Universidade Federal do Amazonas
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Física

30/06/2004

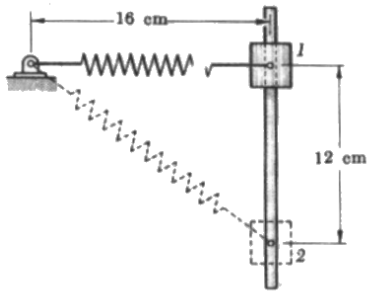
Solução da 3ª Prova de Física I - Turma

Prof. Abraham Moysés Cohen

Observação: Quando necessário, considere para a aceleração da gravidade terrestre o valor $g = 10$ m/s^2.

Duração: 2 horas

QUESTÃO 1 (4,0) Um bloco de massa $m = 10$ kg desliza sem atrito ao longo de uma barra vertical como mostra a figura. A mola presa ao bloco, possui um comprimento relaxado $l_0 = 8$ cm e uma constante de mola $k = 10$ N/m. Se o bloco é solto da posição 1, determinar a sua velocidade após ter-se deslocado de 12 cm para a posição 2.



Questão 1

▸ **Solução** Como não há atrito, podemos usar a conservação da energia mecânica. A energia mecânica em qualquer posição é dada por

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{1}{2}kx^2$$

onde $x = l - l_0$ é a deformação da mola. Vamos escolher o nível de referência para a energia potencial gravitacional na posição 1, ou seja, $z = z_1 = 0$. Aplicando a conservação da energia mecânica nas posições 1 e 2 temos

Posição 1 ▸ $z_1 = 0,\quad x_1 = 16 - 8 = 8$ cm, $\quad v_1 = 0$

Posição 2 ▸ $z_2 = -12$ cm, $\quad x_2 = 20 - 8 = 12$ cm, $\quad v_2 = \,?$

Logo,

$$E_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 0^2 + 10 \times 9.8 \times 0 + \frac{1}{2} \times 10 \times 0.08 = 0.4 \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times v_2^2 - 10 \times 9.8 \times 0.12 + \frac{1}{2} \times 10 \times 0.12 = 5.0v_2^2 - 11.16 \text{ J}$$

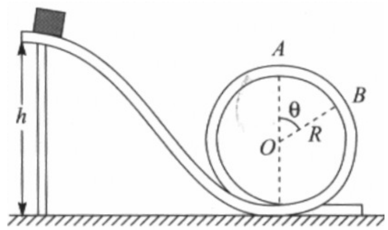
Igualando as duas energias, encontra-se

$$5.0v_2^2 - 11.16 = 0.4 \Rightarrow v_2 = \pm 1.5 \text{ m/s}$$

Portanto, a velocidade com que o bloco passa pela posição 2 é $v_2 = 1,5$ m/s, tanto na descida como na subida.

* * *

QUESTÃO 2 (3,0) Num parque de diversões, um carrinho desce de uma altura h para dar a volta no "loop" de raio R indicado na figura. (a) Desprezando o atrito do carrinho com o trilho, qual é o menor valor h_1 de h para permitir ao carrinho dar a volta toda? (b) Se $R < h < h_1$, o carrinho cai do trilho num ponto B, quando ainda falta percorrer mais um ângulo θ para chegar até o topo A (Fig). Calcule θ.



Questão 2

▸ **Solução** **(a)** Tomando o nível zero de referência no solo, a conservação de energia fornece

$$mgh = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A$$

onde $h_A = 2R$. Da 2ª lei de Newton no ponto A obtém-se

$$mg + N = \frac{mv_A^2}{R} \Rightarrow mv_A^2 = mgR + N.$$

Então, a menor velocidade para que o carrinho possa fazer o loop é aquela para a qual $N = 0$. Assim,

$$mv_A^2 = mgR \Rightarrow v_A = \sqrt{gR}$$

Substituindo na equação de conservação da energia, encontra-se a menor altura $h = h_1$ para a qual é possível o carrinho dar uma volta completa,

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mgR + 2mgR \Rightarrow h_1 = \frac{R}{2} + 2R \Rightarrow \blacktriangleright h_1 = \frac{5}{2}R.$$

(b) Num ponto B qualquer, onde $R < h < h_1$, a segunda lei de Newton fornece

$$N + mg\cos\theta = \frac{mv^2(\theta)}{R} \Rightarrow N(\theta) = \frac{mv^2(\theta)}{R} - mg\cos\theta$$

O carrinho cai do trilho num ponto onde ele perde o contato, ou seja, onde $N(\theta) = 0$. Assim

$$\frac{mv^2(\theta)}{R} - mg\cos\theta = 0 \Rightarrow Rg\cos\theta = v^2(\theta)$$

Mas, da conservação da energia mecânica sabe-se que

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2(\theta) + mgz(\theta)$$

onde $z(\theta) = R + R\cos\theta$. Logo,

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2(\theta) + mgR + mgR\cos\theta \Rightarrow v^2(\theta) = 2gh - 2gR - 2gR\cos\theta$$

Portanto,

$$Rg\cos\theta = v^2(\theta) \Rightarrow Rg\cos\theta = 2gh - 2gR - 2gR\cos\theta \Rightarrow 3R\cos\theta = 2(h - R)$$

ou

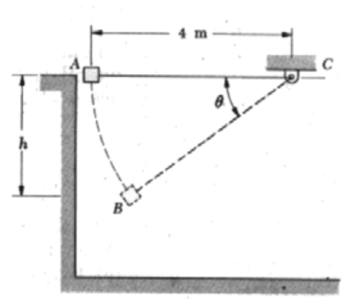
$$3R\cos\theta = 2(h - R)$$

de onde se obtém

$$\cos\theta = \frac{2}{3}\left(\frac{h}{R} - 1\right)$$

* * *

QUESTÃO 3 (3,0) Um bloco de massa m é solto do ponto A e oscila num plano vertical preso à extremidade de um fio de comprimento $l = 4$ m. Sabendo-se que o fio se quebra quando sujeito a um tensão igual ao dobro do peso do bloco, determinar a posição h do ponto B, em relação ao ponto A, onde o fio se romperá.



Questão 3

▸ **Solução** Usando a conservação da energia mecânica nas posições A e B, encontra-se a velocidade no ponto B. Logo, escolhendo o nível de referência no ponto A, temos

$$E_A = 0,\ E_B = -mgh + \frac{1}{2}mv_B^2$$

e fazendo $E_A = E_B$ obtém-se

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

Na posição B, a 2^{a} lei de Newton fornece,

$$T_B - P\operatorname{sen}\theta = \frac{mv_B^2}{r} \Rightarrow T_B = \frac{mv_B^2}{r} + mg\operatorname{sen}\theta$$

De acordo com o enunciado do problema, o fio se romperá quando $T_B = 2mg$. Assim, lembrando que $r = l = 4$ m, temos

$$2mg = \frac{mv_B^2}{l} + mg\operatorname{sen}\theta \Rightarrow 2 = \frac{2h}{l} + \operatorname{sen}\theta$$

Da figura, encontra-se que $\operatorname{sen}\theta = \frac{h}{l}$ e portanto,

$$2 = \frac{2h}{l} + \frac{h}{l} \Rightarrow \frac{3h}{l} = 2$$

ou seja,

$$h = \frac{2}{3}l \Rightarrow h = \frac{8}{3}$$

e, assim,

$$\blacktriangleright\ h = 2,7 \text{ m}$$