PONTIFICIA UNIVERSIDAD JAVERIANA

Facultad de Ciencias Básicas

Análisis numérico

Taller: reto Snoopy

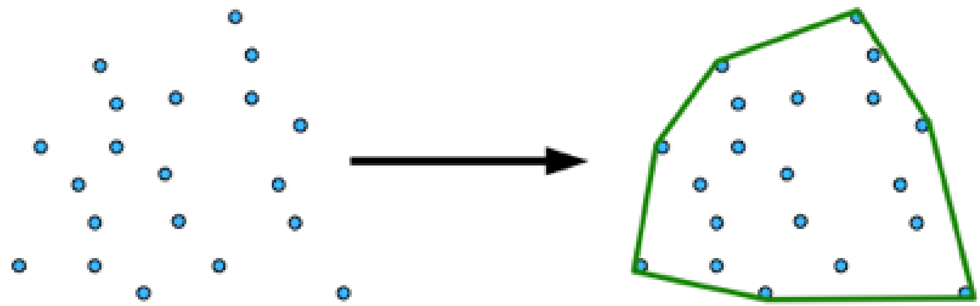
Integrantes:
Edwin Mauricio Vargas Ballesteros
Sebastian Pedraza Mancera

Presentado a:
Docente: Eddy Herrera

Bogotá, Colombia

Marzo,2019

1. Metodología



En el caso particular de puntos en un plano, si no todos los puntos están alineados, entonces su envolvente convexa corresponde a un polígono convexo cuyos vértices son algunos algunos o en totalidad el conjunto de puntos iniciales.

Aplicación: Para este caso, decidimos que podría ser de gran utilidad el algoritmo de la envolvente convexa.
Esto, basado en que para la interpolación de los puntos que representan el perrito, era necesario identificar aquellos puntos que podían interferir en el correcto funcionamiento del polinomio interpolador.

Es decir, se enfocó en aquellos puntos que en caso de entrar en la representación serían principales culpables de la disminucion del suavizado de las curvas.

Teorema numérico

Se define como el conjunto de puntos X de dimensión n, como la intersección de todos los conjuntos convexos que contienen a X.
Dados k puntos x_i, x_2, x_3,..., x_k su envolvente convexa C viene dada por la expresión:

$$C(X) = \sum_{i=1}^{k} a_i x_i \mid x_i \epsilon X, \ \ a_i \in \mathrm{R}, \ a_i \ \geq 0, \sum_{i=1}^{n} a_i = 1$$

2. Algoritmo

Para realizar un correcto uso de la interpolación se hizo necesaria la segmenacion de los puntos. Esto, basado en la continuidad que inicialmente se veia reflejado en el dibujo de Snoopy.

Como segundo paso, tomamos aquellos segmentos y los analizamos uno por uno. Siendo este analisis tomando el error que podia presentar al trabajar con todos los puntos del segmento, para conocer asi, si debía ser nuevamente segmentado, o en su caso, mantenido en su totalidad.

Ya por último, se efectuo la interpolacion de lagrange con todos los segmentos que habian sido expuestos mediante los algoritmos anteriores.

3. Procedimiento

a. Ajuste de datos

Tabla 1. Valores ajustados

	X inicial	Y inicial	X ajustado	Y ajustado	Error X(%)	Error Y(%)
A	1,00	3,00	1,00	3,00	0,00	0,00
B	5,00	3,90	5,00	3,90	0,00	0,00
C	2,00	3,70	2,00	3,82	0,00	3,14
D	6,00	4,50	6,00	4,50	0,00	0,00
E	7,50	5,70	7,50	6,19	0,00	7,92
F	8,10	6,69	8,10	6,69	0,00	0,00
G	10,00	7,12	10,00	7,40	0,00	3,78
J	13,00	6,70	13,00	6,70	0,00	0,00
K	17,60	4,45	16,65	4,82	5,71	7,68
L	20,00	7,00	20,00	7,48	0,00	6,42
M	23,50	6,10	23,50	5,85	0,00	4,27
N	24,50	5,60	24,50	5,97	0,00	6,20
O	25,00	5,87	25,00	6,00	0,00	2,17
P	26,50	5,15	26,50	5,58	0,00	7,71
Q	27,50	4,41	27,50	4,41	0,00	0,00

