

第3章 膨張宇宙の力学

3.3. 宇宙論パラメータ

Max Miyazaki

各種 SNS

X (旧 Twitter): [@miya_max_study](#)

Instagram : [@daily_life_of_miya](#)

YouTube : [@miya-max-active](#)

Abstract

このノートは松原隆彦の“現代宇宙論—時空と物質の共進化—”の第3章の3節をまとめたものである。要点や個人的な追記、計算ノートのまとめを行っているが、それらはすべて原書の内容を出発点としている。参考程度に使っていただきたいが、このノートは私の勉強ノートであり、そのままの内容をそのまま鵜呑みにすると間違った理解を招く可能性があることをご了承ください。ぜひ原著を手に取り、その内容をご自身で確認していただくことを推奨します。てへぺろ $v(\hat{\partial})v + + +$

概要

- 宇宙論パラメータ：観測と理論の両面から宇宙の性質を特徴付ける物理量.
- 一様等方宇宙モデル（FLRW 宇宙）では, 以下の量が宇宙論パラメータとして用いられる.

ハッブル定数 H_0

$$H_0 = \left. \frac{\dot{a}}{a} \right|_{t=t_0}$$

$$H_0 = 100 h \text{ km/s/Mpc} = 3.241 \times 10^{-18} h \text{ s}^{-1}$$

臨界密度 ϱ_{c0}

$$\varrho_{c0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

$$\varrho_{c0} \approx 1.878 \times 10^{-29} h^2 \text{ g/cm}^3$$

密度パラメータ Ω_A

各成分 A に対して,

$$\Omega_{A0} = \frac{\rho_{A0}}{\rho_{c0}}$$
$$\Omega_0 = \sum_A \Omega_{A0}$$

曲率パラメータ Ω_K

$$\Omega_{K0} = -\frac{c^2 K}{H_0^2 a_0^2}$$

$$\Omega_0 + \Omega_{K0} = 1$$

減速パラメータ q_0

$$q_0 = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}$$

状態方程式パラメータ w_A を用いると,

$$q_0 = \frac{1}{2} \sum_A (1 + 3w_A) \Omega_{A0}$$

時間依存する宇宙論パラメータ

時間依存するハッブル関数は,

$$H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$$

このとき, 密度パラメータと曲率パラメータは次のように時間に依存する:

$$\Omega_A = \frac{H_0^2}{H^2} \frac{\rho_A}{\rho_{A0}} \Omega_{A0}$$
$$\Omega_K = \frac{H_0^2}{H^2} \frac{\Omega_{K0}}{a^2}$$

フリードマン方程式の時間発展形は,

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \sum_A \Omega_{A0} \frac{\rho_A}{\rho_{A0}} + \frac{\Omega_{K0}}{a^2}$$

応用例: 複数成分の宇宙

物質、放射、宇宙定数など複数の成分からなる宇宙では, それぞれのエネルギー密度は

$$\rho_m \propto a^{-3}$$
$$\rho_r \propto a^{-4}$$
$$\rho_\Lambda = \text{const}$$

これにより,

$$\Omega = \frac{\Omega_r a^{-4} + \Omega_m a^{-3} + \Omega_\Lambda}{\Omega_r a^{-4} + \Omega_m a^{-3} + \Omega_\Lambda + \Omega_K a^{-2}}$$

のように表される.

3.3. 宇宙論パラメータ

宇宙の進化を解明するには, 理論だけではなく観測に基づいた「宇宙論パラメータ (cosmological parameters)」が重要である. 特に一様等方宇宙モデルでは, Friedmann 方程式を解くために必要なパラメータとして曲率 K と全エネルギー密度 ρ が必要となる. これらのパラメータは, 宇宙の進化を記述するために重要である. 多様なパラメータを組み合わせる宇宙論モデルを構築できるが, 本節では代表的かつ実践的なパラメータに絞って扱う. +

3.3.1 Hubble 定数

+Hubble 定数 H_0 は, 現在の宇宙の膨張率を決めるもので, +

$$+H_0 = \left. \frac{\dot{a}}{a} \right|_{t=t_0} + \quad (3.53)$$

+と定義される. Friedmann 方程式で $t = t_0$ とすれば, +

$$+H_0^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho_0 - c^2 K. + \quad (3.54)$$

+ここで ρ_0 は現在の宇宙の全エネルギー密度である. 多成分の場合は, +

$$+\rho_0 = \sum_A \rho_{A0}. + \quad (3.55)$$

+Hubble 定数は曲率と現在のエネルギー密度で与えられるので, 宇宙論パラメータである.

+規格化された量 h を用いると, +

$$+H_0 = 100 h \text{ km/s/Mpc} = 3.241 \times 10^{-18} h \text{ s}^{-1}. + \quad (3.56)$$

+

3.3.2 臨界密度

+平坦宇宙 ($K = 0$) での現在の全エネルギー密度 ρ_{c0} は, +

$$+\rho_{c0} = \frac{3c^2 H_0^2}{8\pi G} + \quad (3.57)$$

+と表される. これは, 臨界エネルギー密度と呼ばれ, これに対応する質量密度 ϱ_{c0} は, +

$$+\varrho_{c0} = \frac{\rho_{c0}}{c^2} + \quad (3.58)$$

+となる. これも宇宙論パラメータで, その値は+

$$+\varrho_{c0} \approx 1.878 \times 10^{-29} h^2 \text{ g/cm}^3. + \quad (3.59)$$

+

3.3.3 密度パラメータ

+宇宙のエネルギー密度を臨界エネルギー密度で規格化した無次元量を密度パラメータという. 成分 A に対して, +

$$+\Omega_{A0} = \frac{\rho_{A0}}{\rho_{c0}} = \frac{8\pi G \rho_{A0}}{3c^2 H_0^2} + \quad (3.60)$$

+と定義される. 全エネルギー密度 ρ_0 は, +

$$+\rho_0 = \frac{\rho_0}{\rho_{c0}} = \frac{8\pi G \rho_0}{3c^2 H_0^2} = \sum_A \Omega_{A0} + \quad (3.61)$$

+となる. 現在の宇宙のエネルギー密度は放射成分をほぼ無視できるので, +

$$+\Omega_0 = \Omega_{m0} + \Omega_{d0}. + \quad (3.62)$$

+ここで Ω_{m0} は物質成分の密度パラメータ, Ω_{d0} は暗黒物質成分の密度パラメータである.