

# Sistemas Numéricos

## Numeric System.

Mauricio Andrés Cardona Fernández

Ingeniero de Sistemas y computación, UTP, Pereira, Colombia.

Correo-e: andres.cardona4@utp.edu.

**Resumen**— Este documento contiene un resumen sobre los sistemas numéricos, tal y como se da tratamiento en la materia **Introducción a la Informática**. El objetivo es realizar una revisión de los sistemas numéricos, sus propiedades, y las operaciones matemáticas simples y algunos ejemplos de los mismos.

**Palabras clave**— Numero, Base, Octal, Binario, Hexadecimal, Suma.

**Abstract**— this document contains a summary on the numerical systems, as it is treated in the subject **Introduction to Computer Science**. The objective is to review the numerical systems, their properties, and simple mathematical operations and some examples of them.

**Key Word** — Number, Base, Octal, Binary, Hexadecimal, Sum...

### I. INTRODUCCIÓN

En aritmética, álgebra y análisis matemático, un sistema numérico es un conjunto provisto de dos operaciones que verifican ciertas condiciones relacionadas con las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva. El conjunto de los números enteros, los racionales o los reales son ejemplos de sistemas numéricos, aunque los matemáticos han creado muchos otros sistemas numéricos más abstractos para diversos fines. Además debe tenerse en cuenta que dado un sistema numérico existen diversas formas de representarlo, por ejemplo, en los enteros podemos usar la representación decimal, la binaria, la hexadecimal, etc. En los racionales podemos optar por expresarlos de manera decimal o como fracción de enteros, etc.

Los sistemas numéricos se caracterizan por tener una estructura algebraica (monoide, anillo, cuerpo, álgebra sobre un cuerpo), satisfacer propiedades de orden (orden total, buen orden) y propiedades topológicas y analíticas (densidad, metrizabilidad, completitud) adicionales. [1]

### II. CONTENIDO

Se caracterizan por su base que indican el número de símbolos distinto que utiliza y además es el coeficiente que determina cual es el valor de cada símbolo dependiendo de la posición que ocupe. Estas cantidades se caracterizan por tener dígitos enteros y fraccionarios.

Si  $a_j$  indica cualquier dígito de la cifra,  $b$  la base del sistema de numeración y además de esto la cantidad de dígitos enteros y fraccionarios son  $n$  y  $k$  respectivamente, entonces el número representado en cualquier base se puede expresar de la siguiente forma:

$$N_b = [a_{n-1}.a_{n-2}.a_{n-3}.....a_3.a_2.a_1.a_0, a_{-1}.a_{-2}.a_{-3}.....a_{-k}]_b$$

Dónde:  $j = \{n-1, n-2, .....2, 1, 0, -1, -2, ..... , -k\}$  y  $n + k$  indica la cantidad de dígitos de la cifra.

Por ejemplo, el número 31221, 324 en base cuatro tiene  $n=5$  y  $k=2$  con la parte entera:  $a_{n-1}=a_4=3$ ;  $a_3=1$ ;  $a_2=2$ ;  $a_1=2$ ;  $a_0=1$  y parte fraccionaria  $a_{-1}=3$ ;  $a_{-2}=2$ .

### ¿CÓMO SE COMPONEN LOS SISTEMAS NUMÉRICOS?

Los sistemas numéricos se dividen en Sistema Decimal, Sistema Binario, Sistema Octal y Sistema Hexadecimal, los cuales se definen así:

#### A. SISTEMA DECIMAL.

Este es el sistema que manejamos cotidianamente, está formado por diez símbolos  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  por lo tanto la base del sistema es diez (10).

#### B. SISTEMA BINARIO.

Es el sistema que utiliza internamente el hardware de las computadoras actuales, se basa en la representación de cantidades utilizando los dígitos 1 y 0. Por tanto su base es 2 (número de dígitos del sistema). Cada dígito de un número en este sistema se denomina bit (contracción de binary digit). Se puede utilizar con nombre propio determinados conjuntos de dígitos en binario.

Cuatro bits se denominan cuaterno (ejemplo: 1001), ocho bits octeto o byte (ejemplo: 10010110), al conjunto de 1024 bytes se le llama Kilobyte o simplemente K, 1024 Kilobytes forman un megabyte y 1024 megabytes se denominan Gigabytes.

