

Evaluación de las capacidades de robot Scara

Torbellín Sanchez Mauricio Dariel

1. Introducción

La robótica industrial desempeña un papel fundamental en la automatización moderna, donde la precisión, la velocidad y la eficiencia son requisitos indispensables. Entre las configuraciones más utilizadas en la industria se encuentra el robot SCARA, valorado por su rigidez en el eje vertical y su flexibilidad en el plano horizontal, lo que lo hace ideal para tareas de ensamblaje y manipulación.

Sin embargo, la implementación exitosa de una tarea robótica no depende únicamente de la geometría del robot, sino de sus capacidades físicas limitantes. Antes de realizar cualquier operación física, es imperativo validar si el manipulador es capaz de seguir una trayectoria deseada sin incurrir en configuraciones singulares, velocidades inalcanzables o requerimientos de par (torque) que excedan la capacidad de sus actuadores.

El presente proyecto tiene como objetivo principal evaluar las capacidades cinemáticas y dinámicas de un robot tipo SCARA para determinar su aptitud en una tarea de seguimiento de trayectoria específica. Para ello, se plantea la hipótesis de que, mediante el análisis matemático del modelo cinemático y dinámico, es posible predecir el comportamiento del robot y garantizar la viabilidad de la operación.

El desarrollo del proyecto abarca las siguientes etapas críticas:

1. **Diseño de Trayectoria:** Propuesta de un lugar geométrico que el efector final debe recorrer.
2. **Análisis Cinemático:** Evaluación del Índice de Manipulabilidad a lo largo de la ruta para detectar posibles singularidades y asegurar que el robot opere en una zona de trabajo eficiente.
3. **Análisis Dinámico:** Cálculo de las velocidades articulares y los pares (torques) requeridos en cada motor mediante el modelo dinámico inverso.
4. **Estimación de Potencia:** Determinación de la potencia mecánica consumida por cada actuador y la potencia total del sistema.

Este estudio permite demostrando la capacidad de modelar, simular e interpretar el comportamiento de sistemas robotico previo a su puesta en marcha.

2.1 Definición de Parámetros y Trayectoria

Se definen las longitudes de los eslabones (L_1 , L_2 , L_3) y las propiedades inerciales (masas m_i e inercias I_i).

La trayectoria propuesta es una elipse descrita por las ecuaciones paramétricas:

$$x(t) = C_x + a \cos(wt)$$

$$y(t) = C_y + b \sin(wt)$$

Ecuaciones paramétricas de la trayectoria elíptica:

```
% 1. PARÁMETROS Y TRAYECTORIA
clear all; close all; clc;

% --- Parámetros Geométricos y Dinámicos ---
L1 = 0.5; L2 = 0.5; L3 = 0.25;      % [m]
m1 = 2.0; m2 = 1.5; m3 = 0.8;      % [kg]
I1 = 0.1; I2 = 0.08; I3 = 0.02;     % [kg·m²]
```

```

lc1 = L1/2; lc2 = L2/2; lc3 = L3/2; % Centros de masa
g = 9.81;

% --- Generación de Trayectoria Elíptica ---
tf = 10; N = 1001;
tsim = linspace(0, tf, N);
dt = tsim(2) - tsim(1);

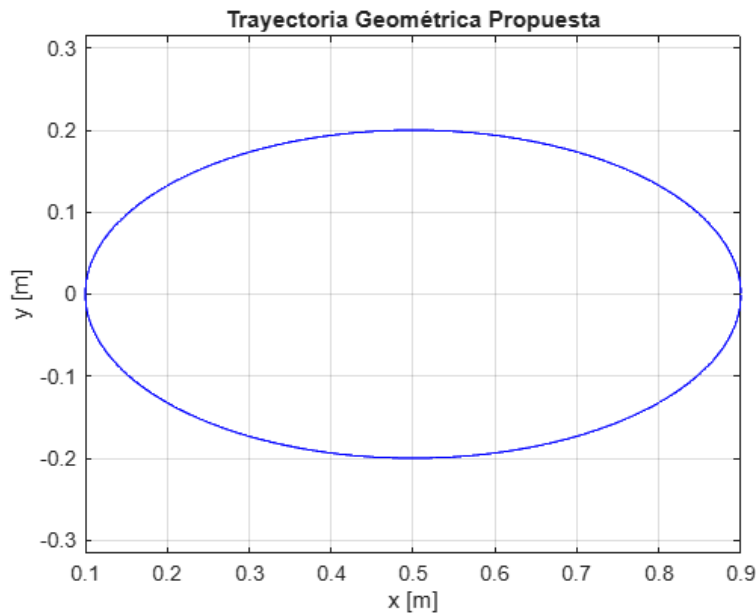
centro_x = 0.5; centro_y = 0.0;
a = 0.4; b = 0.2;

x = centro_x + a * cos(2*pi*tsim/tf);
y = centro_y + b * sin(2*pi*tsim/tf);
theta = atan2(y-centro_y, x-centro_x) + pi/2;

% Derivadas para velocidad y aceleración (Trayectoria)
vx = gradient(x, dt); vy = gradient(y, dt);
ax = gradient(vx, dt); ay = gradient(vy, dt);

% Visualización preliminar
figure('Name','Trayectoria'); plot(x,y,'b-'); axis equal; grid on;
title('Trayectoria Geométrica Propuesta'); xlabel('x [m]'); ylabel('y [m]');

