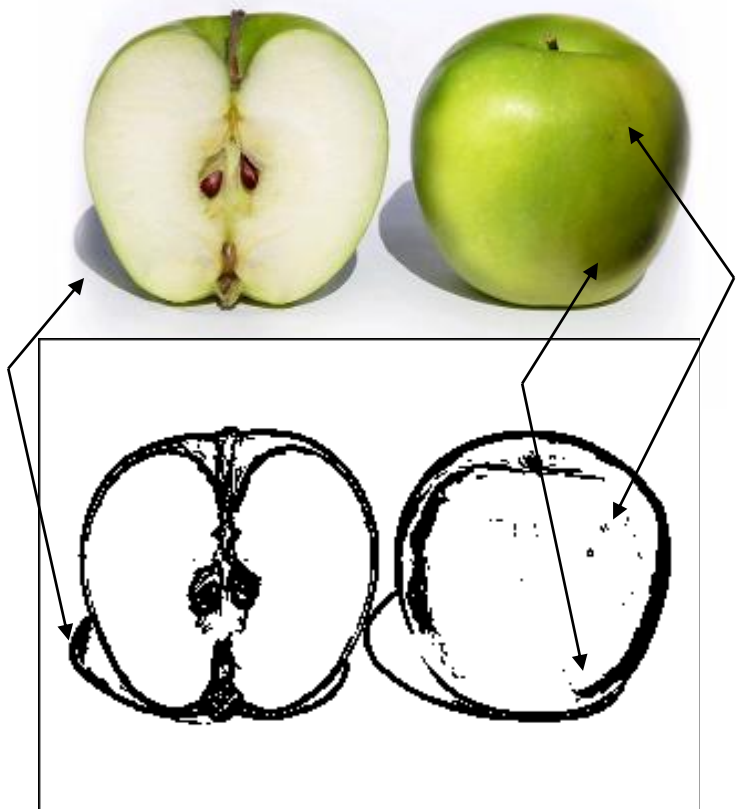


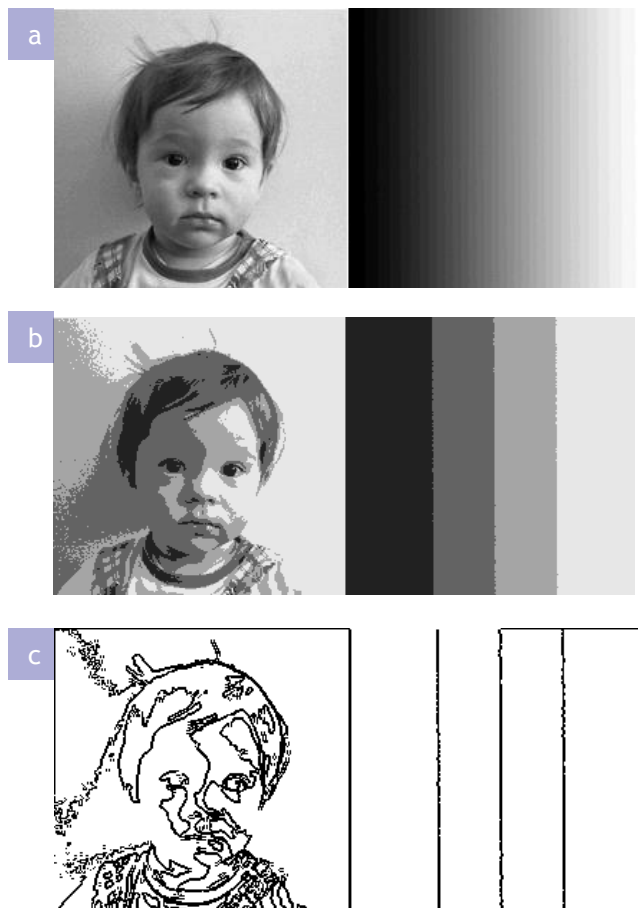
# Metody detekcji krawędzi w obrazach

# Zagadnienie detekcji krawędzi w obrazie

✦ Detekcja krawędzi w obrazie najczęściej sprowadza się do poszukiwania w obrazie lokalnych nieciągłości funkcji jasności lub koloru. Wystąpienie takich nieciągłości stanowi kryterium występowania krawędzi jako granicy obrazowanych obiektów.



Rys. 1. Przyczyny nieciągłości funkcji jasności obrazu. Krawędzie w obrazie reprezentują granice i kontury obiektów. Inne niepożądane zjawiska prowadzące do nieciągłości funkcji obrazu to: cień, refleksy świetlne, zmiany koloru (jasności) w ramach jednego obiektu, tekstura...



Rys. 1. Niszczący wpływ kwantyzacji na proces detekcji krawędzi. Przykład pokazuje, że skutkiem kwantyzacji jest wprowadzenie dodatkowych nieciągłości funkcji obrazu prowadzących do powstania fałszywych krawędzi. Wniosek: obrazy poddane kompresji (kwantyzacji) prowadzą do poważnych przekłamań krawędzi.

(a) - obraz oryginalny; (b) - obraz po kwantyzacji do 4 poziomów; (c) - mapa krawędzi.

# Dlaczego detekcja krawędzi? Dla kogo/czego?

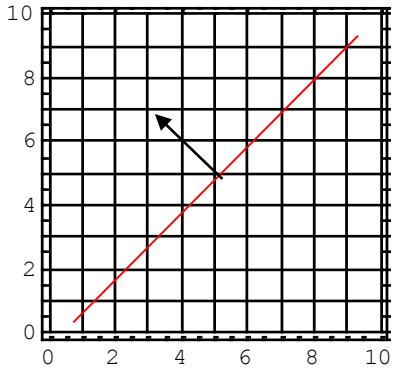
⊕ Metody detekcji krawędzi do pewnego stopnia korzystają z narzędzi znanych z wyostrażania obrazu. Cele tych dwóch procesów są jednak inne. Celem wyostrażenia obrazu jest poprawa jakości wizualnej: zwiększenie ostrości, wyrazistości, kontrastu, a z teoretycznego punktu widzenia również zwiększenie entropii czyli ilości informacji przenoszonej przez obraz. Odbiorcą obrazu wyostrażonego jest najczęściej człowiek. Celem detekcji krawędzi jest natomiast ekstrakcja krawędzi oraz usunięcie pozostałych fragmentów obrazu. Obraz po detekcji jest często etapem procesu automatycznej analizy obrazu.

# Metody gradientowe

✦ Metody gradientowe stanowią grupę najprostszych metod wykrywania krawędzi w obrazie. Podstawą metod gradientowych jest wyznaczanie pierwszej pochodnej w dwóch ortogonalnych kierunkach (niekoniecznie w pionie i poziomie).

✦ Gradient jest wektorem, którego kierunek wskazuje na kierunek największego wzrostu wartości funkcji (obrazu) w punkcie  $(x,y)$ . W przypadku obrazu kierunek gradientu jest **prostopadły** do krawędzi. Gradient oraz jego kierunek  $\alpha(x,y)$  w punkcie  $(x,y)$  dane są przez równania:

$$\nabla f \equiv \text{grad} f = \begin{pmatrix} g_x \\ g_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{pmatrix} \quad \alpha(x,y) = \arctan \frac{g_y}{g_x}$$



Rys. 1. Przykładowy fragment obrazu zawierający krawędź.

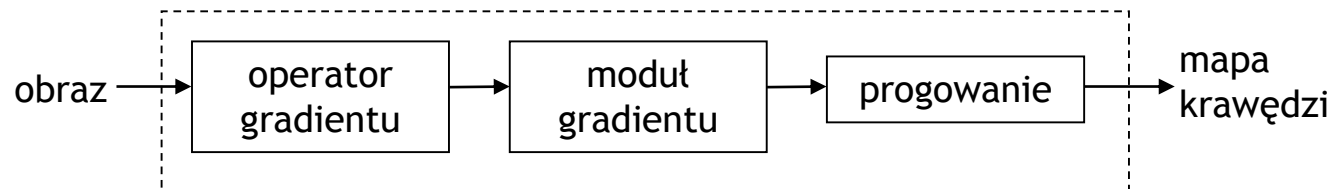
Krawędź tworzą piksele leżące na odcinku zaznaczonym kolorem czerwonym. Kierunek gradientu, równoważny kierunkowi największej zmiany jest do krawędzi prostopadły.

✦ Wartość (moduł) gradientu jest proporcjonalna do szybkości wzrostu funkcji obrazu w danym punkcie i jest równoważna wyrazistości, mocy krawędzi. Mała wartość gradientu odpowiada krawędziom słabym i mało wyrazistym (powolna zmiana wartości jasności). Duża wartość gradientu reprezentuje krawędzie silne i wyraziste. Piksele dla których wartość modułu przekracza określoną wartość progową są interpretowane jako piksele krawędzi. Moduł gradientu wyznaczany jest najczęściej na podstawie równania

$$|\nabla f| = M(x,y) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

✦ Moduł  $M$  oraz kierunek gradientu  $\alpha$  dla określonego obrazu są obrazami o rozmiarze odpowiadającym rozmiarowi obrazu dla którego zostały wyznaczone.

✦ Pochodne obrazu realizowane są poprzez filtrację obrazu z maskami określonego rozmiaru. Wyznaczenie gradientu wymaga niezależnej filtracji w dwóch różnych kierunkach (z dwoma różnymi maskami). Rozwiązanie takie jest mniej efektywne od metod wykorzystujących bezkierunkowy laplasjan (jedna maska).



Rys. 2. Schemat metod gradientowych detekcji krawędzi. W prostych metodach detekcji krawędzi informacje o kierunku krawędzi są pomijane, a uwzględniana jest jedynie wartość gradientu. Na pierwszym z zaznaczonych etapów każdemu pikselowi obrazu przyporządkowany zostaje wektor!

# Operatory Robertsa

- ⊕ Zaproponowana wiele przybliżonych metod wyznaczania gradientu dyskretnej funkcji dwuwymiarowej (obrazu). Większość z nich wykorzystuje uogólnienia pochodnej jednowymiarowej:

$$\begin{aligned}\nabla_x f(x, y) &= f(x+1, y) - f(x, y) \\ \nabla_x f(x, y) &= \frac{1}{2}(f(x+1, y) - f(x-1, y))\end{aligned}$$

- ⊕ Najprostsze jądra (maski) przekształcenia odpowiadające wyznaczeniu gradientu w kierunkach poziomym i pionowym mają postać uogólnienia dwóch powyższych równań i są postaci, odpowiednio:

$$\nabla_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\mathbf{1} & 1 \end{bmatrix} \quad \nabla_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\mathbf{1} & 0 \end{bmatrix}$$

gdzie elementy pogrubione odpowiadają centrum okna (maski). Problem: przejście przez zero pomiędzy elementami -1 oraz 1 masek x oraz y wypada w innym punkcie. Może to powodować niedoszacowanie pikseli w których znajduje się krawędź pozioma i pionowa.

