

# **Ottimizzazione dell'azienda agricola "La Nostra Terra"**

*Progetto opzionale per il corso di Ricerca Operativa*

*A.A: 2019/2020*

*Massimo Toffoletto*

*Matricola: 1161727*

## Sommario

<b>Introduzione.....</b>	<b>3</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>3</b>
<b>Descrizione del problema .....</b>	<b>3</b>
<b>Modellazione .....</b>	<b>5</b>
<b>Individuazione degli insiemi di dati.....</b>	<b>5</b>
<b>Individuazione dei parametri .....</b>	<b>5</b>
<b>Individuazione delle variabili.....</b>	<b>6</b>
<b>Funzione obiettivo .....</b>	<b>6</b>
<b>Vincoli.....</b>	<b>7</b>
<b>Spiegazione dei vincoli.....</b>	<b>8</b>
<b>AMPL .....</b>	<b>9</b>
<b>File utilizzati .....</b>	<b>9</b>
<b>Risultati .....</b>	<b>10</b>
<b>Primo anno.....</b>	<b>10</b>
<b>Dati .....</b>	<b>10</b>
<b>Esito .....</b>	<b>10</b>
<b>Secondo anno.....</b>	<b>10</b>
<b>Dati .....</b>	<b>10</b>
<b>Esito .....</b>	<b>11</b>
<b>Terzo anno.....</b>	<b>11</b>
<b>Dati .....</b>	<b>11</b>
<b>Esito .....</b>	<b>11</b>
<b>Quarto anno .....</b>	<b>12</b>
<b>Dati .....</b>	<b>12</b>
<b>Esito .....</b>	<b>12</b>
<b>Conclusioni .....</b>	<b>13</b>

# Introduzione

## Abstract

Questo progetto analizza un problema di Programmazione Lineare nell'ambito della Ricerca Operativa.

Ho scelto come realtà di riferimento un'azienda agricola tipica delle zone della provincia di Treviso perché legata ad una mia esperienza in qualità di collaboratore nella sua gestione tecnica e commerciale.

Le specifiche del problema esposte di seguito sono simili a quelle di un'azienda reale, ma ai fini del progetto alcuni elementi e dati sono inventati.

Il problema che l'azienda "La Nostra Terra" ha riportato riguarda l'ottimizzazione della produzione e della gestione del personale per poter massimizzare il guadagno annuale della produzione agricola. Viene fornita una soluzione mediante un modello di programmazione lineare, che sarà applicato nel tempo per fornire all'imprenditore informazioni tali da poter massimizzare il profitto.

L'intervallo di tempo considerato in questo progetto è di quattro anni.

## Descrizione del problema

L'azienda agricola "La Nostra Terra" produce il tipico e famoso Radicchio Rosso Tardivo di Treviso e dispone di 4 appezzamenti di terreno, identificati univocamente da una lettera alfabetica A, B, C e D, con dimensione rispettivamente pari a 450mq, 500mq, 550mq e 400mq. Tra le numerose varietà di radicchio, l'azienda ha deciso di produrne 4 perché hanno caratteristiche che si sposano bene con le proprietà dei terreni a disposizione: LIN, CARR, BARZAN e FELTRIN.

Per facilitare la gestione organizzativa di mezzi agricoli, tempi di raccolta e distribuzione del personale, all'interno di uno stesso appezzamento di terreno non è possibile seminare sia la varietà LIN che la varietà FELTRIN.

Il processo di coltivazione inizia dalla semina. Grazie alla tecnologia avanzata dei mezzi agricoli usato dall'azienda, essa avviene in modo uniforme, come anche la crescita delle piantine.

La durata delle sementi è di un anno, quindi l'azienda non conserva scorte in magazzino; vengono sempre acquistati tanti semi quanti ne vengono seminati: quelli in eccesso possono essere restituiti al fornitore e non vengono pagati.

