מערכות בקרה 2

פרויקטון - בקרה על רחפן

אביב תשפ"ה

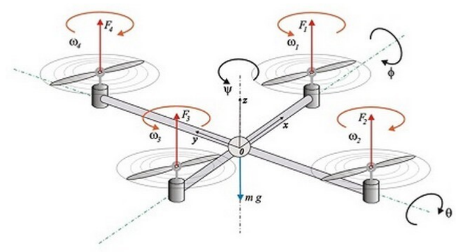
חלק א'

הוראות הגשה

- הגשת הפרויקט בזוגות.
- בסעיפים בהם נדרש חישוב - יש לצרף את הפיתוח שביצעתם.
- יש לצרף את כל המודלים, קוד, סימולציות, וגרפים המתקבלים תוך ביצוע העבודה. יש למקם אותם בתוך העבודה ביחד עם הסבר המתאים, ולא בנפרד.
- בחלק זה של הפרויקט, כאשר נדרש מימוש בsimulink יש להשתמש רק בבלוקים **פשוטים** - הגבר, אינטרגטור, סוכם, וכו'. **אין** להשתמש בבלוקים המממשים מערכת מלאה כמו $state - space$ אלא אם נאמר אחרת.
- על כל גרף בעבודה להיות בעל כותרת ראשית, וכן כותרות לצירים הכוללות שם ויחידות. כאשר נדרש יש להשתמש בlegends, ובאופן כללי - הגרף צריך להיות ברור, קריא, ולהכיל את כל המידע הנדרש להבנתו.
- כל פרויקט יוגש עם קובץ main.m אשר יריץ את כל חלקי הפרויקט וידפיס את כל הגרפים, לפי הסדר הנכון, בלחיצת F5 בלבד (בלי הוראות הפעלה). גם הרצות שמבוצעות בsimulink, יש לשלב בקובץ זה דרך הפקודה sim. גרפים הקשורים לסימולטור הרחפן - ניתן לא ליצור דרך הקובץ הזה, ורק לצרף אותם לדוח המוגש.
- יש לרכז את כל קבצי הפרויקט (כולל דו"ח) לקובץ zip יחיד ולהגיש דרך המודל.
- במהלך הפרויקטון נשתמש בפרמטר Ψ, אותו יש לקחת כסכום הספרות השמאליות ביותר שאינן 0 ממספרי הזהות של מגישי הפרויקט.
- **יורדו נקודות על אי עמידה בהנחיות הנ"ל או הגשה לא מסודרת באופן כללי.**

1 תיאור המערכת

בפרויקטון נעסוק בבקרה על רחפן מסוג Quadcopter.
נתחיל בתיאור של המערכת המלאה, ואז נפרט על המודל המפושט של המערכת אותו נחקור בפרויקטון.



הרחפן מורכב מגוף המוצב במרכז, וארבע זרועות עליהן מוצבים מנועים המחוברים למדחפים ("פרופלורים").
כל מנוע נשלט בנפרד, כאשר שימו לב לכיווני הסיבוב - המנועים מסודרים כך שהם מסתובבים לסירוגין עם כיוון השעון ונגד כיוון השעון.

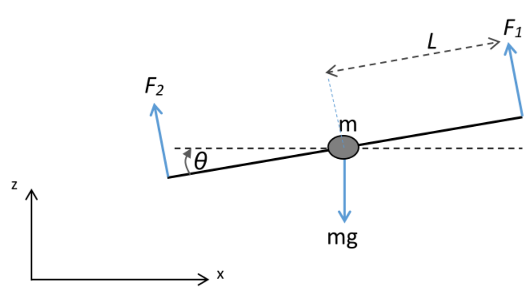
סיבוב המנוע מייצר כוח דחף על הזרוע. מתוך כוח זה, באמצעות תיאום בין המנועים, ניתן לייצר כוחות שונים על גוף הרחפן.
כדי לתאר את קונפיגורציית הרחפן במרחב, נדרשים:

מיקום: למשל, קואורדינטות x, y, z של הרחפן במערכת ייחוס קבועה כלשהי.