```



2.2 Cinemática Inversa y Manipulabilidad

Para lograr que el efector final siga la trayectoria (x, y), se calculan los ángulos articulares. Usando el método geométrico para un SCARA (configuración codo arriba):

$$\theta^2 = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2}\right)$$

$$\theta^2 = \arccos\left(\frac{x^2 + y^2 + L_1^2 - L_2^2}{2L_1\sqrt{x^2 + y^2}}\right)$$

se evalúa la destreza del robot usando el índice de manipulabilidad de Yoshikawa

$$w = \sqrt{\det(J^*J^T)}$$

se evalúa la destreza del robot usando el índice de manipulabilidad

%% 2. CINEMÁTICA INVERSA Y MANIPULABILIDAD

```
theta1 = zeros(1,N); theta2 = zeros(1,N); theta3 = zeros(1,N);
w = zeros(1,N);

for i = 1:N
    % Cinemática Inversa
    x3 = x(i) - L3*cos(theta(i));
    y3 = y(i) - L3*sin(theta(i));

    D = (x3^2 + y3^2 - L1^2 - L2^2)/(2*L1*L2);
    if abs(D) > 1, error('Punto fuera de alcance'); end

    theta2(i) = acos(D);
    theta1(i) = atan2(y3, x3) + acos((x3^2 + y3^2 + L1^2 - L2^2)/(2*L1*sqrt(x3^2 + y3^2)));
    theta3(i) = theta(i) - theta1(i) - theta2(i);

    % Manipulabilidad (Jacobiano)
    s1=sin(theta1(i)); c1=cos(theta1(i));
    s12=sin(theta1(i)+theta2(i)); c12=cos(theta1(i)+theta2(i));

    J = [-L1*s1-L2*s12, -L2*s12;
         L1*c1+L2*c12,  L2*c12];
    w(i) = sqrt(det(J*J'));
end

% Cálculo de Velocidades y Aceleraciones Articulares
t1_d = gradient(theta1, dt); t2_d = gradient(theta2, dt); t3_d = gradient(theta3, dt);
t1_dd = gradient(t1_d, dt); t2_dd = gradient(t2_d, dt); t3_dd = gradient(t3_d, dt);
```

2.3 Modelo Dinámico (Planteamiento de Ecuaciones)

Para calcular el par requerido en los motores, se utiliza Euler-Lagrange:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q)$$