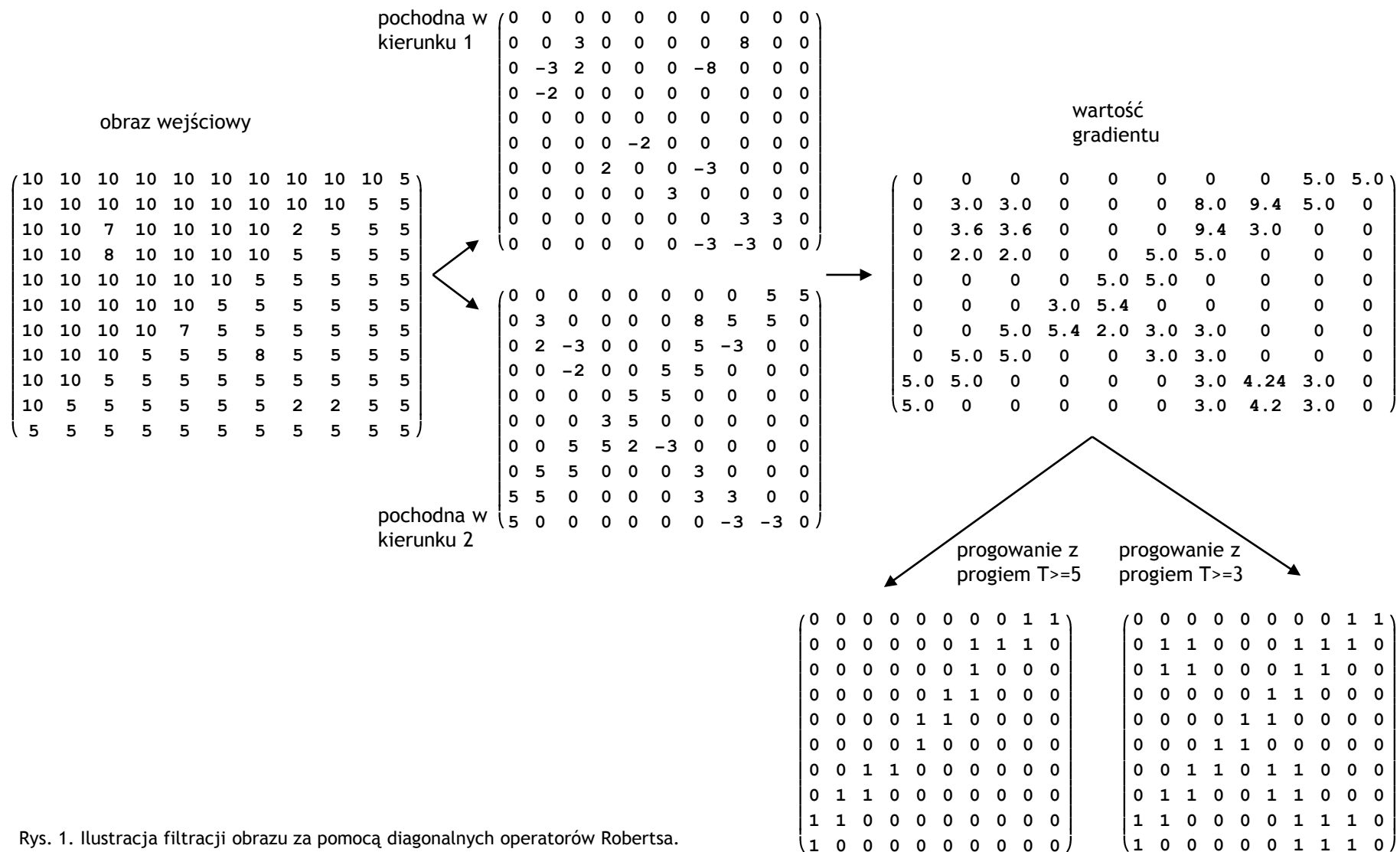
- ⊕ Powyższej wady pozbawione są operatory **Robertsa** (1965) postaci:

$$\nabla_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\mathbf{1} & 0 \end{bmatrix} \quad \nabla_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \mathbf{0} & -1 \end{bmatrix}$$

- ⊕ Podstawową wadą gradientu wyznaczanego na podstawie powyższych masek jest bardzo duża wrażliwość na zakłócenia, co jest spowodowane małą liczbą pikseli na podstawie których ustalana jest wartość pochodnych.

- ⊕ Do zalet należy mała złożoność obliczeniowa.

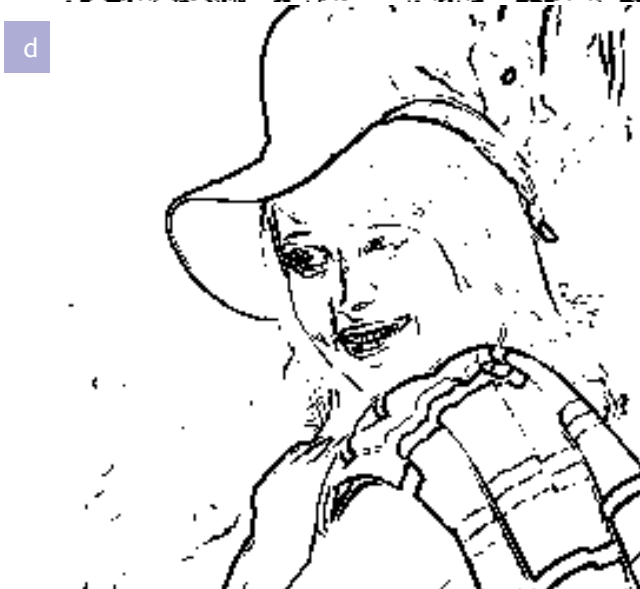
# Operatory Roberta - ilustracja



Rys. 1. Ilustracja filtracji obrazu za pomocą diagonalnych operatorów Roberta.

Wadą operatorów Roberta jest generowanie stosunkowo podobnych odpowiedzi dla krawędzi jak i dla zakłóceń.

# Operatory Roberta - ilustracja



Rys. 1. Mapa krawędzi obrazu oryginalnego (a) uzyskana przy zastosowaniu przekształcenia z maskami Roberta.

(b), (c) i (d) zostały uzyskane przy zastosowaniu progów równych odpowiednio:  $T=10$ ,  $T=20$  oraz  $T=30$ . Maksymalna wartość w obrazie po filtracji (przed progowaniem) jest równa 325.

Widocznym efektem jest zmniejszanie liczby fałszywych krawędzi wynikających z obecności szumu wraz ze zwiększaniem wartości progu. Niestety jednocześnie usuwane są słabsze piksele prawdziwych krawędzi (efekt niepożądany).

# Operatory Prewitta (1)

- ⚡ Problemu operatorów 2x2 pozbawione są operatory realizujące operację wyznaczania pochodnych względem punktu centralnego. Najmniejsze operatory tego typu mają są reprezentowane maskami 3x3.
- ⚡ Zmniejszenie wrażliwości na szum można uzyskać w drodze uśredniania (wygładzania) obrazu w kierunku ortogonalnym do kierunku w którym wyznaczana jest pochodna.

a

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 2 & 4 & 4 & 9 & 9 & 2 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

b

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 5 & 5 & -7 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

c

$$\begin{pmatrix} 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 10 & 12 & 12 & 27 & 27 & 20 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 10 & 12 & 12 & 27 & 27 & 20 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 10 & 12 & 12 & 27 & 27 & 20 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 \\ 12 & 12 & 12 & 12 & 12 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 & 27 \end{pmatrix}$$

d

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 15 & 15 & -7 & 0 & 7 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 15 & 15 & -7 & 0 & 7 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & 15 & 15 & -7 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 & 15 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Rys. 1. (a) - obraz oryginalny 11x11 pikseli. Zaznaczone są dwa piksele o zakłóconych wartościach, Obraz zawiera pionową krawędź reprezentowaną przez przejście 4->9; (b) - obraz 11x9 po filtracji z jądrem jednowymiarowym postaci  $[-1 \ 0 \ 1]$ , co odpowiada wyznaczeniu pochodnej względem punktu centralnego w kierunku osi x. W tym przypadku wkład od zakłócenia wynosi 2/5 oraz 7/5 w stosunku do wyjścia z obszaru krawędzi.

Na rysunku (b) wyjście filtru w obszarze zakłócenia (7) przekracza wartość odpowiedzi w obszarze rzeczywistej krawędzi (5)!. Filtracja Robertsa daje wyniki bardzo podobne.

(c) - obraz (a) po filtracji wygładzającej w kierunku pionowym z jądrem przekształcenia  $[1 \ 1 \ 1]^T$ . Efektem jest obraz 9x11 pikseli; (d) - wynik filtracji obrazu (c) z maską  $[-1 \ 0 \ 1]$  (identyczną jak w przypadku (b)). Odpowiedź filtru na zakłócenia jest wyraźnie mniejsza niż w przypadku (b).



# Operatory Prewitta (2)

✦ Dwuetapowy proces filtracji przedstawiony na poprzedniej stronie można zrealizować jako przekształcenie z pojedynczym jądrem w postaci iloczynu tensorowego jąder dwóch zastosowanych przekształceń. W tym przypadku otrzymujemy:

$$\nabla_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes (-1 \ 0 \ 1) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

✦ Powyższe równanie stanowi postać operatora gradientu w kierunku osi x. Operator gradientu w kierunku osi y uzyskuje się przez obrót o  $\pi/2$ :

$$\nabla_y = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

✦ Powyższe operatory stanowią parę tzw. operatorów Prewitta. Operatory te jednocześnie realizują proces różniczkowania w określonym kierunku oraz odsumowania w kierunku ortogonalnym poprzez lokalne uśrednianie.

✦ Suma wag operatora jest równa 0 dzięki czemu filtr w obszarach o stałej wartości funkcji obrazu generuje wyjście równe 0.

✦ Operatory Prewitta są przykładem operatorów **separowalnych**: można je przedstawić jako iloczyn tensorowy dwóch wektorów. W ogólności, separowalne są filtry dla których rząd macierz jest równy 1 (rząd macierzy jest równy liczbie liniowo niezależnych wierszy lub kolumn). Oczywiście operatory Prewitta mają rząd równy 1.