I costi e le disponibilità per l'acquisto delle sementi sono di 0.1€/Kg con un massimo di 700Kg per LIN, 0.12€/Kg con un massimo di 600Kg per CARR, 0.14€/Kg con un massimo di 550Kg per BARZAN e 0.16€/Kg con un massimo di 400Kg per FELTRIN. Inoltre dai dati storici dell'azienda è nota una relazione tra resa ottimale delle sementi e densità di semi rilasciati:

- LIN: densità di 1Kg/mq con una resa di 8Kg per ogni Kg di sementi;
- CARR: densità di 1.2Kg/mq con una resa di 11Kg per ogni Kg di sementi;
- BARZAN: densità di 1.1Kg/mq con una resa di 12Kg per ogni Kg di sementi;
- FELTRIN: densità di 1.4Kg/mq con una resa di 14Kg per ogni Kg di sementi.

Per ottenere la resa ottimale sopra indicata è necessario l'utilizzo di prodotti chimici, sempre nel rispetto della legislazione. Per la superficie totale dichiarata si necessita di prodotti chimici per un totale di 200€ all'anno. Questo prezzo è fisso ed agevolato solo per le aziende agricole.

Per svolgere le attività lavorative, l'azienda ha a disposizione 5 dipendenti, identificati dai codici DIP01, DIP02, DIP03, DIP04, DIP05. In ambito agricolo non è possibile avere orari e giorni di lavoro fissi, in quanto condizioni climatiche e numerosi altri fattori non prevedibili rendono impossibile una pianificazione rigorosa. Perciò

viene stipulato un contratto a tempo indeterminato con stipendio fisso pari a 7€/h e con un numero massimo di ore lavorative pari a 2000 per ogni dipendente. I dipendenti sono molto soddisfatti del trattamento riservato loro e l'azienda della loro produttività, dunque si assume che non ci siano licenziamenti improvvisi o cambiamenti di alcun tipo all'interno di un singolo anno.

Le ore lavorative posso essere consumabili in qualsiasi giorno dell'anno ed a qualsiasi orario.

Grazie a delle analisi dettagliate e all'esperienza maturata dall'azienda, è stato calcolato che, per ogni varietà di radicchio, le ore di lavorazione necessarie per ottenere il prodotto finito con la resa sopra specificata, a partire da 1Kg di semi, sono rispettivamente 3 per LIN, 4 per CARR, 5 per BARZAN e 7 per FELTRIN.

L'azienda "La Nostra Terra", nel corso degli anni, è arrivata alla piena automazione del processo lavorativo. Perciò, sulla base di questo e di altri parametri aziendali, l'associazione italiana per i coltivatori concede una fornitura annuale di gasolio agricolo per i macchinari per un totale di 9500 ore lavorative al prezzo agevolato di 1000€. Per contratto, questa somma deve essere versata anche qualora l'azienda consumasse carburante per un numero di ore minore di 9500, mentre in caso necessitasse più gasolio superando le 9500 ore, è obbligatorio pagare una tassa fissa di 3000€. Infine è importante notare che l'azienda non è attrezzata per mantenere la scorta di gasolio e si rifornisce direttamente dall'apposito distributore: eventuale gasolio non utilizzato non è quindi accumulabile.

Sono presenti ulteriori costi legati aziendali:

- un canone fisso per l'utilizzo dell'acqua di risorgiva: 500€/anno;
- un canone annuale fisso per la manutenzione di tutti i macchinari concordato con l'azienda rivenditrice pari a 2000€. Se il numero di ore lavorative in un anno è maggiore di 8500, allora, sempre da contratto, è necessaria una tassa di 500€ in aggiunta al canone, dovuta a maggior probabilità di interventi sui macchinari.

Di particolare rilevanza l'obbligo del pagamento dei costi fissi sopra citati a prescindere dalla decisione di coltivare dei prodotti agricoli o lasciare i terreni incolti.

