Introducción Teoría Implementación Resultados Conclusiones

Electroporación celular

Mauricio Alfonso

DC - FCEyN - UBA

19 de junio de 2014

Introducción

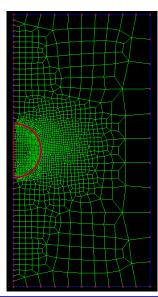
- Una célula esférica de entre 10 y 50 μm de radio
- \bullet Dos electrodos que generan un pulso de 20 ms de entre 40 y 200 kV m $^{-1}$
- Se estudia la generación de poros en la membrana celular y el ingreso de H⁺, OH⁻, Na⁺ y Cl⁻ a la célula.

 Coordenadas cilíndricas (2D)

Elementos cuadrilaterales

 Programa AutoMesh2D para generar mallas

• Mallas chicas de ~ 1900 y grandes de ~ 7400 elementos



Potencial eléctrico:

$$\sigma_e \nabla^2 \phi = 0$$

Con ϕ es el potencial eléctrico y σ_e la conductividad del material. Condiciones de borde de Dirichlet en los electrodos y Neumann en los otros bordes.

Además se asume que la membrana se carga como un capacitor en paralelo con una resistencia:

$$V_m = V_p(1 - e^{-t/\tau}),$$

$$con \tau = \alpha C_m \left(\frac{1}{\sigma_i} + \frac{1}{2\sigma_o} \right)$$

Con α el radio, C_m la capacitancia de la membrana y σ_i y σ_o las conductividades interna y externa.

Densidad de poros:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \alpha_c e^{(V_m/V_{ep})^2} \left(1 - \frac{N}{N_0 e^{q(V_m/V_{ep})^2}} \right)$$

La densidad depende del ITV en cada región de la célula (no es constante en toda la superficie).

 $\it N$ es la densidad de poros, $\it V_m$ es el ITV, $\it \alpha_c$, $\it V_{ep}$, $\it N_0$ y $\it q$ constantes.

Radio de los poros:

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{D}{kT} \left(\frac{V_m^2 F_{max}}{1 + r_h/(r + r_a)} + \frac{4\beta}{r} \left(\frac{r_*}{r} \right)^4 - 2\pi\gamma + 2\pi\sigma_{\rm eff} r \right),$$

Se aplica a cada poro por separado.

r es el radio de un poro, D es el coeficiente de difusión para los poros, V_m el ITV, k es la constante de Boltzmann, T la temperatura, F_{max} , r_h , r_a , β y γ constantes, y $\sigma_{\rm eff}$ es la tensión efectiva:

$$\sigma_{\mathrm{eff}} = 2\sigma' - \frac{2\sigma' - \sigma_0}{(1 - A_p/A)^2}$$

con σ' y σ_0 constantes, A_p es la suma de las áreas de todos los poros en la célula, y A es el área de la célula.

Transporte de especies: ecuación de Nernst-Planck

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \nabla \cdot \left(D_i \nabla C_i + D_i z_i \frac{F}{RT} C_i \nabla \phi \right)$$

donde C_i , D_i y z_i son la concentración, la difusión y la valencia de la especie i, para i alguna de las especies mencionadas (H⁺, OH⁻, Na⁺, Cl⁻).

 ${\it F}$ y ${\it R}$ son las constantes de Faraday y de los gases y ${\it T}$ la temperatura.

La conductividad de la membrana se recalcula según el área ocupada por los poros

$$\sigma_{\text{elem}} = \sigma_m (1 - p) + \sigma_p p$$

donde p es la proporción ocupada por poros de una zona esférica de la membrana.

