

Prova: Desenvolvimento e Análise de Dados

Vista Capital

1 Instruções

- O objetivo é testar não só seu raciocínio, mas também sua habilidade em pesquisar e resolver os problemas. Seja criativo.
- Seja claro e detalhado nas respostas, tanto a forma quanto o conteúdo serão avaliados.
- Linguagem livre, mas preferencialmente Python

2 Questões

2.1 Triplas pitagóricas

Definimos uma tripla pitagórica é por um conjunto de três números naturais, $x_1 \leq x_2 \leq x_3$, tal que:

$$x_1^2 + x_2^2 = x_3^2$$

2.1.1

Existe apenas uma tripla que satisfaz a propriedade $x_1 + x_2 + x_3 = 1000$. Determine o produto de x_1, x_2 e x_3 .

2.1.2

Demonstre que $x_1 x_2$ é divisível por 12.

2.2 Números

Definimos dígito como um numeral na representação em base 10 de um número. Por exemplo, o número 378 tem 3 dígitos. A soma de seus dígitos é $3+7+8 = 18$

2.2.1

A sequência de Fibonacci é definida pela sequência:

$$F_1 = 1$$

$$F_2 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

Determine o índice n do primeiro elemento da sequência a ter 1000 dígitos.

2.2.2

Quantos números de nove dígitos tem soma ímpar de seus dígitos?

2.2.3

O número $585 = 1001001001$ (binário) é um palíndromo tanto representado na base 10 como na base 2.

Determine a soma de todos os números menores que 1 milhão que possuem essa propriedade.

2.2.4

Se tomarmos 47, espelharmos e somarmos, $47 + 74 = 121$, chegaremos num palíndromo.

Efetuar este processo não produz palíndromos em todos números, precisamos de várias iterações. Tome por exemplo o número 349, que tomou 3 iterações até chegarmos num palíndromo.

$$\begin{aligned}349 + 943 &= 1292 \\1292 + 2921 &= 4213 \\4213 + 7337 &= 7337\end{aligned}$$

Embora ainda não provado, é pensado que alguns números nunca produzirão um palíndromo, como o 196. Um número que nunca chega num palíndromo é chamado de um número de Lychrel.

Para efeitos do problema, assumiremos que:

- Feito o processo, o número chegará a um palíndromo antes de 50 iterações
- É impossível chegar num palíndromo, ie, é Lychrel

Repare que existem números que são palíndromos que são do tipo Lychrel, como o 4994.

Quantos números do tipo Lychrel existem entre 1 e 10000?

2.3 Caminho de menor tamanho

Na matriz 5×5 abaixo, o caminho de menor soma, onde os únicos movimentos possíveis são **baixo** e **direita**, está indicado em vermelho e possui soma 2427.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{131} & 673 & 234 & 103 & 18 \\ \mathbf{201} & \mathbf{96} & \mathbf{342} & 965 & 150 \\ 630 & 803 & \mathbf{746} & \mathbf{422} & 111 \\ 537 & 699 & 497 & \mathbf{121} & 956 \\ 805 & 732 & 524 & \mathbf{37} & \mathbf{331} \end{pmatrix}$$

Determine a soma de menor caminho da matriz em anexo seguindo a mesma restrição de movimento, começando no topo esquerda e acabando no canto inferior direito.

2.4 Finanças

2.4.1

Derive uma fórmula para calcular o delta de uma put option europeia de um contrato futuro. Qual é a intuição da fórmula?

2.4.2

- Baixe os últimos 5 anos de todas as séries históricas das ações do índice Bovespa
- Calcule as volatilidades, a matriz de covariância dos retornos e faça um heatmap das correlações
- Calcule o portfólio *long-only* ótimo por média-variância e compare com o índice Bovespa
- Analise os resultados