✦ Cecha separowalności jest istotna z punktu widzenia złożoności obliczeniowej (i czasowej). Dla przekształcenia z jądrem  $2n+1$  wymiarowym koniecznych jest  $(2n+1)^2$  mnożeń oraz  $(2n+1)^2 - 1$  dodawań dla każdego piksela obrazu. W przypadku, gdy filtr jest separowalny złożoność można obniżyć do:  $2(2n+1)$  mnożeń oraz  $2(2n+1) - 2$  dodawań przypadających na jeden piksel obrazu.

✦ Operatory Prewitta  $3 \times 3$  są mniej wrażliwe na zakłócenia niż operatory Roberta  $2 \times 2$ .

✦ Operatory Prewitta wykorzystują jednowymiarowy prosty filtr uśredniający o identycznych wagach równych 1. W ogólności wykorzystać można filtr uśredniający innej postaci. Wykorzystanie filtru postaci  $[1 \ 2 \ 1]$  generuje tzw. operatory Sobela.

# Operatory Sobela i Frei'a-Chen'a

- ✦ Filtry Sobela realizowane są jako przekształcenia z jądrem postaci:

$$\nabla_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & \mathbf{0} & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \nabla_y = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

odpowiednio dla gradientu w kierunku osi x oraz y. Współczynniki +-2 wzmacniają najbliższe otoczenie piksela centralnego.

- ✦ W ogólności filtry Sobela posiadają lepsze własności odszumiania w stosunku do filtrów Prewitta (wygładzanie z większą wagą dla elementu centralnego) oraz operatorów Robertsa.

- ✦ Ze względu na współczynniki +-2 operator Sobela generuje zwykle większe wartości na wyjściu niż operatory Robertsa oraz Prewitta.

- ✦ Operatory Robertsa, Prewitta oraz Sobela są operatorami kierunkowymi: sygnał generowany w odpowiedzi na krawędzie poziome i pionowe jest różny od sygnału generowanego dla krawędzi diagonalnych. W przypadku filtrów Prewitta sygnał dla krawędzi diagonalnych jest mniejszy od sygnału dla krawędzi pionowych i poziomych. W przypadku filtrów Sobela sytuacja jest odwrotna. Sytuacja taka jest niepożądana, ponieważ wkład sygnału od krawędzi powinien być niezależny od ich kierunku (przykładem jest laplasjan).

- ✦ Problem kierunkowości operatorów gradientu próbuje niwelować podejście Freia oraz Chena, którzy zaproponowali maski 3x3 postaci:

$$\nabla_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\sqrt{2} & \mathbf{0} & \sqrt{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \nabla_y = \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ 0 & \mathbf{0} & 0 \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

# Operatory Sobela i Frei'a-Chen'a

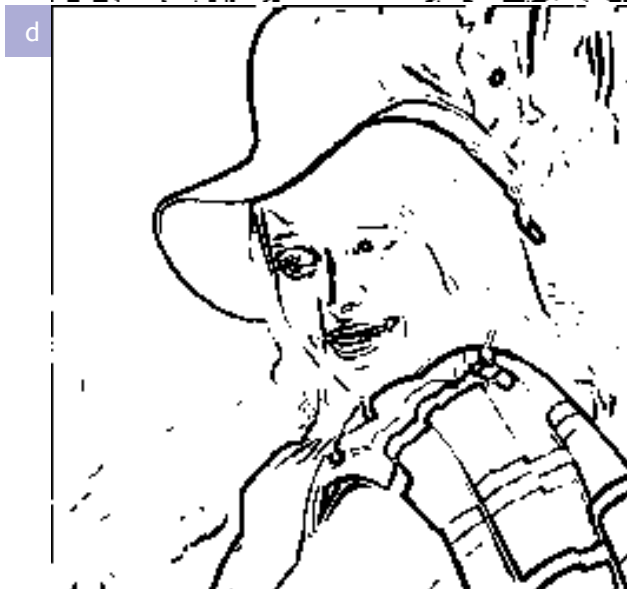
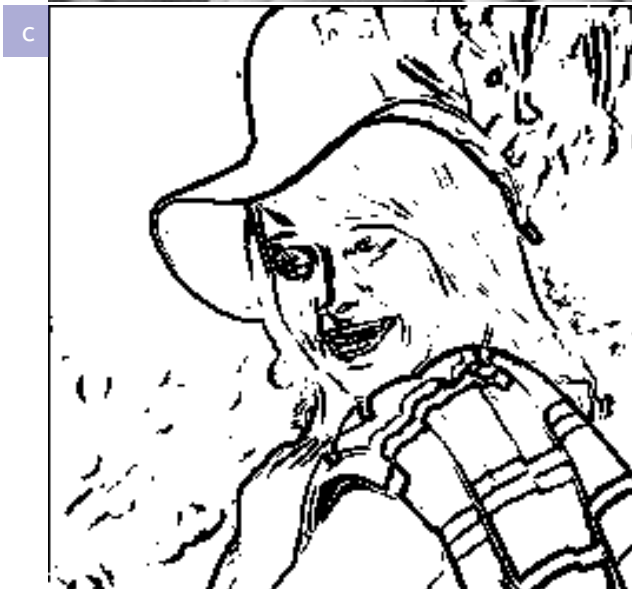
$$\text{a} \quad \begin{pmatrix} 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 0 \\ 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{b} \quad \begin{pmatrix} 0 & 40. & 40. & 0 & 0 \\ 0 & 40. & 40. & 0 & 0 \\ 0 & 40. & 40. & 0 & 0 \\ 0 & 40. & 40. & 0 & 0 \\ 0 & 40. & 40. & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 42.4 & 42. & 14. & 0 & 0 \\ 14. & 42. & 42. & 14. & 0 \\ 0 & 14. & 42. & 42. & 14. \\ 0 & 0 & 14. & 42. & 42. \\ 0 & 0 & 0 & 14. & 42. \end{pmatrix}$$

$$\text{c} \quad \begin{pmatrix} 0 & 34. & 34. & 0 & 0 \\ 0 & 34. & 34. & 0 & 0 \\ 0 & 34. & 34. & 0 & 0 \\ 0 & 34. & 34. & 0 & 0 \\ 0 & 34. & 34. & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 34.1 & 34. & 14. & 0 & 0 \\ 14. & 34. & 34. & 14. & 0 \\ 0 & 14. & 34. & 34. & 14. \\ 0 & 0 & 14. & 34. & 34. \\ 0 & 0 & 0 & 14. & 34. \end{pmatrix}$$

Rys. 1. (a) - przykład krawędzi pionowej oraz diagonalnej w obrazie. Rysunki (b) i (c) przedstawiają wyniki filtracji przy użyciu masek odpowiednio Sobela i Frei'a-Chen'a dla odpowiednich obrazów.

# Operatory Sobela - ilustracja

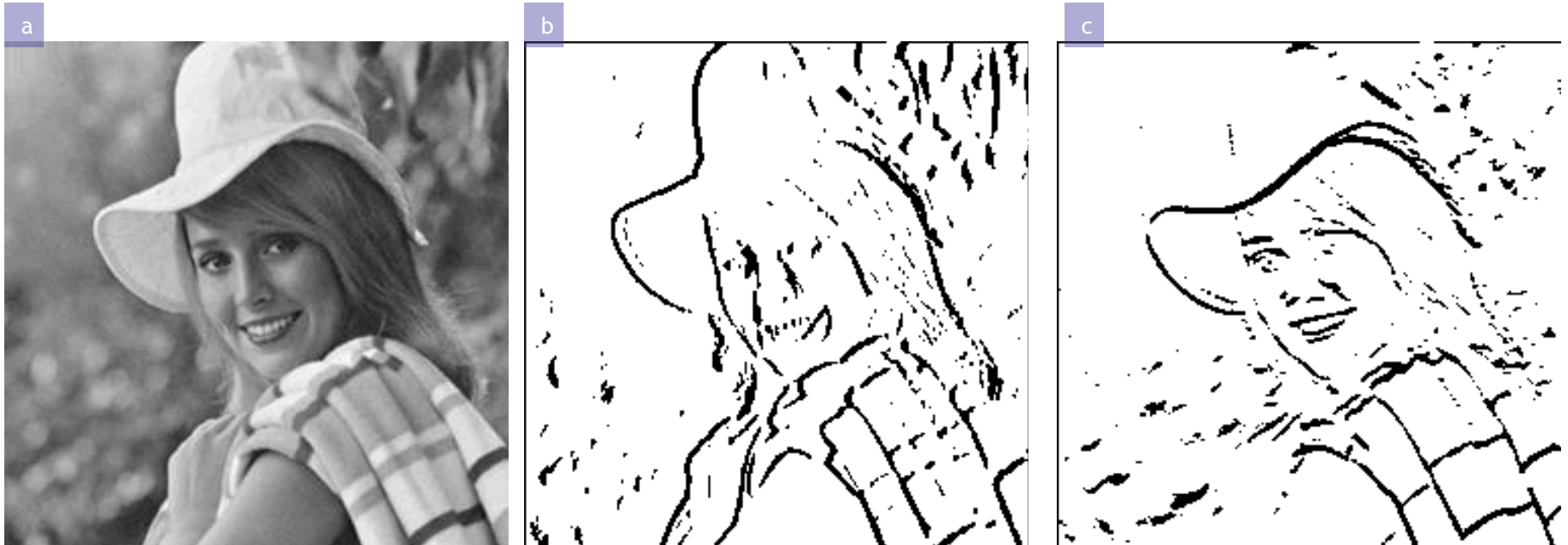


Rys. 1. Mapa krawędzi obrazu oryginalnego (a) uzyskana przy zastosowaniu przekształcenia z maskami Sobela.

(b), (c) i (d) zostały uzyskane przy zastosowaniu progów równych odpowiednio:  $T=60$ ,  $T=100$  oraz  $T=140$ . Maksymalna wartość w obrazie po filtracji (przed progowaniem) jest równa 748.

Przykład pokazuje, że wyjście filtru Sobela jest większe niż filtru Robertsa lub Prewitta.

# Operatory Sobela - kierunkowość



Rys. 1. Filtracja obrazu oryginalnego (a) za pomocą poziomego filtru Sobela  $\nabla x$  (b) oraz filtru pionowego  $\nabla y$  (c).

Filtr poziomy generuje sygnał zerowy dla krawędzi poziomej oraz sygnał niezerowy w pozostałych przypadkach (maksymalny dla krawędzi pionowej). Filtr pionowy zachowuje się w sposób odwrotny.

