

# Ajuste de datos

Análisis estadístico de datos

2021

## Ajuste de la eficiencia

1. Considerar una variable aleatoria  $k$  que sigue una distribución binomial con un número de pruebas de Bernoulli  $n = 30$  y probabilidad de éxito o eficiencia  $p$ . Calcular la función de verosimilitud  $L(p)$ , el estimador de máxima verosimilitud  $\hat{p}$ , la verosimilitud máxima  $L_{\max}$ , el cociente de verosimilitudes  $\lambda(p)$  y la función de costo  $J_1(p)$  para los casos:
  - $k = 0$
  - $0 < k < n$
  - $k = n$
2. Graficar la función de costo  $J_1(p)$  para los tres casos anteriores
3. En un experimento se midieron los 20 datos de la tabla 3 que contiene la variable independiente  $x$  (columna 1), el número de pruebas de Bernoulli  $n$  (columna 2) y el número de éxitos  $k$  (columna 3). Los datos se proveen además en el archivo *eficiencia.dat*. Graficar los datos usando el eje horizontal para la variable independiente  $x$  y el eje vertical para el estimador de la eficiencia calculado a partir de  $k$  y  $n$ .

$x$	$n$	$k$	$x$	$n$	$k$
0.05	30	0	0.55	30	18
0.10	30	0	0.60	30	15
0.15	30	0	0.65	30	19
0.20	30	3	0.70	30	20
0.25	30	3	0.75	30	26
0.30	30	2	0.80	30	24
0.35	30	8	0.85	30	26
0.40	30	5	0.90	30	29
0.45	30	4	0.95	30	30
0.50	30	11	1.00	30	30

4. El modelo a ajustar es la función sigmoide,

$$s(x; a, b) = \frac{1}{1 + \exp(-(x - a)/b)},$$

con  $a$  y  $b$  los parámetros del ajuste. En base al modelo  $s(x)$  y a la función de costo  $J_1(p)$  escribir el código para la función de costo del ajuste  $J(\theta)$  con  $\theta = (a, b)$ .

5. Minimizar el costo del ajuste  $J(\theta)$  usando como semilla inicial  $a=0.5$  y  $b=0.1$ . Calcular los estimadores de máxima verosimilitud y los errores de los parámetros  $a$  y  $b$ . Calcular la correlación entre los estimadores de  $a$  y  $b$ .
6. Calcular el  $\chi^2$  del ajuste y calcular su pvalor
7. Graficar el ajuste junto a los datos
8. Calcular y graficar la banda de error del ajuste considerando que

$$\begin{aligned}\frac{\partial s}{\partial a} &= -s(1-s) \left( \frac{1}{b} \right) \\ \frac{\partial s}{\partial b} &= -s(1-s) \left( \frac{x-a}{b^2} \right).\end{aligned}$$