Zaawansowane algorytmy wizyjne
AGH, Katedra Automatyki i Robotyki

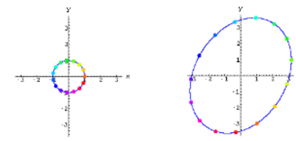
Rzutowanie, kalibracja, stereowizja

Konspekt stanowi uzupełnienie wykładu,
nie pokrywa całości materiału przedstawionego na wykładzie
i obowiązującego do zaliczenia

Macierz jako odwzorowanie

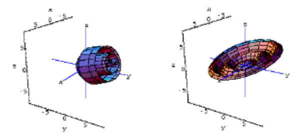
Przykład 1
Przekształcenie punktów leżących na okręgu o promieniu jednostkowym przez macierz:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$



Przykład 2
Przekształcenie punktów przesterzni 3D przez macierz:

$$\begin{pmatrix} 2. & -0.48 & -0.56 \\ -0.072 & 0.74 & -2. \\ 1.1 & 0.45 & -1.5 \end{pmatrix}$$



Przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie

Przesunięcie:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix}$$

Skalowanie:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

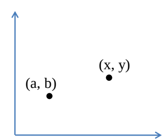
Szczególne przypadki: jednokładność, powinowactwo osiowe

Obrót wokół początku układu:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta \\ \sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie

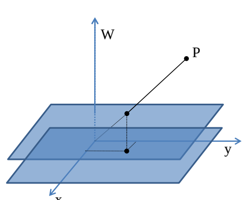
Obrót wokół dowolnego punktu (a,b):
1. Przesunięcie układu współrzędnych o wektor (a,b) ≡ Przesunięcie punktu (x, y) o wektor -(a, b)
2. Obrót
3. Ponowne przesunięcie: układu o -(a, b) lub punktu o (a, b)



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta \\ \sin\Theta & \cos\Theta \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Współrzędne jednorodne na płaszczyźnie

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{przekształcenia geometryczne}} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ W \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x'/W \\ y'/W \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x'/W \\ y'/W \end{bmatrix}$$



Współrzędne jednorodne na płaszczyźnie

Przesunięcie:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ W' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ W \end{bmatrix}$$

Skalowanie:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ W' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ W \end{bmatrix}$$

Obrót wokół początku układu:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ W' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta & 0 \\ \sin\Theta & \cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ W \end{bmatrix}$$

Składanie przekształceń

Składanie przekształceń we współrzędnych jednorodnych:

x'=Ax,
x''=Bx' => x'' = B (Ax) = BA x

Dla złożenia translacji, obrotu i skalowania:

$$M = \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Przykład

Obrót wokół punktu (5,7) o kąt 30 stopni należy zapisać w postaci przekształcenia liniowego *y=Ax*

sin(30°)=1/2, cos(30°)=√3/2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

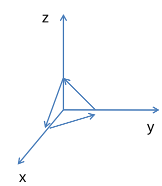
Współrzędne jednorodne w przestrzeni 3D

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Współrzędne jednorodne w przestrzeni 3D

$$R_{OZ} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & -\sin\Theta & 0 & 0 \\ \sin\Theta & \cos\Theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



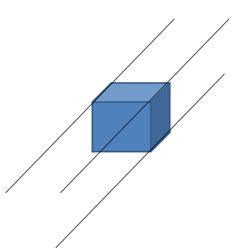
$$R_{OX} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Theta & -\sin\Theta & 0 \\ 0 & \sin\Theta & \cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{OY} = \begin{bmatrix} \cos\Theta & 0 & \sin\Theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\Theta & 0 & \cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

→ Obrót w przeciwną stronę => przeciwny znak Θ

Rzuty równoległe

Rzut równoległy – zachowuje równoległość prostych
Rzut jest równoległy ≅ różnice głębi << odległość od kamery
wąski kąt widzenia

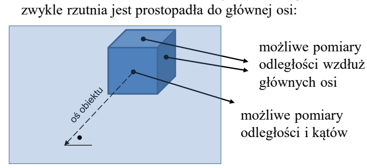


Rzuty równoległe

Rzuty równoległe *(parllel projection)*

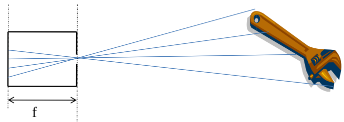
- prostokątne *(ortographic projection)*
  kierunek rzutowania normalny do rzutni
  - widok z góry
  - widok z przodu
  - widok z boku
  - aksonometryczne (widok pod kątem) – nie zachowuje kątów
    - izometryczne – normalna do rzutni tworzy równe kąty z osiami układu → można wykonywać pomiary wzdłuż wszystkich osi w tej samej skali