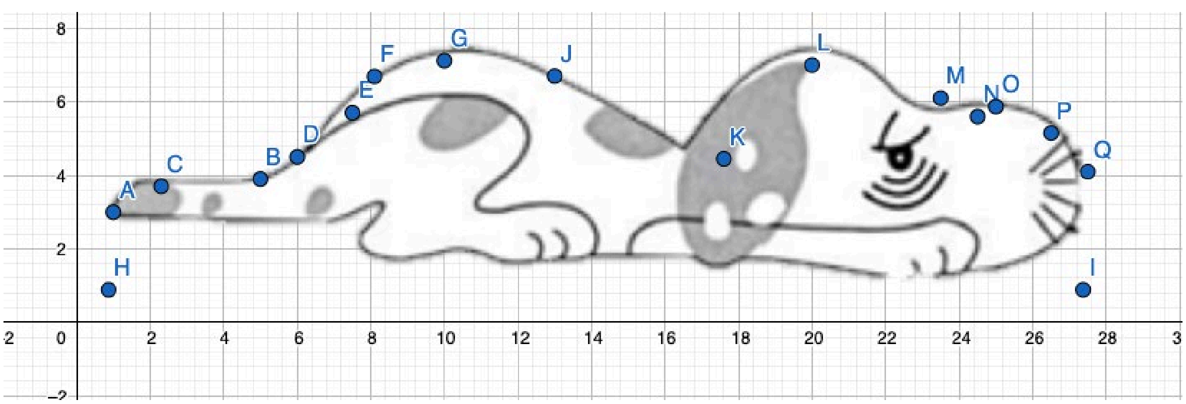


Ilustración 1. Grafica puntos iniciales

Al realizar el grafico de los datos iniciales sobre la imagen del perrito se pudo determinar que algunos puntos no se encontraban dentro de las curvas que se suponía debían representar. Por lo tanto, se hizo un reajuste de estos puntos, para asi mismo, obtener una mayor exactitud de las graficas posteriores.

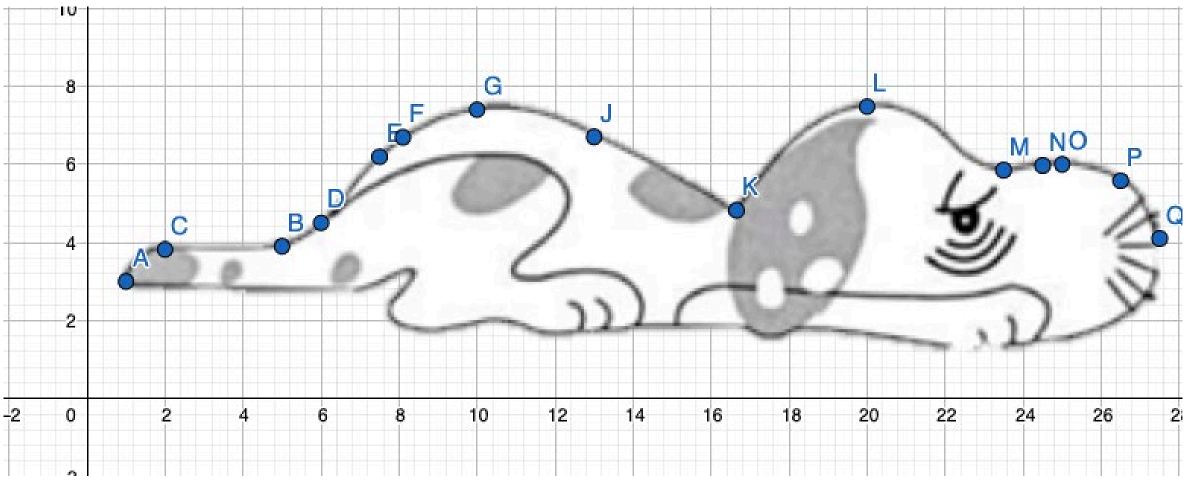


Ilustración 2. Gráfica puntos ajustados

En esta imagen ya podemos observar una mejor distribución de los puntos. El reajuste de los puntos se hizo de manera manual, Es decir, aplicando los movimientos en base a los planos y coordenadas proveidos por la aplicación Geogebra.