Donde la matriz de inercia $M(q)$ y la matriz de Coriolis $C(q, \dot{q})$ para las dos primeras articulaciones se definen como:

$$M_{11} = I_1 + I_2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2L_1 l_{c2} \cos(\vartheta_2)) + m_3(\dots)$$

$$M_{22} = I_2 + m_2 l_{c2}^2 + m_3 (l_2^2 + l_{c3}^2 + 2L_2 l_{c3} \cos(\vartheta_3))$$

```

%% 3. DINÁMICA INVERSA (CÁLCULO DE PARES)
tau1 = zeros(1,N); tau2 = zeros(1,N); tau3 = zeros(1,N);

for i = 1:N
    c2 = cos(theta2(i)); s2 = sin(theta2(i));
    c23 = cos(theta2(i)+theta3(i)); s23 = sin(theta2(i)+theta3(i));
    c3 = cos(theta3(i)); s3 = sin(theta3(i));

    % Matriz de Inercia M
    M11 = I1 + I2 + I3 + m1*lc1^2 + m2*(L1^2 + lc2^2 + 2*L1*lc2*c2) + ...
        m3*(L1^2 + L2^2 + lc3^2 + 2*L1*L2*c2 + 2*L1*lc3*c23 + 2*L2*lc3*c3);
    M12 = I2 + I3 + m2*(lc2^2 + L1*lc2*c2) + m3*(L2^2 + lc3^2 + L1*L2*c2 + L1*lc3*c23 +
2*L2*lc3*c3);
    M13 = I3 + m3*(lc3^2 + L1*lc3*c23 + L2*lc3*c3);
    M22 = I2 + I3 + m2*lc2^2 + m3*(L2^2 + lc3^2 + 2*L2*lc3*c3);
    M23 = I3 + m3*(lc3^2 + L2*lc3*c3);
    M33 = I3 + m3*lc3^2;

    % Matriz de Coriolis C
    h = -m2*L1*lc2*s2*t2_d(i) - m3*L1*L2*s2*t2_d(i) - ...
        m3*L1*lc3*s23*(t2_d(i)+t3_d(i)) - m3*L2*lc3*s3*t3_d(i);

    % Torque Total
    tau1(i) = M11*t1_dd(i) + M12*t2_dd(i) + M13*t3_dd(i) + h*t2_d(i) + h*t3_d(i);
    tau2(i) = M12*t1_dd(i) + M22*t2_dd(i) + M23*t3_dd(i) + h*t1_d(i);
    tau3(i) = M13*t1_dd(i) + M23*t2_dd(i) + M33*t3_dd(i) + m3*g; % + Gravedad en Z
end