### C. SISTEMA OCTAL.

El sistema numérico octal utiliza ocho símbolos o dígitos para representar cantidades y cifras numéricas. Los dígitos son: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}; la base de éste es ocho (8) y es un sistema que se puede convertir directamente en binario como se verá más adelante.

### D. SISTEMA HEXADECIMAL.

El sistema numérico hexadecimal utiliza dieciséis dígitos y letras para representar cantidades y cifras numéricas. Los símbolos son: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}; la base del sistema es dieciséis (16). También se puede convertir directamente en binario como se verá más adelante. En la tabla 1.1 se muestran los primeros veintinueve números decimales con su respectiva equivalencia binaria, octal y hexadecimal.

DECIMAL	BINARIO	OCTAL	HEXADECIMAL
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13
20	10100	24	14

## CONVERSIÓN ENTRE LOS SISTEMAS NUMÉRICOS

A. CONVERSIÓN DECIMAL-BINARIO: Los métodos más conocidos son:

**1. Divisiones sucesivas entre 2:** Consiste en dividir sucesivamente el número decimal y los cocientes que se van obteniendo entre 2, hasta que una de las divisiones se haga 0. La unión de todos los restos obtenidos escritos en orden inverso, nos proporcionan el número inicial expresado en el sistema binario. Ej.:

10	2			
0	5	2		
	1	2	2	
		0	1	2
			1	0

$$10_{(10)}=1010_{(2)}$$

B. CONVERSIÓN DE BINARIO A DECIMAL: El método consiste en reescribir el número binario en posición vertical de tal forma que la parte de la derecha quede en la zona superior y la parte izquierda quede en la zona inferior. Se repetirá el siguiente proceso para cada uno de los dígitos comenzados por el inferior: Se coloca en orden descendente la potencia de 2 desde el cero hasta n, donde el mismo el tamaño del número binario, el siguiente ejemplo ilustra de la siguiente manera. Utilizando el teorema fundamental de la numeración tenemos que 1001.1 es igual a:

$$1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0 + 1 * 2^{-1} = 9.5_{(10)}$$

C. CONVERSIÓN DECIMAL – OCTAL: Consiste en dividir un número y sus sucesivos cocientes obtenidos por ocho hasta llegar a una división cuyo cociente sea 0. El número Octal buscado es el compuesto por todos los restos obtenidos escritos en orden inverso a su obtención. Ej.:

1992	8		
39	249	8	
72	09	31	8
0	1	7	3

$$1000_{(10)}=3710_{(8)}$$

D. CONVERSIÓN OCTAL A DECIMAL: Existen varios métodos siendo el más generalizado el indicado por el TFN (Teorema fundamental de la numeración) que hace la conversión de forma directa por medio de la fórmula.

Ej. : utilizando el teorema fundamental de la numeración tenemos que 4701 es igual a:

$$4 * 8^3 + 7 * 8^2 + 0 * 8^1 + 1 * 8^0 = 2497_{(10)}$$

E. CONVERSIÓN DECIMAL – HEXADECIMAL: Se divide el número decimal y los cocientes sucesivos por 16 hasta obtener un cociente igual a 0. El número hexadecimal buscado será compuesto por todos los restos obtenidos en orden inverso a su obtención. Ej.:

1000	16	
40	62	16
8	14	3

$$1000_{(10)} = 3E8_{(16)}$$

F. CONVERSIÓN HEXADECIMAL- DECIMAL: el método más utilizado es el TFN que nos da el resultado por la aplicación directa de la fórmula. Ej. : utilizando el teorema fundamental de la numeración tenemos que 2CA es igual a:

$$2 * 16^2 + C * 16^1 + A * 16^0 = 714_{(10)}$$

G. CONVERSIÓN DE HEXADECIMAL-BINARIO: para convertir un número hexadecimal a binario, se sustituye cada dígito hexadecimal por su representación binaria según la siguiente tabla.

Dígito Hexadecimal	Dígito Binarios
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

H. CONVERSIÓN DE OCTAL A BINARIO: para convertir un número octal a binario se sustituye cada dígito octal en por sus correspondientes tres dígitos binarios según la siguiente tabla.