Por otra parte, los valores en "x" no fueron alterados, sino que se realizaron los movimientos necesarios en eje de las abcisas, para de esta manera mantener de alguna forma la proporción de los puntos dados inicialmente.

b. Aumento de puntos

Tabla 2. NUevos valores para el perrito

C1	1,14	3,33
C2	1,49	3,73
C3	2,41	3,84
C4	2,88	3,84
C5	3,36	3,85
C6	3,75	3,86
C7	4,42	3,87
C8	14,92	5,78
C9	5,62	4,16

C10	6,87	5,43
C11	11,78	7,24
C12	9,03	7,13
C13	17,36	5,80
C14	18,15	6,61
C15	19,06	7,25
C16	21,11	7,32
C17	22,02	6,71
C18	25,84	5,90
C19	27,15	4,97

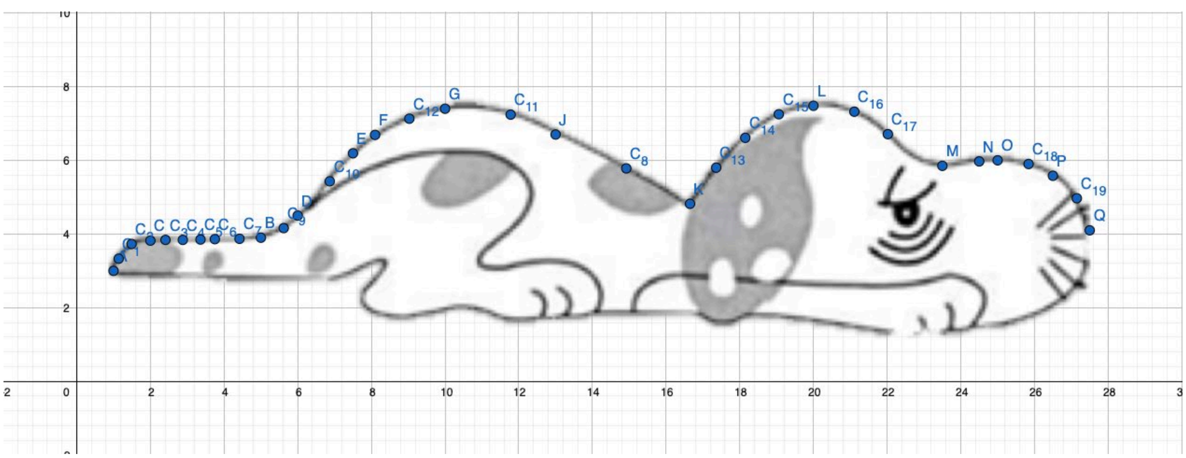


Ilustración 3. Gráfica de todos los valores usados

Se agregaron una serie de puntos en aquellos segmentos en donde se veía la falta de estos para un correcto funcionamiento de las funciones interpolantes. Este proceso, se realizó de manera manual. Ademas, de mantener una distancia relativa entre cada punto para su mayor exactitud.

4. Validación de resultados

Es muy importante realizar una validación de datos para poder comprender y llevar un correcto analisis de lo realizado en este reto. Por esta razón, se determinaron los errores relativos de cada uno de los puntos con respecto a aquellos segmentos que habian sido encontrados.

Y fue asi, como se pudo determinar que aquellas puntos que habian sido ignorados o pasados por alto, eran aquellos que presentaban un mayor error con respecto a su denominación teórica, concluyendo así, que la metodología y el algoritmo que fueron puestos en práctica funcionaron tal cual como se esperaba.

