EJERCITACION

Caso 1: Empresa de Comercialización por Correo

¿Qué modelo probabilístico utilizarías para calcular la probabilidad solicitada?

Utilizaría la **Distribución Binomial**.

Justifica la elección del modelo probabilístico empleado.

La Distribución Binomial es la adecuada para este problema porque la situación cumple con los siguientes supuestos:

1. **Número fijo de ensayos ():** Hay un número total y fijo de observaciones (ensayos), que son las **15 personas** a las que se les envía la circular.
2. **Independencia:** Se asume que la respuesta de una persona es independiente de la respuesta de cualquier otra. La selección "al azar" refuerza esta idea.
3. **Dos resultados posibles (Dicotomía):** Cada ensayo (persona) solo puede resultar en uno de dos resultados mutuamente excluyentes: "emite respuesta" (éxito) o "no emite respuesta" (fracaso).
4. **Probabilidad de éxito constante ():** La probabilidad de que una persona responda ("éxito") es la misma para todas las personas, que es del **25% (o 0.25)**.

Expresa la fórmula correspondiente al modelo... e indica el significado de los parámetros.

La fórmula de la Función de Masa de Probabilidad (FMP) para una distribución binomial es:

$$P(X = K) = (N/K)\ X\ P^{K}\ X(1\text{-}P)^{N\text{-}K}$$

Donde los parámetros y variables, en el contexto de este caso, significan:

- **(Número de ensayos):** Es el tamaño de la muestra seleccionada.

  -Las 15 personas elegidas / n = 15

- **(Probabilidad de éxito):** Es la probabilidad de que un ensayo individual resulte en "éxito".

  -El 25% / p =0.25

- **(Número de éxitos deseados):** Es la variable aleatoria; el número específico de respuestas que queremos calcular.

  -K = 6

¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 6 de las 15 personas emitan respuesta?

$$P(X=6) \approx 0.0917$$

La probabilidad de que 6 personas respondan es del 9,17%

¿Cuál es la probabilidad de que como máximo 4 de las 15 personas emitan respuesta?

Acá existe una probabilidad acumulada. Se traduce matemáticamente como $P(X \le 4)$.

Esto implica sumar las probabilidades individuales de **$k=0, k=1, k=2, k=3$ y $k=4$.**

$$P(X\le4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)$$

Caso 2: Empresa de la Competencia

¿Qué modelo probabilístico utilizarías para calcular la probabilidad solicitada?

El modelo adecuado es la *Distribución Hipergeométrica.*

Justifica la elección del modelo probabilístico empleado.

La elección de la Distribución Hipergeométrica se justifica porque este escenario cumple con sus supuestos fundamentales, y se diferencia claramente del modelo Binomial:

Población Finita y Conocida (N): La población total de clientes es pequeña y finita, $N=15$.

Muestreo Sin Reposición: Se seleccionan 5 clientes de los 15. Es fundamental entender que no se puede seleccionar al mismo cliente dos veces para enviar la circular (el muestreo es sin reposición).

Dependencia de los Ensayos: Debido a que el muestreo es sin reposición, la probabilidad de éxito cambia con cada selección.

- ✓ La probabilidad de que el primer cliente seleccionado responda es 7/15.
- ✓ Si el primero respondió, la probabilidad de que el segundo responda es 6/14.
- ✓ Si el primero no respondió, la probabilidad de que el segundo responda es 7/14.

Esta dependencia (probabilidad no constante) es la razón clave por la que no se puede usar un modelo Binomial.

Dos Categorías (Dicotomía): La población se divide en dos grupos mutuamente excluyentes: "emiten respuesta" (éxito) y "no emiten respuesta" (fracaso).

Para cada parámetro correspondiente al modelo utilizado indica el significado.

La fórmula de la Función de Masa de Probabilidad (FMP) para una distribución Hipergeométrica es:

P(X=k)=(nN)(kK)×(n−kN−K)

Donde los parámetros, en el contexto de este caso, significan:

- N (Tamaño de la población): Es el número total de clientes en el grupo.

N=15

- K (Total de éxitos en la población): Es el número total de clientes que "siempre emiten respuesta".

K=7

- n (Tamaño de la muestra): Es el número de clientes que se seleccionan para la circular.

n=5

- k (Éxitos deseados en la muestra): Es el número específico de clientes que responden, que queremos calcular.

k=2

- Reemplazando en la fórmula para k=2:

P(X=2)=(515)(27)×(5−215−7)

P(X=2)=(515)(27)×(38)

Calcula y expresa el valor de la probabilidad solicitada.