- ukośne – normalna do rzutni nie jest równoległa do kierunku rzutowania; zwykle rzutnia jest prostopadła do głównej osi:

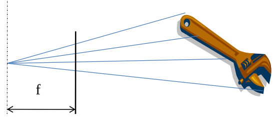


Obiektyw punktowy

Camera obscura:



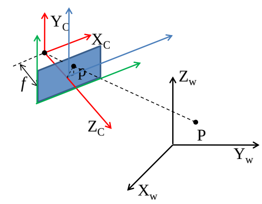
Model kamery perspektywicznej z obiektywem punktowym:



Rzut perspektywiczny

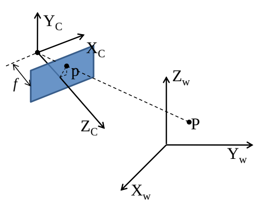
Przejście z zewnętrznego układu współrzędnych („świata") na współrzędne pikselowe:

1. Zewnętrzny układ współrzędnych → układ współrzędnych kamery
2. Układ współrzędnych kamery → układ płaszczyzny obrazowej
3. Układ płaszczyzny obrazowej → współrzędne pikselowe
4. Ewentualnie korekcja zniekształceń radialnych



Rzut perspektywiczny 1/3

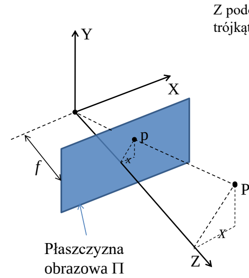
Przejście ze współrzędnych zewn. układu P_w (P_{world})
do układu współrzędnych kamery P_c (P_{camera})



$$P_c = R_{3x3}\,(P_w - T_{3x1})$$

Rzut perspektywiczny 2/3

Model kamery perspektywicznej:
Przejście z układu współrzędnych kamery (X, Y, Z)
na współrzędne płaszczyzny obrazowej (x, y)

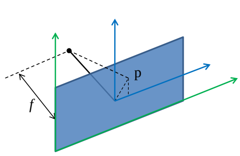


Z podobieństwa trójkątów: $\frac{X}{Z} = \frac{x}{f}$

$$x = f\,\frac{X}{Z},\; y = f\,\frac{Y}{Z},\; z = f$$

Rzut perspektywiczny 3/3

Model kamery perspektywicznej:
Przejście z układu współrzędnych płaszczyzny obrazowej (x_u, y_u)
na współrzędne pikselowe (x, y)



$$x = (x_u - o_x)\,s_x$$
$$y = (y_u - o_y)\,s_y$$

Rzut perspektywiczny – zagregowanie przekształceń

Współrzędne ***jednorodne*** punktu w:
P – zewnętrznym
p – pikselowym
układzie współrzędnych

$$p = M\,P$$

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & m_{3,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}$$

We współrzędnych ***niejednorodnych***:

$$x_u = \frac{p_1}{p_3} = \frac{m_{11}X_1 + m_{12}X_2 + m_{13}X_3 + m_{14}}{m_{31}X_1 + m_{32}X_2 + m_{33}X_3 + m_{34}}$$

$$y_u = \frac{p_2}{p_3} = \frac{m_{21}X_1 + m_{22}X_2 + m_{23}X_3 + m_{24}}{m_{31}X_1 + m_{32}X_2 + m_{33}X_3 + m_{34}}$$

Kalibracja kamery

$$x_u = \frac{p_1}{p_3} = \frac{m_{11}X_1 + m_{12}X_2 + m_{13}X_3 + m_{14}}{m_{31}X_1 + m_{32}X_2 + m_{33}X_3 + m_{34}}$$

$$y_u = \frac{p_2}{p_3} = \frac{m_{21}X_1 + m_{22}X_2 + m_{23}X_3 + m_{24}}{m_{31}X_1 + m_{32}X_2 + m_{33}X_3 + m_{34}}$$