5. Pruebas

a. Ajuste de puntos

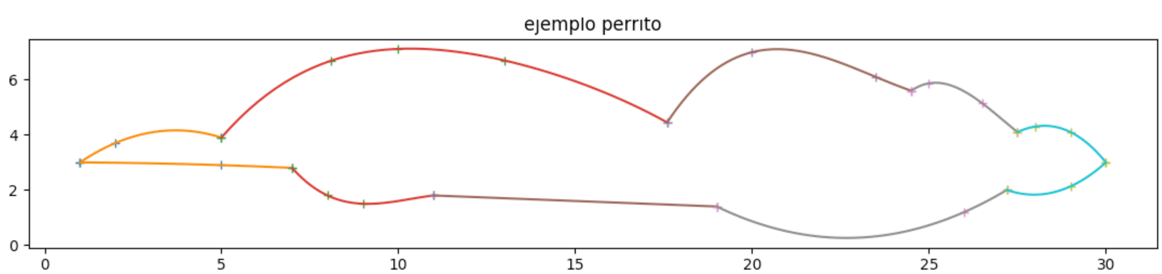


Ilustración 4. Gráfica puntos iniciales

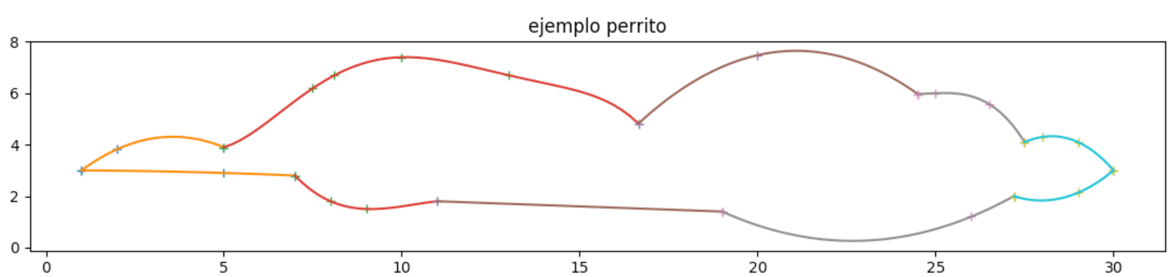


Ilustración 5. Gráfica puntos ajustados

Al realizar el ajuste de puntos, y posteriormente hacer la comparación de las gráficas, pudimos observar que en algunas curvas se notaba un mejor comportamiento. Es decir, se reflejaba una similitud aun mayor con referente al dibujo del perrito de la imagen.

a. Comparación curva 1

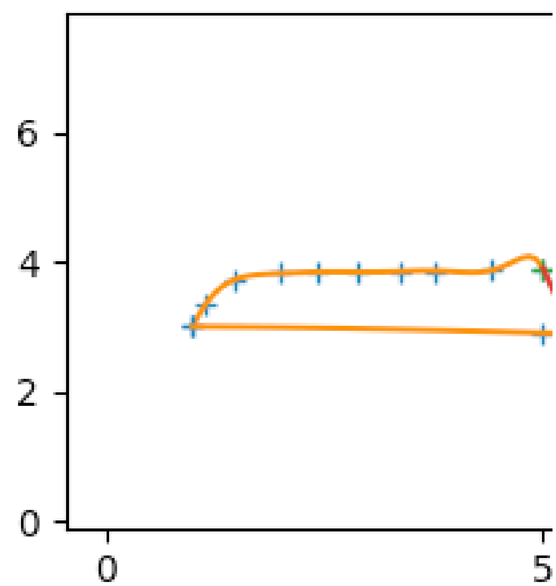


Ilustración 6. Curva 1 total de puntos

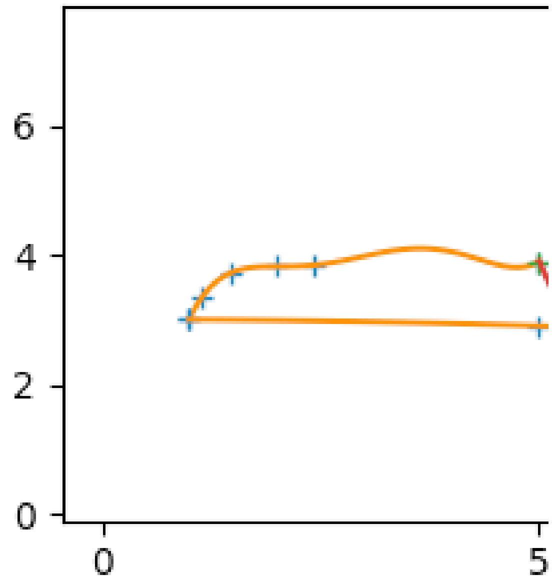


Ilustración 7. Curva 1 puntos bajo envolvente convexo

Podemos notar en la ilustracioón 7 que asi la curva que describe la funcion interpolante no pase por los puntos, igualmente mantiene una suavidad aproximada a estos.
En cambio, cuando tenemos todos los puntos, se obtiene picos extraños dentro de la evaluación a la función interpolante. Como lo podemos ver en la ilustración 6.