✓ Formas de elegir 2 "éxitos" de los 7 disponibles: (27)=2!·5!7!=27×6=21

✓ Formas de elegir 3 "fracasos" de los 8 disponibles (N−K=15−7=8): (38)=3!·5!8!
=3×2×18×7×6=56

✓ Formas totales de elegir 5 clientes de los 15 disponibles: (515)=5!·10!15!
=5×4×3×2×115×14×13×12×11=3003

Cálculo de la probabilidad:

P(X=2)=300321×56

P(X=2)=30031176

P(X=2)≈0.3916

La probabilidad de que exactamente 2 de los 5 clientes seleccionados respondan es del 39.16%.

Caso 3: Departamento de Reparación

¿Qué modelo probabilístico utilizarías para calcular la probabilidad solicitada?

Se utilizaría la <u>*Distribución de Poisson.*</u>

Este modelo es el adecuado porque estamos midiendo la probabilidad de que ocurra un número específico de eventos (solicitudes de servicio) dentro de un intervalo de tiempo fijo (media hora), basándonos en una tasa promedio conocida.

Para el o los parámetros indica el significado que tiene en el caso planteado.

La distribución de Poisson utiliza un único parámetro clave:

λ (Lambda): Representa la tasa media de ocurrencia (el número promedio de eventos esperados) durante el intervalo específico que estamos analizando.

Es crucial entender que el parámetro λ debe ajustarse al intervalo de la pregunta (media hora = 30 minutos).

Ajuste del parámetro λ:

✓ Tasa Dada: 12 solicitudes en 45 minutos.

✓ Tasa por Minuto: 45 minutos12 solicitudes=154 solicitudes/minuto.

✓ Tasa Requerida (para 30 minutos): λ=(15 minutos4 solicitudes)×30 minutos λ=4×(1530) λ=4×2=8

Significado del parámetro: λ=8. Esto significa que, aunque la tasa dada era de 12 por 45 minutos, esperamos un promedio de 8 solicitudes en el intervalo de 30 minutos que nos interesa.

Expresa el significado de la variable para la cual se pide la probabilidad.

- Variable Aleatoria (X): Representa "el número de solicitudes de servicio recibidas por el departamento de reparación durante un período de 30 minutos".

Probabilidad solicitada:

Matemáticamente, esto se expresa como: P(X<5).

"Menos de 5" significa X=0,1,2,3 o´ 4. No incluye el 5.

Por lo tanto, la probabilidad a calcular es P(X≤4).

Describe el procedimiento seleccionado para calcular la probabilidad

► Identificar el modelo: Se reconoce como una distribución de Poisson dado que se mide el número de eventos en un intervalo de tiempo basado en una tasa media.

► ***Ajustar la Tasa (λ):*** Se calcula la tasa de solicitudes por minuto (12/45) y se escala al intervalo deseado de 30 minutos, obteniendo λ=8.

► ***Definir la Probabilidad:*** Se traduce "menos 5 solicitudes"

$$(P(X<5))$$ a su equivalente acumulativo $P(X\leq4)$.

► ***Aplicar la Fórmula de Poisson:*** Para calcular $P(X\leq4)$, se deben sumar las probabilidades individuales

$$P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4).$$

► ***Fórmula Puntual:*** La probabilidad para cada k se calcula usando la Función de Masa de Probabilidad de Poisson:

$$P(X=k)=k!\lambda k\times e-\lambda$$

► ***Suma:*** Se suman los resultados de aplicar la fórmula para $k=0,1,2,3$ y 4, usando $\lambda=8$.

<u>Calcula y expresa el valor de la probabilidad solicitada.</u>

Calculamos la suma $P(X\leq4)$:

$$P(X=0)=0!80\times e-8\approx0.000335$$

$$P(X=1)=1!81\times e-8\approx0.002684$$

$$P(X=2)=2!82\times e-8\approx0.010735$$

$$P(X=3)=3!83\times e-8\approx0.028626$$

$$P(X=4)=4!84\times e-8\approx0.057252$$

Suma (Probabilidad Acumulada):

$$P(X\leq4)=0.000335+0.002684+0.010735+0.028626+0.057252$$

$$P(X\leq4)\approx0.099632$$

La probabilidad de que se reciban menos de 5 solicitudes en media hora es del 9.96%.