זווית עלרוד (Pitch) וזווית גלגול (Roll): הזוויות θ וϕ בסרטוט שלנו, שמתארות את סיבוב הרחפן סביב הצירים העצמיים (אלו המצוירים בגרף) x, y. באופן כללי ההבדל בשמות נובע מכיוון תנועת המערכת, למשל במטוס בו כיוון התנועה מוגדר. עבור רחפן ההבדל לא רלוונטי, עקב הסימטריה במבנה והאפשרות לטוס בכל אחד מהכיוונים.

זווית סבסוב (Yaw): הזווית ψ בסרטוט שלנו, שמתארת את סיבוב הרחפן ב"מישור הרחפן".

בפרויקטון נתמקד במודל מפושט של המערכת הזו, בו נעבוד בעולם **דו מימדי.**



כעת כדי לתאר את מיקום הרחפן יש לציין רק מיקום אופקי x, גובה z, וזווית ביחס לציר x - θ.
מבחינת הכוחות הפועלים על הרחפן, נמדל את מסת הרחפן כמסה m נקודתית במרכזו.

אורך הזרוע יהיה L לכל כיוון, ובקצה כל זרוע פועל מנוע.

עד כה לא דיברנו על ה**כניסות** למערכת.
השליטה ברחפן מתבצעת דרך המנועים, שקובעים את מהירות סיבוב הפרופלורים. ע"י סיבוב המנוע במהירות ω_m נוצר כוח עילוי של $F \propto \omega_m^2$.
אנחנו נפשט את המודל הזה ונניח שהכניסה שלנו היא הכוחות עצמם F_1, F_2 ־ בלי להתחשב במודל הפיזיקלי היוצר אותם.

לסיום נציין כי מבחינה פיזיקלית, כאשר מתייחסים לסיבוב המערכת, יש להתחשב גם בקבוע ההתמדה לסיבוב ־ מומנט האינרציה, שהוא ה"מסה ההתמדית" של האובייקט לתנועה זוויתית.
מומנט האינרציה מחושב על ידי

$$J = \int_{drone} r^2 dm$$

הטבלה הבאה מסכמת את פרמטרי המערכת:

Parameter	Meaning	Value
m	Quadrotor mass	2 [kg]
g	Gravitational acceleration	9.8 [m/s^2]
J	Quadrotor moment of inertia	0.1 [kg·m^2]
L	Force moment arm	$0.5 + \Psi \times 10^{-2}$ [m]

מבחינת **מוצא המערכת**, נמדל את המערכת כמערכת מרובת יציאות ־ נסתכל על קואורדינטות x, z וכן הזווית θ בתור מוצא המערכת.

שאלה 1.1
בפרויקטון נשתמש בתצוגה גרפית במטלב הממחישה את תנועת הרחפן (נקרא לה מעכשיו "סימולטור הרחפן", על אף שהיא אינה סימולציה פיזיקלית אלא מבצעת תצוגה בלבד).
קראו את הקוד בקובץ DroneSym.m, קראו בנוסף גם את הקוד בקובץ drone_animation_2D.m.
שנו את הקוד בקובץ Drone_model.m כך שהדוגמה שתורץ תתנהג כך:

- מסלול של 10 שניות.
- הרחפן עולה לינארית בזמן עד לגובה של 2 מטרים.
- ערך x משתנה סינוסואידלית בין 0 ל־1 עם תדירות $0.5\frac{rad}{sec}$.
- זווית הרחפן מתחילה ב־-90^o ונגמרת ב־90^o.

ודאו שערכי $xlim, ylim$ ב drone_animation_2D.m מתאימים לתצוגה הנדרשת.

שאלה 1.2

ערכו את DroneSym.m במיקום המסומן, כך שבסיום הריצה יודפס גם גרף של כל הקואורדינטות של הרחפן (מיקום x, z וזווית θ) כפונקציה של הזמן.

