

# ТКП

## Лабораторна робота №5. Розв'язування диференціальних рівнянь у середовищі LabVIEW

**ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА**



(С) 2019. І. Карбовник  
версія 1.1

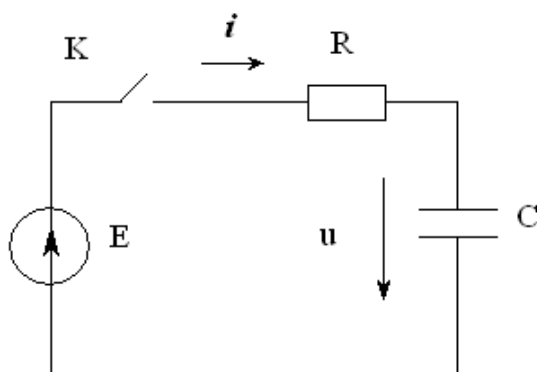
## Лабораторна робота №5. Розв'язування диференціальних рівнянь у середовищі LabVIEW

### Мета.

Засвоїти методику реалізації явного та неявного методів Ейлера для чисельного інтегрування диференціальних рівнянь. Провести розрахунки для перехідних процесів в R, L, C колах.

### Перехідні процеси в електричних колах та їх опис за допомогою диференціальних рівнянь

Розглянемо перехідний процес в електричному колі, яке складається з джерела постійної електрорушійної сили  $E$ , резистора з опором  $R$  і конденсатора з ємністю  $C$  (рис. 1).



**Рис. 1.** Схема кола для дослідження перехідних процесів

Величини  $E$ ,  $R$ ,  $C$  можна задати самостійно. Початкове значення напруги на конденсаторі  $u(0)$  є рівним 0. Нам необхідно визначити напругу  $u(t)$  і струм  $i(t)$  при  $t \geq 0$ , якщо в момент  $t = 0$  замикається ключ  $K$ .

За другим законом Кірхгофа струм в колі

$$i = (E - u)/R, \quad (1)$$

звідки після підстановки значення струму  $i = Cdu/dt$  отримаємо диференціальне рівняння для визначення перехідного процесу

$$\frac{du}{dt} = \frac{E-u}{RC}. \quad (2)$$

### Перехід до різницьових рівнянь

Використаємо перетворення  $dt = \Delta t$ ,  $du = \Delta u$  і визначимо перетворення напруги на наступній ітерації як

$u_{k+1} = u_k + \Delta u_k$ , для явного методу Ейлера,

$u_{k+1} = u_k + \Delta u_{k+1}$ , для неявного методу Ейлера,

де  $k$  - номер кроку ітерації,  $u_{k+1} = u(t_{k+1})$ ,  $u_k = u(t_k)$ .

Звідси, з урахуванням формули (2) маємо

$$\Delta u_k = ((E - u_k)/(RC))\Delta t,$$

$$\Delta u_{k+1} = \left( \frac{E - u_{k+1}}{RC} \right) \Delta t,$$

де  $\Delta t = h$  - крок інтегрування.

Таким чином, алгоритм явного методу Ейлера для розрахунку напруги в перехідному режимі має вигляд

$$u_{k+1} = u_k + ((E - u_k)/(RC))\Delta t. \quad (3)$$

Для неявного методу

$$u_{k+1} = u_k + ((E - u_{k+1})/(RC))\Delta t.$$

Виразивши звідси  $u_{k+1}$ , отримаємо алгоритм неявного методу Ейлера

$$u_{k+1} = (u_k + E\Delta t/(RC))/(1 + \Delta t/(RC)). \quad (4)$$

Після визначення напруги струм обчислюється за рівнянням (1).

Відомо, що явний метод Ейлера нестійкий. Дійсно, при великих кроках  $\Delta t > 2RC$  рівняння (3) дає розходження результатів. Щодо неявного методу Ейлера, то він стійкий, тобто при будь-якому  $\Delta t$  дасть результат, який прямує до встановленого режиму. Так, із рівняння (4) виходить, що при  $\Delta t \rightarrow \infty$ ,  $u_{k+1}$  прямує до  $E$ . Але при великих кроках  $\Delta t$  похибка розрахунків характеристик перехідного процесу  $u(t)$  і  $i(t)$  є дуже великою. Тому в нашій роботі крок розрахунків  $\Delta t$  повинен бути значно меншим за постійну часу перехідного процесу  $\tau$  ( $\tau = RC$ ).

### Завдання. Розробка ВП для реалізації явного та неявного методів Ейлера

Використовуючи функції та структури, вивчені протягом попередніх лабораторних робіт слід спроектувати блок-схему ВП, яка показана на рис. 2. Тут метод вибирається за допомогою елемента Text Ring.

