

Przepływ optyczny

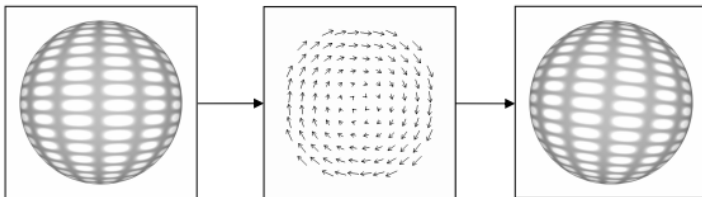
Tomasz Kryjak

**Wydział EAIiB
Katedra Automatyki i Robotyki**

12.03.2018

Co to jest przepływ optyczny?

Przepływ optyczny (ang. *optical flow*, *optic flow*) – pole wektorowe, które opisuje przemieszczenie poszczególnych pikseli pomiędzy dwoma ramkami z sekwencji wideo



Rysunek: Ilustracja przepływu optycznego

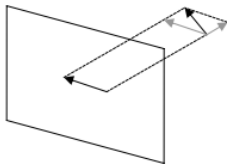
Co to jest przepływ optyczny?

Przepływ optyczny (ang. *optical flow*, *optic flow*) – pole wektorowe, które opisuje przemieszczenie poszczególnych pikseli pomiędzy dwoma ramkami z sekwencji wideo

- ✚ Czy taka definicja jest jednoznaczna ?
- ✚ Czy istnieje tylko jedno pole wektorowe opisujące ruch pikseli ?

Jaki ruch opisuje to pole?

Ruch zarejestrowany przez kamerę może być rzeczywisty tj. kamera jest statyczna, a obiekt się faktycznie porusza.
 Należy pamiętać, że możemy wykryć (wprost) tylko składową równoległą do powierzchni czujnika wizyjnego.



Rysunek: Składowe

Jaki ruch opisuje to pole?

Ruch może też być pozorny – tzw. tylko „wydaje się”, że obiekt się przemieszcza.

Przyczyny:

- ✚ jednolite zabarwienie obiektu – ruch wnętrza obiektu jest niewidoczny. Przykład: obracająca się kula.
- ✚ ruch źródeł światła względem obiektu – powoduje zmianę jasności, sposobu odbić itp.
- ✚ specyficzne ułożenie wzoru – spiralnie pomalowany walec – wrażenie ruchu.

Jaki ruch opisuje to pole?

Przyczyny cd:

- ✚ przeźroczystość obiektów – utrudnia wykrycie ruchu, powoduje zniekształcenia, odbicia.
- ✚ zachodzenie obiektów na siebie – skutkuje niemożliwością dopasowania pewnych grup pikseli.



Rysunek: Schemat przysłaniania

Jak sobie z tym poradzić ?

Trzeba przyjąć pewne założenia:

- ✦ na scenie występuje jednolite oświetlenie – tj. sposób oświetlenia obiektu nie zmienia się,
- ✦ światło w sposób idealny rozprasza się na powierzchni obiektu -> położenie obiektu względem oświetlenia nie ma wpływu na jego wygląd,
- ✦ stosujemy rzutowanie równoległe (brak efektu perspektywy).

Czy przyjęte założenia są spełnione dla rzeczywistych scen ?

A może lokalnie ?

Jest dość oczywiste, że globalnie i w tzw. przypadku ogólnym wymienione warunki nie będą spełnione.

Jednakże mogą one być **spełnione lokalnie**.

Od tego „jak bardzo są one spełnione” zależy dokładność wyznaczanego przepływu optycznego.

Do czego może się przydać przepływ optyczny ?

Detekcja kierunku ruchu i prędkości.

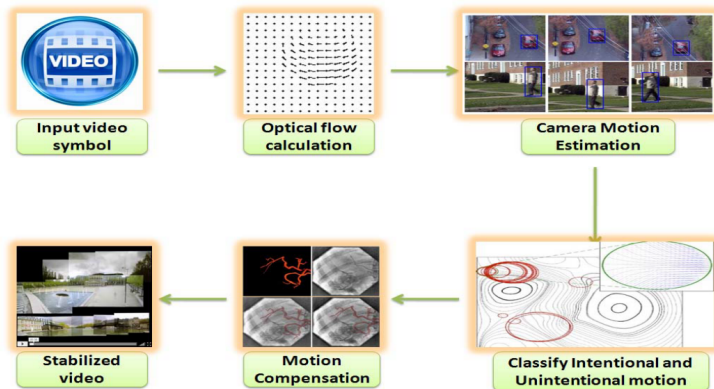
Kierunek ruchu – kierunek wektora.

