

1 Vorbereitung

1.1 Theoretischer Hintergrund

1.1.1 Klassischer Halleffekt

In einem stromdurchflossenen Leiter bewegen sich Elektronen. Legt man senkrecht dazu ein B-Feld an, so erfahren diese eine Lorentz-Kraft senkrecht dazu. Im Gleichgewicht kompensieren sich die Lorentz-Kraft und das durch die Ablenkung entstehende E-Feld. Dann gilt:

$$\vec{F}_L = -\vec{F}_E$$

Der Hallkoeffizient ist definiert als:

$$R_H = \frac{E_y}{j_x \cdot B} = \frac{1}{ne}$$

Bei endlicher Temperatur sind in Halbleitern nicht nur Elektronen sondern auch Defektelektronen, sog. Löcher, Ladungsträger. Für die Leitfähigkeit und den Hallkoeffizient gelten dann:

$$\sigma = ne\mu_n + pe\mu_p$$
$$R_H = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p + n\mu_n)^2}$$

Hier sind n, p die Ladungsträgerkonzentrationen und μ die jeweilige Beweglichkeiten.

1.1.2 Verwendete Proben

Die verwendeten Proben müssen ein 2D-Elektronengas bereitstellen. Das wird zum einen durch ein Silizium-MOSFET und zum anderen durch eine GaAs-GaAlAs-Heterostruktur realisiert.

Das Silizium-MOSFET besteht aus einem Block p-dotierten Siliziums mit einer Isolationsschicht darüber. Die Gate-Spannung V_G wird angelegt an eine auf der anderen Seite befindlichen Aluminium-Schicht, sodass sich am Rand des Silizium-Blockes eine Inversionsschicht bildet, in der sich Elektronen in zwei Dimensionen bewegen können. Die Dichte der Ladungsträger kann hierbei gut über die Gate-Spannung eingestellt werden. Durchrecht starke Streuung an Störstellen ist die Beweglichkeit der Elektronen jedoch gering.

In der GaAs-GaAlAs-Heterostruktur übernimmt die leicht p-dotierte GaAs-Schicht die Rolle des Silizium-Blockes. An der Grenze zum n-dotierten GaAlAs, das als Isolator fungiert. Durch Diffusion der überschüssigen Elektronen mit den Löchern an der Grenzfläche, werden erstere räumlich von den zugehörigen Störstellen getrennt, jedoch noch angezogen. Dadurch können diese sich in der Grenzfläche bewegen.

1.1.3 2DEG

In einem 2D-Elektronengas, das wie oben beschrieben realisiert werden kann, ist eine Koordinate festgehalten. Legt man ein B-Feld senkrecht zur Stromflussrichtung an, so kommt es zum Quantenhalfeffekt. Die Elektronen bewegen sich auf einer Spiralbahn senkrecht zur Oberfläche und bilden Landau-Niveaus. Diese sind entartet, sodass die Fermienergie sprunghaft steigt, wenn ein Niveau vollständig besetzt ist. Dadurch sind in der Hallspannung Plateaus mit steigendem B-Feld zu beobachten.

Die Leitfähigkeit längs einer Bewegungsrichtung des 2D-Elektronengases oszilliert mit steigendem B-Feld, da das oberste Energieband zum Teil höher als die Fermienergie liegt und dadurch geleert wird. Die abgegebene Energie erhöht die Streuung der Elektronen an Störstellen, was zu einer Änderung der Leitfähigkeit führt.

1.1.4 Änderung der Temperatur und des Probenstromes

Wird die Temperatur zu stark erhöht, so ist kein Quantenhalfeffekt mehr erkennbar, da die Struktur des 2DEG nicht mehr gilt und höhere Landau-Niveaus nicht besetzt werden. Die Temperatur von flüssigem Stickstoff reicht hierzu nicht aus.

Bei Änderung des Probenstroms treten oben beschriebene Oszillationen der Leitfähigkeit auf.

1.1.5 Zeeman-Aufspaltung

Energieniveaus von Atomen spalten sich auf in einem Magnetfeld. Dieser Effekt ist bekannt als Zeeman-Effekt. In diesem Versuch spielt er keine Rolle.

