PARCIAL 2

15 DE MAYO DE 2025

En todos los ejercicios se deben explicar los pasos que se siguen en la resolución.

El código python utilizado en la resolución de los ejercicios marcados con " ►" se deberá subir a moodle para su evaluación. El envío deberá contar con las siguientes características.

- Los enunciados de los ejercicios 3 y 4 del parcial se entregarán a las 11, en el aula 31.
- Enviar un solo archivo, que deberá llamarse apellido_nombre_parcial2.py o apellido_nombre_parcial2.ipynb.
- El archivo deberá contener las funciones requeridas en los ejercicios 1 y 2 y la ejecución del programa deberá mostrar en pantalla las respuestas solicitadas.
- Está permitido usar los códigos desarrollados en los prácticos.

Ejercicio 1: Considerar una variable aleatoria X con función de densidad f dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 30\,(x^2 - 2x^3 + x^4) & \text{si} \quad 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso.} \end{cases}$$

a) Seleccionar una variable aleatoria Y adecuada para aplicar el método de aceptación y rechazo simular X. Explicar para este caso particular en qué consiste el método, desarrollar los cálculos necesarios y escribir el pseudocódigo correspondiente. Indicar cuál es el número esperado de iteraciones que realiza el algoritmo hasta generar un valor de X.

b) Suponer que en una iteración del método, la variable Y toma el valor $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es la probabilidad de que este valor sea aceptado?

c) ► Escribir un código en Python `ejercicio1()` que genere valores de X según a). Utilizar este código para estimar el valor esperado de X con 10000 simulaciones.

Ejercicio 2: Sea X una variable aleatoria discreta con probabilidad de masa dada por:

$$P(X = i) = p(1-p)^{i-10} \qquad i = 10, 11, 12, \ldots$$

donde $0 < p < 1$.

a) Dar una fórmula recursiva para calcular $P(X = i + 1)$ en términos de $P(X = i)$.

b) Explicar cómo se construye un algoritmo para generar valores de X utilizando el método de la transformada inversa. Utilizar a) en el algoritmo.

c) ► Escribir un código `codigoX(p)` que genere valores de X dada la probabilidad p.

d) ► Para $p = 0.5$, estimar $E[X]$ con 10000 simulaciones.