Prędkość – długość (moduł) wektora.

Oczywiście dla obiektu informację trzeba jakoś agregować.

Bryła sztywna – obiekt o spójnych wektorach ruchu (samochód vs. człowiek).

Eliminacja drgań kamery



Ejaz, N.; Wonil Kim; Soon Il Kwon; Baik, S.W., "Video Stabilization by Detecting Intentional and Unintentional Camera Motions," Intelligent Systems, Modelling and Simulation (ISMS), 2012 Third International Conference on , vol., no., pp.312,316, 8-10 Feb. 2012

Detekcja obiektów ruchomych

Progowanie wartości modułu przepływu optycznego.



(a)



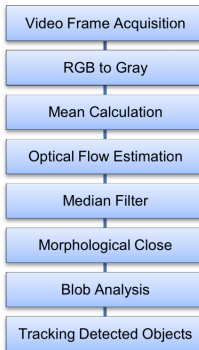
(b)



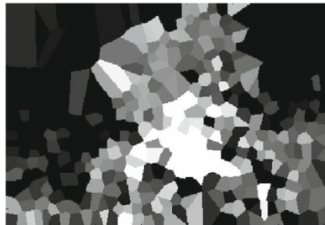
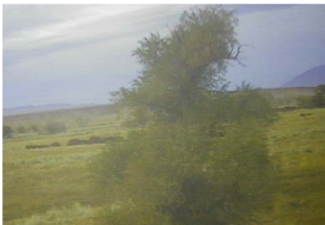
(c)



(d)

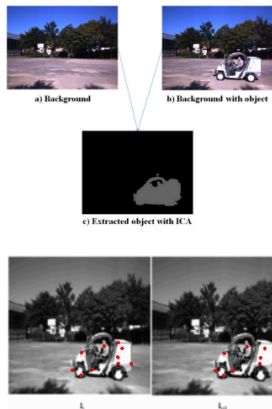
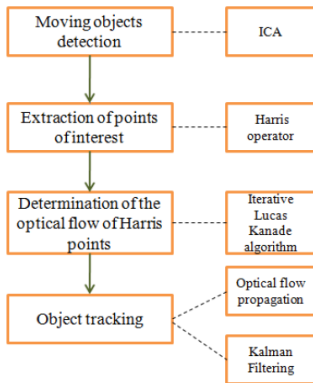


Odtwarzanie geometrii sceny 3D – tzn. *structure from motion*

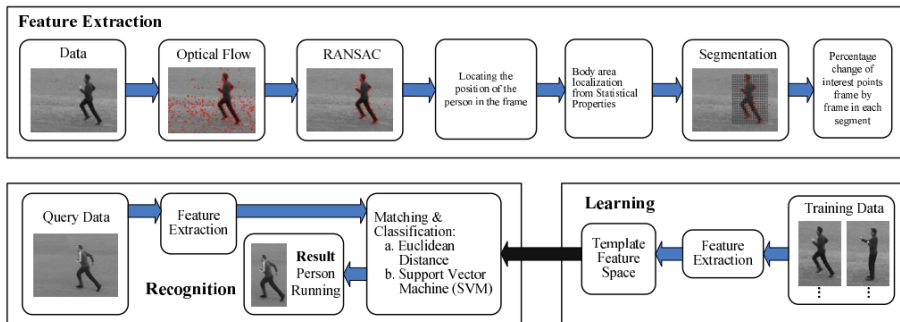


Lee, Dah-Jye, Merrell, Paul, Wei, Zhaoyi, Nelson, Brent E, "Two-frame structure from motion using optical flow probability distributions for unmanned air vehicle obstacle avoidance", "Machine Vision and Applications", vol 21 no 3, pp. 229–240, 2010.

Śledzenie obiektów



Analiza zachowania ludzi (1)



U. Mahbub, H. Imtiaz and M. A. Rahman Ahad, An optical flow based approach for action recognition, "14th International Conference on Computer and Information Technology (ICCIT 2011), Dhaka, 2011, pp. 646-651.

Analiza zachowania ludzi (2)



Analiza zmian amplitud OF w czasie. Klasyfikacja SVM / BoVF

Gdzie można zastosować czujnik OF ?

Idea czujnika przepływu optycznego.

- ✦ algorytmy są złożone obliczeniowo,
- ✦ możliwość realizacji w technologii FPGA, VLSI, ASIC

Zastosowania:

- ✦ UAV,
- ✦ roboty,
- ✦ systemy wspomagające kierowcę.