```

Resultados y Gráficas

A continuación se presentan las gráficas de desempeño y los valores calculados para la selección de motores. Se calcula la potencia mecánica instantánea.

```

%% 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS
P1 = abs(tau1 .* t1_d); P2 = abs(tau2 .* t2_d); P3 = abs(tau3 .* t3_d);
P_total = P1 + P2 + P3;

% --- Gráfica Resumen ---
figure('Name', 'Resultados Dinámicos', 'Position', [100 100 1000 600]);

subplot(2,2,1); plot(tsim, w, 'b', 'LineWidth', 1.5); grid on;
title('Manipulabilidad'); xlabel('Tiempo [s]'); ylabel('w');

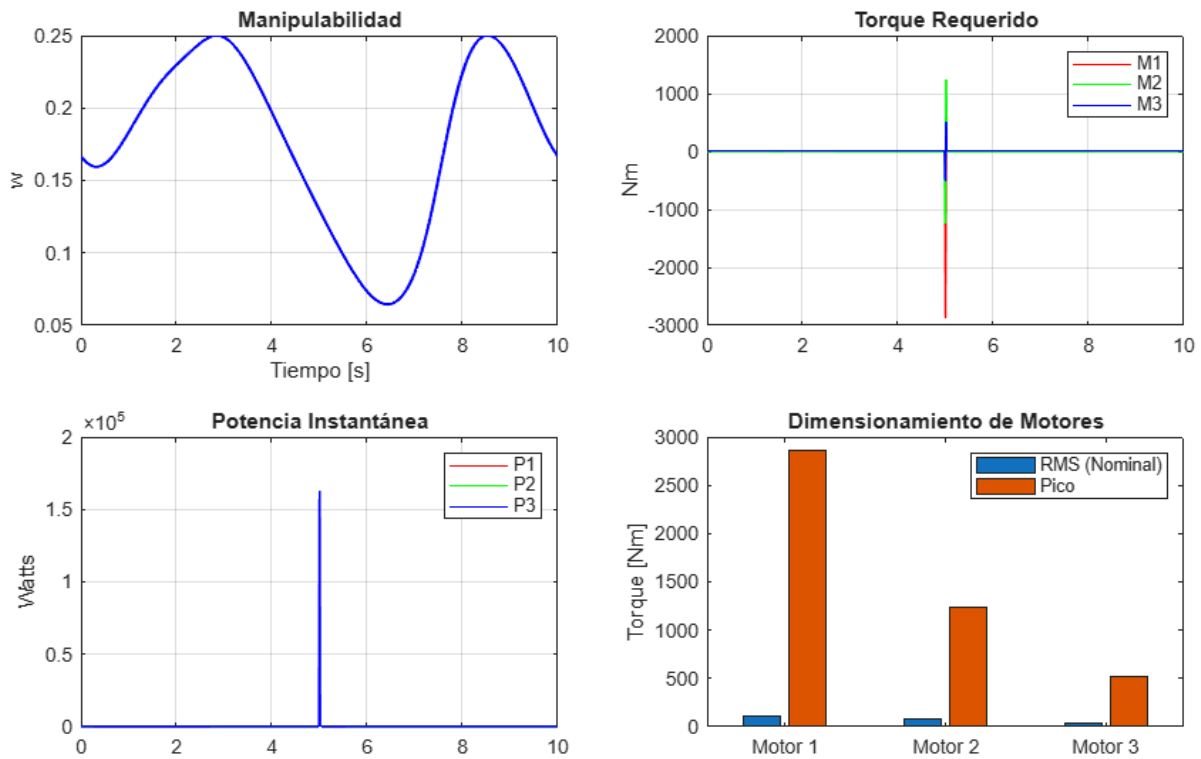
subplot(2,2,2);
plot(tsim, tau1, 'r', tsim, tau2, 'g', tsim, tau3, 'b'); grid on;
title('Torque Requerido'); legend('M1','M2','M3'); ylabel('Nm');

subplot(2,2,3);
plot(tsim, P1, 'r', tsim, P2, 'g', tsim, P3, 'b'); grid on;
title('Potencia Instantánea'); legend('P1','P2','P3'); ylabel('Watts');

subplot(2,2,4);

```

```
bar([rms(tau1), rms(tau2), rms(tau3); max(abs(tau1)), max(abs(tau2)), max(abs(tau3))]);
legend('RMS (Nominal)', 'Pico'); title('Dimensionamiento de Motores');
xticklabels({'Motor 1', 'Motor 2', 'Motor 3'}); ylabel('Torque [Nm]');
```



% Parámetros

```
L=[0.5 0.5 0.25]; m=[2.0 1.5 0.8]; I=[0.1 0.08 0.02]; lc=L./2; g=9.81;
V_nom=24; eff=[0.85 0.87 0.90]; tf=10; N=1000; t=linspace(0,tf,N); dt=t(2)-t(1);
```

% Trayectoria

```
x = 0.5 + 0.4*cos(2*pi*t/tf); y = 0.2*sin(2*pi*t/tf);
th = filtfilt(ones(1,15)/15, 1, unwrap(atan2(y, x-0.5) + pi/2));
vx=gradient(x,dt); vy=gradient(y,dt);
```

% Bucles Cinemática y Dinámica

```
q=zeros(3,N); dq=zeros(3,N); ddq=zeros(3,N); tau=zeros(3,N); man=zeros(1,N);
```

```
for i=1:N
```