# Operatory gradientowe - porównanie

a

10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	5
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	5
10	10	7	10	10	10	10	10	5	5	5
10	10	10	10	10	10	10	5	5	5	5
10	10	10	10	10	10	5	5	5	5	5
10	10	10	10	10	5	5	5	5	5	5
10	10	10	10	5	5	5	5	5	5	5
10	10	5	5	5	5	5	5	5	5	5
10	5	5	5	5	5	5	2	5	5	5
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5

b

0	0	0	0	0	0	0	5.0	5.0
3.0	3.0	0	0	0	0	5.0	5.0	0
3.0	3.0	0	0	0	5.0	5.0	0	0
0	0	0	0	5.0	5.0	0	0	0
0	0	0	5.0	5.0	0	0	0	0
0	0	5.0	5.0	0	0	0	0	0
0	5.0	5.0	0	0	0	0	0	0
5.0	5.0	0	0	0	0	0	0	0
5.0	0	0	0	0	3.0	3.0	0	0

c

4.2	3.0	4.2	0	0	0	7.1	14.	14.
3.0	0	3.0	0	0	7.1	14.	14.	7.1
4.2	3.0	4.2	0	7.1	14.	14.	7.1	0
0	0	0	7.1	14.	14.	7.1	0	0
0	0	7.1	14.	14.	7.1	0	0	0
0	7.1	14.	14.	7.1	0	0	0	0
7.1	14.	14.	7.1	0	0	0	0	0
14.	14.	7.1	0	0	4.2	3.0	4.2	0
14.	7.1	0	0	0	3.0	0	3.0	0

d

4.2	6.0	4.2	0	0	0	7.1	21.	21.
6.0	0	6.0	0	0	7.1	21.	21.	7.1
4.2	6.0	4.2	0	7.1	21.	21.	7.1	0
0	0	0	7.1	21.	21.	7.1	0	0
0	0	7.1	21.	21.	7.1	0	0	0
0	7.1	21.	21.	7.1	0	0	0	0
7.1	21.	21.	7.1	0	0	0	0	0
21.	21.	7.1	0	0	4.2	6.0	4.2	0
21.	7.1	0	0	0	6.0	0	6.0	0

Rys. 1. Porównanie metod gradientowych detekcji krawędzi. (a) - obraz oryginalny poddawany detekcji; (b), (c) i (d) odpowiednio wyniki filtracji z maskami Robertsa, Prewitta oraz Sobela. Widać, że stosunek sygnału do szumu pozostaje najmniejszy dla wyniku filtracji Robertsa, a największy dla filtracji Sobela.

Ostatnim etapem detekcji krawędzi przy wykorzystaniu metod gradientowych jest progowanie - tu zostało pominięte.

# Metody gradientowe - podsumowanie

## Metody gradientowe - wady

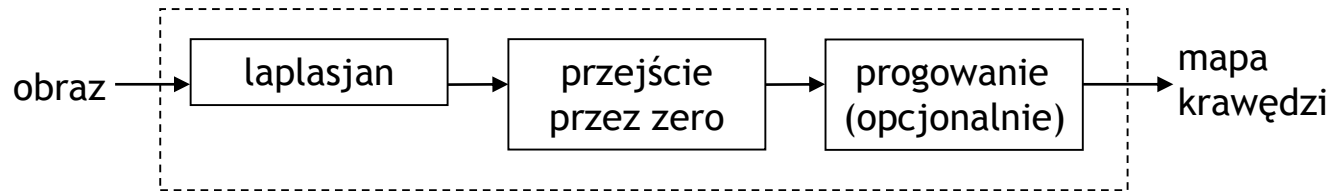
- ✦ Konieczność filtracji w dwóch ortogonalnych kierunkach
- ✦ Duża wrażliwość na zakłócenia i szumy w obrazie
- ✦ Generowanie grubych krawędzi (w przypadku idealnym pierwsza pochodna przyjmuje wartość niezerową w prawie całym obszarze krawędzi)
- ✦ Rozwiązania dotychczas przedstawione nie wykorzystują informacji na temat kierunku krawędzi

## Metody gradientowe - zalety

- ✦ Koncepcyjna prostota
- ✦ Łatwo zaimplementować maski wykrywające narożniki (lub inne struktury geometryczne)
- ✦ Małe maski przekształceń; w większości filtry separowalne - bardzo mała złożoność obliczeniowa i czasowa

# Metody detekcji wykorzystujące laplasjan

⊕ Detektory krawędzi wykorzystujące drugą pochodną korzystają z własności polegającej na zmianie znaku drugiej pochodnej dla punktu środkowego krawędzi. Wystąpienie przejścia przez zero (przejścia przez zero, a nie przyjęcia przez funkcję wartości zerowej!) daje kryterium wystąpienia krawędzi w obrazie.



Rys. 1. Schemat detektora krawędzi wykorzystującego operator drugiej pochodnej obrazu (laplasjan)

⊕ Problemem detekcji krawędzi w takim przypadku jest bardzo silna wrażliwość drugiej pochodnej na szum obecny w obrazie: rzeczywiste zakłócenie lub fluktuacje wartości funkcji obrazu. W praktyce okazało się, że bardzo efektywnym sposobem radzenia sobie z tym problemem jest wcześniejsze wygładzenie obrazu (filtracja dolnoprzepustowa). David Marr oraz Elen Hildreth wykazali, że bardzo dobre rezultaty osiąga się dla filtracji przy pomocy operatora Gaussa.

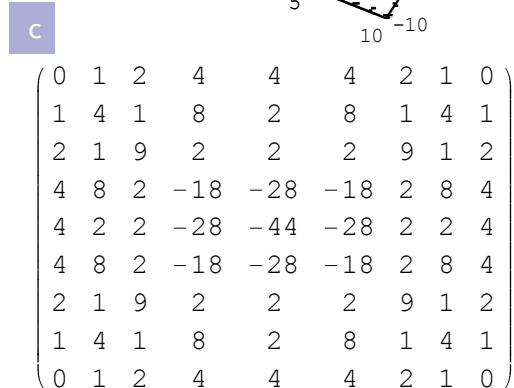
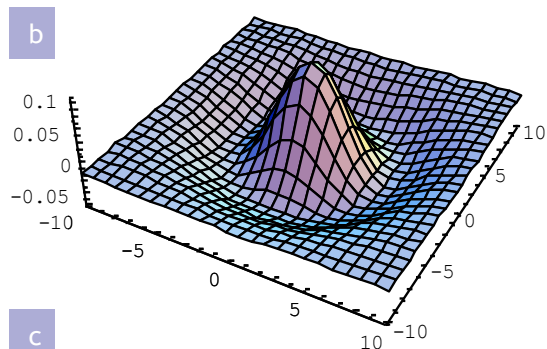
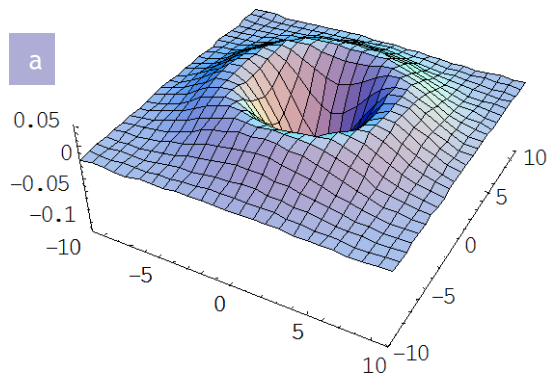
⊕ W ogólności propozycję Marr'a i Hildreth detekcji krawędzi można sformułować w następujący sposób:

1. wygładzenie obrazu oryginalnego przy pomocy operatora Gaussa odpowiedniego rozmiaru (odchylenie standardowe)
2. wyznaczenie drugiej pochodnej dla obrazu wygładzonego, np. przy użyciu laplasjanu z elementem centralnym -8 (korzystna własność: bezkierunkowość),
3. identyfikacja przejść przez zero w obrazie uzyskanym w punkcie (2)

⊕ Powyższe trzy etapy można zredukować do dwóch korzystając z pewnych własności gaussianu oraz laplasjanu (patrz następna strona).



# Operator LoG



Rys. 1. (a) - wykres funkcji LoG; (b) - wykres funkcji -LoG; (c) - maska 2D stanowiąca dyskretną aproksymację funkcji +LoG (minimum w elemencie centralnym).

✦ Procedurę wygładzania obrazu filtrem gaussowskim oraz następnie wyznaczania drugiej pochodnej można formalnie zapisać w postaci równania:

$$\nabla^2(G(x, y, \sigma) \star f(x, y))$$

gdzie symbol  $\star$  oznacza dyskretny splot obrazu oraz funkcji Gaussa. Korzystając z własności liniowości splotu oraz laplasjanu równanie to można przepisać w nowej postaci:

$$\nabla^2(G(x, y, \sigma) \star f(x, y)) = (\nabla^2 G(x, y, \sigma) \star f(x, y))$$

✦ Powyższa równość wskazuje, że wstępne wygładzenie gaussowskie obrazu wejściowego, a następnie wyznaczenie dla tak powstałego obrazu drugiej pochodnej (są to etapy 1 oraz 2 wymienione na poprzedniej stronie) można zastąpić pojedynczym etapem filtracji obrazu wejściowego za pomocą operatora  $\nabla^2 G(x, y, \sigma)$  nazywanego operatorem LoG - laplasjanem funkcji gaussowskiej (*laplacian of gaussian*).

✦ Jest to bardzo istotna cecha redukująca złożoność obliczeniową algorytmu: pochodna z funkcji Gaussa  $G(x, y, \sigma)$  jest niezależna od obrazu, a zatem może być wyznaczona niezależnie w fazie przetwarzania wstępnego (*stabilizowana*).

$$\nabla^2 G(x, y) = \frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

✦ Dla celów przetwarzania obrazów konieczne jest dysponowanie dyskretną wersją funkcji LoG (równanie powyżej). Maski aproksymujące tę funkcję można otrzymać przez bezpośrednie próbkowanie lub poprzez próbkowanie funkcji Gaussa  $G(x, y)$ , a następnie filtrację laplasjanem. Drugie rozwiązanie jest korzystniejsze ze względu na to, że gwarantuje sumowanie współczynników tak uzyskanego filtru do zera (dlaczego jest to istotne?).

✦ Filtracja operatorem LoG realizuje jednocześnie dwa zadania: 1. lokalne wygładzanie w dużym otoczeniu pikseła centralnego (przewaga na metodami gradientowymi) oraz 2. wyznaczanie drugiej pochodnej.