Metody wyznaczania przepływu optycznego

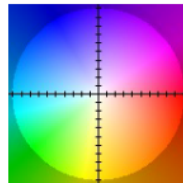
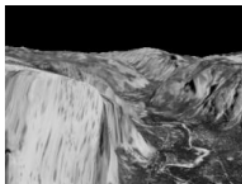
Wyznaczanie przepływu optycznego jest jednym kilku z tematów dość intensywnie zgłębianych przez naukowców związanych z przetwarzaniem i analizą obrazów (systemami wizyjnymi).

Inne:

- ✦ segmentacja obiektów pierwszoplanowych,
- ✦ wyznaczanie korespondencji stereo,
- ✦ detekcja sylwetek ludzkich,
- ✦ detekcja znaków,
- ✦ detekcja twarzy.

Metodologia ewaluacji (1)

Baza Middlebury (<http://vision.middlebury.edu/flow/eval/>)



RubberWhale (RW)

Yosemite (Y)

Jeśli znamy referencyjny przepływ optyczny – np. sekwencja została wygenerowana komputerowo – to możemy wyznaczyć:

✚ średni błąd kątowy

$$E_{AAE} = \frac{1}{N} \sum_N \arccos\left(\frac{1 + u_r u + v_r v}{\sqrt{(1 + u_r^2 + v_r^2)(1 + u^2 + v^2)}}\right) \quad (1)$$

✚ średni błąd bezwzględny

$$E_{AEE} = \frac{1}{N} \sum_N \sqrt{(u - u_r)^2 + (v - v_r)^2} \quad (2)$$

Ranking Middlebury

Optical flow evaluation results

Show images: ☒ below table ☐ above table ☐ in window

Statistics: Average SD R0.5 R1.0 R2.0 A50 A75 A95
Error type: ☒ endpoint ☐ angle ☐ interpolation ☐ normalized interpolation