Kalibracja w przestrzeni 3D – potrzebne min. 6 punktów

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_{u1}X_{11} & -x_{u1}X_{12} & -x_{u1}X_{13} & -x_{u1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{11} & X_{12} & X_{13} & 1 & -y_{u1}X_{11} & -y_{u1}X_{12} & -y_{u1}X_{13} & -y_{u1} \\ \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{N1} & X_{N2} & X_{N3} & 1 & -y_{uN}X_{N1} & -y_{uN}X_{N2} & -y_{uN}X_{N3} & -y_{uN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \dots \\ m_{33} \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0$$

Metoda SVD

Singular value decomposition

$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -x_{u1}X_{11} & -x_{u1}X_{12} & -x_{u1}X_{13} & -x_{u1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{11} & X_{12} & X_{13} & 1 & -y_{u1}X_{11} & -y_{u1}X_{12} & -y_{u1}X_{13} & -y_{u1} \\ \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{N1} & X_{N2} & X_{N3} & 1 & -y_{uN}X_{N1} & -y_{uN}X_{N2} & -y_{uN}X_{N3} & -y_{uN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \dots \\ m_{33} \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0$$

$Cm = 0$ C – znana macierz, *m* – szukany wektor parametrów

C → $U\Sigma V^T$, Σ – macierz diagonalna

Jądro przekształcenia składa się z kolumn macierzy V dla których odpowiadające elementy macierzy Σ są równe 0
(lub w praktyce bardzo bliskie 0)

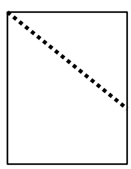
Gdy elementy Σ w kolejności malejącej => jądrem jest prawa kolumna V

Metoda SVD

Przykład: wykonano pomiary dla 10 punktów kalibracji:

$$C_{20x12} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \dots \\ m_{33} \\ m_{34} \end{bmatrix} = 0$$

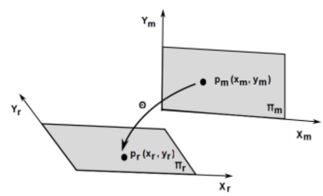
$C_{20x12} = U_{20x20}\, \Sigma_{20x12}\, V^T_{12x12}$, Σ =



Obliczenie wektora parametrów *m* w Matlabie:

```
[U,S,V] = svd(X);
m = V(:, 12);
```

Homografia 2D (transformata „płaska")



Π_r – płaszczyzna lokalna
Π_m – płaszczyzna monitorowa

Kalibracja w przypadku transformaty płaskiej – potrzebne min. 4 punkty

$(x_{r1}\ y_{r1})$ – (x_{r4}, y_{r4}) – współrzędne na płaszczyźnie lokalnej
(x_{M1}, y_{M1}) – (x_{M4}, y_{M4}) – współrzędne monitorowe

Transformata płaska – kalibracja kamery

Wyprowadzenie ogólnej postaci transformaty płaskiej:

współrz. jednorodne na płaszczyźnie lokalnej

współrz. jednorodne monitorowe

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & 3\times 3 & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ w_m = 1 \end{bmatrix}$$

$$x = \frac{X}{W} = \frac{a_1 x_m + b_1 y_m + c_1}{m x_m + n y_m + c_2}$$

jeden z parametrów można przyjąć arbitralnie, np. c_2=1

$$x = \frac{a_1 x_m + b_1 y_m + c_1}{m x_m + n y_m + 1}$$

Analogicznie: $$y = \frac{a_2 x_m + b_2 y_m + c_2}{m x_m + n y_m + 1}$$

Transformata płaska – kalibracja kamery

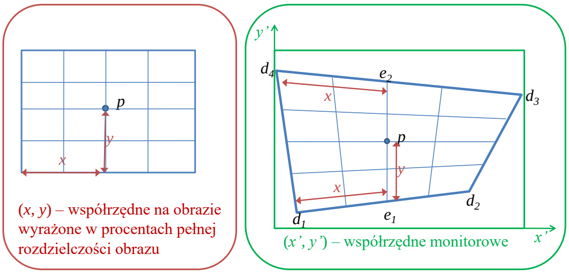
$$x = \frac{a_1 x_m + b_1 y_m + c_1}{m x_m + n y_m + 1} \qquad y = \frac{a_2 x_m + b_2 y_m + c_2}{m x_m + n y_m + 1}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_{r1} \\ y_{r1} \\ \vdots \\ x_{r4} \\ y_{r4} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{H}} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_{m1} & y_{m1} & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_{m1}x_{r1} & -y_{m1}x_{r1} \\ 0 & 0 & 0 & x_{m1} & y_{m1} & 1 & -x_{m1}y_{r1} & -y_{m1}y_{r1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m4} & y_{m4} & 1 & 0 & 0 & 0 & -x_{m4}x_{r4} & -y_{m4}x_{r4} \\ 0 & 0 & 0 & x_{m4} & y_{m4} & 1 & -x_{m4}y_{r4} & -y_{m4}y_{r4} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{C}} \underbrace{\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \\ a_2 \\ b_2 \\ c_2 \\ m \\ n \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\rho}}$$

