

Representación Flotante

Floating Representation

Mauricio Andrés Cardona Fernández

Ingeniero de Sistemas y computación, UTP, Pereira, Colombia.

Correo-e: andres.cardona4@utp.edu.

Resumen— Este documento contiene un resumen sobre la representación flotante, tal y como se da tratamiento en la materia Introducción a la Informática. El objetivo es realizar una revisión de la representación flotante, sus propiedades, y las operaciones matemáticas simples y algunos ejemplos de la misma.

Palabras clave— Representación, número, exponente, decimal.

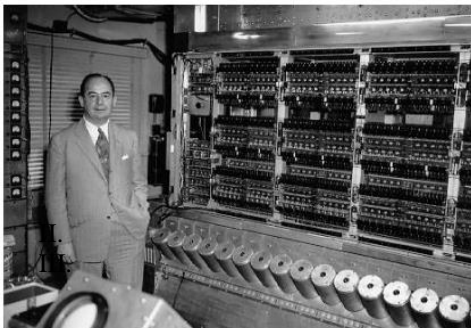
Abstract— this document contains a summary on the floating representation, as it is treated in the subject Introduction to Computer Science. The objective is to conduct a review of the floating representation, its properties, and simple mathematical operations and some examples thereof.

Key Word — Representation, number, exponent, decimal.

I. INTRODUCCIÓN

Hasta ahora hemos visto algoritmos aritméticos para realizar operaciones sobre Representaciones de números en coma fija. Todos ellos se pueden utilizar para las representaciones en coma flotante a condición de tener en cuenta el escalado, es decir, conocer la posición correcta del punto donde se localiza la separación entre la parte entera y la parte decimal.

Pero en el computador, todo dato debe ser almacenado en un registro con un número finito de bits. Y la pregunta es ¿cómo almacenamos los datos en coma flotante? La respuesta a esta pregunta comienza preguntándonos primero si es necesaria la notación en coma flotante en los ordenadores, y si se implementa ¿con que características? John Von Neumann rechazó incluir la aritmética en coma flotante en la máquina que construyó en Princeton. Y durante muchos años, cada fabricante y prácticamente cada computador utilizaban una aritmética distinta.



Trabajos: Mauricio Andrés Cardona Fernández

El hardware de punto flotante se popularizó al comenzar a ser de utilidad hacia 1957 en el que una unidad decimal de punto flotante estuvo disponible en el IBM 650, y pronto las series IBM 704, 709, 7090, 7094, etc ..., ofrecieron hardware binario de punto flotante para simple y doble precisión.

Como consecuencia se disponía ya de punto flotante en gran parte de computadores, pero cada implementación era diferente.

Sobre 1976 John F. Palmer en Intel comienza el desarrollo de una aritmética de punto flotante para toda la línea de productos de Intel. La aparición del 8086 era inminente, y se estaba contemplando la opción de incorporar un coprocesador de punto flotante, el 8087, para el 8086. El coprocesador era un chip adicional que aceleraba una parte del trabajo del procesador, en este caso los cálculos en punto flotantes. En aquellos tiempos las aritméticas de punto flotante eran ligeramente diferentes entre los grandes computadores pero una verdadera anarquía entre los microcomputadores, en los que era necesario albergar una docena de aritméticas diversas en el firmware de la ROM o vía software. Robert G. Stewart, un ingeniero de la IEEE trató de controlar esta anarquía reinante y propuso que el IEEE diseñase un estándar aceptable de punto flotante. Las reuniones de este comité en referencia al punto flotante comenzaron a finales de 1977 con multitud de borradores que provenían de innumerables fuentes y se alargaron hasta 1985 cuando se hizo oficial el Standard 754 del IEEE para punto flotante binario, basado en el diseño inicial de Intel, pero algo simplificado.

En 1980 Intel harta de esperar lanza el 8087 para su uso en el Ibm Pc, paralelamente Motorola anuncia en 1982 su 68881, utilizado en el Sun 3 y el Macintosh II, al mismo tiempo de estos lanzamientos el estándar finalmente apareció.

II. CONTENIDO

REPRESENTACIÓN EN COMA FLOTANTE.

Con esta notación exponencial seremos capaces representar un amplio rango de valores numéricos positivos y negativos centrados en el cero.

Un número cualquiera X expresado en notación exponencial se puede escribir como:

$$X = M \cdot B^E$$

Y si lo queremos representar en un registro de n bits, utilizaremos p bits para la mantisa M y q bits para el exponente E, además de un bit de signo s de la mantisa (del número en sí). Siendo B la base del exponente y cumpliéndose que:

$$n = p + q + 1$$

La base B está implícita y no es necesario representarla, pues es la misma siempre. El nombre de coma flotante proviene de que al ajustar el exponente E se modifica la posición del punto decimal en la mantisa M.