Цикл For (цикл із заданим числом ітерацій) виконує частину програми, котра знаходиться всередині субдіаграми задану кількість разів. До циклу необхідно додати елемент Shift Register (на лівій та правій границях рамки циклу треба ПКМ виликати контекстне меню та виконати команду Add Shift Register). За рахунок регістрів зсуву буде здійснюватися передача результату розрахунку із попередньої ітерації в наступну. Початкову умову (у нашому випадку 0) задаємо числовою константою. Для того, щоб одночасно переглядати результати розрахунку по алгоритму як явного методу Ейлера, так і неявного, можна використати Case Structure. У середині Case Structure потрібно

розмістити структуру Formula Node, в якій записати формули (3) для розрахунку напруги і (1) для розрахунку струму, а також значення часу  $t = k\Delta t$ . Для вводу початкових даних курсор ставиться на рамку структури Formula Node і за схемою ПКМ→Add Input на рамці додаються поля, куди потрібно вписати буквені позначення, які використовуються у формулах. До цих вікон приєднуються цифрові керуючі елементи з відповідними числовими даними. Вихідні величини виводяться у вікна, які додаються за схемою ПКМ→Add Output. До цих вікон підключаються віртуальні осцилографи. Для того, щоб на вхід осцилографа можна було підключити дві величини – напругу і час (струм і час), використовується зв'язка (Cluster Tools→Bundle). До верхнього входу кластера під'єднується сигнал  $t$ , а до нижнього –  $u(t)$  чи  $i(t)$ . Вихід подається на осцилограф. Після вводу значень ЕРС, опору, ємності, кроку  $\Delta t$  та кількості ітерацій  $N$  програму можна запускати на виконання.