# Algorytm Marr'a-Hildreth

- ⊕ Wykorzystując własności wygładzania gaussowskiego oraz filtracji laplasjanem algorytm Marr'a i Hildreth można zrealizować w dwóch etapach:
  1. Filtracja obrazu za pomocą operatora LoG,
  2. Identyfikacja przejść przez zero w obrazie uzyskanym w punkcie (1) (obrazie LoG)
- ⊕ Istnieje wiele podejść realizacji drugiego etapy powyższego algorytmu. Dla przykładu:
  1. Przeglądanie obrazu LoG z oknem 2x2. W takim przypadku wybrany punkt centralny objęty oknem (w tym przypadku nie jest to jednoznaczne - może to być dowolny z 4 punktów) jest klasyfikowany jako punkt krawędzi jeśli w otoczeniu wyznaczonym przez okno wykryte zostaną wartości zarówno dodatnie jak i ujemne.
  2. Inne z podejść rozszerza proces identyfikacji przejścia przez zero o analizę wartości pierwszej pochodnej w analizowanym punkcie. Piksel jest klasyfikowany jako reprezentujący krawędź, gdy odpowiada przejściu przez zero drugiej pochodnej oraz jednocześnie pierwsza pochodna wyznaczona w tym punkcie przyjmuje wartość przekraczającą ustalony próg. Zadaniem progowania jest zmniejszenie liczby fałszywych krawędzi identyfikowanych w obrazie.
  3. Identyfikacja przejść przez zero jest łatwe do realizacji w przypadku przeglądania obrazu LoG z oknem 3x3. Analizowany piksel pokrywający się z centrum okna klasyfikuje się jako piksel krawędzi jeśli w dowolnym z ośmiu kierunków przechodzących przez ten piksel wykryta zostanie zmiana znaku funkcji obrazu LoG. Proces ten można dodatkowo rozszerzyć o etap progowania.

# Algorytm Marr'a-Hildreth - filtracja LoG z maską 17x17

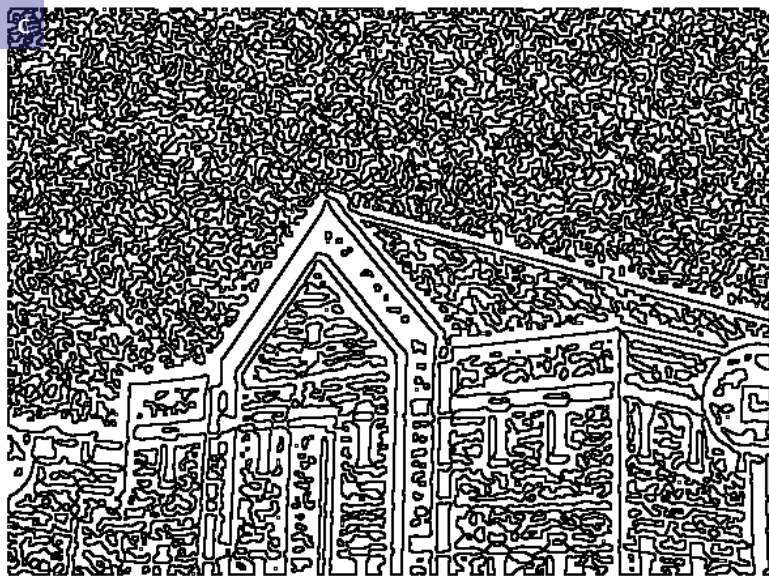


Rys. 1. Ilustracja algorytmu Marr'a-Hildreth. (a) - obraz oryginalny; (b) - obraz uzyskany po filtracji przy użyciu operatora LoG rozmiaru 17x17 oraz po przeskalowaniu do zakresu [0,255]. Obszary ciemne odpowiadają wartościom ujemnym w obrazie LoG, obszary jasne - wartościom dodatnim.

Widoczny jest efekt *halo* złożony z obszarów jasny/ciemny wzdłuż rzeczywistych krawędzi obrazu.

Ciąg dalszy na następnej stronie...

# Algorytm Marr'a-Hildreth - filtracja LoG z maską 17x17



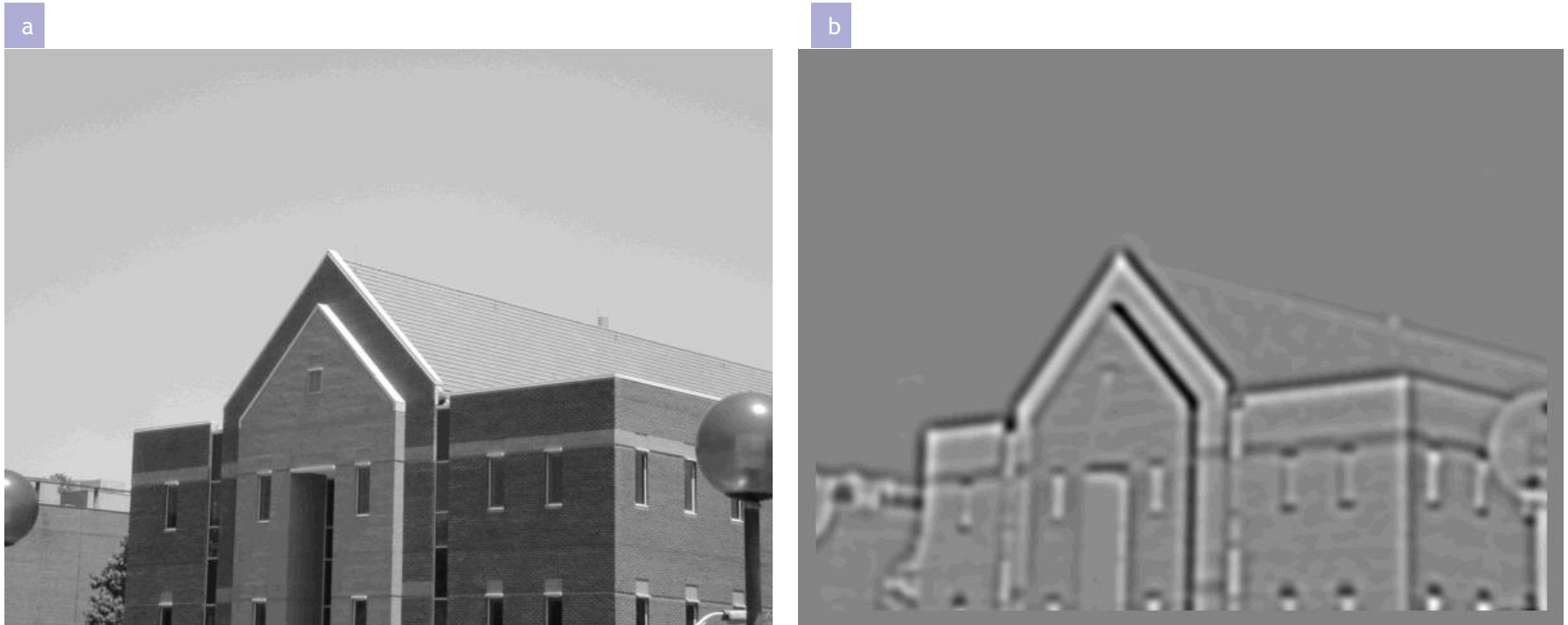
c.d. Rys.1. Wynik identyfikacji przejść przez zero obrazu LoG oraz progowania.

Próg zastosowany do uzyskania obrazów (c), (d), (e) i (f) wyniósł odpowiednio:  $T=0$  (bez progowania),  $T=5\%$  wartości maksymalnej,  $T=10\%$  wartości maksymalnej oraz  $T=20\%$  wartości maksymalnej w obrazie LoG.

Na rysunku (c) wyraźnie widoczny jest charakterystyczny efekt tzw. *talerza spaghetti*: punkty przejścia przez zero tworzą zamknięte pętle. Jakie jest źródło tego efektu?



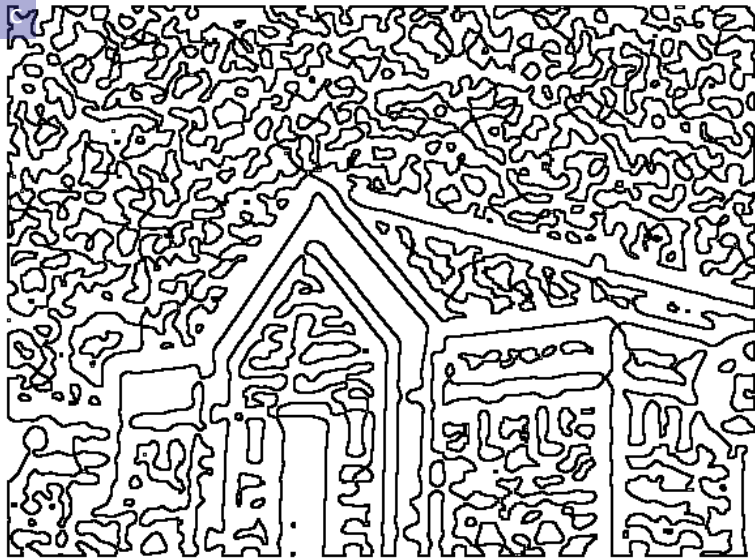
# Algorytm Marr'a-Hildreth - filtracja LoG z maską 29x29



Rys. 2. (a) obraz oryginalny; (b) przeskalowany obraz LoG uzyskany po filtracji obrazu (a) przy użyciu operatora LoG o rozmiarze 29x29.

Ciąg dalszy na następnej stronie...