$$\rho = [C^T C]^{-1} C^T H$$

Fuksa, Byrski *Czteropunktowa metoda identyfikacji transformacji stereowizyjnej*

Przekształcenie dwuliniowe



Zapisujemy p we współrzędnych monitorowych: $p = e_1 + (e_2 - e_1)y$ gdzie: $e_1 = d_1 + (d_2 - d_1)x$; $e_2 = d_4 + (d_3 - d_4)x$

Po podstawieniu e_1 i e_2 i oznaczeniu $p = (x,y)$ dostajemy:

$$x' = a_1 x + a_2 y + a_3 x y + a_4$$
$$y' = b_1 x + b_2 y + b_3 x y + b_4$$

Przekształcenie dwuliniowe

$$x' = a_1 x + a_2 y + a_3 x y + a_4$$
$$y' = b_1 x + b_2 y + b_3 x y + b_4$$

Do znalezienia 8 parametrów → potrzebujemy 8 równań czyli 4 punkty

$$\begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ x'_3 \\ x'_4 \end{bmatrix} = T \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \\ y'_4 \end{bmatrix} = T \cdot \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \qquad \textbf{gdzie: } T = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & x_1 y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & x_2 y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & x_3 y_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & x_4 y_4 & 1 \end{bmatrix}$$

Cechy przekształcenia dwuliniowego:
- przekształcenie dowolnego czworokąta na prostokąt
- duża szybkość (brak operacji dzielenia)
- nie zachowuje prostych (dodatkowe zniekształcenie)
- zastosowanie w przypadku niewielkich zniekształceń

Transformowanie obrazu

stare współrzędne ⟶ nowe współrzędne:

$$x_{nowe} = f(x_{stare})$$
$$y_{nowe} = f(y_{stare})$$

Aby wszystkie piksele nowego obrazu były określone, odwracamy równanie:

nowe współrzędne ⟶ stare współrzędne:

$$x_{stare} = f^{-1}(x_{nowe})$$
$$y_{stare} = f^{-1}(y_{nowe})$$

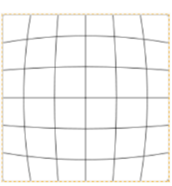
Parametry wewnętrzne kamery

- Ogniskowa kamery f
- Translacja między współrzędnymi na matrycy CCD a współrzędnymi pikselowymi

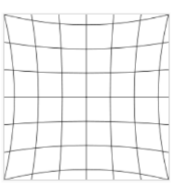
- Zniekształcenia geometryczne wprowadzane przez układ optyczny
  => nieliniowość układu optycznego (dystorsja)
  => zmienność parametrów optycznych w zależności od długości fali => aberracja chromatyczna

Dystorsja

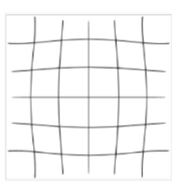
Dystorsja – rodzaj aberrecji **optycznej**: zakrzywienie linii prostych



Dystorsja beczkowa
(beczkowatość obrazu)
barrel distortion



Dystorsja poduszkowa
(poduszkowatość obrazu)
pincushion distortion



Dystorsja „wąsikowa"
mustache distortion

Dystorsja - korekcja

Korekcja zniekształceń radialnych (dystorsji):

$$x' = \frac{x}{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4} \qquad y' = \frac{y}{1 + k_1 r^2 + k_2 r^4}$$

$$r^2 = x'^2 + y'^2$$

(x, y) – dane zniekształcone; (x', y') – dane po korekcji

W zastosowaniach praktycznych zwykle można przyjąć $k_2=0$

Korekcja dystorsji:
- automatyczna – w oparciu o znane parametry obiektywu
- ręczna – w oparciu o wskazanie punktów leżących na liniach prostych