1.2 Durchführung

Zunächst wird der Kryostat abgekühlt. Davor wird allerdings geprüft, ob die Probe korrekt eingebaut ist, da später nicht nachjustiert werden kann.

Dann werden die einzelnen Kammern in der Versuchsanordnung mit Helium gespült, bevor flüssiger Stickstoff eingefüllt wird. Der Widerstand der Spule und des Thermometers werden gemessen.

Dann wird der flüssige Stickstoff entfernt und das Dewar sowie der Probenraum wieder mit Helium gefüllt. Anschließend wird der Probenraum auf ca. 2 mbar evakuiert und das Dewar erneut gespült. Danach wird der Kryostat mit Helium gefüllt. Das geschieht wieder bei einem Druck von 2,0 mbar. Die Füllhöhe wird über Schwingungen eines Messstabes ermittelt. Erreicht dieser die Oberfläche des Bades, so steigt die Frequenz.

Abschließend werden der Widerstand der Spule und die Temperatur ermittelt. Die Spule sollte supraleitend sein, die Temperatur sollte unter 4,2 K sein. Dann können die Messungen durchgeführt werden.

1.3 Aufgaben

Bei 4 K wird die Längs- und die Querspannung gemessen.

Durch verdampfen von flüssigem Helium wird die Probe auf 1,8 K abgekühlt. Bei einem Probenstrom von $10\mu A$ wird das B-Feld auf 6 T hochgefahren und dabei die Längsspannung in 0.5 T schritten gemessen. Beim Herunterfahren des B-Feldes wird die Querspannung gemessen. Anschließend werden beide Spannungen bei einem Strom von $100\mu A$ gemessen. Dann wird die Messapparatur ausgeschaltet.

Zur Auswertung werden die Extrema der Längsspannung bestimmt mit den dazugehörigen Magnetfeldstärken.

Die Quer- oder Hallspannung der Plateaus wird bestimmt und diese auch identifiziert.

Damit wird dann über den Hallkoeffizienten die Ladungsträgerkonzentration bestimmt, sowie die Feinstrukturkonstante α . Nach Vorbereitungsmappe gilt hierfür:

$$R_H = \alpha^{-1} \mu_0 c / 2i$$

Hier ist i die Nummer des besetzten Energieniveaus. Abschließend wird noch mit Literaturwerten verglichen.

2 Auswertung

2.1 Kurvenauswertung

Wie in der Vorbereitung geschrieben werden die aufgenommenen Kurven nun ausgewertet. Insgesamt wurden sieben aufgenommen, drei für die Längsspannung und vier für die Querspannung. Eine Datei für die Längsspannung wurde nicht gespeichert. Der Grund dafür ist uns nicht klar, die handschriftlichen Aufzeichnungen sind vollständig.

Die Längsspannung wurde jeweils an den Stellen 2 und 6 abgegriffen, die Querspannung zwischen 3 und 4.

2.1.1 Längsspannung

Für die Längsspannung wurden die Kurven, die in Abb.2-4 zu sehen sind, aufgenommen. Zur Bestimmung der Maxima wurden Fits einer Gauß-Kurve in einem begrenzten Wertebereich gefittet. Die so bestimmten Werte sind in Abb.1 tabellarisch dargestellt.

Abbildung 1: Spannungswerte und Magnetfeldstärken an den Maxima.

Stromstärke in μA	Temperatur in K	B in T	U in V
20	4.4	1.831 ± 0.004	0.021
		3.292 ± 0.004	0.048
100	4.4	1.855 ± 0.004	0.094
		3.455 ± 0.003	0.195
100	2.95	2.369 ± 0.007	0.095
		4.406 ± 0.006	0.202

