

Probabilidad continua

Análisis estadístico de datos

2021

1. Calcular la media y la desviación estándar de una variable aleatoria distribuida uniformemente entre los límites a y b . Comparar la desviación estándar con el semiancho $(b - a)/2$.
2. Mostrar que la identidad $\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2$ es válida para una distribución continua.
3. Considerar dos variables continuas independientes idénticamente distribuidas (iid) X e Y . Si la media de ambas variables es μ y la varianza σ^2 , mostrar que $E(X+Y) = 2\mu$ y $\text{Var}(X + Y) = 2\sigma^2$.
4. Simular 1000 eventos distribuidos uniformemente entre 0 y 25. Construir los histogramas frecuencia y de densidad de 10 bins de igual ancho. Comparar ambos histogramas la función de densidad de probabilidad uniforme. Comparar la media y la desviación estándar de la muestra con los valores correspondientes de la distribución uniforme.
5. Simular 10 variables discretas X_i que siguen una distribución de Poisson con parámetro $\mu = 1.7$ y calcular su suma $Y = \sum_{i=1}^{10} X_i$. Repetir este procedimiento 1000 veces para contruir un histograma de frecuencia de la variable Y . Comparar el histograma con una distribución Gaussiana con parámetros adecuados. Graficar el histograma y la distribución Gaussiana. *Nota: Calcular los parámetros de la Gaussiana a partir de la media y varianza de las X_i .*
6. Simular una variable aleatoria X que sigue una distribución normal estándar. Si el resultado de la simulación es x , calcular con la función de probabilidad acumulada la probabilidad acumulada $p(x) = F(x) = P(X \leq x)$. Repetir la simulación 1000 veces, calcular la probabilidad p en cada iteración y llenar un histograma con su valor. Comparar el histograma de p con una función de densidad de probabilidad adecuada.
7. **(Para entregar)** Considerar 20 variables aleatorias que siguen una distribución normal estándar (X_1, \dots, X_{20}) y hacer el cambio de variables $Y_i = X_i^2$. Identificar que función de densidad de probabilidad siguen las nuevas variables Y_i . Construir una nueva variable aleatoria $Z = \sum_{i=1}^{20} Y_i$. A continuación simular las 20 variables X_i y calcular el valor Z correspondiente. Repetir este proceso 10.000 veces y hacer un histograma de frecuencias de Z . Comparar el histograma con una distribución chi-cuadrado y otra normal con parámetros apropiados. Determinar si la distribución normal aproxima los datos satisfactoriamente.