Widzenie przestrzenne: ludzie vs. roboty

Stereowizja
Człowiek: ruchy gałek ocznych i informacja zwrotna o położeniu oka
Maszyna: dopasowanie obrazów i utworzenie mapy głębi

Ostrość
Człowiek: akomodacja dostosowanie kształtu soczewki do odległości
Maszyna:
Ogniskowanie: seria obrazów, analiza udziału wysokich częstotliwości
Rozogniskowanie (depth from defocus): dwa obrazy, pomiar parametrów rozmycia
Autofocus jest sporadycznie stosowany w systemach przemysłowych

Ruch
Człowiek: obserwacja przemieszania bliższych przedmiotów na tle dalszych
Maszyna: możliwość dopasowania jak przy stereowizji, np. stereogramy lotnicze. SLAM – Simultaneous location and mapping

Przesłonięcia
Interpretacja maszynowa jest trudna i niejednoznaczna (niejednoznaczność segmentacji)

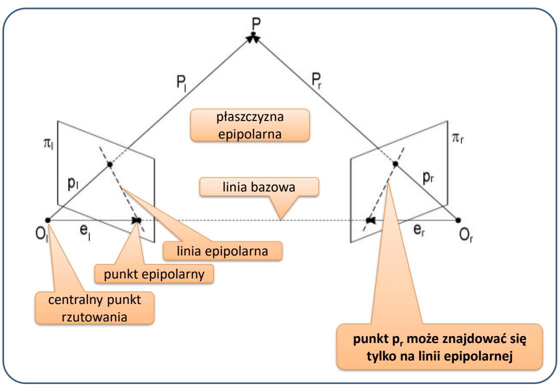
Perspektywa
Interpretacja maszynowa jest trudna i niejednoznaczna – wymaga „rozumienia" obrazu (np. wiedzy które linie w rzeczywistości są równoległe)

Metody pomiaru głębi

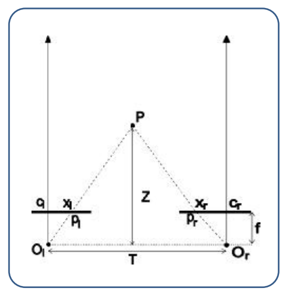
Metody aktywne

- oświetlenie strukturalne
- radar
- sonar / ultradźwiękowe czujniki odległości
- laser
  - Time of Flight
  - LIDAR (laserowy „radar")
  - ruchomy laser (lub obiekt) + kamera (stosowane w skanerach 3D)

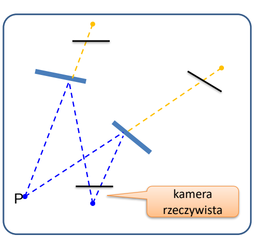
Geometria epipolarna



Układ kanoniczny

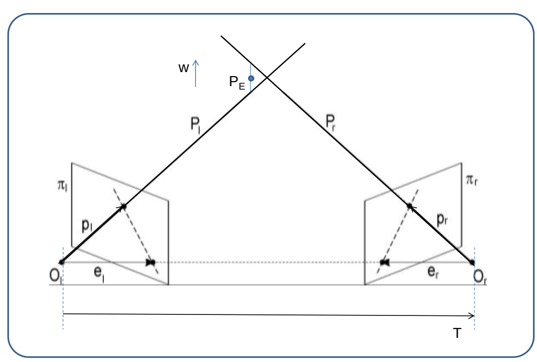


Układ katadioptryczny

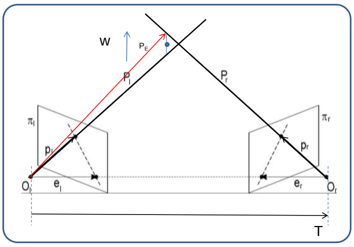


- ☺ Brak problemu z synchronizacją w czasie
- ☺ Brak problemu z jednolitymi parametrami obu kamer (np. ogniskowa, przysłona)
- ☺ Możliwe szerokie pole widzenia (zwierciadła wypukłe)
- ☺ Możliwość wykorzystania nakładek na obiektyw do fotografii 3D
- ☺ Redukcja kosztu (jedna kamera) ważne przy korzystaniu ze specjalnych kamer (np. ultra-szybkich lub pracujących poza światłem widzialnym), ale:
- ☹ Obrazy zajmują niewielką część kadru, a kamery szybkie mają małą rozdzielczość
- ☹ Do podczerwieni są potrzebne specjalne lustra