El diseñador de la aritmética debe conseguir un compromiso entre los tamaños de la mantisa y los tamaños del exponente, ya que al tener un número fijo de bits totales, si se toma un bit de un campo se pierde del otro y viceversa. Este compromiso se mueve entre la precisión y el rango que deseemos del número en punto flotante, es decir incrementar el tamaño de la mantisa enriquece el número de bits para representar la mantisa, mientras que incrementar el tamaño del exponente incrementa el rango de números que pueden representarse. [1]

Ejemplo: Sean los siguientes números:

$$9760000000000000 = 9,76 \cdot 10^{16} = 0,976 \cdot 10^{17}$$

$$0.000000000000976 = 9,76 \cdot 10^{-16} = 0,976 \cdot 10^{-15}$$

para pasarlos a notación exponencial lo que hemos hecho es mover el punto decimal y utilizar el exponente para registrar la posición original de dicho punto.

La idea es descomponer el número en dos partes:

-Una mantisa (también llamada coeficiente o significando) que contiene los dígitos del número. Mantisas negativas representan números negativos.

-Un exponente que indica dónde se coloca el punto decimal (o binario) en relación al inicio de la mantisa. Exponentes negativos representan números menores que uno. Este formato cumple todos los requisitos:

-Puede representar números de órdenes de magnitud enormemente dispares (limitado por la longitud del exponente).

-Proporciona la misma precisión relativa para todos los órdenes (limitado por la longitud de la mantisa).

-Permite cálculos entre magnitudes: multiplicar un número muy grande y uno muy pequeño conserva la precisión de ambos en el resultado.

-Los números de coma flotante decimales normalmente se expresan en notación científica con un punto explícito siempre entre el primer y el segundo dígitos. El exponente o bien se escribe explícitamente incluyendo la base, o se usa una e para separarlo de la mantisa.

Mantisa	Exponente	Notación científica	Valor en punto fijo
1.5	4	$1.5 \cdot 10^4$	15000
-2.001	2	$-2.001 \cdot 10^2$	-200.1
5	-3	$5 \cdot 10^{-3}$	0.005
6.667	-11	6.667e-11	0.0000000000667

EL ESTÁNDAR

Casi todo el hardware y lenguajes de programación utilizan números de punto flotante en los mismos formatos binarios, que están definidos en el estándar IEEE 754. El cuál es la norma o estándar técnico para computación en coma flotante, establecida en 1985 por el Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE). La norma abordó muchos problemas encontrados en las diversas implementaciones de coma flotante que las hacían difíciles de usar de forma fiable y portátil. Muchas unidades de coma flotante de hardware utilizan ahora el estándar IEEE 754.

La versión actual, IEEE 754-2008 publicada en agosto de 2008, incluye casi todo el estándar IEEE 754-1985 original y el estándar IEEE para aritmética de coma flotante independiente de la base (IEEE 854-1987). Los formatos más comunes son de 32 o 64 bits de longitud total:

Formato	Bits totales	Bits significativos	Bits del exponente	Número más pequeño	Número más grande
Precisión sencilla	32	23 + 1 signo	8	$\sim 1.2 \cdot 10^{-38}$	$\sim 3.4 \cdot 10^{38}$
Precisión doble	64	52 + 1 signo	11	$\sim 5.0 \cdot 10^{-324}$	$\sim 1.8 \cdot 10^{308}$

Hay algunas peculiaridades:

-La secuencia de bits es primero el bit del signo, seguido del exponente y finalmente los bits significativos.

-El exponente no tiene signo; en su lugar se le resta un desplazamiento (127 para sencilla y 1023 para doble precisión). Esto, junto con la secuencia de bits, permite que los números de punto flotante se puedan comparar y ordenar correctamente incluso cuando se interpretan como enteros.

-Se asume que el bit más significativo de la mantisa es 1 y se omite, excepto para casos especiales.

-Hay valores diferentes para cero positivo y cero negativos. Estos difieren en el bit del signo, mientras que todos los demás son 0. Deben ser considerados iguales aunque sus secuencias de bits sean diferentes.

-Hay valores especiales no numéricos (NaN, «not a number» en inglés) en los que el exponente es todo unos y la mantisa no es todo ceros. Estos valores representan el resultado de algunas operaciones indefinidas (como multiplicar 0 por infinito, operaciones que involucren NaN, o casos específicos). Incluso valores NaN con idéntica secuencia de bits no deben ser considerados iguales. [2]

SISTEMA BINARIO

En la representación binaria de coma flotante, el bit de mayor peso define el valor del signo, 0 para positivo, 1 para negativo. Le siguen una serie de bits que definen el exponente. El resto de bits son la parte significativa.

Debido a que la parte significativa está generalmente normalizada, en estos casos, el bit más significativo de la parte significativa siempre es 1, así que no se representa cuando se almacena sino que es asumido implícitamente. Para poder realizar los cálculos ese bit implícito se hace explícito antes de operar con el número en coma flotante. Hay otros casos donde el bit más significativo no es un 1, como con la representación del número cero, o cuando el número es muy pequeño en magnitud y rebasa la capacidad del exponente, en cuyo caso los dígitos significativos se representan de una manera de normalizada para así no perder la precisión de un solo golpe sino progresivamente. En estos casos, el bit más significativo es cero y el número va perdiendo precisión poco a poco (mientras que al realizar cálculos este se haga más pequeño en magnitud) hasta que al final se convierte en cero.