Per la vendita dei propri prodotti, l'azienda ha stipulato un contratto con un supermercato che richiede un numero minimo di Kg annuale per ogni varietà di radicchio fornita: 1600Kg di LIN, 2500Kg di CARR, 1800Kg di BARZAN e 3600Kg di FELTRIN. Dato che il mercato ha sempre grandi richieste, ogni Kg in aggiunta è ben accetto. Nel contratto, inoltre, viene fissato un prezzo fisso annuale per il radicchio, rispettivamente di 5€/Kg per LIN, 5.5€/Kg per CARR e BARZAN e 6€/Kg per FELTRIN.

L'obiettivo dell'azienda è massimizzare i profitti derivati dalla vendita del Radicchio Rosso Tardivo di Treviso a fronte dei costi che deve sostenere per la sua produzione.

## Modellazione

Per risolvere il problema di ottimizzazione esposto, è definito il seguente modello di programmazione lineare. La trattazione si articola in:

- individuazione degli insiemi di dati;
- individuazione dei parametri;
- individuazione delle variabili;
- enunciato della funzione obiettivo;
- enunciato dei vincoli;
- spiegazione dei vincoli.

### Individuazione degli insiemi di dati

Inizialmente si individuano gli insiemi principali che rappresentano gli elementi di questo problema:

- varietà = {LIN, CARR, BARZAN, FELTRIN}: insieme delle varietà dei semi di radicchio che l'azienda ha selezionato per il proprio business;
- terreni = {A, B, C, D}: insieme dei terreni a disposizione dell'azienda per la coltivazione;
- dipendenti = {DIP1, DIP2, DIP3, DIP4, DIP5}: insieme dei dipendenti assunti dall'azienda.

### Individuazione dei parametri

Dopo degli insiemi vengono individuati i parametri del modello. In particolare si è cercato di parametrizzare più elementi possibili. In questo modo, a fronte di nuovi dati, non sarà necessario modificare il modello.

I parametri sono i seguenti:

- **resa**{varietà}  $\geq 0$ : resa in Kg a partire da 1Kg di ogni varietà di seme;
- **densità**{varietà}  $\geq 0$ : densità ottimale in Kg/mq per ogni varietà di seme indipendentemente da terreno;
- **prezzo\_vendita**{varietà}  $\geq 0$ : prezzo di vendita in €/Kg per ogni varietà di radicchio;
- **costo\_semi**{varietà}  $\geq 0$ : costo in €/Kg per ogni varietà di seme acquistata;
- **disponibilità\_semi**{varietà}  $\geq 0$ : disponibilità massima del rivenditore di semi, per ogni varietà;
- **dimensione\_terreni**{terreni}  $\geq 0$ : dimensione in mq per ogni appezzamento di terreno;
- **ore\_varietà**{varietà}  $\geq 0$  intero: ore necessarie a partire dal seme per avere il prodotto finale, per ogni varietà;
- **ore\_dipendente**{dipendenti}  $\geq 0$  intero: numero di ore annue per ogni dipendente previste da contratto;
- **richiesta**{varietà}  $\geq 0$ : richiesta minima di radicchio in Kg da parte del commerciante, per ogni varietà;
- **salario\_dipendente**  $\geq 0$ : salario in €/h, uguale per ogni dipendente, comprensivo di tassazione;
- **canone\_acqua**  $\geq 0$ : canone annuo per l'utilizzo dell'acqua;
- **canone\_gasolio**  $\geq 0$ : canone annuo base per l'utilizzo del gasolio;
- **ore\_max\_gasolio**  $\geq 0$  intero: ore massime previste per la quantità di gasolio fornito;
- **canone\_gasolio\_extra**  $\geq 0$ : canone annuo per l'utilizzo di gasolio extra;
- **canone\_manutenzione**  $\geq 0$ : canone annuo per la manutenzione dei macchinari;
- **ore\_max\_manutenzione**  $\geq 0$  intero: ore massime previste per rientrare nella manutenzione ordinaria;
- **canone\_manutenzione\_extra**  $\geq 0$ : canone annuo per la manutenzione extra dei macchinari;
- **costo\_prodotti\_chimici**  $\geq 0$ : costo per i prodotti chimici;
- **M** = 100000: vincolo di Big M per l'attivazione delle variabili binarie.