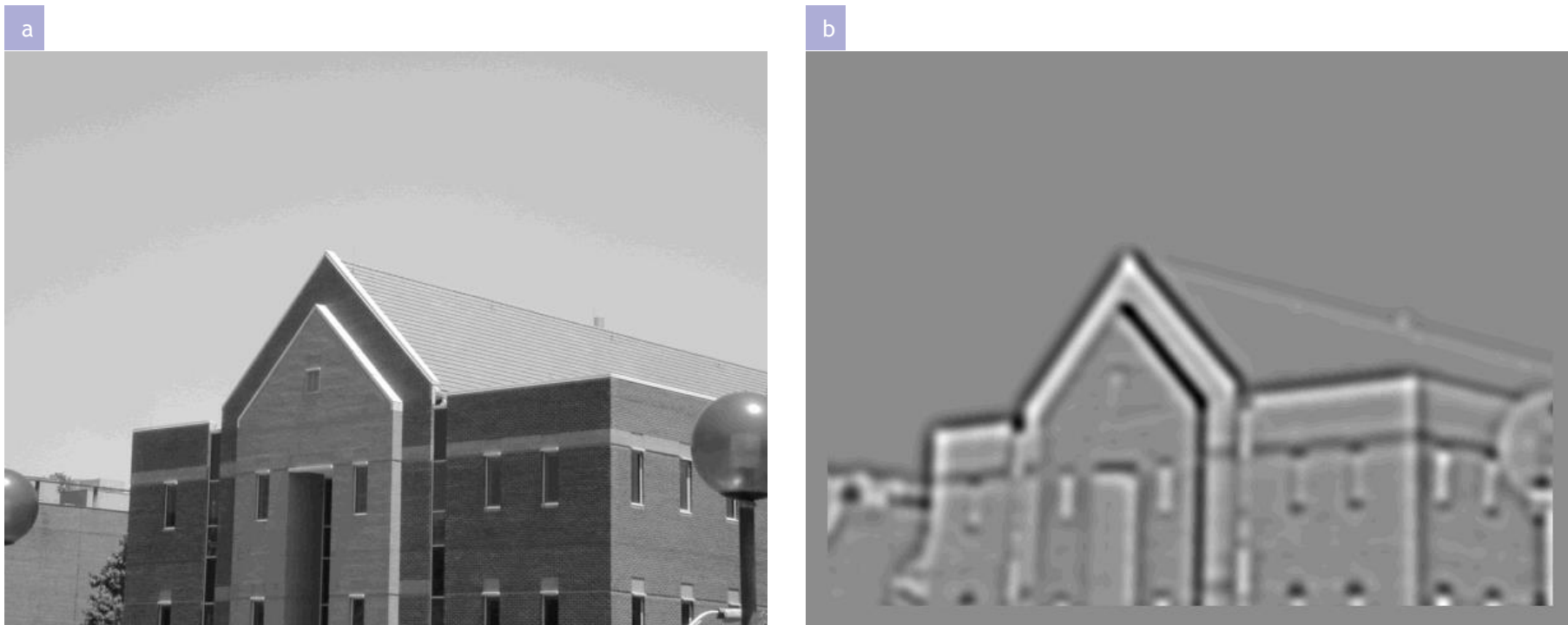
# Algorytm Marr'a-Hildreth - filtracja LoG z maską 29x29



c.d. Rys.2. Wynik identyfikacji przejść przez zero obrazu LoG oraz progowania.

Próg zastosowany do uzyskania obrazów (c), (d), (e) i (f) wyniósł odpowiednio:  $T=0$  (bez progowania),  $T=5\%$  wartości maksymalnej,  $T=10\%$  wartości maksymalnej oraz  $T=20\%$  wartości maksymalnej w obrazie LoG.

# Algorytm Marr'a-Hildreth - filtracja LoG z maską 35x35



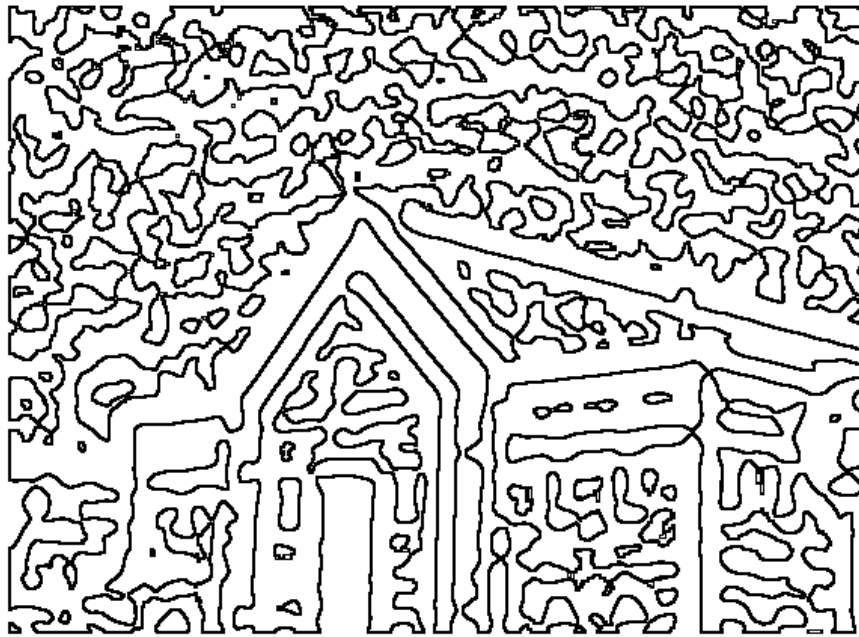
Rys. 3. (a) obraz oryginalny; (b) przeskalowany obraz LoG uzyskany po filtracji obrazu (a) przy użyciu operatora LoG o rozmiarze 35x35.

Ciąg dalszy na następnej stronie...

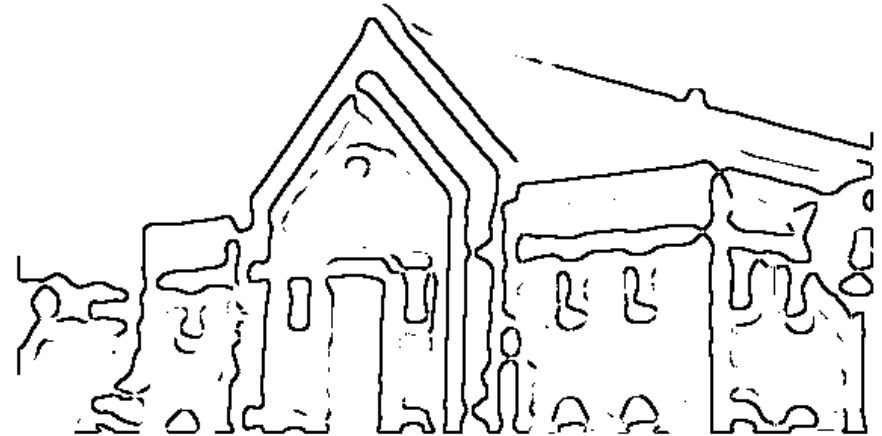


# Algorytm Marr'a-Hildreth - filtracja LoG z maską 35x35

c



d



c.d. Rys.3. Wynik identyfikacji przejść przez zero obrazu LoG oraz progowania.

Próg zastosowany do uzyskania obrazów (c), (d) wyniósł odpowiednio:  $T=0$  (bez progowania),  $T=5\%$  wartości maksymalnej. Zastosowanie większej wartości progu prowadzi w tym przypadku do nadmiernego usunięcia istotnych krawędzi w obrazie.



# Algorytm Marr'a-Hildreth - podsumowanie

## Zalety:

- ⊕ Algorytm daje dobre rezultaty w postaci ciągłych, zamkniętych i cienkich krawędzi (do pewnego stopnia)
- ⊕ Możliwość analizy obrazu dla na różnych skalach parametryzowanych przez wartość odchylenia standardowego  $\sigma$ . Wartość  $\sigma$  dla przykładów przedstawionych na poprzednich rysunkach wynosi odpowiednio: 2.2, 4.3 oraz 5.2. Zwiększenie wartości odchylenia standardowego prowadzi do silniejszego wygładzenia obrazu, a tym samym eliminowania coraz to silniejszych krawędzi w obrazie. Algorytm może być rozszerzony do postaci w której detekcja prowadzona jest dla różnych wartości parametru  $\sigma$ , a akceptowane są jedynie te krawędzie występujące w obrazach dla każdej wartości parametru.
- ⊕ Proces filtracji LoG jest do pewnego stopnia podobny do zjawisk neurofizjologicznych zachodzących w ludzkim oku (zaleta?)

## Wady

- ⊕ Zmiękczenie (zaokrąglenie) krawędzi. Efekt ten jest szczególnie widoczny na krawędzi narożnych.



Rys. 1. (a), (b), (c) - mapy krawędzi dla filtracji odpowiednio: Robertsa, Sobela, Marr'a-Hildreth.

# Algorytm Canny'ego (1986)

⊕ Metoda detekcji krawędzi zaproponowana przez Johna Canny'ego w 1986 powstała jako metoda mająca spełniać trzy podstawowe cele:

1. minimalizować liczbę błędnych detekcji, przy czym błędem detekcji jest zarówno detekcja krawędzi fałszywych (błędna odpowiedź pozytywna, *false-positive detection*), jak i pomijanie rzeczywistych krawędzi w obrazie (błędna odpowiedź negatywna, *false-negative detection*),
2. zapewniać dokładną lokalizację krawędzi - punkt sklasyfikowany jako punkt krawędzi powinien być jak najbliższy środkowemu punktowi rzeczywistej krawędzi,
3. generować pojedynczą odpowiedź dla każdej rzeczywistej krawędzi w obrazie - jest to równoważne generowaniu krawędzi o grubości jednego piksela.

⊕ Algorytm realizujący powyższe cele (nie jest to algorytm optymalny) składa się z kilku etapów:

1. Filtracja obrazu oryginalnego za pomocą separowalnego filtru Gaussa  $G(x,y,\sigma)$  parametryzowanego przez odchylenie standardowe  $\sigma$ . Odchylenie standardowe odpowiada za rozmiar maski użytej do filtracji i steruje stopniem eliminacji szumów (niestety, również i krawędzi) w obrazie. Istotne jest dobranie odpowiedniego rozmiaru filtru.
2. Wyznaczenie gradientu dla każdego piksela obrazu wygładzonego w poprzednim etapie. Obliczenie gradientu można zrealizować poprzez filtrację dowolnym z filtrów gradientowych: Sobela, Robertsa, Prewitta, etc. Na tym etapie każdemu pikselowi obrazu przyporządkowany zostaje wektor:

$$\vec{\nabla} f_s(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_s}{\partial x} \\ \frac{\partial f_s}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_x \\ g_y \end{pmatrix}$$

3. Wyznaczenie w każdym punkcie obrazu wartości oraz kierunku gradientu (kąta nachylenia)

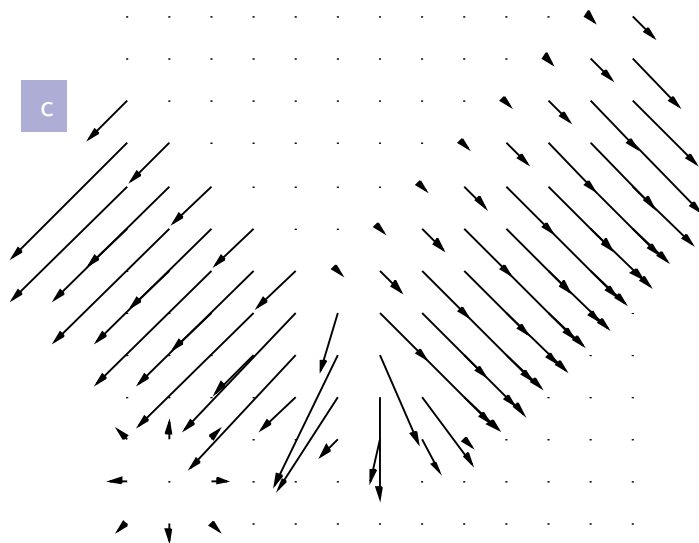
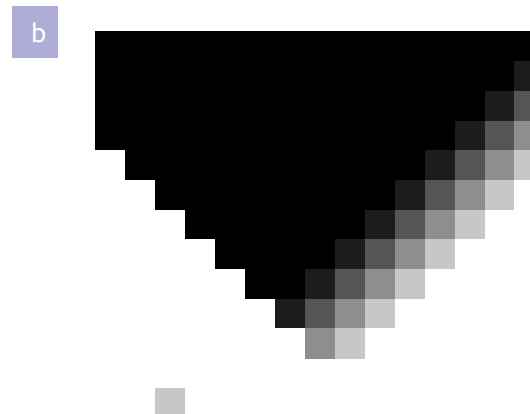
$$M(x, y) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \quad \alpha(x, y) = \arctan \frac{g_x}{g_y}$$

4. Tłumienie niemaksymalne (*non-maximal suppression*).
5. Progowanie obrazu z histerezą. Zadaniem tego etapu jest usunięcie z obrazu słabych krawędzi (o wartościach pikseli poniżej dolnego progu), ale jednocześnie generowanie krawędzi pozbawionych luk i przerw.