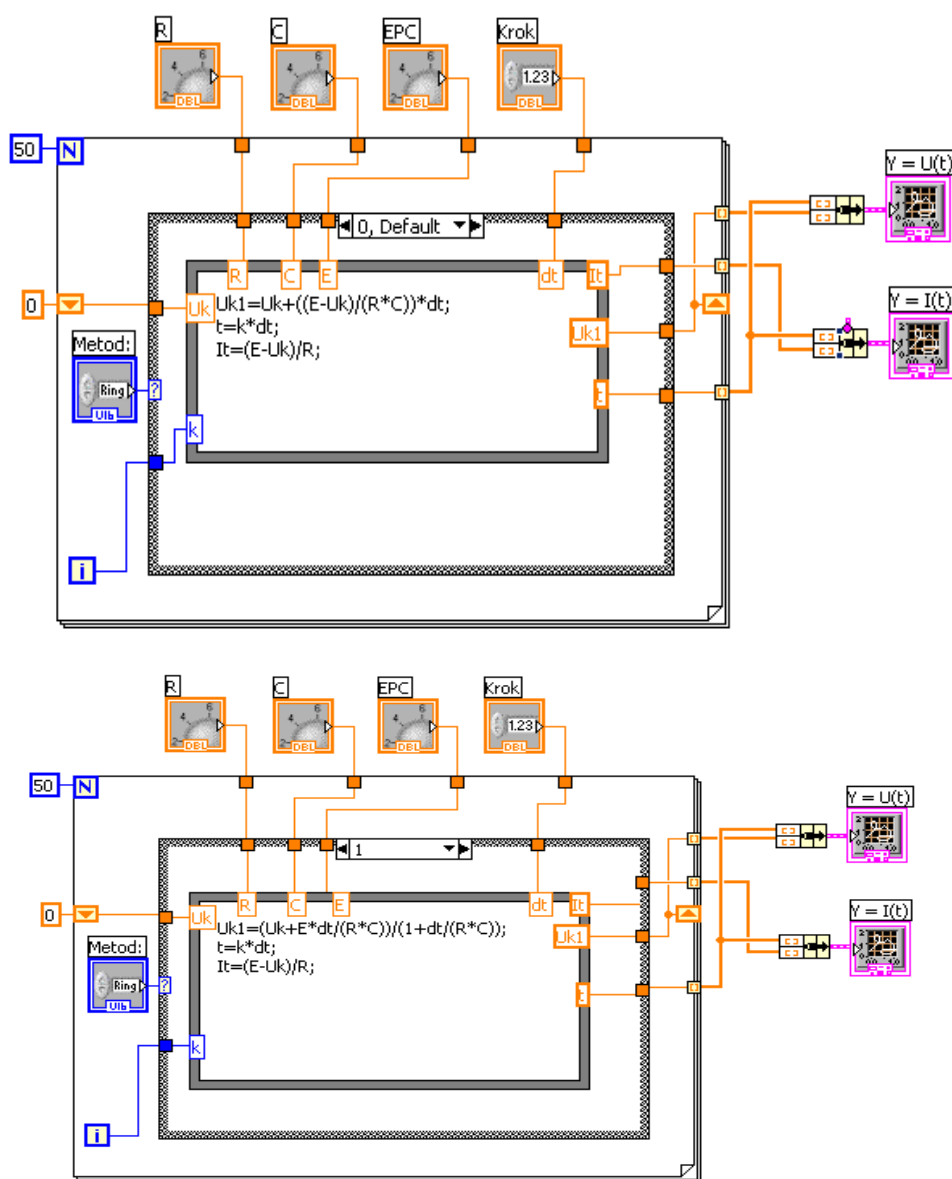
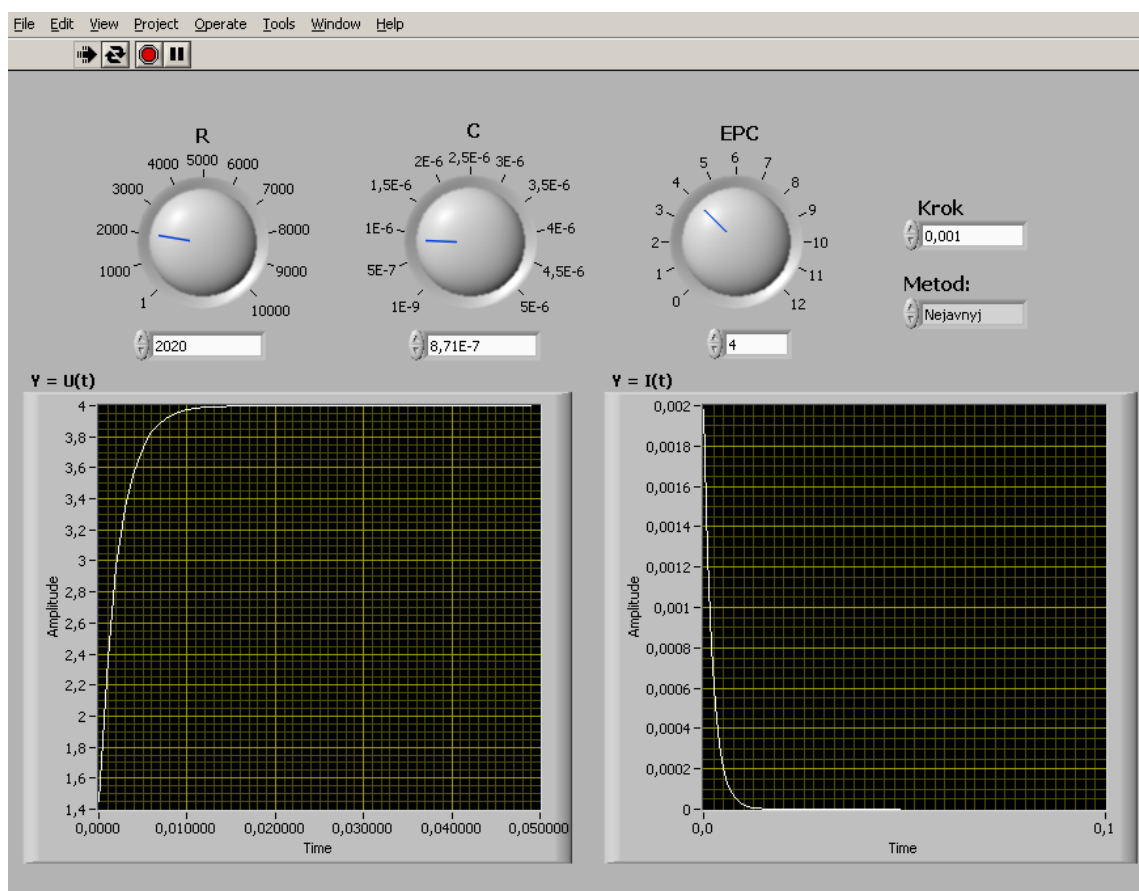


Рис. 2. Блок-діаграма розрахунку за явним (вверху) та неявним методами Ейлера.

Передня панель розробленого приладу із графіками струму та напруги, як функцій часу виглядатиме так, як це показано на рис. 3.



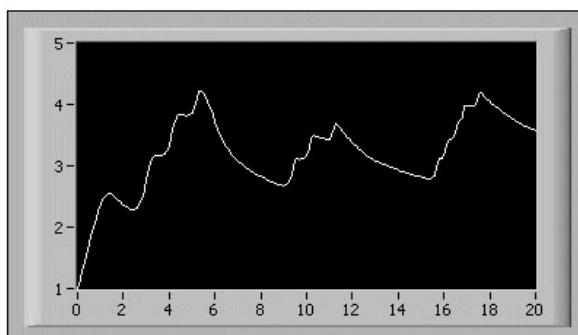
**Рис. 3.** Передня панель пристрою для чисельних розрахунків за методом Ейлера.

#### Додаткове завдання

Розробити ВП для розв'язування методом Ейлера рівняння

$$\frac{dy(t)}{dt} = \sin(tx) + \text{sinc}(t + x) + \cos(t - x); x(0)=1. \quad (5)$$

Отримати графік  $x(t)$  (рис. 4).



**Рис. 4.** Графік, отриманий після розв'язку рівняння (5).