## Individuazione delle variabili

Assieme all'individuazione dei parametri vengono individuate le variabili ovvero ciò che non viene dato dal problema ma che deve deciso dall'esecuzione del modello.

Le variabili sono le seguenti:

- $x\{\text{varietà, terreni}\} \geq 0$  intero: quantità di semi per ogni varietà in Kg, seminati in ogni terreno;
- $t\{\text{varietà, terreni}\} \geq 0$  intero: numero di mq di terreno seminato per ogni varietà;
- $y\{\text{varietà, terreni}\}$  binario: 1 sse la varietà viene seminata in un determinato terreno, 0 altrimenti;
- $u$  binario: 1 sse acquisto gasolio agricolo extra, 0 altrimenti;
- $v$  binario: 1 sse ho costo per eventuale manutenzione extra, 0 altrimenti;

## Funzione obiettivo

In seguito viene definita la funzione obiettivo:

// ricavi dalla vendita del radicchio

$$\sum_{i \in \text{varietà}} \left( \sum_{j \in \text{terreni}} x[i, j] \right) * \text{prezzo vendita}[i] * \text{resa}[i]$$

// costo delle sementi

$$- \left( \sum_{i \in \text{varietà}} \text{costo semi}[i] * \left( \sum_{j \in \text{terreni}} x[i, j] \right) \right)$$

// costo del salario dei dipendenti compreso di tassazione

$$- \sum_{i \in \text{dipendenti}} \text{salario dipendente} * \text{ore dipendente}[i]$$

// canone per il gasolio agricolo

$$- (\text{canone gasolio} + \text{canone gasolio extra} * u)$$

// canone per l'acqua

$$- \text{canone acqua}$$

// canone di manutenzione dei macchinari

$$- (\text{canone manutenzione} + \text{canone manutenzione extra} * v)$$

// costo per i prodotti chimici

$$- \text{costo prodotti chimici}$$

## Vincoli

I vincoli del problema vengono identificati da un codice numerico intero progressivo > 0. Sono definiti dopo la funzione obiettivo e sono i seguenti:

**1. vincolo\_disponibilità\_max**

$$\sum_{j \in \text{terreni}} x[i, j] \leq \text{disponibilità semi}[i] \quad \forall i \in \text{varietà}$$

**2. vincolo\_limiti\_semina**

$$y["LIN", j] + y["FELTRIN", j] \leq 1 \quad \forall j \in \text{terreni}$$

**3. vincolo\_I\_attivazione\_y**

$$x[i, j] \leq M * y[i, j] \quad \forall i \in \text{varietà}, \forall j \in \text{terreni}$$

**4. vincolo\_II\_attivazione\_y**

$$x[i, j] \geq y[i, j] \quad \forall i \in \text{varietà}, \forall j \in \text{terreni}$$

**5. vincolo\_massimo\_semi**

$$x[i, j] \leq \text{densità}[i] * t[i, j] \quad \forall i \in \text{varietà}, \forall j \in \text{terreni}$$

**6. vincolo\_terreno\_piantabile**

$$\sum_{i \in \text{varietà}} t[i, j] \leq \text{dimensione terreni}[j] \quad \forall j \in \text{terreni}$$

**7. vincolo\_massimo\_ore\_dipendenti**

$$\begin{aligned} \sum_{i \in \text{varietà}} \left( \sum_{j \in \text{terreni}} x[i, j] \right) * \text{ore varietà}[i] \\ \leq \sum_{k \in \text{dipendenti}} (\text{ore dipendente}[k]) \end{aligned}$$

**8. vincolo\_I\_attivazione\_u**

$$\sum_{i \in \text{varietà}} \left( \sum_{j \in \text{terreni}} x[i, j] \right) * \text{ore varietà}[i] \geq \text{ore max gasolio} * u$$

