Arnošt Kábel, ID:12345
Pondelok 14:00

Vzorové riešenie 1. zadania

Poznámka:

Kurzívou so žltým podkladom sú texty, ktoré vám majú pomôcť pri riešení zadania. Vo svojej dokumentácií ich neuvádzajte.

ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

Zadanie:

Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku nižšie.

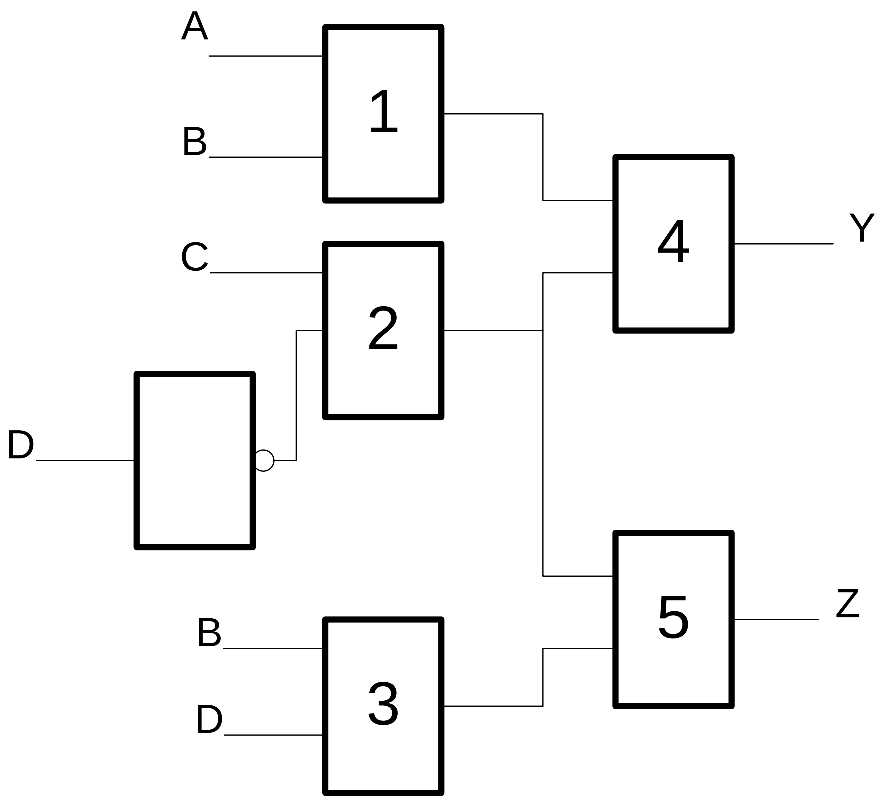
1. Zo známej štruktúry obvodu:
    - Odvoďte boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu,
    - Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp),
    - Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):
    - Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách),
    - Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu,
    - Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu,
    - Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

Arnošt Kábel, ID:12345
Pondelok 14:00

Zadanie 1: NAND – NAND – NAND – NAND – NAND

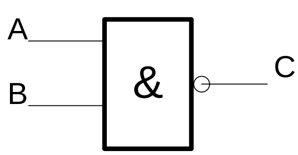
1. Schéma zadaného obvodu



Typy použitých logických členov: NAND – NAND – NAND – NAND – NAND

NAND Funkcia

$C = \overline{A.B}$



Schéma

A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Tabuľka pravdivostných hodnôt

Arnošt Kábel, ID:12345
Pondelok 14:00

Odvodenie výrazov pre výstupné funkcie Y a Z

1) Vyjdeme zo štruktúry obvodu a zostavíme výrazy zodpovedajúce výstupom Y a Z:

$$Y = \overline{\overline{A.B}.\overline{\overline{C.\overline{D}}}}$$
$$Z = \overline{\overline{C.\overline{\overline{D}}}.\overline{B.D}}$$

Pre ľubovoľné výrazy A,B platí:

1. $A+B = B+A$ — *Komutatívnosť*
   $A.B = B.A$
2. $A+(B+C) = (A+B)+C$ — *Asociatívnosť*
   $A.(B.C) = A.(B.C)$
3. $A+B.C = (A+B).(A+C)$ — *Distributívnosť*
   $A.(B+C) = A.B+A.C$
4. $A+A+...+A = A$
   $A.A.....A = A$
5. $\overline{A+B} = \bar{A}.\bar{B}$ — *de Morganové pravidlá*
   $\overline{A.B} = \bar{A}+\bar{B}$
6. $\bar{\bar{A}} = A$ — *Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii*
   $\bar{\bar{\bar{A}}} = \bar{A}$
7. $A+\bar{A} = 1$ — *Pravidlá o komplemente*
   $A.\bar{A} = 0$
8. $A+1 = 1$ — *Pravidlá o adresívnosti hodnôt 0 a 1*
   $A.0 = 0$
9. $A+0 = A$ — *Pravidlá o neutrálnosti hodnôt 0 a 1*
   $A.1 = A$
10. $(A+B).(\bar{A}+B) = B$ — *Pravidlá spojovania*
    $A.B+\bar{A}.B = B$
11. $A+A.B = A$ — *Pravidlá absorbcie*
    $A.(A+B) = A$
12. $A+\bar{A}.B = A+B$
    $A.(\bar{A}+B) = A.B$
13. $A.B+\bar{A}.C+B.C = A.B+\bar{A}.C$ — *Konsenzus teorem*
    $(\bar{A}+\bar{B}).(\bar{B}+\bar{C}).(A+\bar{C}) = (\bar{A}+\bar{B}).(A+\bar{C})$

2) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu DNF:

Poznámka: Pre prehľadnejšiu prácu a minimalizovanie šance na chybu je vhodné si každý logický člen označiť číslom (NOT nie je potrebné, pre účely tohto zadania je možné použiť označenie zo všeobecnej schémy). Vyjadríme si čím je tvorený každý logický člen a postupne od prvého stupňa upravujeme člen na DNF formu (t.j. súčet súčinov a negácia môže pokrývať len jednu premennú, nesmie pokrývať viac premenných a logickú operáciu) a výsledok potom dosadíme o stupeň vyššie.

Funkcia Y:

$Y = \overline{1.2}$

$1 = \overline{A.B} =$ De Morganovo pravidlo

$= \bar{A} + \bar{B}$	
$2 = \overline{C.\overline{D}} =$	De Morganovo pravidlo
$= \bar{C} + \overline{\overline{D}}$	Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii
$= \bar{C} + D$	
$Y = \overline{1.2}$	Dosadenie za 1 a 2
$= \overline{(\bar{A} + \bar{B}).(\bar{C} + D)}$	De Morganovo pravidlo
$= \left(\overline{\bar{A} + \bar{B}}\right) + (\overline{\bar{C} + D})$	De Morganovo pravidlo
$= \bar{\bar{A}}.\bar{\bar{B}} + \bar{\bar{C}}.\bar{D}$	Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii
$= A.B + C.\bar{D}$	

Počet použitých logických členov: 4 (1xNOT, 2xAND, 1xOR)
Počet vstupov pre logickú funkciu: 7 (1 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do OR)

Funkcia Z:

$Z = \overline{2.3}$	
$2 = \overline{C.\overline{D}} =$	De Morganovo pravidlo
$= \bar{C} + \overline{\overline{D}}$	Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii
$= \bar{C} + D$	
$3 = \overline{B.D} =$	De Morganovo pravidlo
$= \bar{B} + \bar{D}$	
$Z = \overline{2.3}$	Dosadenie za 2 a 3
$= \overline{(\bar{C} + D).(\bar{B} + \bar{D})}$	De Morganovo pravidlo
$= \left(\overline{\bar{C} + D}\right) + (\overline{\bar{B} + \bar{D}})$	De Morganovo pravidlo
$= \bar{\bar{C}}.\bar{D} + \bar{\bar{B}}.\bar{\bar{D}}$	Pravidlo o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii
$= C.\bar{D} + B.D$	

Počet použitých logických členov: 4 (1xNOT, 2xAND, 1xOR)
Počet vstupov pre logickú funkciu: 7 (1 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do OR)

Sumár obvodu:
Počet použitých logických členov: 6 (1xNOT, 3xAND, 2xOR)

Poznámka: Počet logických členov nie je 8 (4+4), pretože v oboch výrazoch je $\bar{D}$, teda nám stačí len jeden NOT. V oboch výrazoch sa nachádza $C.\bar{D}$, teda nám stačí jedenkrát AND a výstup sa rozvetví (viď. príklad). Funguje to na rovnakom princípe ako rozvetvenie výstupu z logického členu 2 zo zadania.

Počet vstupov pre logickú funkciu: 11 (1 do NOT, 2 do AND, 2 do AND, 2 do AND, 2 do OR, 2 do OR)

Poznámka: Počet vstupov nie je 14 (7+7), pretože sme nepoužili jeden NOT (-1 vstup) a jeden AND(-2 vstupy).

3) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

Poznámka: Postupne dosadzujeme všetky možností 0 a 1 za premenné a dosadzujeme do Kaurnaghovej mapy. Aj Kaurnaghova mapa aj pravdivostná tabuľka musí obsahovať minimálne 2^n políčok/riadkov (kde n je počet premenných vo výraze). Môže obsahovať aj súčin mocniny 2 a 2^n, ale vtedy sa niektoré časti cyklicky opakujú, pretože výraz nie je závislý od pridaných premenných. Pomôcka: ak máme výraz upravený na DNF formu, tak nám stačí určiť, kedy je pravdivý prvý logický súčin (keďže sa jedná o súčin, tak ten je pravdivý len, keď majú jednotlivé jeho prvky hodnotu 1, *t.j. len pre jedinú možnosť vstupov), doplniť 1 na správne miesta v Karnaughovej mape a pokračovať na ďalší logický súčin z výrazu.*

0	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	1
0	0	0	1

Y

0	0	0	1
0	1	1	1
0	1	1	1
0	0	0	1

Z

0	0	0	1
0	1	1	1

Z

Arnošt Kábel, ID:12345
Pondelok 14:00

4) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu KNF:

*Poznámka: je vhodné získať Y aj Z rovnakým spôsobom ako pri DNF a následne je dôležité pravidlo 3a. Pri úpravách sa môžu objaviť aj pravidlá 7, 8, 9 a 12, ktoré uľahčujú ďalšie úpravy. To, čo je tučným a podčiarknuté reprezentuje symbol z príslušného vzorca, ktorý použijeme na substitúciu toho, čo reálne máme (to je štandardným fontom), napr: **A**=A.B).*

$Y = A.B + C.\overline{D}$ — Pravidlo 3a (do vzorca použijeme substitúciu **A**=A.B)
$= (A.B + C).(A.B + \overline{D})$ — Na prvú zátvorku použijeme Pravidlo 3a
$= (A + C).(B + C).(A.B + \overline{D})$ — Na druhú zátvorku použijeme Pravidlo 3a
$= (A + C).(B + C).(A + \overline{D}).(B + \overline{D})$

Počet použitých logických členov: 6 (1xNOT *– výstup z $\overline{D}$ sa dá rozvetviť*, 1xAND, 4xOR)
Počet vstupov pre logickú funkciu: 13 (1 do NOT, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 4 do AND)

$Z = C.\overline{D} + B.D$ — Pravidlo 3a (do vzorca použijeme substitúciu **A**=C.$\overline{D}$)
$= (C.\overline{D} + B).(C.\overline{D} + D)$ — Na prvú zátvorku použijeme Pravidlo 3a
$= (C + B).(\overline{D} + B).(C.\overline{D} + D)$ — Na druhú zátvorku použijeme Pravidlo 3a
$= (C + B).(\overline{D} + B).(C + D).(\overline{D} + D)$ — Na poslednú zátvorku použijeme Pravidlo 7a
$= (C + B).(\overline{D} + B).(C + D).(1)$ — Na prvú zátvorku použijeme Pravidlo 9b
$= (C + B).(\overline{D} + B).(C + D)$ — Usporiadame znaky v zátvorkách abecedne
$= (B + C).(B + \overline{D}).(C + D)$

Počet použitých logických členov: 5 (1xNOT, 1xAND, 3xOR)
Počet vstupov pre logickú funkciu: 10 (1 do NOT, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 3 do AND)

Sumár obvodu:
Počet použitých logických členov: 8 (1xNOT, 2xAND, 5xOR)

Poznámka: Počet logických členov nie je 11 (6+5), pretože v oboch výrazoch je $\overline{D}$, teda nám stačí len jeden NOT. V oboch výrazoch sa nachádza $(B + C)$ aj $(B + \overline{D})$, teda nám stačí jedenkrát OR pre každý a výstupy sa rozvetvia (viď. príklad).

Počet vstupov pre logickú funkciu: 18 (1 do NOT, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 2 do OR, 4 do AND, 3 do AND)

Poznámka: Počet vstupov nie je 23 (13+10), pretože sme nepoužili jeden NOT (-1 vstup) a dva členy OR(-4 vstupy).

Iný príklad (nesuvisí so vzorovým riešením, jedná sa o ukážku komplikovanejšej úpravy)