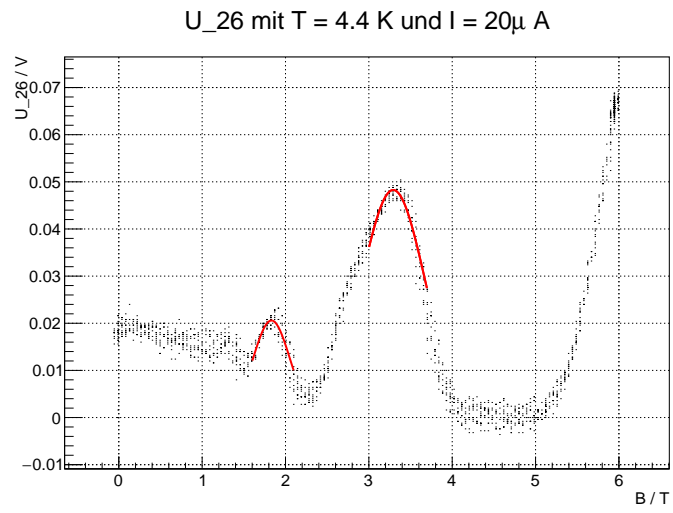


Abbildung 2: Längsspannung V_x für $I=20 \mu\text{A}$ und $T=4.4 \text{ K}$

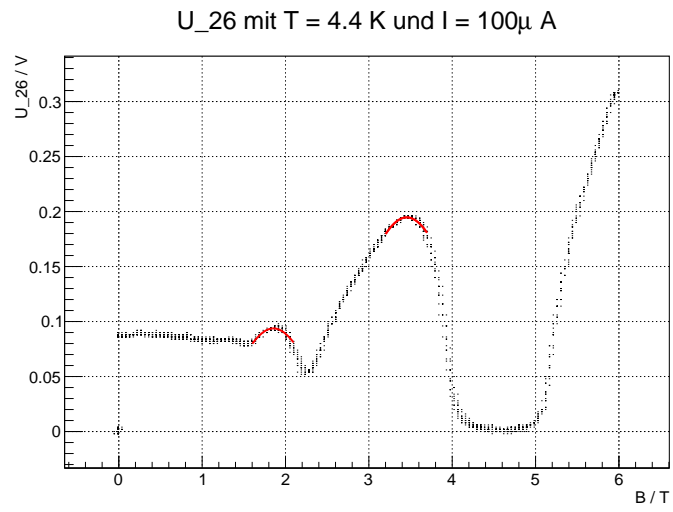


Abbildung 3: Längsspannung V_x für $I=100 \mu\text{A}$ und $T=4.4 \text{ K}$

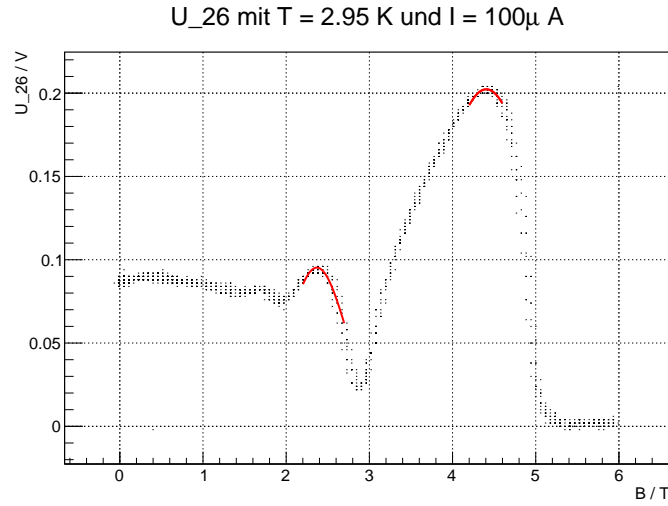


Abbildung 4: Längsspannung V_x für $I=100 \mu\text{A}$ und $T=2.95 \text{ K}$

2.1.2 Hall-Plateaus

Wie in der Vorbereitung beschrieben, sind in der Hallspannung Plateaus zu sehen. Um diese genauer zu bestimmen, wurden horizontale Geraden in den jeweiligen Wertebereichen an die Spannungswerte gefittet. Dadurch wird der Spannungswert genauer bestimmt. Abb.6-9 zeigen die vier aufgenommenen Kurven, Abb.5 zeigt die Ergebnisse der Fits und die zugehörigen Bereiche des Magnetfeldes.

Abbildung 5: Spannungswerte und Magnetfeldstärken an den Maxima.