Average endpoint error	rank	Army (Hidden feature)				Meqson (Hidden feature)				Schettina (Hidden feature)				Wooden (Hidden feature)				Grove (Synthetic)				Urban (Synthetic)				Yosemite				Teddy (Synthetic)			
		avg	std	R0.5	R1.0	avg	std	R0.5	R1.0	avg	std	R0.5	R1.0	avg	std	R0.5	R1.0	avg	std	R0.5	R1.0	avg	std	R0.5	R1.0	avg	std	R0.5	R1.0				
NNF-Loss [97]	3.4	0.67	0.23	0.95		0.13	0.34	0.12	0.18	0.37	0.14	0.10	0.49	0.09	0.41	0.61	0.21	0.32	0.66	0.19	0.30	0.12	0.17	0.34	0.80	0.23							
PMNET [114]	9.3	0.68	0.21	0.07		0.18	0.51	0.05	0.21	0.42	0.17	0.10	0.33	0.08	0.51	0.74	0.28	0.24	0.65	0.30	0.11	0.12	0.17	0.37	0.74	0.35							
OFNet [75]	9.8	0.68	0.21	0.06		0.19	0.53	0.12	0.19	0.37	0.14	0.14	0.77	0.07	0.51	0.78	0.23	0.31	0.74	0.25	0.11	0.12	0.21	0.42	0.74	0.93							
MDP-Flow [95]	10.5	0.68	0.21	0.07		0.15	0.40	0.11	0.20	0.40	0.14	0.15	0.80	0.07	0.51	0.93	0.43	0.26	0.74	0.33	0.11	0.12	0.17	0.38	0.79	0.44							
NN-Net [71]	11.8	0.68	0.22	0.05		0.17	0.55	0.13	0.19	0.39	0.15	0.09	0.41	0.05	0.41	0.61	0.20	0.52	0.64	0.26	0.12	0.13	0.20	0.33	0.83	0.21							
ComposFlow [96]	13.8	0.67	0.21	0.05		0.16	0.55	0.12	0.20	0.44	0.15	0.11	0.65	0.06	0.71	1.07	0.53	0.32	0.74	0.28	0.11	0.13	0.15	0.41	0.88	0.15							
TOT-Flow [76]	18.4	0.67	0.21	0.05		0.19	0.66	0.12	0.28	0.66	0.14	0.14	0.85	0.07	0.67	0.98	0.49	0.22	0.82	0.19	0.11	0.11	0.30	0.50	1.02	0.64							
WLF-Flow [95]	19.8	0.68	0.21	0.06		0.18	0.55	0.15	0.25	0.56	0.17	0.14	0.68	0.08	0.61	0.91	0.41	0.43	0.96	0.29	0.12	0.12	0.21	0.51	1.03	0.72							
NNF-EAC [103]	21.3	0.68	0.22	0.07		0.17	0.53	0.13	0.25	0.11	0.49	0.15	0.16	0.80	0.07	0.60	0.93	0.38	0.78	0.28	0.12	0.12	0.18	0.67	1.24	0.99							
LayNet++ [97]	21.9	0.68	0.21	0.07		0.19	0.56	0.17	0.29	0.40	0.18	0.12	0.58	0.07	0.48	0.70	0.33	0.47	1.01	0.33	0.12	0.14	0.24	0.65	1.08	0.81	0.72						
LMF [73]	22.8	0.68	0.22	0.06		0.15	0.49	0.11	0.30	0.64	0.31	0.12	0.78	0.08	0.66	0.96	0.53	0.33	1.18	0.28	0.12	0.12	0.18	0.49	0.94	0.61							
IRCF++ [96]	33.0	0.68	0.23	0.07		0.21	0.69	0.17	0.28	0.68	0.39	0.13	0.72	0.08	0.53	0.93	0.42	0.53	1.08	0.31	0.12	0.12	0.24	0.51	0.99	0.33							
LayNet [97]	23.7	0.67	0.19	0.06		0.22	0.59	0.19	0.29	0.54	0.20	0.12	0.84	0.08	0.57	0.78	0.54	0.44	0.84	0.30	0.12	0.13	0.30	0.45	0.97	0.65							
HAF [106]	24.9	0.67	0.20	0.05		0.21	0.54	0.13	0.17	0.30	0.12	0.12	0.90	0.09	0.64	0.74	0.23	0.58	0.99	0.44	0.19	0.17	0.47	0.32	0.84	0.33							
PI-Flow [101]	23.8	0.68	0.21	0.07		0.21	0.66	0.17	0.23	0.49	0.18	0.16	0.83	0.08	0.56	0.93	0.38	0.39	0.81	0.24	0.15	0.13	0.30	0.45	1.05	0.60							
FC-LossFlow [74]	26.8	0.68	0.21	0.07		0.21	0.70	0.17	0.20	0.40	0.18	0.12	0.76	0.08	0.53	0.77	0.37	0.49	1.02	0.33	0.16	0.13	0.29	0.46	0.87	0.11							
Correlation Flow [75]	26.5	0.68	0.23	0.07		0.17	0.56	0.11	0.14	0.47	0.08	0.11	0.64	0.08	0.74	1.04	0.56	0.41	0.92	0.30	0.14	0.13	0.27	0.40	0.85	0.42							
AGF++ [96]	27.9	0.68	0.22	0.07		0.23	0.73	0.18	0.28	0.66	0.18	0.14	0.70	0.08	0.57	0.85	0.38	0.47	0.87	0.31	0.12	0.13	0.28	0.51	0.96	0.47							