Dígito Octal	Dígito Binario
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

## OPERACIONES ARITMÉTICAS DE LOS DISTINTOS SISTEMAS.

Al igual que en el sistema decimal, también en otros sistemas de numeración, se pueden realizar operaciones aritméticas, tales como: suma, resta, multiplicación y división tomando como referencia la base del sistema dado.

## SUMA BINARIA, OCTAL Y HEXADECIMAL.

En general, para realizar la suma se procede de la misma forma como se hace en el sistema decimal. Por ejemplo, si es un número dado en una base b y es otro dado en la misma base entonces la suma se debe realizar de la siguiente forma:

$$\begin{array}{cccccccccccc} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & a_0 & a_{-1} & \dots & a_{-k} & + \\ h_{n-1} & h_{n-2} & \dots & h_1 & h_0 & h_{-1} & \dots & h_{-k} & \\ \hline (a_{n-1} + h_{n-1} + c_{n-2})(a_{n-2} + h_{n-2} + c_{n-3}) \dots (a_1 + h_1 + c_0)(a_0 + h_0 + c_{-1})(a_{-1} + h_{-1} + c_{-2}) \dots (a_{-k} + h_{-k}) \end{array}$$

Los dígitos  $mi = (aj + hj + cj - 1)$  pertenecientes al resultado se forman sumando los dígitos de cada columna de los cosumandos, más el acarreo  $cj-1$  que viene de la columna anterior. Cada unidad de acarreo tiene el mismo valor de la base del sistema, por ejemplo, en la suma binaria es dos, en octal ocho y en hexadecimal dieciséis. Por ejemplo, llevar 2 en hexadecimal significa que el acarreo es el doble de la base y vale exactamente 32; de este mismo modo, en binario equivale a 4 veces y 16 en octal. Los acarreos aparecen cuando las semisumas de las columnas superan la base del sistema numérico.

A. SUMA BINARIA: Las operaciones de suma binaria se realizan de la siguiente forma:

0	+	0	=	0	
0	+	1	=	1	
1	+	0	=	1	
1	+	1	=	0	Llevo 1

B. SUMA OCTAL: Se debe restar o dividir la semisuma de cada columna, cuando la misma exceda la base del sistema, y colocar en la columna inmediata del lado izquierdo, el valor del acarreo tantas veces se haya superado la base del sistema. De esta misma forma cada unidad que se acarree equivale a ocho unidades de la columna anterior.

Ejemplo: Dado los números binarios: A. 40740647 y B. 25675300, Obtener A+B

		1	1		1				
	4	0	7	4	0	6	4	7	
+	2	5	6	7	5	3	0	0	
	6	6	6	3	6	1	4	7	

C. SUMA HEXADECIMAL: Se debe restar o dividir la semisuma de cada columna, cuando la misma exceda la base del sistema, y colocar en la columna inmediata del lado izquierdo, el valor del acarreo tantas veces se haya superado la base del sistema. Cada unidad que se acarree equivale a dieciséis unidades de la columna anterior.

Ejemplo: Dado los números binarios:

	2	1	1						
	F	3	B	C					
		9	D	D	0				
+	3	A	0	6	0				
	5	3	1	E	C				

MULTIPLICACIÓN BINARIA, OCTAL Y HEXADECIMAL.

La operación aritmética de multiplicar se realiza del mismo modo que en el sistema numérico decimal.

A. MULTIPLICACIÓN BINARIA:

Ej: Multiplicar A. 1110112 y B. 1112

			1	1	1	0	1	1	
					X	1	1	1	
			1	1	1	0	1	1	
		1	1	1	0	1	1		
	1	1	1	0	1	1			
	1	1	1	0	1	1			
1	1	0	0	1	1	1	0	1	

B. MULTIPLICACIÓN OCTAL:

Ej: Multiplicar A. 672348 y B. 168

			6	7	2	3	4	
					X	1	6	
			5	1	3	6	5	0
+	6	7	2	3	4			
	1	4	0	6	2	1	0	

C. MULTIPLICACIÓN HEXADECIMAL:

Ej: Multiplicar A. 67D3416 y B. 1216

			6	7	D	3	4	
					X	1	2	
			C	F	A	6	8	
+	6	7	D	3	4			
	7	4	C	D	A	8		