2 המודל הלא לינארי של המערכת

המשוואות הדיפרנציאליות המתארות את המערכת הן

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -\left(F_1+F_2\right) sin\left(\theta\right) \\ m\ddot{z} &= \left(F_1+F_2\right) cos\left(\theta\right) - mg \\ J\ddot{\theta} &= L\left(F_1-F_2\right) \end{aligned}$$

יהיה נוח לנו להגדיר מתמטית את הכניסות למערכת כ:

$$\underline{U} = \begin{pmatrix} F_1+F_2 \\ F_1-F_2 \end{pmatrix}$$

כאשר מתכנון כניסות אלו, בפועל נוכל ליצור בחזרה את הכניסות האמיתיות למערכת.
את וקטור המצב של המערכת נגדיר

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} x & \dot{x} & z & \dot{z} & \theta & \dot{\theta} \end{pmatrix}^T$$

ומוצא המערכת הוא כאמור

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} x \\ z \\ \theta \end{pmatrix}$$

שאלה 2.1
מצאו את משוואות המערכת בצורה וקטורית של משוואות מצב לא לינאריות, כלומר מצאו f, g כך ש

$$\begin{aligned} \underline{\dot{X}} &= f(\underline{X}, \underline{U}) \\ \underline{y} &= g(\underline{X}, \underline{U}) \end{aligned}$$

שאלה 2.2
מצאו את נקודות שיווי המשקל של המערכת בתחום הזוויות $(-\pi, \pi)$, ותנו הסבר פיזיקלי לתוצאות. רמז: יש אינסוף נקודות שיווי משקל ־ נקודת שיווי משקל אחת לכל x, z. אנחנו נבחר להתייחס לזו עם $x = 2; z = 5$.
<u>שימו לב</u> ־ גם הכניסה היא חלק מנקודת שיווי המשקל שאתם נדרשים למצוא.

שאלה 2.3
שרטטו ב־simulink את סכמת הבלוקים של המודל הלא־לינארי של המערכת.

שאלה 2.4
נתון כי $u_1 = mg,\ u_2 = 0$, ותנאי ההתחלה לכל משתני המצב הם 0 למעט $\theta_0 = 4^o$.
הריצו סימולציה של המערכת הלא לינארית למשך 10 שניות, המציגה את מצב המערכת המלא כפונקציה של הזמן (כלומר, figure ובו 6 גרפים של כל משתני המצב לאורך זמן הסימולציה).

על סמך התוצאות, הסבירו את התנהגות המערכת.

שאלה 2.5
הסבירו על סמך תוצאות הסעיף הקודם ־ האם נקודת שיווי המשקל של המערכת יציבה אסימפטוטית? (לא נדרשת הוכחה)

שאלה 2.6
השתמשו בסימולטור הרחפן כדי להציג את תנועת הרחפן לאורך המסלול המסומלץ. צרפו את הקוד שלכם וכן את הפריים האחרון בסימולציה (בו מוצג המסלול המלא בקו מקווקו).
<u>הדרכה</u> ־ חלצו את האותות t, x, z, θ שהתקבלו בסימולציה הקודמת, שמרו אותם כקובץ $.mat$, וטענו אותו לDroneSym.m במקום ערכי t, x, z, θ הכתובים בקוד.

3 לינאריזציה של מודל המערכת

כעת נעבור למודל לינארי של המערכת סביב נקודת שיווי המשקל.
כזכור מודל המצב הלינארי הוא מהצורה

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + D$$

כאשר המטריצות קבועות בזמן.

שאלה 3.1

פתחו את משוואות המערכת הלינאריות סביב נקודת שיווי המשקל שמצאנו למערכת (מצאו את מטריצות המערכת).

שאלה 3.2

נתחו את יציבות המערכת הלינארית שהתקבלה. התייחסו גם לתשובתכם לסעיף 2.5
נתחו עבור המערכת ־ האם היא קונטרולבילית? סטביליזבילית? אובזרוובילית? דטקטבילית?

שאלה 3.3

שרטטו ב־simulink את סכמת הבלוקים של המודל הלינארי, ע"י שימוש בהגברים, אינטגרטורים וסוכמים.

שאלה 3.4

הריצו את אותה סימולציה שהורצה עבור המערכת הלא־לינארית (בשאלה 2.4), במודל הלינארי. הציגו את משתני המצב כפונקציה של הזמן ונתחו את ההבדלים בין המודלים.

שאלה 3.5

הציגו את תוצאות הסעיף הקודם בסימולטור הרחפן, והסבירו את התוצאות.