-Ejemplo:

Emplearemos varios ejemplos para describir la notación de coma flotante. Abajo tenemos 3 números en una representación de coma flotante de 16 bits. El bit de la izquierda es el signo, luego hay 6 bits para el exponente, seguidos de 9 bits para la parte significativa:

REFERENCIAS

Referencias de publicaciones periódicas:

- [1] https://www.uv.es/varnau/AEC_520.pdf
- [2] <http://puntoflotante.org/formats/fp/>
- [3] R. J. Vidmar. (1992, Aug.). On the use of atmospheric plasmas as electromagnetic reflectors. *IEEE Trans. Plasma Sci.* [Online]. 21(3), pp. 876-880. Available: <http://www.halcyon.com/pub/journals/21ps03-vidmar>

Referencias de libros:

- [4] E. Clarke, *Circuit Analysis of AC Power Systems*, vol. I. New York: Wiley, 1950, p. 81.
- [5] G. O. Young, "Synthetic structure of industrial plastics," in *Plastics*, 2nd ed., vol. 3, J. Peters, Ed. New York: McGraw-Hill, 1964, pp. 15-64.
- [6] J. Jones. (1991, May 10). *Networks*. (2nd ed.) [Online]. Available: <http://www.atm.com>

Reportes Técnicos:

- [7] E. E. Reber, R. L. Mitchell, and C. J. Carter, "Oxygen absorption in the Earth's atmosphere," Aerospace Corp.,

Los Angeles, CA, Tech. Rep. TR-0200 (4230-46)-3, Nov. 1968.

- [8] S. L. Talleen. (1996, Apr.). The Intranet Architecture: Managing information in the new paradigm. Amdahl Corp., Sunnyvale, CA. [Online]. Available: <http://www.amdahl.com/doc/products/bsg/intra/infra/html>

Documentos presentados en conferencias (No publicadas aún):

- [9] D. Ebehard and E. Voges, "Digital single sideband detection for interferometric sensors," presented at the 2nd Int. Conf. Optical Fiber Sensors, Stuttgart, Germany, 1984.
- [10] Process Corp., Framingham, MA. Intranets: Internet technologies deployed behind the firewall for corporate productivity. Presented at INET96 Annu. Meeting. [Online]. Available: <http://home.process.com/Intranets/wp2.htm>

Documentos de memorias de congresos (Publicados):

- [11] J. L. Alqueres and J. C. Praca, "The Brazilian power system and the challenge of the Amazon transmission," in *Proc. 1991 IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conf.*, pp. 315-320.

Disertaciones:

- [12] S. Hwang, "Frequency domain system identification of helicopter rotor dynamics incorporating models with time periodic coefficients," Ph.D. dissertation, Dept. Aerosp. Eng., Univ. Maryland, College Park, 1997.

Normas:

- [13] *IEEE Guide for Application of Power Apparatus Bushings*, IEEE Standard C57.19.100-1995, Aug. 1995.

Patentes:

- [14] G. Brandli and M. Dick, "Alternating current fed power supply," U.S. Patent 4 084 217, Nov. 4, 1978.

Observaciones generales:

En el proceso de selección de artículos para publicar, se realiza una evaluación inicial para determinar si el trabajo cumple con los términos y observaciones presentadas en este documento. En la segunda evaluación se evalúa su contenido y aporte por parte de evaluadores calificados de acuerdo al área correspondiente.

Los artículos que no llenen los requisitos de la convocatoria en cuanto a formato, no serán tenidos en cuenta para su publicación y serán descartados en la evaluación inicial.

Este documento de ejemplo, en Microsoft Word, para la elaboración de artículos para la revista La Revista de Ciencia

e Ingeniería Física - J. Sci. Eng. Phys.- podrá ser descargado de la página:

<http://revistas.utp.edu.co/index.php>

Haciendo clic en la pestaña *Formatos*.

Presentación de trabajos:

Los artículos deben venir acompañados por los formatos de datos del autor, el cual se puede descargar en la página *web* de la revista <http://revistas.utp.edu.co/index.php/> haciendo clic en la pestaña *Formatos*. Estos formatos deben ser cargados en la plataforma Open Journal Systems. Los datos allí consignados serán incorporados en la Base Bibliográfica *Publindex* de Colciencias.

Los artículos deben estar presentados en el formato de la revista, el cual se puede descargar en la página *web* de la revista

<http://revistas.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/pages/view/formatos> haciendo clic en la pestaña *Formatos*. El no uso de este formato descalifica el artículo y no será tenido en cuenta en la convocatoria.

Envío de artículos

La recepción de artículos se realizará por medio de Open Journal Systems - OJS en las fechas en que están abiertas las convocatorias.