Stromstärke in μA	Temperatur in K	B in T	U_H in V	Füllfaktor i
20	2.73	1.4 ... 1.6	$(8.418 \pm 0.026) \cdot 10^{-2}$	6
		2.3 ... 2.7	$(1.369 \pm 0.002) \cdot 10^{-1}$	4
		3.7 ... 5.5	$(2.584 \pm 0.0008) \cdot 10^{-1}$	2
20	4.1	2.0 ... 2.7	$(1.315 \pm 0.003) \cdot 10^{-1}$	4
		4.0 ... 5.3	$(2.636 \pm 0.002) \cdot 10^{-1}$	2
100	2.83	2.1 ... 2.3	$(6.459 \pm 0.009) \cdot 10^{-1}$	4
		4.0 ... 5.3	1.306 ± 0.0003	2
100	4.4	2.2 ... 2.4	$(6.565 \pm 0.012) \cdot 10^{-1}$	4
		4.0 ... 5.2	1.303 ± 0.0003	2

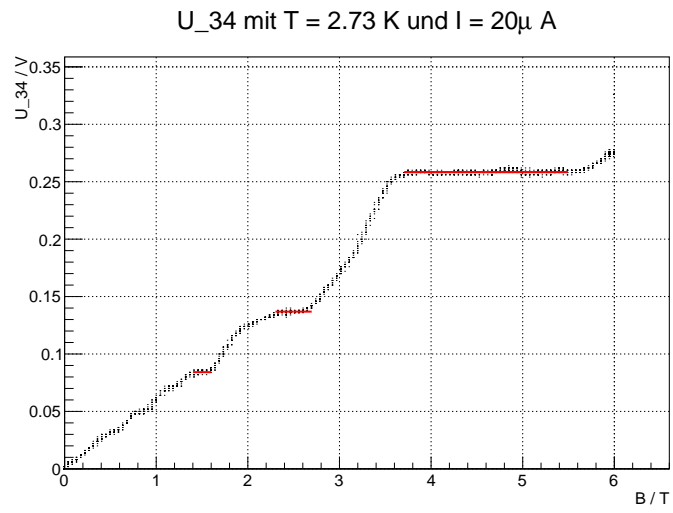


Abbildung 6: Hallspannung V_H für $I=20 \mu\text{A}$ und $T=2.73 \text{ K}$

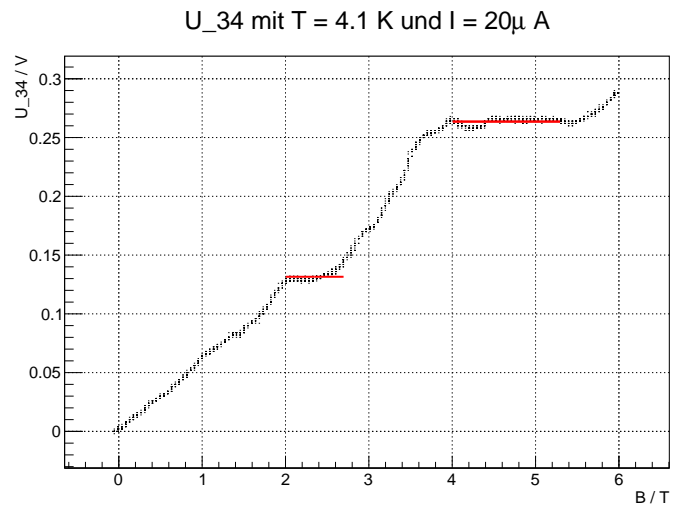


Abbildung 7: Hallspannung V_H für $I=20 \mu\text{A}$ und $T=4.1 \text{ K}$

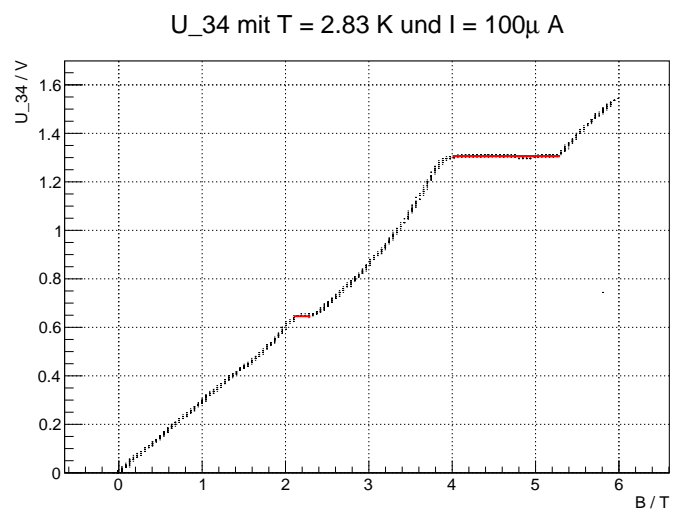


Abbildung 8: Hallspannung V_H für $I = 100 \mu\text{A}$ und $T=2.83 \text{ K}$

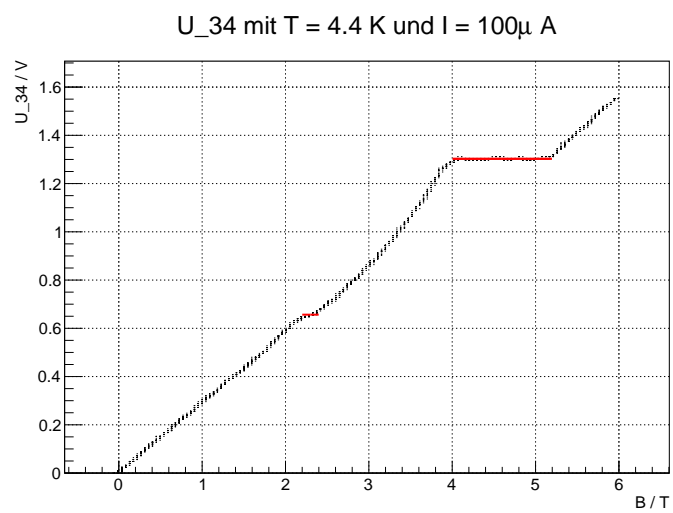


Abbildung 9: Hallspannung V_H für $I=100 \mu\text{A}$ und $T=4.4 \text{ K}$

2.1.3 Identifikation der Plateaus

Nach Vorbereitungsmappe gilt die Gleichung

$$\frac{U_H}{I} = \frac{h}{i \cdot e^2}$$