4 אפיון המערכת הלינארית ובקרת גובה

שאלה 4.1
מצאו את פונקציות התמסורת $\frac{\theta(s)}{u_2(s)}, \frac{z(s)}{u_1(s)}, \frac{x(s)}{u_1(s)}$ לפי המודל של המערכת אחרי **לינאריזציה**.

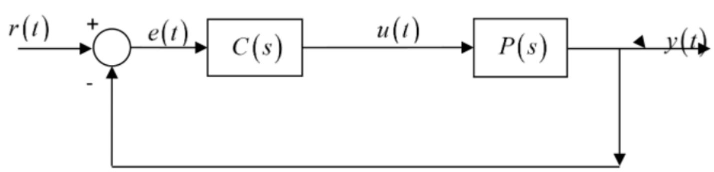
בהמשך החלק הזה נעסוק בבקרת גובה הרחפן z באמצעות הכניסה u_1, סביב נקודת העבודה שמצאנו.

שאלה 4.2
ממשו בsimulink דיאגרמת בלוקים של המערכת מu_1 לz, כולל הקבוע הרלוונטי במשוואה (הנובע מתאוצת כוח הכבידה), על ידי בלוקים פשוטים.
הציגו את מוצא המערכת בתגובה לכניסת מדרגה.

את המערכת נרצה לבקר כמערכת לינארית.
לצורך כך,בסעיפים הבאים נבצע חישובים תאורטיים תוך כדי שנתעלם מהערך הקבוע במשוואה על z.
בסימולציה, נמשיך להוסיף את הערך הזה, כך שהיא עדיין תישאר נאמנה למציאות.

שאלה 4.3
חשבו את תמסורת המערכת המתקבלת, ואת התמסורת המתקבלת על ידי סגירת חוג משוב שלילי למערכת.
כעת ב simulink, הוסיפו את חוג המשוב (כאשר הקבוע עדיין מתווסף למערכת) והציגו את התוצאה.
הסבירו את הציפיה התאורטית מהמערכת המבוקרת מול תוצאות הסימולציה.

שאלה 4.4
למערכת זו נרצה לתכנן בקר PID.
נתבונן בחוג הבקרה הבא, כאשר $P(s)$ היא התמסורת המבוקרת:



תכננו בקר מהצורה

$$C(s) = k_p + k_d s + k_i \frac{1}{s}$$

כך שבחוג סגור נקבל, בתגובה לכניסת יחוס ($r(t)$) שהיא מדרגה בגובה 1:

- גובה מקסימלי של עד 20% יותר מהערך במצב מתמיד.
- זמן התייצבות של לכל היותר 3 שניות סביב 5% מהערך במצב מתמיד.

כאשר על הפרמטרים להיות מחושבים כפונקציה של מסת הרחפן m.

לאחר שביצעתם את תכנון הבקר, נתחו את שגיאת המצב המתמיד של המערכת שהתקבלה.

<u>הדרכה</u>

את הדרישות הנתונות, ניתן לתרגם למיקום קטבים עבור מערכת מסדר שני.
התמסורת המתקבלת היא מסדר שלישי ־ מקמו את הקוטב השלישי כך שהתגובה הדומיננטית תהיה של שני הקטבים שמצאנו לפי הדרישות.
לאחר שמיקמנו שלושה קטבים, ניתן לקבל את הפולינום האופייני הרצוי.
על ידי השוואת מקדמים לפולינום האופייני של התמסורת הקיימת (עם פרמטרי הבקר), ניתן לחשב את הפרמטרים k_p, k_d, k_i שיתנו את התגובה הרצויה.

שאלה 4.5

הוסיפו את הבקר שתכננתם למערכת בsimulink (ניתן להשתמש בבלוק PID)
וחשבו את התגובה ־ קודם ללא הוספת קבוע תאוצת הכובד, ואז יחד איתו.
הציגו את הגרפים הרלוונטיים. והסבירו על ההבדלים.
הסבירו על התגובה הזמנית ־ האם הצלחנו לבקר את גובה הרחפן? האם התגובה הזמנית עומדת בדרישות שקיבלנו? מה קורה כשמתחשבים גם בכבידה?