Rekonstrukcja przestrzeni 3D: triangulacja



Rekonstrukcja przestrzeni 3D: triangulacja



$ap_l + bw = T + R^T cp_r$,

gdzie:
$w = p_l \times R^T p_r$

W układzie kanonicznym:
$R = I_{3x3}$, $T = [T_x, 0\ 0]^T$

Rekonstrukcja przestrzeni 3D

Ten sam punkt (X,Y,Z) przestrzeni jest widziany przez 2 kamery.
Idea metody:

1. Kalibracja – por. poprzedni wykład
Zidentyfikować parametry transformacji ze współrzędnych przestrzennych do monitorowych dla lewej i prawej kamery.

Jest to przekształcenie $R^3 \rightarrow R^2$, a we współrzędnych jednorodnych $R^4 \rightarrow R^3$

Ile jest tych parametrów dla każdej kamery?
Jaki wzorzec kalibracyjny jest potrzebny?

Efektem jest znalezienie macierzy P_1 i P_2, odwzorowujących przestrzeń 3D na współrzędne monitorowe (wszystko we współrz. jednorodnych):

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = P_1 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = P_2 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rekonstrukcja przestrzeni 3D

2. Określenie współrzędnych monitorowych punktu

Znalezienie współrzędnych monitorowych:
(x_1, y_1) – współrzędne na obrazie lewej kamery
(x_2, y_2) – współrzędne na obrazie prawej kamery

3. Wyznaczenie współrzędnych przestrzennych
Współrzędne przestrzenne punktu są wyznaczane z równania:

$$\overset{\textbf{A}}{\begin{bmatrix} x_1p^1_{31} - p^1_{11} & x_1p^1_{32} - p^1_{12} & x_1p^1_{33} - p^1_{13} \\ y_1p^1_{31} - p^1_{21} & y_1p^1_{32} - p^1_{22} & y_1p^1_{33} - p^1_{23} \\ x_2p^2_{31} - p^2_{11} & x_2p^2_{32} - p^2_{12} & x_2p^2_{33} - p^2_{13} \\ y_2p^2_{31} - p^2_{21} & y_2p^2_{32} - p^2_{22} & y_2p^2_{33} - p^2_{23} \end{bmatrix}} \overset{\textbf{X}}{\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}} = \overset{\textbf{B}}{\begin{bmatrix} p^1_{14} - x_1p^1_{34} \\ p^1_{24} - y_1p^1_{34} \\ p^2_{14} - x_2p^2_{34} \\ p^2_{24} - y_2p^2_{34} \end{bmatrix}}$$

Wynika ono z wymnożenia równań rzutowania:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = P_1 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = P_2 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rozwiązanie: $X = (A^TA)^{-1}A^T B$

Peter Hillman – White paper: camera calibration and stereo vision (Sec. 4: 3D recovery)

Metoda podwójnej płaszczyzny

Kalibracja:
Identyfikujemy 4 transformaty płaskie:
2 kamery × 2 płaszczyzny

Rekonstrukcja współrzędnych punktu w 3D:

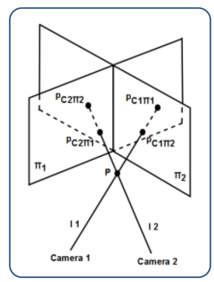
Obliczamy punkty $p_{C1\Pi1}$, $p_{C1\Pi2}$, $p_{C2\Pi1}$, $p_{C2\Pi2}$

Korzystając z transformat płaskich otrzymujemy współrzędne w układzie płaszczyzny (Π_1 lub Π_2), które zamieniamy na globalny układ 3D (x,y,z)