IRND-Flow [121]	28.0	0.67	0.20	0.06		0.19	0.66	0.13	0.24	0.79	0.17	0.14	0.73	0.07	0.68	1.03	0.48	0.37	0.94	0.29	0.16	0.16	0.29	0.54	0.88	0.11							
FEIS [73]	28.8	0.68	0.21	0.07		0.25	0.75	0.19	0.27	0.81	0.18	0.14	0.68	0.08	0.61	0.89	0.44	0.47	1.03	0.32	0.16	0.15	0.26	0.50	0.96	0.68							
ProFlowNet [127]	29.9	0.30	0.29	0.08		0.19	0.80	0.16	0.14	0.67	0.23	0.14	0.51	0.07	0.52	1.22	0.59	0.24	1.13	0.21	0.11	0.12	0.23	0.29	1.29	0.60							
AD-Flow [95]	30.0	0.67	0.21	0.06		0.19	0.64	0.13	0.29	0.73	0.15	0.17	0.92	0.07	0.74	1.14	0.59	0.31	1.30	0.24	0.12	0.12	0.18	0.59	1.19	0.73							
CNNex-CRF [97]	30.0	0.68	0.23	0.07		0.22	0.73	0.17	0.30	0.70	0.18	0.14	0.72	0.08	0.59	0.98	0.39	0.51	1.03	0.32	0.12	0.12	0.30	0.51	0.98	0.77							
DCFM [96]	30.6	0.68	0.26	0.06		0.15	0.62	0.14	0.30	0.74	0.19	0.12	0.95	0.07	0.74	1.14	0.74	0.51	0.87	0.28	0.16	0.12	0.28	0.49	0.94	0.17							
Spars-NetOptNet [96]	30.8	0.68	0.23	0.07		0.22	0.72	0.14	0.28	0.68	0.19	0.14	0.71	0.08	0.57	0.98	0.48	0.49	1.03	0.32	0.12	0.12	0.30	0.49	0.99	0.79							
TOT-Flow [76]	30.9	0.67	0.21	0.06		0.15	0.59	0.11	0.21	0.71	0.14	0.13	0.84	0.08	0.57	0.84	0.39	0.51	1.10	0.54	0.19	0.12	0.29	0.44	1.26	0.51							
EFlowNet [95]	31.3	0.68	0.22	0.06		0.21	0.67	0.17	0.24	0.73	0.18	0.14	0.71	0.08	0.59	0.98	0.39	0.50	1.05	0.36	0.12	0.13	0.29	0.49	0.95	0.60							
LSM [94]	32.6	0.68	0.23	0.07		0.22	0.73	0.14	0.29	0.68	0.19	0.14	0.70	0.08	0.59	0.98	0.48	0.50	1.06	0.33	0.12	0.12	0.29	0.50	0.99	0.73							
Ramp [95]	33.1	0.68	0.24	0.07		0.21	0.72	0.14	0.27	0.82	0.19	0.12	0.71	0.08	0.60	0.97	0.49	0.51	1.09	0.34	0.15	0.12	0.30	0.51	0.99	0.72							
ClassNet [31]	35.5	0.68	0.23	0.07		0.22	0.74	0.14	0.29	0.68	0.19	0.12	0.73	0.08	0.60	0.98	0.47	0.52	1.10	0.33	0.16	0.13	0.29	0.51	0.99	0.81	0.74						
CAR-Flow [125]	35.8	0.68	0.25	0.07		0.26	0.81	0.15	0.31	0.85	0.20	0.16	0.88	0.08	0.63	1.21	0.61	0.51	1.28	0.48	0.08	0.10	0.17	0.52	1.13	0.49							
TV-L1-Flow [34]	36.2	0.68	0.23	0.07		0.24	0.77	0.19	0.34	0.89	0.19	0.14	0.89	0.08	0.63	1.03	0.60	0.72	1.03	0.60	0.11	0.12	0.30	0.54	1.04	0.48							
PMF [73]	36.8	0.68	0.25	0.07		0.19	0.80	0.14	0.27	0.87	0.17	0.14	0.87	0.08	0.58	1.05	0.51	0.82	1.17	0.54	0.21	0.20	0.33	0.59	0.75	0.59							
FMOC [34]	38.8	0.68	0.22	0.07		0.24	0.76	0.19	0.34	0.84	0.18	0.14	0.70	0.08	0.64	1.03	0.61	0.74	1.12	0.58	0.12	0.13	0.32	0.56	1.16	0.70							
SVFNet-CR [111]	39.6	0.30	0.27	0.08		0.21	0.62	0.15	0.26	0.51	0.17	0.19	0.84	0.09	0.61	0.98	0.27	0.81	1.19	0.45	0.21	0.20	0.31	0.57	0.80	0.44							
IRCF-Flow [97]	39.7	0.67	0.20	0.06		0.22	0.77	0.19	0.30	0.70	0.18	0.14	0.80	0.05	0.74	1.04	0.56	0.44	1.09	0.31	0.04	0.11	0.24	0.57	1.08	0.18							
GMF-Flow [120]	39.7	0.11	0.35	0.08		0.20	0.75	0.19	0.30	0.72	0.24	0.16	0.76	0.10	0.67	1.28	0.66	0.56	1.09	0.39	0.12	0.12	0.17	0.55	1.19	0.61							
ComFlow [113]	40.2	0.30	0.29	0.07		0.22	0.69	0.16	0.29	0.68	0.17	0.16	0.74	0.11	0.67	0.98	0.44	0.50	1.04	0.34	0.17	0.17	0.26	0.51	1.05	0.67							