5 רגולציה באמצעות משוב מצב

אנחנו חוזרים לדבר על המערכת כולה, לאחר לינאריזציה.
בחלק זה נניח שיש לנו גישה לכל וקטור המצב של המערכת, ונרצה לבצע רגולציה למערכת ־ כדי למקם אותה סביב נקודת שיווי המשקל $X_{eq}=(x,\dot{x},z,\dot{z},\theta,\dot{\theta})=(2,0,5,0,0,0)$,
כאשר היא מתחילה מכל תנאי התחלה כלשהו.
לצורך כך, נתכנן משוב מצב שמייצב את המערכת סביב X_{eq}.
נבצע זאת על ידי בניית משוב מצב למערכת **לאחר לינאריזציה**, ואז הזזה שלה לנקודת שיווי המשקל.

שאלה 5.1

רשמו את משוואות המערכת לאחר לינאריזציה, בתור משוואות מצב על **הסטייה** במצב δx ובכניסה δu.
הסבירו מהי הצורה הכללית של δu במקרה של רגולציה באמצעות משוב מצב.
מה המצב הרצוי עבור המערכת הזו כדי לייצב את המערכת המקורית סביב X_{eq}?

שאלה 5.2

תכננו באמצעות matlab משוב מצב עבור המערכת הלינארית, כך שהמערכת תתכנס עם זמן התייצבות של $t_s(2\%)=1[sec]$ ו־OS של 10% (בדיוק סביר).

שאלה 5.3

בנו דיאגרמת בלוקים בsimulink למערכת הלינארית על δx ו δu, וסגרו חוג עם משוב מצב, עם וקטור ההגברים שמצאתם.
עבור תנאי ההתחלה $\delta x_0=0,\ \delta z_0=1,\ \delta\theta_0=\frac{\pi}{6}$ ומנוחה התחלתית (מהירויות 0 בכל המשתנים הרלוונטיים)
הציגו את תגובת המערכת (בכניסה 0).
הסבירו את התוצאה.

שאלה 5.4

כעת בצעו "הזזה" למערכת, ע"י החסרת ערכי שיווי משקל במקום המתאים, כך שתתקבל מערכת לינארית סביב מצב X_{eq} .
כלומר כעת לערכי הסטייה עליהם ביקרנו δx נוסיף את הערכים שסביבם נרצה את הסטייה.
הציגו את תגובת המערכת כעת עבור אותו תנאי ההתחלה, לשמך 10 שניות:

1. $x_0=0,\ z_0=1,\ \theta_0=\frac{\pi}{6}$, $\dot{x_0}=0,\ \dot{z_0}=0,\ \dot{\theta_0}=0$
2. $x_0=5,\ z_0=1,\ \theta_0=\frac{\pi}{3}$, $\dot{x_0}=0,\ \dot{z_0}=1,\ \dot{\theta_0}=10$
3. $x_0=5,\ z_0=10,\ \theta_0=\frac{\pi}{8}$, $\dot{x_0}=1,\ \dot{z_0}=-1,\ \dot{\theta_0}=0$

האם הצלחנו לייצב את המערכת סביב נקודת שיווי המשקל הרצויה?

שאלה 5.5

הציגו, עבור שלושת תנאי ההתחלה מהסעיף הקודם, גם את אותות הבקרה בזמן.
הסבירו את התוצאות.

שאלה 5.6

הוסיפו לדיאגרמת הבלוקים של המערכת **הלא-לינארית**, חוג סגור עם וקטור ההגברים שמצאתם.
שימו לב - כניסות המערכת הן $u = \delta u + u_{eq}$ כאשר כניסות שיווי המשקל הן אלה שחישבנו.
הריצו את הסימולציות הבאות לאורך 10 שניות, בתנאים הבאים:

1. תנאי התחלה 0
2. תנאי התחלה 0 לכל המשתנים, למעט הזווית שמתחילה בערך 0.1
3. תנאי התחלה 0 לכל המשתנים, למעט x שמתחיל בערך 0.1

הציגו את התוצאות והסבירו.

שאלה 5.7

השתמשו בסימולטור הרחפן כדי להציג את המסלול שהתקבל עבור המערכת הלינארית, עבור תנאי ההתחלה הראשון מהסעיף הקודם.