**9. vincolo\_II\_attivazione\_u**

$$\sum_{i \in \text{varietà}} \left( \sum_{j \in \text{terreni}} x[i, j] \right) * \text{ore varietà}[i] \leq \text{ore max gasolio} * (1 - u) + M * u$$

**10. vincolo\_I\_attivazione\_v**

$$\sum_{i \in \text{varietà}} \left( \sum_{j \in \text{terreni}} x[i, j] \right) * \text{ore varietà}[i] \geq \text{ore max manutenzione} * v$$

**11. vincolo\_ll\_attivazione\_v**

$$\sum_{i \in \text{varietà}} \left( \sum_{j \in \text{modelli}} x[i,j] \right) * \text{ore varietà}[i] \leq \text{ore max manutenzione} * (1 - v) + M * v$$

**12. vincolo\_richiesta\_minima**

$$\text{resa}[i] * \sum_{j \in \text{terreni}} x[i,j] \geq \text{richiesta}[i] \quad \forall i \in \text{varietà}$$

**Spiegazione dei vincoli**

1. Definisce la disponibilità massima di semi per ogni varietà da parte del venditore.
2. Sancisce il divieto di seminare sia la varietà LIN che la varietà FELTRIN all'interno di uno stesso terreno;
3. Vincolo di attivazione della variabile binaria y;
4. Vincolo per la gestione dei valori spuri dati dalla variabile binaria y;
5. Definisce il numero massimo di semi per ogni terreno e per ogni varietà;
6. Definisce l'estensione massima del terreno coltivabile;
7. Definisce il numero massimo di ore lavorative totali svolte dai dipendenti;
8. Vincolo di attivazione della variabile binaria u;
9. Vincolo per la gestione dei valori spuri dati dalla variabile binaria u;
10. Vincolo di attivazione della variabile binaria v;
11. Vincolo per la gestione dei valori spuri dati dalla variabile binaria v;
12. Definisce la richiesta minima per ogni varietà di radicchio da parte dell'acquirente.



## AMPL

Il problema è modellato tramite il linguaggio AMPL e viene risolto attraverso il solver CPLEX.

### File utilizzati

Per scrivere il codice AMPL che risolva il problema di ottimizzazione iniziale sono stati utilizzati sei file:

- **modello.mod**: contiene il modello di programmazione lineare in cui sono riportati insieme, parametri, variabili, funzione obiettivo e vincoli;
- **primo\_anno.dat**: contiene i dati del problema per il primo anno di utilizzo di questo modello;
- **secondo\_anno.dat**: contiene i dati del problema per il secondo anno di utilizzo di questo modello;
- **terzo\_anno.dat**: contiene i dati del problema per il terzo anno di utilizzo di questo modello;
- **quarto\_anno.dat**: contiene i dati del problema per il quarto anno di utilizzo di questo modello;
- **modello.run**: contiene i comandi per eseguire direttamente il codice AMPL e visualizzare in modo grezzo i risultati.

Questi file devono essere presenti all'interno di una stessa cartella per garantirne il funzionamento. Per l'avvio è consigliato utilizzare *Amplide*, di default i calcoli vengono effettuati sul set di dati del primo anno mentre gli altri tre sono riportati come commento; dunque è sufficiente togliere e aggiungere i commenti per avviare il programma con i dati desiderati.

## Risultati

Dopo aver tradotto il problema in AMPL ed aver creato i file indicati nella sezione precedente, viene lanciato il comando *include modello.run*; per risolvere il problema.

Analizziamo ora il funzionamento del modello e l'esito fornito dai dati di cinque anni di produzione agricola.

Nella relazione vengono riportati i dati principali oppure i cambiamenti rilevanti rispetto agli anni precedenti. Per visualizzare lo storico di tutti i dati, fare riferimento ai file .dat in allegato.