Gęsty przepływ optyczny (ang. *dense*) – obliczany dla każdego piksela na obrazie.

Rzadki przepływ optyczny (ang. *sparse*) – obliczany dla wybranych pikseli na obrazie. Wybór punktów:

- ✦ regularna siatka (optymalizacja),
- ✦ punkty „łatwiejsze do odnalezienia” – tzw. punkty charakterystyczne np. narożniki, SIFT, SURF, FAST itp.

- ✦ metody **korelacyjne** (w tym blokowe),
- ✦ metody **gradientowe** – analiza pochodnych jasności,
- ✦ metody **częstotliwościowe** – bazujące na filtrach w dziedzinie częstotliwości.

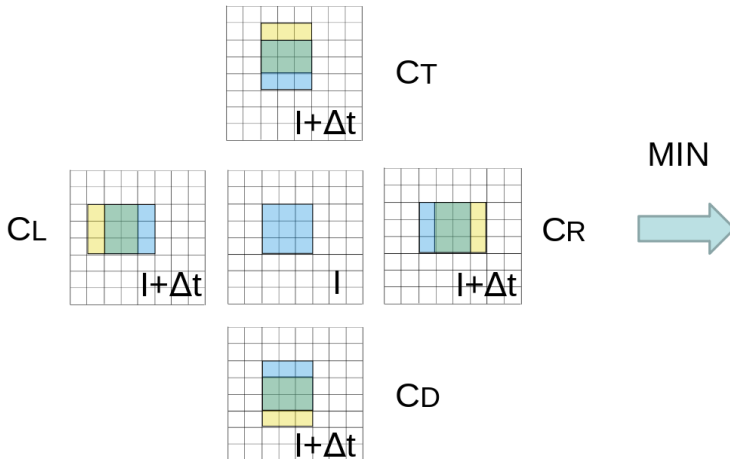
Metody korelacyjne (blokowe)

- ✦ badanie korelacji fragmentów obrazu (podejście blokowe),
- ✦ badanie korelacji wybranych cech obrazu (np. krawędzie, Census),
- ✦ zakłada się, że sąsiednie punkty należą do tych samych obiektów i poruszają się w tym samym kierunku (sztywność + tylko translacja)

Ogólny sposób postępowania:

- ✦ konstruuje się funkcję korelacji,
- ✦ minimalizuje/maksymalizuje się ją,
- ✦ zmienną jest pole wektorowe.

Podjęcie blokowe - przykład



Porównywanie bloków:

- ✚ SAD – suma modułów różnic.
- ✚ SSD – suma kwadratów różnic.

Rozmiar obszaru przeszukiwań ma bezpośredni wpływ na:

- ✚ maksymalne „wykrywane” przemieszczenie,
- ✚ złożoność obliczeniową.

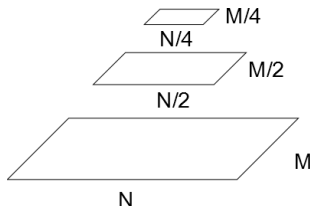
- ✚ bezpośrednia (iloczyn + suma),
- ✚ znormalizowana średnią (odejmowanie od pikseli średniej + iloczyn + suma),
- ✚ znormalizowana wariancją (suma iloczynów dzielona przez iloczyn wariancji)

- ✦ tworzony jest opis struktur występujących na obrazie -> forma segmentacji,
- ✦ wykrywane są linie, krawędzie, proste figury geometryczne,
- ✦ poszukiwane są ich odpowiedniki na drugim obrazie,
- ✦ wada to złożoność powyższego procesu.

Wykorzystanie przetwarzania w kilku skalach

Piramidy (ang. *scale space*)

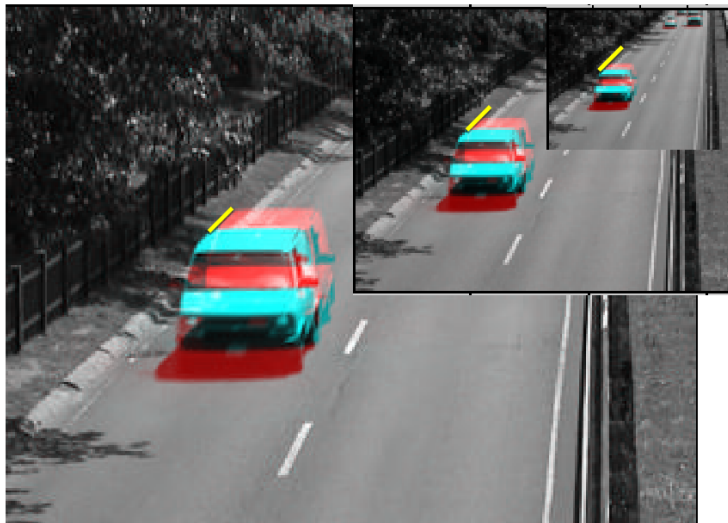
Wykrywanie dużych przemieszczeń opisaną metodą wymagałoby dużego obszaru przeszukiwań -> duża złożoność obliczeniowa.
 Lepszy pomysł to przetwarzanie obrazu w kilku skalach (rozdzielczościach).



$N \times M$ – rozmiar obrazu.

Co nam to daje ?





$S = 0.25$

$S = 0.5$

$S = 1$

Jak to wykorzystać do OF ?

- ✦ wykonujemy przeskalowanie obrazu do skal L_0, L_1, \dots, L_m (najmniejszy obraz),
- ✦ obliczamy przepływ optyczny dla skali L_m ,
- ✦ propagujemy wyniki obliczania przepływu na skalę L_{m-1} -> wykorzystujemy je jako wstępne przybliżenie przepływu na poziomie L_{m-1} ,
- ✦ obliczamy dokładniejsze wartości przepływu na poziomie L_{m-1} ,
- ✦ postępowanie realizujemy aż do poziomu L_0 .