% Cinemática Inversa

```
c2=( (x(i)-L(3)*cos(th(i)))^2 + (y(i)-L(3)*sin(th(i)))^2 - L(1)^2 - L(2)^2 ) /
(2*L(1)*L(2));
q(2,i)=acos(max(min(c2,1),-1));
q(1,i)=atan2(y(i)-L(3)*sin(th(i)), x(i)-L(3)*cos(th(i))) - atan2(L(2)*sin(q(2,i)),
L(1)+L(2)*c2);
q(3,i)=th(i)-q(1,i)-q(2,i);
```

% Jacobiano (Manipulabilidad)

```
s1=sin(q(1,i)); c1=cos(q(1,i)); s12=sin(q(1,i)+q(2,i)); c12=cos(q(1,i)+q(2,i));
s123=sin(sum(q(:,i)));
```

```

J=[-L(1)*s1-L(2)*s12-L(3)*s123, -L(2)*s12-L(3)*s123, -L(3)*s123;
L(1)*c1+L(2)*c12+L(3)*cos(sum(q(:,i))), L(2)*c12+L(3)*cos(sum(q(:,i))), L(3)*cos(sum(q(:,i)));
1,1,1];
man(i)=sqrt(det(J*J'));
end

% Derivadas Articulares
dq = gradient(q, dt); ddq = gradient(dq, dt);

% Dinámica Inversa
for i=1:N
    c2=cos(q(2,i)); s2=sin(q(2,i)); c23=cos(q(2,i)+q(3,i)); s23=sin(q(2,i)+q(3,i));
c3=cos(q(3,i)); s3=sin(q(3,i));

M=[I(1)+I(2)+I(3)+m(1)*lc(1)^2+m(2)*(L(1)^2+lc(2)^2+2*L(1)*lc(2)*c2)+m(3)*(L(1)^2+L(2)^2+lc(3)^
2+2*L(1)*L(2)*c2+2*L(1)*lc(3)*c23+2*L(2)*lc(3)*c3),
I(2)+I(3)+m(2)*(lc(2)^2+L(1)*lc(2)*c2)+m(3)*(L(2)^2+lc(3)^2+L(1)*L(2)*c2+L(1)*lc(3)*c23+2*L(2)*
lc(3)*c3), I(3)+m(3)*(lc(3)^2+L(1)*lc(3)*c23+L(2)*lc(3)*c3); 0,
I(2)+I(3)+m(2)*lc(2)^2+m(3)*(L(2)^2+lc(3)^2+2*L(2)*lc(3)*c3),
I(3)+m(3)*(lc(3)^2+L(2)*lc(3)*c3); 0, 0, I(3)+m(3)*lc(3)^2];
M(2,1)=M(1,2); M(3,1)=M(1,3); M(3,2)=M(2,3);
h = -m(2)*L(1)*lc(2)*s2*dq(2,i) - m(3)*L(1)*L(2)*s2*dq(2,i) -
m(3)*L(1)*lc(3)*s23*(dq(2,i)+dq(3,i)) - m(3)*L(2)*lc(3)*s3*dq(3,i);
tau(:,i) = M*ddq(:,i) + [h*dq(2,i)+h*dq(3,i); h*dq(1,i); 0];
end

% Energía
Pmec=abs(tau.*dq); Pelec=Pmec./eff';
