkn - aflo - agjp - bekp - bglm - bhio + bhkm + belo + bgip + cejp + cflm + chin - chjm - celn - cfip - dejo - dfkm - dgjn + dgjm + dekn + dfio$$

Ya que sabemos que el determinante de la matriz 4x4 es el resultado anterior, ahora vamos a calcular el determinante de la matriz con la regla de Sarrus para ver si es el mismo:

$$B = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \\ m & n & o & p \end{bmatrix}$$

$$\det B = afkp + bglm + chin + dejo - (dgjm + cfip + belo + ahkn)$$

$$\det B = afkp + bglm + chin + dejo - dgjm - cfip - belo - ahkn$$

Como el resultado del determinante de B usando la regla de Sarrus no es el mismo que nos dio cuando se uso la expansión de Laplace, podemos confirmar que la regla de Sarrus no se puede usar para calcular el determinante de una matriz 4x4.

La expansión de Laplace, que se puede usar para matrices de cualquier tamaño, nos da  $n!$  términos para el resultado de la determinante, mientras que la regla de Sarrus solo da  $2n$  términos. Sarrus funciona en matrices de 3x3 porque:

$$n! = 2n, n = 3$$

Y no funciona en matrices más grandes ya que  $n!$  siempre va a ser más grande que  $2n$  para  $n > 3$ , lo que significa que la regla de Sarrus omite términos en el cálculo del determinante para matrices 4x4 en adelante.