Übungsblatt 0

Maurice Donner Jan Hubrich Adrian Müller

2. Mai 2022

1 Beweis - $A \setminus B = A \cap \bar{B}$

Def 1. $A \setminus B = \{x \in U \mid x \in A \land x \notin B\}$
Def 2. $\bar{B} = \{x \in U \mid x \notin B\}$
Def 3. $A \cap B = \{x \in U \mid x \in A \land x \in B\}$

1.	Sei $x \in A \setminus B$ beliebig	
2.	$x \notin B$	(1)(Def. 1)
3.	$x \in \bar{B}$	(2)(Def. 2)
4.	$x \in A \land x \in \bar{B}$	(1)(3)
5.	$(A \setminus B) = A \cap \bar{B}$	(1)(4)(Def. 3)

2 Beweis $(A \setminus B) \cup B = A \cup B$

Def 1. $(A \setminus B) \cup B = \{x \mid x \in (A \land x \notin B) \lor (x \in B)\}$
Def 2. $A \cup B = \{x \mid x \in A \lor x \in B\}$

1.	Sei $x \in (A \setminus B) \cup B$	
2.	(1. Fall) $(x \in A) \land (x \notin B)$	(Def. 1, case 1)
3.	$x \in A \cup B$	(Def.2)(2)
4.	(2. Fall) $x \in B$	(Def. 1, case 2)
5.	$x \in A \cup B$	(Def. 2)(4)
6.	$\forall x \in ((A \setminus B) \cup B) : x \in (A \cup B)$	(1-5)
7.	$(A \setminus B) \cup B = A \cup B$	(1-5)(us$\forall$)

3 Beweis durch vollständige Induktion

Zeige, dass

$$\sum_{i=0}^{n} 2^i = 2^{n+1} - 1 \quad \text{für alle } x \in \mathbb{N}_0 \tag{1}$$

Grenzfall $n = 0$

$$2^0 = 1 = 2^{0+1} - 1 \tag{2}$$

ist wahr. angenommen, (1) ist wahr. beweise, dass (1) auch für $n + 1$ gilt:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{n+1} 2^i &= \sum_{i=0}^{n} 2^i + 2^{n+1} && (3) \\ &= 2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} \qquad \text{(ass. 1)} && (4) \\ &= 2 \cdot \left(2^{n+1}\right) - 1 = 2^{n+2} - 1 && (5) \end{aligned}$$

4 Beweis durch vollständige Induktion

Zeige, dass für $\{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 4\}$ gilt:

$$2^n < n! \tag{6}$$

Grenzfall $n = 4$

$$2^4 = 16 < 4! = 24 \tag{7}$$

angenommen, (6) ist wahr. beweise, dass (6) auch für $n + 1$ gilt:

$$2^{n+1} = 2 \cdot 2^n < n! \cdot 2 < n! \cdot (n+1) = (n+1)! \quad \forall n \geq 4 \qquad \text{(ass. 6)} \tag{8}$$