$g^L = [g_u^L, g_v^L]$ – wstępne przybliżenie OF dla skali L (uzyskane poprzez obliczenie OF dla skali L+1)

$d^L = [d_u^L, d_v^L]$ – resztowe przemieszczenie piksela (poprawiona wartość g^L)

$$\epsilon^L(d^L) = \epsilon^L(d_x^L, d_y^L) = \sum_{x=u_x^L-w_x}^{u_x^L+w_x} \sum_{y=u_y^L-w_y}^{u_y^L+w_y} (I^L(x, y) - J^L(x + g_x^L + d_x^L, y + g_y^L + d_y^L))^2 \quad (3)$$

- ✚ możliwość poprawnego obliczania OF nawet dla znacznych przemieszczeń,
- ✚ powyższe przy ograniczeniu złożoności obliczeniowej algorytmu

Uwaga: podejście można również zastosować do innych metod obliczania OF (np. LK).

Metody częstotliwościowe

- ✦ analiza w dziedzinie częstotliwości – przekształcenie FFT,
- ✦ wykorzystanie filtrów czułych na kierunek ruchu.

Zalety:

- ✦ zdolność wykrywania pewnych specyficznych ruchów „niewidocznych” w dziedzinie przestrzeni (losowo rozmieszczone punkty na jednorodnym tle)

Podział na metody bazujące na:

- ✚ analizie energii – wykorzystuje się filtry Gabora (Gauss z nałożoną sinusoidą lub cosinusoidą),
- ✚ analizie fazy – filtry zespolone, prędkość normalna konturu fazy, gradient fazy.

Metody gradientowe

- ✚ dziedzina obrazu jest różniczkowalna w przestrzeni i czasie,
- ✚ wykorzystuje się pochodne pierwszego i drugiego rzędu

Podstawowe założenie: jasność (kolor) danego punktu są stałe w czasie (przynajmniej z ramki na ramkę).

$$\frac{dI(x, y, t)}{dt} = 0 \quad (4)$$

$$I(x, y, t) = I(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t). \quad (5)$$

$$I(x, y, t) = I(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t). \quad (6)$$

Rozwinięcie w szereg Taylora:

$$I(x + \Delta x, y + \Delta y, t + \Delta t) = I(x, y, t) + \frac{\partial I}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial I}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial I}{\partial t} \Delta t + O \quad (7)$$

O – wyraz wyższego rzędu

$$\frac{\partial I}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial I}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial I}{\partial t} \Delta t = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{\Delta y}{\Delta t} + \frac{\partial I}{\partial t} \frac{\Delta t}{\Delta t} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} V_x + \frac{\partial I}{\partial y} V_y + \frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

V_x, V_y – składowe prędkości.

$$\frac{\partial I}{\partial x} = I_x \quad \frac{\partial I}{\partial y} = I_y \quad \frac{\partial I}{\partial t} = I_t \quad (11)$$

Równanie przepływu optycznego:

$$I_x V_x + I_y V_y + I_t = 0 \quad (12)$$

lub

$$I_x u + I_y v + I_t = 0 \quad (13)$$

Problem: mamy **dwie niewiadome** (obie składowe prędkości) i **jedno równanie**.

Zatem, aby rozwiązać problem trzeba zastosować **dodatkowe ograniczenie** (dodatkowe równanie).

Zakłada się globalną gładkość przepływu. Minimalizuje się energię:

$$E = \int \int (I_x V_x + I_y V_y + I_t)^2 + \alpha^2 \left\{ \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_y}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \quad (14)$$

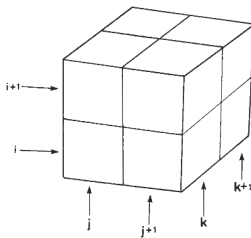
A jak to przekształcić na kod ?

Jak wykona się kilka przekształceń... To otrzymuje się następujące równania iteracyjne:

$$V_x^{n+1} = V_x^n - \frac{I_x(I_x\bar{V}_x + I_y\bar{V}_y + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2} \quad (15)$$

$$V_y^{n+1} = V_y^n - \frac{I_y(I_x\bar{V}_x + I_y\bar{V}_y + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2} \quad (16)$$