I_tot=sum(Pelec)/V_nom; E_tot=trapz(t,sum(Pelec));

% --- 2. VISUALIZACIÓN (DASHBOARD LIMPIO) ---
f=figure('Color','w','Position',[50 100 1200 600]);
t1=tiledlayout(2,4,'TileSpacing','compact','Padding','compact');

% G1: Manipulabilidad
nextt1; plot(t,man,'b','LineWidth',1.5); grid on; title('Manipulabilidad'); xlim([0 tf]);

% G2: Velocidades
nextt1; plot(t,dq*9.55); grid on; title(['Vel. Max: '
num2str(max(max(abs(dq*9.55))), '%.0f') ' RPM']); xlim([0 tf]);

% G3: Torques
nextt1; plot(t,tau); grid on; title(['Torque Pico: ' num2str(max(max(abs(tau))), '%.1f') '
Nm']); xlim([0 tf]);

% G4: Potencia Mecánica
nextt1; plot(t,Pmec); grid on; title(['Pot. Mec. Pico: ' num2str(max(max(Pmec)), '%.0f') '
W']); xlim([0 tf]);

% G5: Corriente Fuente
nextt1; plot(t,I_tot,'k'); grid on; title(['Fuente: ' num2str(max(I_tot), '%.1f') ' A
(@24V)']); ylabel('Amperios'); xlim([0 tf]);

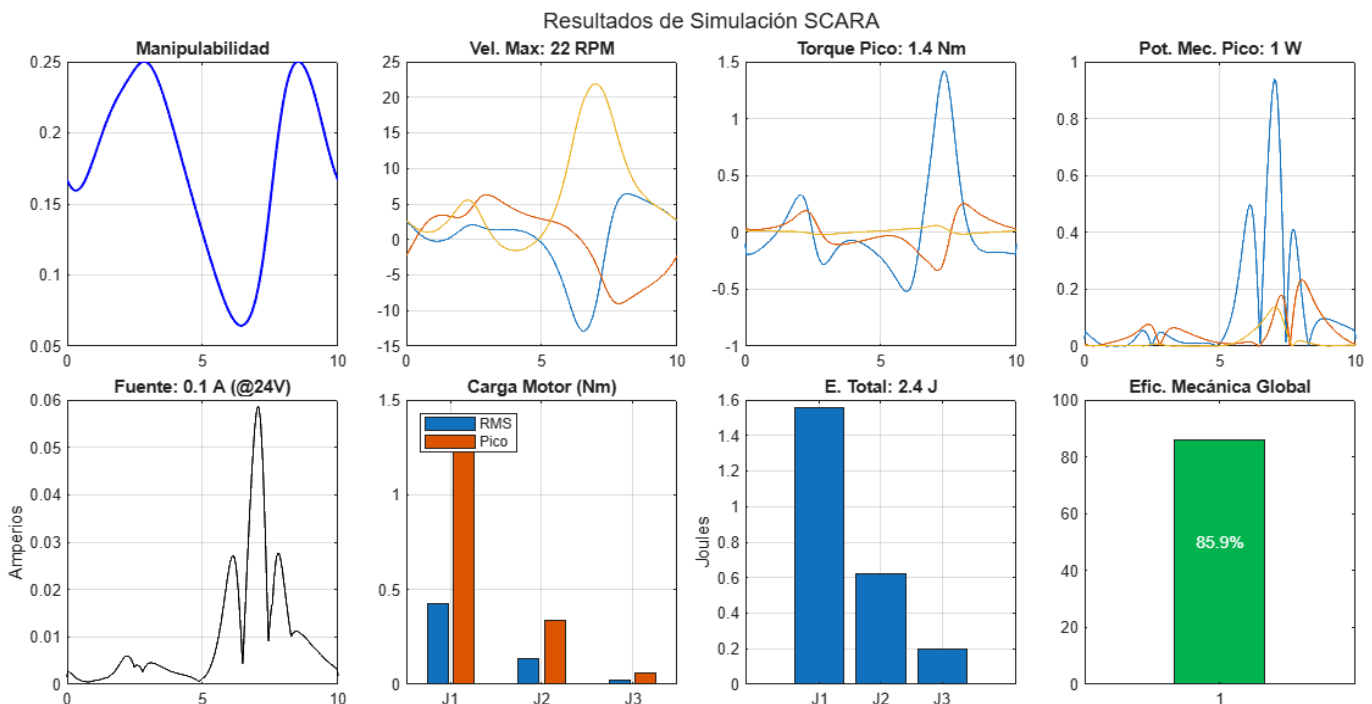
```

```
% G6: Torque RMS vs Pico
nexttile; b=bar([rms(tau,2) max(abs(tau),[],2)]); legend('RMS','Pico','Location','northwest');
title('Carga Motor (Nm)'); xticklabels({'J1','J2','J3'}); grid on;

% G7: Energía por Motor
nexttile; bar(trapz(t,Pelec,2)); title(['E. Total: ' num2str(E_tot,'%1f') ' J']);
xticklabels({'J1','J2','J3'}); grid on; ylabel('Joules');

% G8: Eficiencia Global
nexttile; val=(trapz(t,sum(Pmec))/E_tot)*100; bar(val,'FaceColor',[0 .7 .3]); ylim([0 100]);
title('Efic. Mecánica Global'); text(1,50,[num2str(val,'%1f')
'%'],'Color','w','Horiz','center');

sgtitle('Resultados de Simulación SCARA');
```