mit der Hallspannung U_H , dem angelegten Strom I und dem Füllfaktor i . In obiger Tabelle, Abb.5, ist dieser Füllfaktor für jedes Plateau mit angegeben. Dabei wurde die Bedingung ausgenutzt, dass i eine ganze Zahl sein muss; bei der Berechnung lag diese Zahl aber nie weiter als eine Standardabweichung von dem ungerundeten Wert entfernt.

2.1.4 Ladungsträgerkonzentration

Die Flächenladungsträgerdichte n_s eines 2DEG wird berechnet aus

$$U_H = \frac{B}{n_s \cdot e} \cdot I$$

Sie ist quantisiert und abhängig von dem jeweiligen Hall-Plateau. Zur Berechnung wird jeweils das Magnetfeld am Maximum in der Längsspannung genommen. Mit dem Entartungsgrad N hängt sie über $n_s = i \cdot N$ zusammen.

Da wir für $I = 20\mu\text{A}$ bei $T = 2.73\text{K}$ keine Längsspannung aufgenommen haben, nehmen wir hier den Beginn des Hall-Plateaus.

In Abb.10 ist n_s für jedes Plateau aufgelistet. Die Reihenfolge ist dieselbe wie in Abb.5. Für die Fehlerrechnung wird für die Spannung die Abweichung aus dem Fit genommen. Für die Stromstärke wird ein verschwindender Fehler angenommen, da sie mit dem vorliegenden Gerät in diesem Bereich sehr genau eingestellt werden kann.

Abbildung 10: Flächenladungsträgerdichte n_s für jedes Hall-Plateau.