$W = A.B + C.\overline{D} + \bar{A}.\bar{C}$ — *Pridáme zátvorky na prvé dva výrazy (môžeme ľubovoľné)*
$= (A.B + C.\overline{D}) + \bar{A}.\bar{C}$ — *Pravidlo 3a (do vzorca použijeme substitúciu **A**=A.B+C.$\overline{D}$)*
$= \left((A.B + C.\overline{D}) + \bar{A}\right).((A.B + C.\overline{D}) + \overline{C})$ — *Zrušíme nepotrebné zátvorky medzi súčtami*
$= (A.B + C.\overline{D} + \bar{A}).(A.B + C.\overline{D} + \overline{C})$ — *Na 1. zátvorku použijeme pravidlo 12a*
$= (\bar{A} + B + C.\overline{D}).(A.B + C.\overline{D} + \overline{C})$ — *Na 2. zátvorku použijeme pravidlo 12a*
$= (\bar{A} + B + C.\overline{D}).(A.B + \overline{D} + \overline{C})$ — *Na 1. zátvorku použijeme pravidlo 3a (**A**=$\bar{A}$+B)*
$= (\bar{A} + B + C).(\bar{A} + B + \overline{D}).(A.B + \overline{D} + \overline{C})$ — *Na 2. zátvorku použijeme pravidlo 3a (**A**=$\bar{C}$+$\overline{D}$)*
$= (\bar{A} + B + C).(\bar{A} + B + \overline{D}).(A + \overline{D} + \overline{C}).(B + \overline{D} + \overline{C})$ — *Usporiadame znaky v zátvorkách abecedne*
$= (\bar{A} + B + C).(\bar{A} + B + \overline{D}).(A + \bar{C} + \overline{D}).(B + \bar{C} + \overline{D})$

5) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z:

Poznámka: Postupne dosadzujeme všetky možností 0 a 1 za premenné a dosadzujeme do Kaurnaghovej mapy. Aj Kaurnaghova mapa aj pravdivostná tabuľka musí obsahovať minimálne 2^n políčok/riadkov (kde n je počet premenných vo výraze). Môže obsahovať aj súčin mocniny 2 a 2^n, ale vtedy sa niektoré časti cyklicky opakujú, pretože výraz nie je *závislý od pridaných premenných. Nie je možné použiť pomôcku pre urýchlenie ako pri DNF! Ak sme všetko urobili dobre, tak nám výjdu rovnaké Karnaughove mapy pre KNF a DNF.*

C

D

	0	0	0	1
B	0	0	0	1
	1	1	1	1
A	0	0	0	1

Y

C

D

	0	0	0	1
B	0	1	1	1
	0	1	1	1
A	0	0	0	1

Z

$\Rightarrow$

C

D

	0	0	0	1
B	0	1	1	1

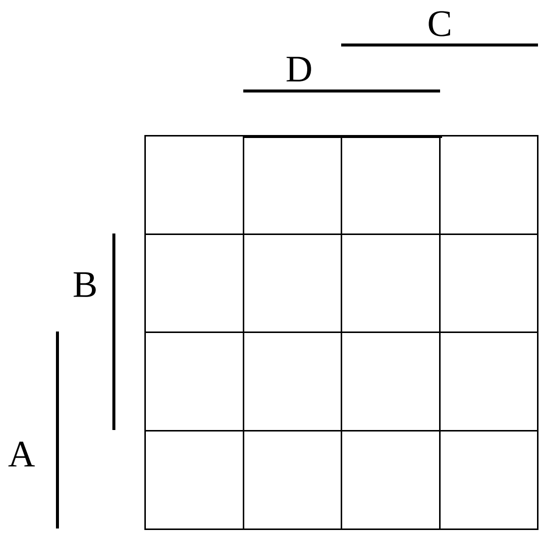
Z

Arnošt Kábel, ID:12345
Pondelok 14:00

Zhodnotenie:

Stručne popísať zadanie úlohy postup riešenia a spôsob overenia riešenia. V tomto prípade sa oplatí obe funkcie realizovať cez DNF, pretože celkový obvod je menší o 2 logické členy a 7 vstupov oproti obvodu zostavenému z KNF výrazov. Zároveň, obe výstupné funkcie vychádzajú aj samostatne efektívnejšie realizované cez DNF.

V riešení použite nasledovný tvar Karnaughových máp:



vystup

Na miesto odovzdania sa odovzdáva **dokument (*.docx, *.pdf)** *a* ***súbor s obvodom*** *pre overenie riešenia simuláciou v systéme LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD).*

Upozornenie

Odovzdaný dokument musí obsahovať **len** *nasledovné informácie:*

- *identifikáciu autora riešenia,*
- *nadpis,*
- *text zadania,*
- *schémy obvodov k riešenej úlohe,*
- *popis správania všetkých logických členov vyskytujúcich sa v riešenom obvode,*
- *boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu spolu s postupom úpravy na ekvivalentné MDNF a MKNF,*
- *mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výstupom Y a Z,*
- *zhodnotenie (vyjadrenie sa použitým postupom, ktoré pravidlá ste použili a prečo, je lepšie použiť pre vytvorenie obvodu rovnice DNF alebo KNF, koľko členov majú logické obvody pre jednotlivé možnosti, atď.).*

Arnošt Kábel, ID:12345
Pondelok 14:00