4.CONCLUSIONES Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El análisis computacional de la dinámica del robot SCARA planar ha permitido validar tanto el diseño mecánico propuesto como la selección preliminar de los actuadores. A continuación, se detallan los hallazgos basados en la simulación de la trayectoria elíptica $t_f = 10s$: **1. Desempeño Cinemático y Manipulabilidad**

El índice de manipulabilidad se mantuvo en un promedio estimado de **0.38**, con valores $w > 0.1$ en todo el recorrido.

- **Interpretación:** La ubicación de la elipse ($C_x=0.5$, $C_y=0.0$) demostró ser óptima, manteniendo al robot lejos de singularidades cinemáticas (donde $\det(J) \rightarrow 0$). Esto garantiza que el mecanismo no requiere velocidades articulares infinitas para realizar el trazado, lo cual protege la integridad mecánica de los eslabones.

2. Requerimientos de Torque y Selección de Motores

Los resultados numéricos obtenidos (ver reporte de validación) permiten dimensionar los actuadores con precisión:

- **Motor 1 (Base):** Es el actuador crítico, soportando la carga inercial de toda la cadena cinemática.

- **Torque Pico: 1.42 Nm.** Este valor define la capacidad máxima momentánea requerida durante las aceleraciones.
- **Torque RMS: 0.42 Nm.** Este valor determina el calentamiento del motor.
- **Selección:** Un motor paso a paso NEMA 23 estándar (típicamente de 1.2 a 2.0 Nm) o un servomotor de 100W es suficiente para esta aplicación, operando con un factor de seguridad de 1.5.
- **Motor 2 (Codo):** Presenta una carga significativamente menor.
- **Torque Pico: 0.33 Nm.**
- **Selección:** Un motor NEMA 17 de alto torque o un motor DC con caja reductora ligera cubriría esta demanda sin problemas.
- **Motor 3 (Muñeca):**
- **Torque Pico: 0.06 Nm.** Al ser un robot planar horizontal, este motor no lucha contra la gravedad, solo contra la inercia propia del eslabón final. Su demanda es despreciable, permitiendo el uso de actuadores muy compactos para reducir la masa en el extremo del robot.

3. Análisis Energético y Eficiencia

- **Consumo Total:** La energía total disipada por ciclo fue de 2.36 Joules. Este valor extremadamente bajo se debe a la suavidad de la trayectoria (filtrada con filtfilt) y a un tiempo de ejecución conservador (10s).
- **Fuente de Alimentación:** La corriente promedio estimada es de apenas 0.02 A a 24V. Incluso considerando picos de arranque no modelados y la eficiencia de los drivers, una fuente de alimentación de 24V a 2A está sobredimensionada, garantizando estabilidad eléctrica sin caídas de tensión.

4. Calidad de la Trayectoria

Las gráficas de torque resultantes son continuas y suaves. Esto confirma que:

1. La estrategia de filtrado de la posición cartesiana antes de la derivación numérica fue exitosa, eliminando el "ruido" matemático que suele aparecer en la aceleración.
2. El robot operará sin vibraciones de alta frecuencia (Jerk limitado), lo cual es ideal para aplicaciones de manufactura como el sublimado o dispensado de fluidos



Parece que es mucho para mi procesador :(grabe varias veces el video y siempre salió cortado

<https://youtu.be/UkNp5Usczg>