### Primo anno

#### Dati

Nel corso del primo anno l'azienda ha avuto a disposizione 4 appezzamenti di terreno con dimensioni note, 4 varietà di semi di radicchio e 5 dipendenti con numero di ore lavorative totali e costo per lo stipendio uguale per tutti.

#### Esito

Il ricavo dalla vendita del radicchio è stato di 130716€ a fronte di un costo pari a 77474.3€. Quindi il profitto totale è stato di 53241.7€.

Variabile x: quantità in Kg di semi per ogni varietà, seminati in ogni terreno

varietà/terreni	A	B	C	D
LIN	215	0	0	400
CARR	282	318	0	0
BARZAN	0	253	297	0
FELTRIN	0	7	392	0

Variabile t: numero di mq di terreno seminato per ogni varietà

varietà/terreni	A	B	C	D
LIN	215	0	0	400
CARR	235	265	0	0
BARZAN	0	230	270	0
FELTRIN	0	5	280	0

Resa finale per ogni varietà di radicchio

LIN	CARR	BARZAN	FELTRIN
4920	6600	6600	5586

Numero di ore totali effettive che i dipendenti hanno impiegato per la lavorazione delle colture: 9788. Quindi è possibile affermare che è stata necessaria sia una manutenzione extra dei macchinari che l'utilizzo di gasolio extra.

### Secondo anno

#### Dati

Nel corso del secondo anno l'azienda ha richiesto l'intervento degli esperti per monitorare il terreno ed hanno deciso che i primi 300mq del terreno C devo rimanere a riposo per 2 anni. Inoltre il prezzo di mercato per la varietà Barzan è calato da 5.5€/Kg a 5€/Kg.

## Esito

Il ricavo dalla vendita del radicchio è stato di 115416€ a fronte di un costo pari a 74444.3€. Quindi il profitto totale è stato di 40971.7€

Variabile x: quantità in Kg di semi per ogni varietà, seminati in ogni terreno

varietà/terreni	A	B	C	D
LIN	0	0	0	315
CARR	132	456	6	6
BARZAN	176	22	264	88
FELTRIN	252	140	7	0

Variabile t: numero di mq di terreno seminato per ogni varietà

varietà/terreni	A	B	C	D
LIN	0	0	0	315
CARR	110	380	5	5
BARZAN	160	20	240	80
FELTRIN	180	100	5	0

Resa finale per ogni varietà di radicchio

LIN	CARR	BARZAN	FELTRIN
2520	6600	6600	5586

Numero di ore totali effettive che i dipendenti hanno impiegato per la lavorazione delle colture: 8888. Quindi è possibile affermare che è stata necessaria una manutenzione extra dei macchinari, mentre non è stato necessario utilizzo di gasolio extra.

## Terzo anno

### Dati

Nel corso del terzo anno a causa di condizioni climatiche avverse il prezzo delle varietà LIN e FELTRIN si è abbassato per entrambi di 1€/Kg e questo nel mondo agricolo rappresenta un crollo. Inoltre il dipendente DIP5 a causa di impegni familiari è disponibile per la metà delle ore. Infine dopo un'ulteriore ispezione, è stato deciso che anche i primi 300mq del terreno A devono rimanere a riposo, ma per un solo anno.

### Esito

Il ricavo dalla vendita del radicchio è stato di 91387€ a fronte di un costo pari a 66904.4€. Quindi il profitto totale è stato di 24482.6€.

Variabile x: quantità in Kg di semi per ogni varietà, seminati in ogni terreno

varietà/terreni	A	B	C	D
LIN	150	0	45	5
CARR	0	6	114	474
BARZAN	0	231	121	0
FELTRIN	0	399	0	

Variabile t: numero di mq di terreno seminato per ogni varietà

varietà/terreni	A	B	C	D
LIN	150	0	45	0
CARR	0	5	95	395
BARZAN	0	210	110	0
FELTRIN	0	285	0	0

Resa finale per ogni varietà di radicchio

LIN	CARR	BARZAN	FELTRIN
1600	6534	4224	5586

Numero di ore totali effettive che i dipendenti hanno impiegato per la lavorazione delle colture: 7529. Quindi è possibile affermare che non è stata necessaria né una manutenzione extra dei macchinari, né è stato necessario utilizzo di gasolio extra.