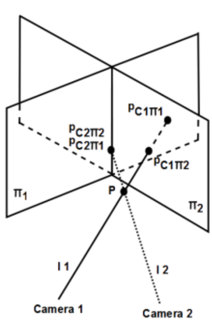
Wyznaczamy proste l1 i l2

Obliczamy punkt przecięcia prostych P

W praktyce: środek najkrótszego odcinka łączącego proste



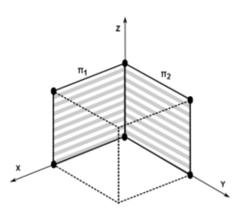
Metoda podwójnej płaszczyzny

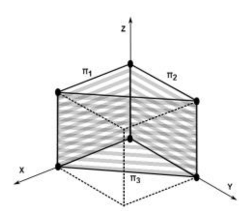


Przypadek gdy dla punktu P nie można wyznaczyć prostej l2

Metoda podwójnej płaszczyzny

Metoda podwójnej płaszczyzny - wprowadzenie dodatkowej płaszczyzny





Wybór układu stereowizyjnego

Rodzaj mapy głębi: gęsta – rzadka

Wybór zależy od rodzaju sceny

Rozstaw kamer

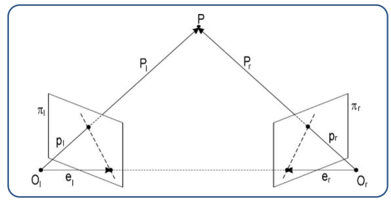
Mały rozstaw – łatwiejsze dopasowanie odpowiedników
Duży rozstaw – większa dokładność wyznaczania głębi

Układ kanoniczny czy dowolny

Przy metodzie rekonstrukcji przez triangulację – polecany układ kanoniczny
Przy kalibracji z użyciem wzorca – możliwy jest dowolny układ kamer

Proces dopasowania

1. Epipolarność odpowiedników



Jednoznaczność odpowiedników: obraz punktu należący do jednej kamery ma co najwyżej 1 odpowiednik w płaszczyźnie drugiej kamery

Proces dopasowania

2. Kompatybilność fotometryczna

$$\left| \sum_{(x,y)\in U_l} I(x,y) - \sum_{(x,y)\in U_r} I(x,y) \right| < \tau$$

$$\left| \left(\sum_{(x,y)\in U_{l1}} I(x,y) - \sum_{(x,y)\in U_{l2}} I(x,y) \right) - \left(\sum_{(x,y)\in U_{r1}} I(x,y) - \sum_{(x,y)\in U_{r2}} I(x,y) \right) \right| < \tau$$

Proces dopasowania – block matching

Metoda Block Matching jest wykorzystywana głównie do estymacji ruchu *(motion estimation)*, lecz może także służyć do dopasowania obrazów steropary

Podstawowe założenia metody to:
- obraz składa się ze sztywnych obiektów (rigid objects)
- brak zmian oświetlenia
- metoda w podstawowej wersji uwzględnia translację, natomiast nie uwzględnia obrotu i skalowania

Proces dopasowania – block matching

Dopasowanie bloków jest dokonywane na podstawie funkcji określającej ich podobieństwo, np.:
- Funkcja korelacji
- Błąd średniokwadratowy
- Średnia wartości bezwzględnych z różnic

Przyspieszanie obliczeń:
- Poszukiwanie logarytmiczne
- Podpróbkowanie
- Estymacja hierarchiczna

Proces dopasowania

3. Podobieństwo geometryczne

$|W_l - W_r| < \tau$,
$|L_l - L_r| < \tau$, gdzie:

W - orientacje odcinków,
L - długości odcinków

4. Globalne ograniczenie wartości dysparycji

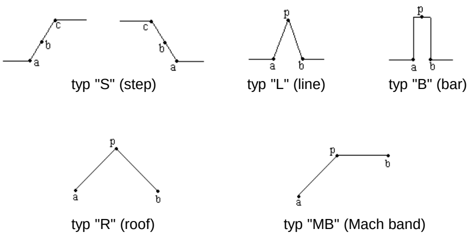
$$\exists\, \tau \;\; \forall\, i: \quad |\, D(p_{li}, p_{ri}) \,| < \tau$$

Proces dopasowania

5. Warunek zgodności cech

Np.: punkt krawędziowy w obrazie A <-> punkt krawędziowy w obrazie B

Dopasowanie typu krawędzi:

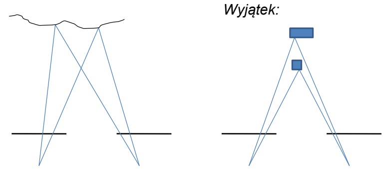


Proces dopasowania - założenia nie zawsze spełnione

Jednoznaczność odpowiedników: obraz widoczny przez jedną z kamer ma co najwyżej 1 odpowiednik widoczny przez drugą kamerę
Wyjątek:
Nie spełnione dla obiektów przeźroczystych

Zachowanie kolejności punktów

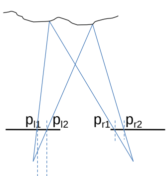
Wyjątek:



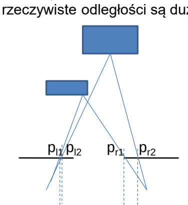
Proces dopasowania - założenia nie zawsze spełnione

Zachowanie ciągłości dysparycji

$$\exists\, \tau: \quad | D(p_{l1}, p_{r1}) - D(p_{l2}, p_{r2}) | < \tau$$



Wyjątek: punkty, które sąsiadują ze sobą w obrazie, ale ich rzeczywiste odległości są duże



Metody dopasowania

1. Metody bezpośrednie

Gęsta mapa dysparycji => gęsta mapa głębi

- dopasowywanie obszarami
- metody relaksacyjne
  metoda główna (np. dopasowywanie obszarami) wskazuje kilka możliwych rozwiązań, które są analizowane pod względem różnych kryteriów
- metody gradientowe – dopasowanie pola gradientowego

2. Metody bazujące na detekcji cech

Rzadka mapa dysparycji => rzadka mapa głębi

Detekcja krawędzi, narożników, itp.

Problemy obliczeniowe

Obszary o jednakowej intensywności

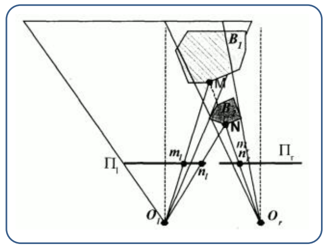
Obszary o jednakowej teksturze

Nieciągłość głębi
=> problemy obliczeniowe (rozmycie mapy głębi) w okolicach krawędzi obiektów

Szumy występujące na obrazach

Problemy obliczeniowe

Częściowe przysłanianie obiektów



Uwzględnianie częściowego przysłaniania:
- Dopasowanie zwrotne (obraz A do B, później B do A)
- Adaptacja metody dopasowywania, np. postaci funkcji celu w algorytmach programowania dynamicznego

Rozogniskowanie *(depth from defocus)*

Metody rozogniskowania:
- 1 lub 2 obrazy
- analiza w dziedzinie przestrzennej lub częstotliwościowej
- wykorzystanie oświetlenia naturalnego lub dodatkowe oświetlenie strukturalne

Zasada działania:
Stopnień rozmycia krawędzi zależy od odległości. Jest oceniany np. przez porównanie obrazu z ostrym obrazem przefiltrowanym przez filtr Gaussa o określonych parametrach.

Rozogniskowanie *(depth from defocus)*

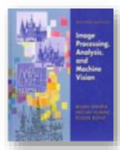
Porównanie z metodami stereowizyjnymi
- zwykle większy błąd – ale wynika to z mniejszych wymiarów systemu (średnica obiektywu vs. rozstaw kamer). Dla niedużych odległości (kilka m) błąd wyznaczania głębi jest rzędu 2-4%
- brak problemu dopasowania
- stosunkowo wysoka niezawodność

Literatura

James D. Foley, Andries van Dam, Steven K. Feiner, John F. Hughes, Richard L. Phillips
Wprowadzenie do grafiki komputerowej
WNT, Warszawa 2001

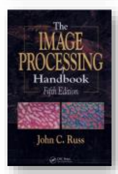
C. Watkins, A. Sadun, S. Marenka
Nowoczesne metody przetwarzania obrazu
WNT, Warszawa 1995.

Literatura



Sonka M., Hlavac V., Boyle R.
Image Processing, Analysis, and Machine Vision
Thomson Learning 2008

Rozdziały:
Chapter 11: 3D vision, geometry
Chapter 12: Use of 3D vision

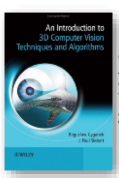


Russ J.C.
The image processing handbook
CRC Press 2006

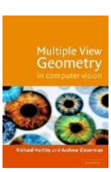
Literatura

Cyganek B.
Komputerowe przetwarzanie obrazów trójwymiarowych
Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2002

Stereowizja, m.in. kalibracja kamer, dopasowywanie cechami i obszarami, rekonstrukcja przestrzeni 3D



Cyganek B., Siebert J.P.
An Introduction to 3D Computer Vision Techniques and Algorithms
Wiley, 2009, 504 pages



R. Hartley, A. Zisserman
Multiple View Geometry in Computer Vision
Cambridge University Press, 2000