I in μA	T in K	B in T	U_H in V	n_s in 10^{11} cm^{-2}
20	2.73	1.4	$(8.418 \pm 0.026) \cdot 10^{-2}$	2.076 ± 0.006
		2.3	$(1.369 \pm 0.002) \cdot 10^{-1}$	2.097 ± 0.003
		3.7	$(2.584 \pm 0.0008) \cdot 10^{-1}$	1.787 ± 0.0006
20	4.1	1.831 ± 0.004	$(1.315 \pm 0.003) \cdot 10^{-1}$	1.738 ± 0.008
		3.292 ± 0.004	$(2.636 \pm 0.002) \cdot 10^{-1}$	1.559 ± 0.003
100	2.83	2.369 ± 0.007	$(6.459 \pm 0.009) \cdot 10^{-1}$	2.289 ± 0.010
		4.406 ± 0.006	1.306 ± 0.0003	2.106 ± 0.003
100	4.4	1.855 ± 0.004	$(6.565 \pm 0.012) \cdot 10^{-1}$	1.764 ± 0.007
		3.455 ± 0.003	1.303 ± 0.0003	1.655 ± 0.002

2.2 Feinstrukturkonstante

Die Feinstrukturkonstante wird wie in der Vorbereitung erwähnt berechnet durch folgende Gleichung:

$$\frac{U_H}{I} = \alpha^{-1} \cdot \mu_0 c / (2 \cdot i)$$

Zur Berechnung der Messunsicherheit wird für die Hallspannung U_H obiger Wert aus den Fits verwendet. Die Stromstärke ist mit dem verwendeten Gerät in diesem Bereich sehr genau einstellbar, weswegen die Messunsicherheit darauf vernachlässigt wird.

Für die magnetische Feldkonstante und die Lichtgeschwindigkeit werden die Werte aus der Vorbereitungsmappe Anhang 4 verwendet:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^7 \text{ NA}^{-2}$$

$$c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Damit wird für jedes Hall-Plateau ein Wert für α berechnet und in einen Graphen eingetragen. Das ist in Abb.11 zu sehen. Es wurde noch eine Ausgleichsgerade gefittet und der theoretische Wert von $\alpha_{theo} = \frac{1}{137} \approx 7.299 \cdot 10^{-3}$ eingezeichnet. Die Feinstrukturkonstante haben wir somit bestimmt zu:

$$\alpha = (7.228 \pm 0.001) \cdot 10^{-3}$$

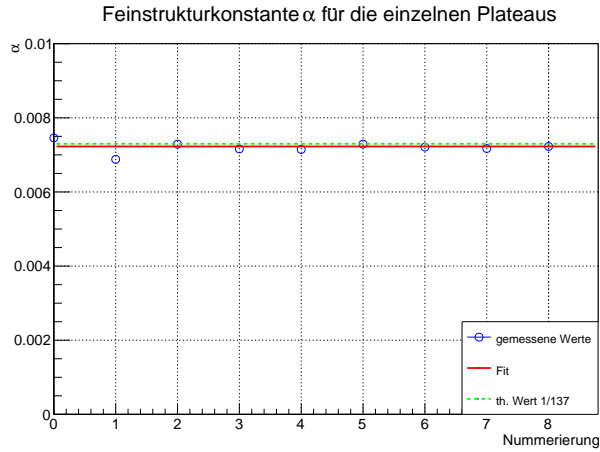


Abbildung 11: Feinstrukturkonstante α für jedes Plateau und horizontaler Fit. Gestrichelt ist der theoretische Wert von ungefähr $\frac{1}{137}$ eingezeichnet. Die Nummerierung ist analog zu Abb.5. Oberster Eintrag in der Tabelle entspricht dem Wert mit der kleinsten Nummerierung.

2.3 Literaturvergleich

Der theoretische Wert der Feinstrukturkonstanten liegt mehr als eine Standardabweichung von unserem Ergebnis entfernt. Die relative Abweichung ist allerdings sehr gering. Da die Feinstrukturkonstante keine wirkliche Konstante ist und ihren Wert von dem betrachteten Energiebereich ändert und da der Wert von $\frac{1}{137}$ nur eine ungefähre Angabe ist, ist das Ergebnis zufriedenstellend.