b. **Comparación curva 2**

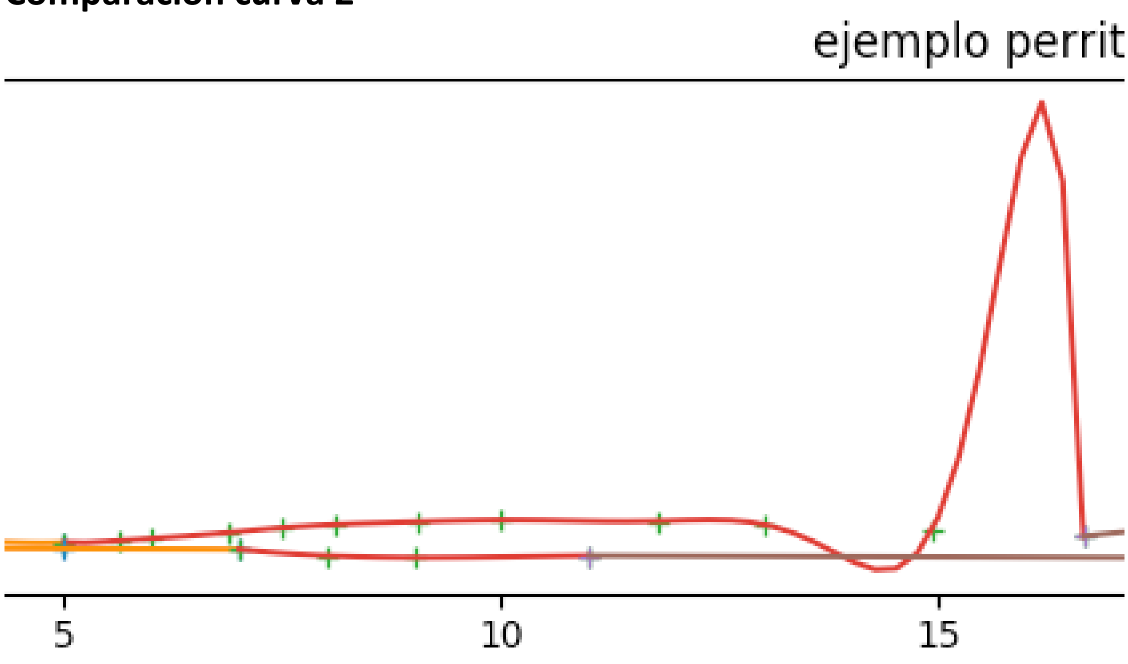


Ilustración 8. Grafica curva 2 total de puntos

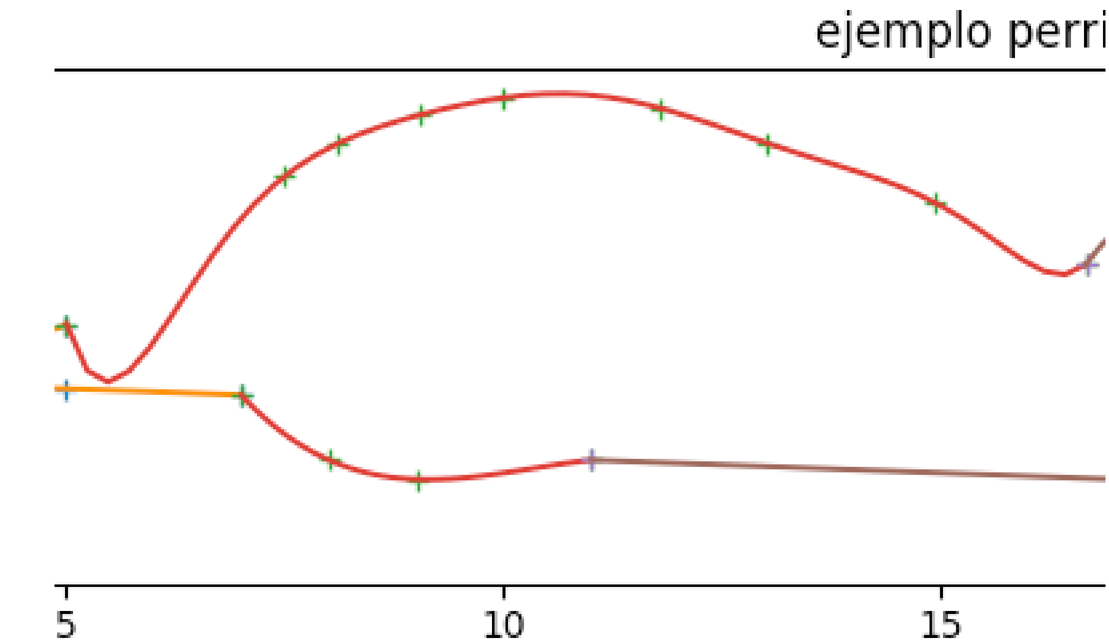


Ilustración 9. Gráfica curva 2 con envolvente

En el caso de la curva 2, podemos observar como aun habiendo hecho el ajuste de l os puntos inciales, existen algunos que ocasionan un pico extremo dentro de la gráfica. En cambio, vemos como en la gráfica con envolvente excluye este punto, y de esta forma nos muestra una curva mucho mas similar a la original.