Lo mismo se hace con la difusión:

$$D_{i,\text{\tiny elem}} = D_i(1-p) + D_p$$

Implementación

- Métodos de elementos finitos para potencial eléctrico (ecuación de Poisson) y transporte de especies
- Diferencias finitas para generación y evolución de poros
- Implementado en C++
- Librería Eigen para resolver sistemas de ecuaciones
- Descomposiciones Cholesky (para Poisson) y Bi-gradientes conjugados estabilizados (para transporte)
- OpenMP para acelerar llenado de matrices (Poisson) y resolución en transporte

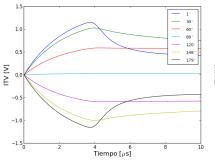


Figura: Para $\alpha = 25 \mu \text{m y}$ 40kV m^{-1}

Figura: Para $\alpha=25\mu\mathrm{m}~\mathrm{y}$ $80\mathrm{kV}~\mathrm{m}^{-1}$

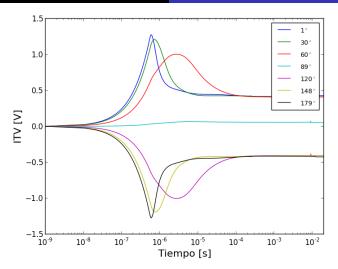


Figura: Pulso entero para para $\alpha = 25 \mu m \ y \ 160 kV \ m^{-1}$

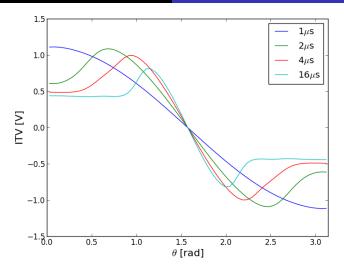
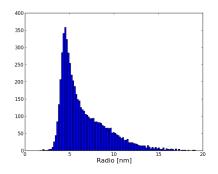


Figura: $\alpha = 50 \mu \text{m} \text{ y } 80 \text{kV m}^{-1}$



25 20 15 10 0 20 40 60 80 100 120 140 Radio [nm]

Figura: Para $\alpha = 50 \mu m$, $40 kV m^{-1} y t = 5 \mu s$

Figura: Para
$$\alpha = 50 \mu \text{m y}$$

 $160 \text{kV m}^{-1} \text{y t} = 5 \text{ ms}$

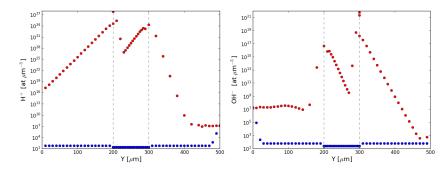


Figura: H^+ para $\alpha = 25 \mu m$, $160 kV m^{-1}$

Figura: OH $^-$ para $\alpha=25\mu\mathrm{m},\ 160\mathrm{kV\,m}^{-1}$

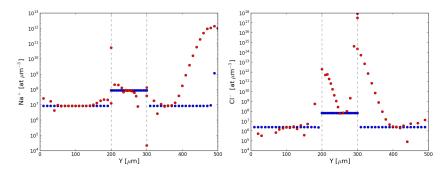


Figura: Na $^+$ para $\alpha=25\mu\mathrm{m},$ $160\mathrm{kV}\,\mathrm{m}^{-1}$

Figura: Cl $^-$ para $\alpha=25\mu\mathrm{m},\ 160\mathrm{kV}\,\mathrm{m}^{-1}$

Conclusiones

- Se pueden ingresar las especies, pero se necesitan voltajes muy altos, sobre todo para Na⁺y Cl⁻
- Los poros generados disminuyen la conductancia de la membrana, disminuyendo el ITV
- El voltaje aplicado influye en la velocidad con la que se crean los poros, pero no aumenta el ITV, siempre que se alcance un valor mínimo
- La mayoría de los poros creados se cierran muy rápidamente; antes de que lleguen las especies, luego no sirven para permeabilizar la membrana

Pendiente

- Hacer coincidir el la llegada de las especies a la célula con la generación de poros, con más pulsos o pulsos de diferente duración
- Acoplar mejor el cálculo de la capacitancia con el del potencial eléctrico