# Kierunek gradientu (1)

a

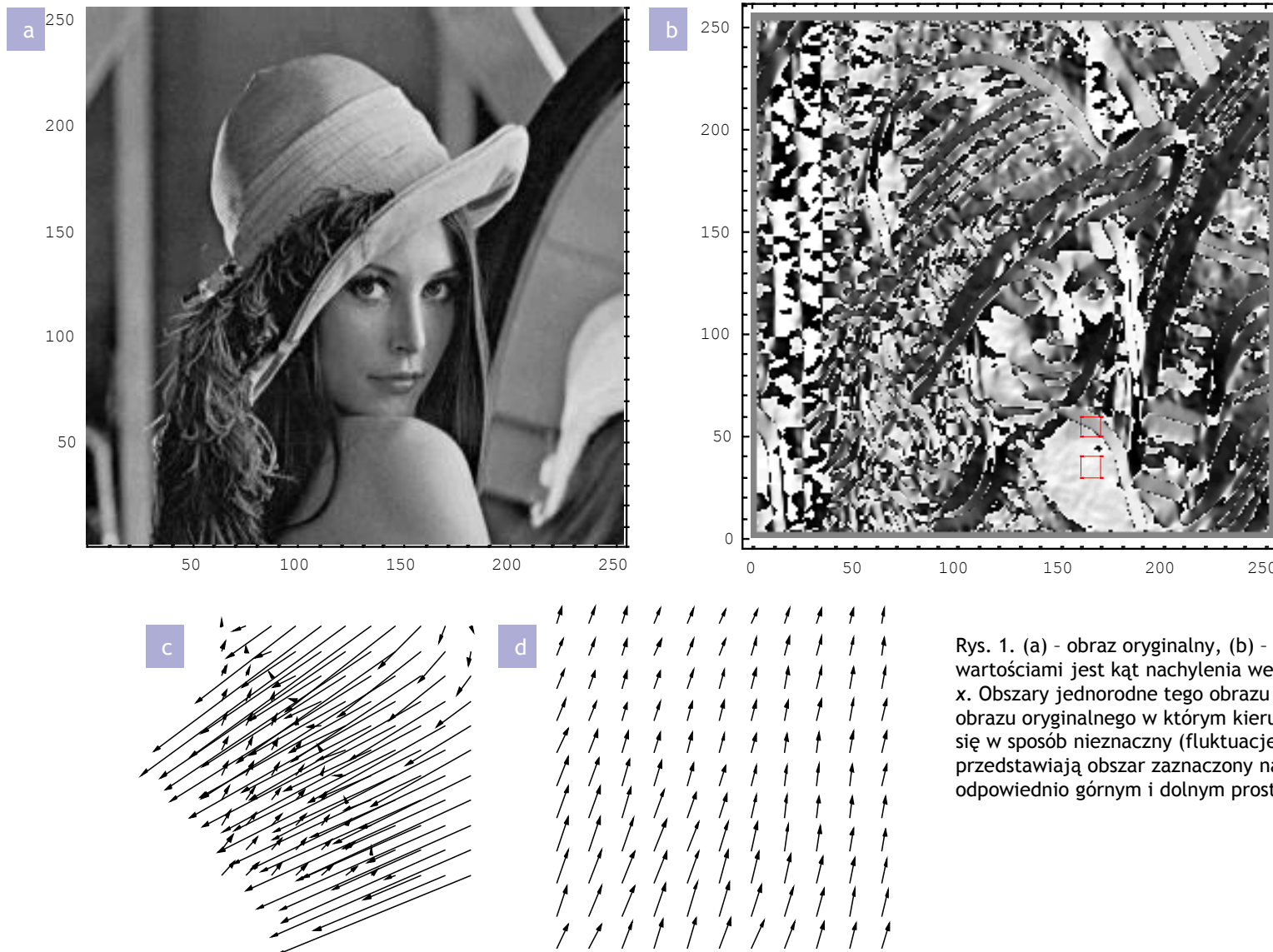
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	5
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	5	7
9	9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	5	7	9
9	9	9	0	0	0	0	0	0	1	3	5	7	9	9
9	9	9	9	0	0	0	0	1	3	5	7	9	9	9
9	9	9	9	9	0	0	1	3	5	7	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	1	3	5	7	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	9	5	7	9	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
9	9	7	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9



Rys. 1. (a), (b) - fragment obrazu, (c) - obraz przedstawiony jako pole wektorowe.

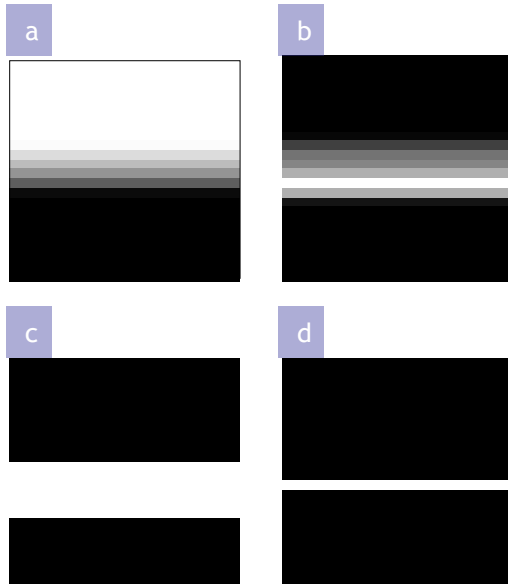
Rysunek (c) wskazuje jak w obszarze krawędzi zmienia się kierunek oraz długość gradientu.

# Kierunek gradientu (2)



Rys. 1. (a) - obraz oryginalny, (b) - obraz którego wartościami jest kąt nachylenia wektora gradientu do osi x. Obszary jednordne tego obrazu odpowiadają obszarom obrazu oryginalnego w którym kierunek gradientu zmienia się w sposób nieznaczny (fluktuacje). (c) i (d) przedstawiają obszar zaznaczony na rysunku (b) odpowiednio górnym i dolnym prostokątem.

# Tłumienie niemaksymalne



Rys. 1. Ilustracja procesu tłumienia niemaksymalnego. (a) - obraz oryginalny zawierający poziomą krawędź szerokości kilku pikseli; (b) - gradient obrazu (a), obszary jasne reprezentują obszary o niezerowej wartości gradientu; (c) - wynik progowania globalnego obrazu (b); (d) - obraz (b) po wykonaniu procesu tłumienia niemaksymalnego.

Cechą krawędzi wykrytej przez progowanie globalne jest jej duża grubość. Krawędź wykryta po wykonaniu tłumienia ma grubość jednego piksela.

⊕ Zadaniem etapu tłumienia niemaksymalnego jest realizacja trzeciego z celów stawianych przed algorytmem detekcji - generowaniu przez detektor pojedynczej odpowiedzi dla każdej rzeczywistej krawędzi w obrazie.

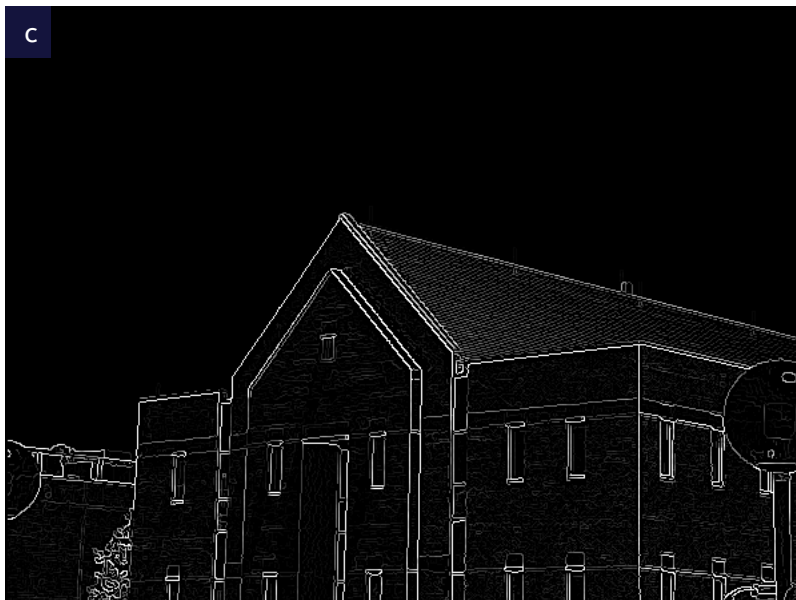
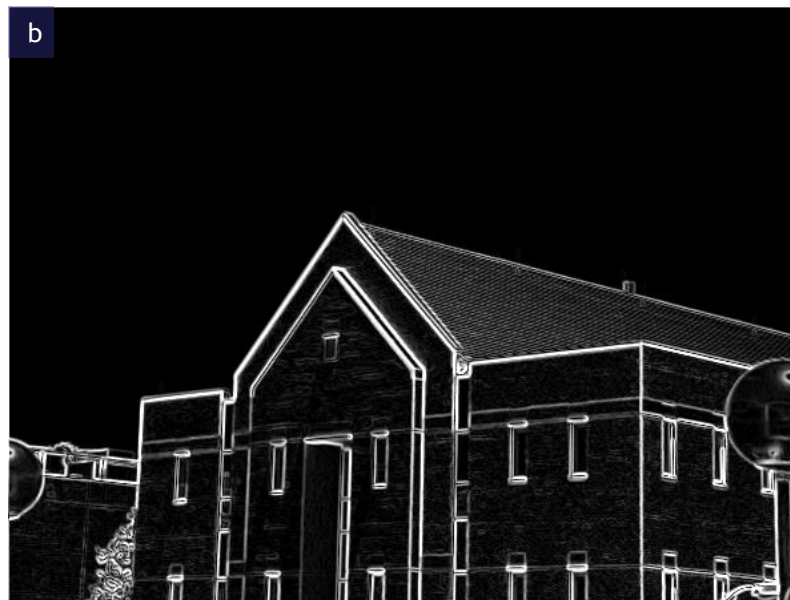
⊕ Tłumienie niemaksymalne zapewnia, że pikselem krawędzi jest piksel, dla którego wartość gradientu jest maksymalna w kierunku wyznaczonym przez gradient. Zachowanie pikseli o niemaksymalnej wartości gradientu powoduje pogrubianie krawędzi. Piksele takie mogą być stopniowo eliminowane przez progowanie ze zwiększającą się wartością progu.