Sposób obliczania pochodnych



$$\begin{aligned}
 I_x = 0.25 \{ & I(i, j + 1, k) - I(i, j, k) \\
 & + I(i + 1, j + 1, k) - I(i + 1, j, k) \\
 & + I(i, j + 1, k + 1) - I(i, j, k + 1) \\
 & + I(i + 1, j + 1, k + 1) - I(i + 1, j, k + 1) \}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

$$\begin{aligned}\bar{V}_x = & \frac{1}{6} \{ V_x(i-1, j, k) + V_x(i, j+1, k) \\ & + V_x(i+1, j, k) + V_x(i, j-1, k) \} \\ & + \frac{1}{12} \{ V_x(i-1, j-1, k) + V_x(i-1, j+1, k) \\ & + V_x(i+1, j-1, k) + V_x(i+1, j+1, k) \}\end{aligned}\tag{18}$$

Analiza artykułu pt. "Efficient Hardware Implementation of the Horn-Schunck Algorithm for High-Resolution Real-Time Dense Optical Flow Sensor"

Metoda Lucasa-Kanade

Metoda Lucasa-Kanade (LK) – (1)

W metodzie LK przyjmuje się, że przepływ optyczny jest lokalnie stały. Praktycznie polega to na podziale obrazu na fragmenty i przyjęciu, że w danym fragmencie prędkość jest stała.

Można to zapisać następująco:

$$E = \sum_{x \in \Omega} W^2 (I_x u + I_y v + I_t)^2 \quad (19)$$

gdzie: Ω – rozpatrywane otoczenie, W – okno, dzięki któremu nadaje się wagi poszczególnym pikselom (często jest to okno Gaussa).

Przy przyjętych założeniach równanie ruchu można rozpisać jako:

$$\begin{aligned} I_x(q_1)u + I_y(q_1)v &= -I_t(q_1) \\ I_x(q_2)u + I_y(q_2)v &= -I_t(q_2) \\ &\vdots \\ I_x(q_n)u + I_y(q_n)v &= -I_t(q_n) \end{aligned} \tag{20}$$

gdzie: q_1, q_2, \dots, q_n to piksele należące do rozpatrywanego okna Ω ,
a $I_x(q_i)$, $I_y(q_i)$, $I_t(q_i)$ są pochodnymi cząstkowymi I odpowiednio po x , y
i t dla punktu q_i .

Przypomnienie: wszystko jest znane oprócz prędkości: u i v .

Równania można zapisać w postaci macierzowej:

$$A = \begin{bmatrix} I_x(q_1) & I_y(q_1) \\ I_x(q_2) & I_y(q_2) \\ \vdots & \vdots \\ I_x(q_n) & I_y(q_n) \end{bmatrix}, \quad v = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -I_t(q_1) \\ -I_t(q_2) \\ \vdots \\ -I_t(q_n) \end{bmatrix} \quad (21)$$

Co daje:

$$Av = b \quad (22)$$

Czyli mamy układ równań linowych, gdzie jest więcej równań niż niewiadomych, co określa się mianem układu nadokreślonego.

Można sobie z tym poradzić wykorzystując **metodę najmniejszych kwadratów**. Mamy wtedy:

$$A^T A v = A^T b \quad (23)$$

$$v = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (24)$$

gdzie: A^T – transpozycja macierzy A .

Ostatecznie:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n I_x(q_i)^2 & \sum_{i=0}^n I_x(q_i)I_y(q_i) \\ \sum_{i=0}^n I_x(q_i)I_y(q_i) & \sum_{i=0}^n I_y(q_i)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sum_{i=0}^n I_x(q_i)I_t(q_i) \\ -\sum_{i=0}^n I_y(q_i)I_t(q_i) \end{bmatrix} \quad (25)$$

Pokazane równanie zakłada, że “udział” każdego z elementów okna jest taki sam (wagi maski – 1). Zwykle jednak lepiej jest zastosować zróżnicowanie pikseli. Bardziej prawdopodobne jest, że piksele bliżej aktualnie rozważanego elementu centralnego będą mieć bardziej zbliżony przepływ optyczny. Wersja z oknem z wagami dana jest zależnościami:

$$A^T W A v = A^T W b \quad (26)$$

$$v = (A^T W A)^{-1} A^T W b \quad (27)$$

gdzie: W – macierz diagonalna zawierająca odpowiednie wagi $W_{ii} = w_i$

Ostatecznie:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^n w_i I_x(q_i)^2 & \sum_{i=0}^n w_i I_x(q_i) I_y(q_i) \\ \sum_{i=0}^n w_i I_x(q_i) I_y(q_i) & \sum_{i=0}^n w_i I_y(q_i)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} - \sum_{i=0}^n w_i I_x(q_i) I_t(q_i) \\ - \sum_{i=0}^n w_i I_y(q_i) I_t(q_i) \end{bmatrix} \quad (28)$$

Wagi w_i zwykle ustala się jako wartości funkcji Gaussa obliczone na podstawie odległości piksela centralnego i q_i .