## Quarto anno

### Dati

Nel corso del quarto anno il periodo di riposo per i terreni è concluso quindi sono tornati disponibili. Inoltre anche il dipendente DIP5 ha concluso i suoi impegni ed è tornato pienamente operativo. Infine i prezzi hanno subito un incremento rispetto all'anno precedente.

### Esito

Il ricavo dalla vendita del radicchio è stato di 136809€ a fronte di un costo pari a 77474.3€. Quindi il profitto totale è stato di 59334.7€

Variabile x: quantità in Kg di semi per ogni varietà, seminati in ogni terreno

varietà/terreni	A	B	C	D
LIN	215	0	0	400
CARR	282	318	0	0
BARZAN	0	253	297	0
FELTRIN	0	7	392	0

Variabile t: numero di mq di terreno seminato per ogni varietà

varietà/terreni	A	B	C	D
LIN	215	0	0	400
CARR	235	265	0	0
BARZAN	0	230	270	0
FELTRIN	0	5	280	0

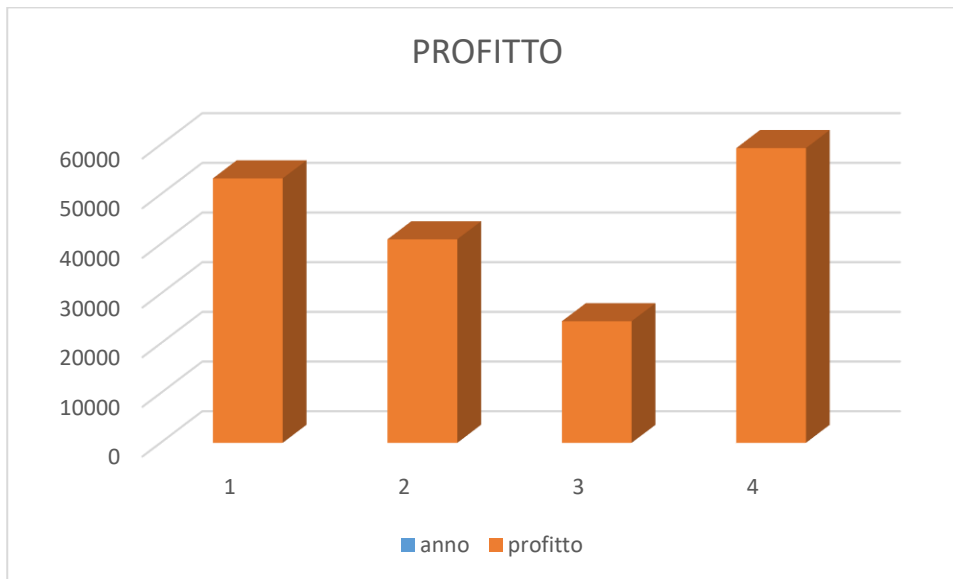
Resa finale per ogni varietà di radicchio

LIN	CARR	BARZAN	FELTRIN
4920	6600	6600	5586

Numero di ore totali effettive che i dipendenti hanno impiegato per la lavorazione delle colture: 9788. Quindi è possibile affermare che è stata necessaria sia una manutenzione extra dei macchinari che l'utilizzo di gasolio extra.

## Conclusioni

Dopo l'utilizzo del modello in questi quattro anni è stato monitorato l'andamento del profitto e viene riportato in questo grafico.



Da questo grafico possiamo dedurre che il primo anno il profitto è stato eccellente mentre nel secondo e nel terzo anno c'è stato un calo dovuto a fattori esterni. C'è però un segnale positivo dal quarto anno in quanto si nota una totale ripresa del profitto.