c. Comparación curva 3

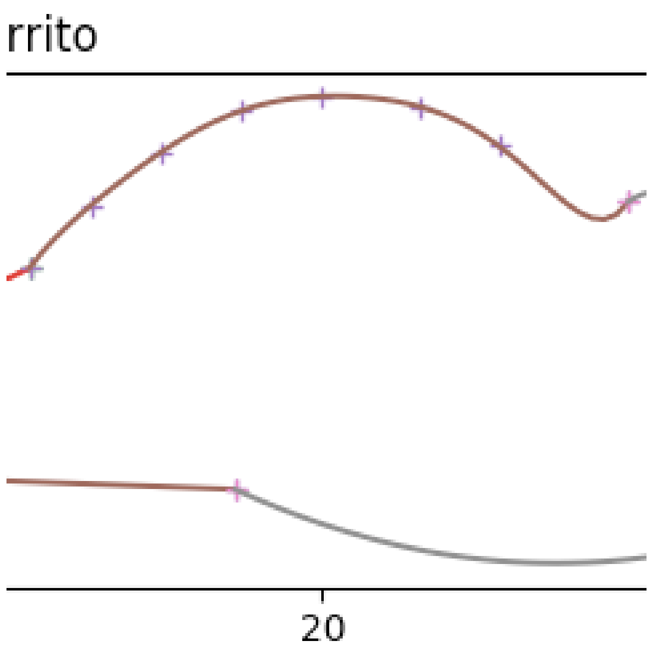


Ilustración 10. Gráfica curva 3 puntos iniciales

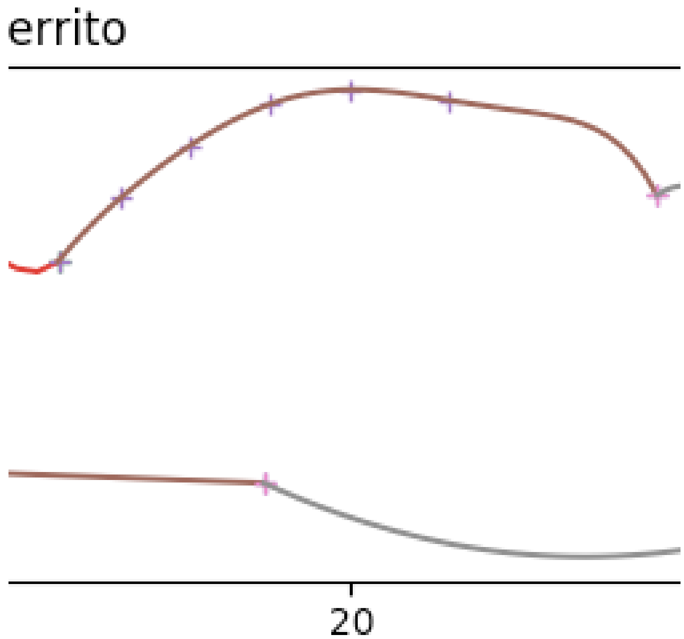


Ilustración 11. Gráfica curva 3 envolvente convexo

En este podemos observar que no hay picos que deformen la curva, pero si, hay una deformación anormal para la envolvente convexa. Por esta razón, se determina que es mejor la función interpoladora de los puntos iniciales.