⊕ Algorytm tłumienia niemaksymalnego jest następujący:

1. Przeglądaj obraz gradientu  $M(x,y)$  piksel po pikselu. Dla każdego piksela o niezerowej wartości wyznacz kierunek gradientu,
2. Dla piksela aktualnie przeglądane sprawdź dwóch najbliższych sąsiadów leżących w kierunku zgodnym z kierunkiem gradientu,
3. W przypadku, gdy wartość piksela aktualnego jest większa od obu sąsiadów zachowaj ją, w przeciwnym przypadku przypisz pikselowi wartość zerową (lub inną, która reprezentuje brak krawędzi) i przejdź do następnego piksela.

⊕ W oknie 3x3 reprezentować można jedynie 4 różne kierunki krawędzi: poziomy, pionowy oraz dwa kierunki diagonalne. Ponieważ obliczony kierunek gradientu w poszczególnych pikselach obrazu reprezentowany przez kąt nachylenia wektora do osi układu może przyjmować dowolną wartość z przedziału  $0, 2\pi]$  to konieczna jest kwantyzacja takiego kierunku do jednego z możliwych kierunków w bloku.

# Algorytm Canny'ego - ilustracja 1



Rys. 1.

Detekcja krawędzi wykonana algorytmem Canny'ego.

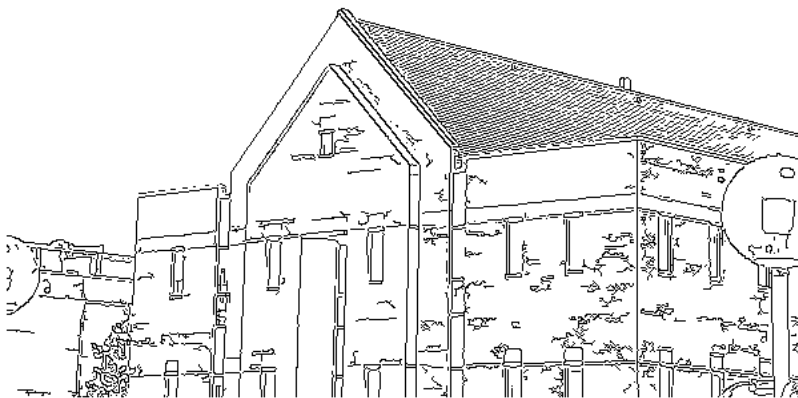
(a) - obraz oryginalny, (b) - gradient obrazu (a); (c) - wynik tłumienia niemaksymalnego wykonanego na obrazie (b); (d) - końcowy efekt działania algorytmu.

W tym przypadku obraz wynikowy zawiera dużą liczbę fałszywych krawędzi na ścianie budynku. Efekt ten jest spowodowany użyciem zbyt małego filtra gaussowskiego (3x3) na etapie wygładzania obrazu.

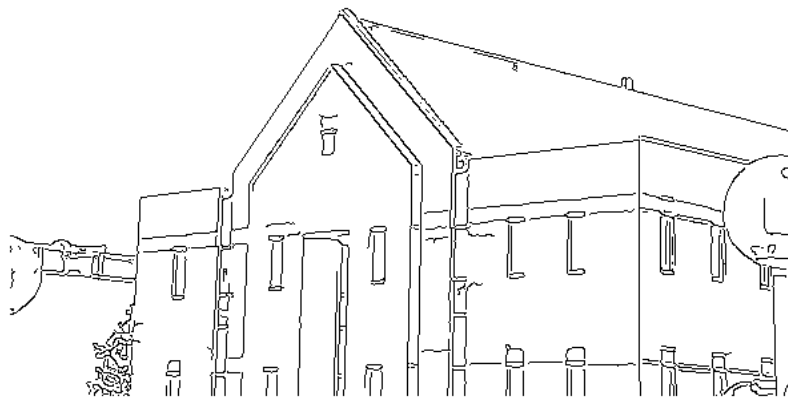


# Algorytm Canny'ego - ilustracja 2

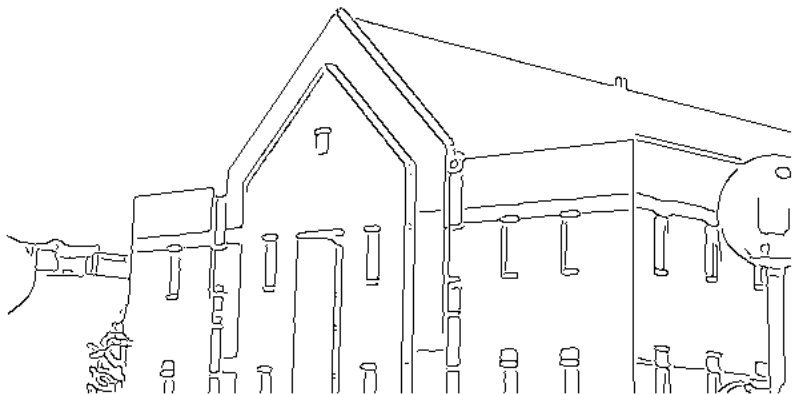
a



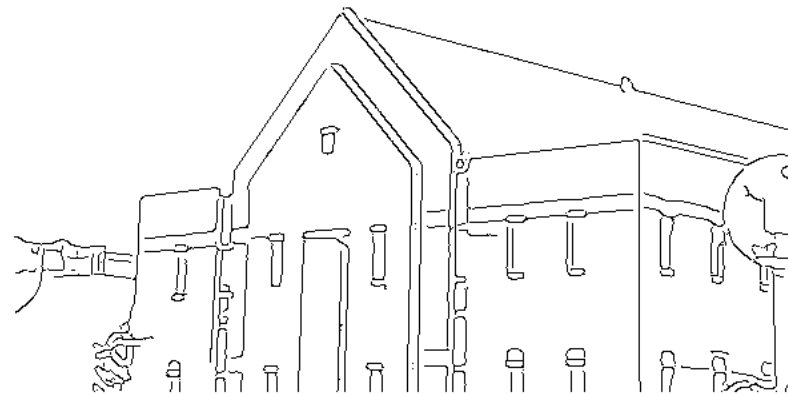
b



c



d



Rys. 1. Detekcja krawędzi zgodnie z algorytmem Canny'ego dla różnych wartości odchylenia standardowego  $\sigma$  filtru gaussowskiego wykorzystanego do wstępnego odszumienia obrazu.

Wartość  $\sigma$  dla obrazów (a), (b), (c) i (d) wynosi odpowiednio: 0.5, 1.0, 1.5 oraz 2.0 co odpowiada maskom rozmiaru 3x3, 5x5, 9x9 oraz 11x11.

We wszystkich przypadkach wartości progu górnego i dolnego dla progowania z histerezą wynoszą odpowiednio 10% i 5% wartości maksymalnej obrazu gradientu  $M$ .

# Algorytm Canny'ego - ilustracja 3

a



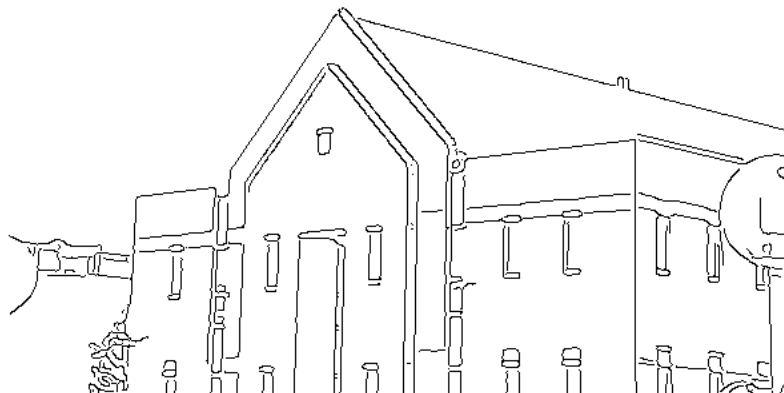
b



c



d



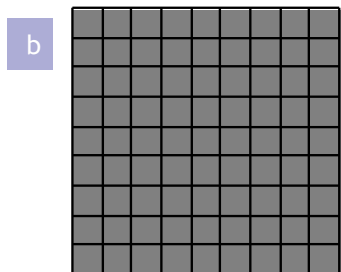
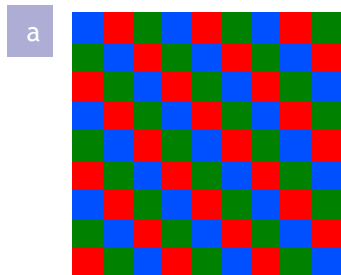
Rys. 1. Etap progowania z histerezą algorytmu Canny'ego.

(a) - wynik progowania z progiem górnym równym 20% wartości maksymalnej w obrazie przed progowaniem;

(b) - wynik progowania z progiem równym 5% wspomnianej wartości maksymalnej. Progi te stanowią odpowiednio próg górny i dolny progowania z histerezą. Na rysunku (c) przedstawiona jest różnica obrazów (a) i (b); (d) - ostateczny wynik progowania z histerezą.



# Detekcja krawędzi w obrazach barwnych



⊕ Metody detekcji krawędzi w obrazach barwnych można podzielić na dwie podstawowe klasy: klasę metod skalarnych oraz klasę metod wektorowych.

⊕ Metody skalarne. W najprostszym przypadku krawędź w obrazie barwnym można zdefiniować jako zmianę wartości funkcji jasności. Podejście to wymaga konwersji obrazu barwnego do obrazu w odcieniach szarości (pomija się zmiany odcienia oraz nasycenia barwy).

⊕ Metody wektorowe.

Rys. 1. (a) - obraz barwny RGB; (b) - monochromatyczna wersja obrazu (a).