d. Comparación curva 4

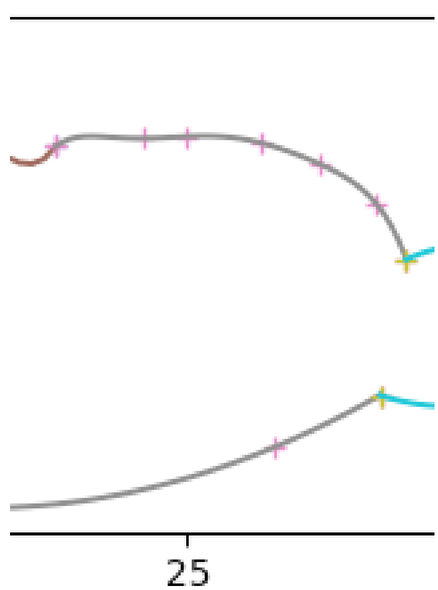


Ilustración 12. Gráfica de ambos casos

Esta curva es el caso en el cual no podemos hayar diferencia alguna debido a que mediante la metodología de la envolvente convexa no se pudo descartar ningún punto. Por otra parte, se puede determinar que tiene cierta similitud comparado con la curva del perrito original.

6. Error

a. Error relativo

A mayor facilidad del calculo del error relativo, este, fue calculado mediante el algoritmo generado para este taller. Por esta razón, los valores de error son mostrados una vez es ejecutado este.

b. Indice de Jaccard

i. Metodología

30/37=81%. 7/37=19%

81 Es el porcentaje de puntos que son tenidos en cuenta luego de realizado el estudio mediante la envolvente convexa.

Por lo tanto, 19 es el porcentaje para los valores excluidos.

ii. **Ajuste de datos**

9/18=50%

Este valor fue tomado como la cantidad de puntos iniciales que son tenidos en cuenta como valores correctos al momento de realizar la gráfica.

c. **Ajuste de datos**

A estos datos ajustados le adjuntamos una columna del error que presentaban los datos iniciales con respecto a los nuevos valores. Este error se es mas notorio en Y, debido a que el ajuste se realizo en base a los valores de “x”. *(Tabla 1)*

7. Preguntas

a. **¿El origen se puede modificar?**

No, no puede ser modificado. Esto debido a que cambiaría la forma de esa primera curva, y como tal el dibujo no se daría.
La única forma de ser modificado en un caso el punto de origen, sería tambien cambiando todos aquellos puntos relacionados a esta primera curva. Manteniendo asi, la simetría de los puntos que la conforman.

b. **¿Robusto?**

Funcionaría igual. De hecho, el aumentar puntos ayuda a una mayor exactitud en cuanto a la función interpoladora.
La única modificacion que seria necesaria, se establecería en agregar manualmente los nuevos puntos a cada una de las funciones de los puntos de cada curva.
En nuestro caso tenemos metodos que tienen la subcadena “puntosCurva#()”, en donde el numeral seria reemplazado con el numero de la curva de la cual estamos tratando.

c. ¿Exactitud?

En nuestro algoritmo la exactitud seria constante. Esto, debido a que al ser ingresado los valores se realiza un redondeo a dos cifras, por lo que si es ingresado un valor que no cuenta con esta forma igualmente seria redondeado.

8. Conclusiones

a. A mayor cantidad de puntos mayor será la probabilidad de de exactitud del dibujo.

b. La envolvente convexa nos ayuda a determinar aquellos puntos outliers que puede afectar de alguna forma a la función interpoladora. Pero tambien, es necesario una correcta segmentación de las curvas con las cuales debe ser trabajado.

c. Si no es realizado un análisis correcto antes de realizar la metodología de la envolvente convexa, no es posible asegurar un correcto funcionamiento de la misma, y por ende, la representación errónea e incluso con mas error que la ahyada con puntos inciales.