

1. (Algoritmos voraces) Se conoce el valor actual v_1^0, \dots, v_n^0 de las acciones de n empresas de una "bola de cristal" que permite conocer el valor que tendrán las acciones a lo largo de m días. Es decir, los valores v_1^1, \dots, v_1^m que tendrán las acciones de la empresa 1 los días $1, \dots, m$ respectivamente; los valores v_2^1, \dots, v_2^m que tendrán las acciones de la empresa 2 los días $1, \dots, m$ respectivamente, etcétera. En general, v_i^j es el valor que tendrá una acción de la empresa i el día j . Estos datos vienen dados en una matriz $V[0..n, 0..m]$.

Dar un algoritmo voraz que calcule el máximo dinero posible a obtener al comprar y vender acciones, a partir de una suma inicial de dinero D .

Se asume que siempre habrá suficientes acciones para comprar y que no se puede vender acciones que no se han comprado. También se asume que puede comprarse una fracción de acción si no se compró ninguna acción antes. En este caso la ganancia es proporcional a la fracción que se compró. Recordar el valor de una acción en un día.

Se pide lo siguiente:

- Indicar de manera simple y concreta, cuál es el criterio de selección voraz.
- Indicar qué estructuras de datos utilizarás para resolver el problema.
- Explicar en palabras cómo resolverá el problema el algoritmo.
- Implementar el algoritmo en el lenguaje de la materia de manera precisa.

Enunciado:

- Se conoce el valor de las acciones de n empresas
- Se conoce el valor de las acciones durante los siguientes m días
- En general $v_{i,j}$ es el valor que tendrá la empresa i dentro de j días
- Estos datos están acumulados en $V[0..n, 0..m]$
- Dar algoritmo que calcule el máximo dinero posible a obtener al cabo de los m días comprando y vendiendo acciones, a partir de una suma inicial de dinero D

- a) Si mañana x acciones aumentan su valor, se compran y se venden en un orden tal que se compra primero la que más beneficios da. Si en este orden alguna no alcanza, se compra y vende una fracción de las restantes. Esto para cada día siempre y cuando se pueda comprar.

- b) **type** Acciones = **tuple**
 id_empresa: nat
 valor_compra: float
 valor_venta: float
end tuple

- c) El algoritmo recorre día tras día los valores de las acciones, se toma aquella acción de la empresa que más crecimiento tenga porcentualmente al siguiente día, luego se compra tanto de esa acción como se pueda para vender al otro día y repetir el proceso para los siguientes días

```

fun acciones(v: array[0..n, 0..m] of float, D: float) ret S: float
    var set_acciones: Set of Acciones
    var day: int
    var acción: Acciones
    var fracción: float
    var ganancia: float
    set_acciones := empty_set()
    S := D
    day := 0
    while(day < m - 1) do
        fracción := 0.0
        ganancia := 0.0
        acción := elegir_max_ganancia_porcentual(V, day)
        while(S != 0) do
            if(accion.valor_compra ≤ S and S != 0)then
                S := S - acción.valor_compra
                ganancia := ganancia + accion.valor_venta
            else if (accion.valor_compra > S and S != 0) then
                fracción := S / acción.valor_compra
                S := 0
                ganancia := ganancia + fracción *
                    accion.valor_venta
            fi
        od
        S := S + ganancia
        day := day + 1
    od
    destroy_set(set_acciones)
end fun

fun elegir_max_ganancia_porcentual(v: array[0..n, 0..m] of float,
day: nat) ret res: Acciones
    var max_porcentaje: float
    var max_aux: float
    max_porcentaje := -inf
    for i := 0 to n do
        if V[i, day] < V[i, day + 1] then
            max_aux := (V[i, day + 1] - V[i, day] * 100) / V[i,
day]

            if max_aux > max_porcentaje then
                max_porcentaje := max_aux
                res.id_empresa := i
                res.valor_compra := V[i, day]

```

```

                                res.valor_venta := V[i, day+1]
                                fi
                            fi
                        od
end fun

```

2. (Backtracking) Dados n objetos de peso p_1, \dots, p_n y m cajas de capacidad q_1, \dots, q_m en las cajas de modo de utilizar el menor número de cajas posible y sin exceder la capacidad de cada una. Resolvé el problema utilizando la técnica de backtracking dando una función recursiva que:
- Especifiqué precisamente qué calcula la función recursiva que resuelve el problema, la toma y la utilidad de cada uno.
 - Da la llamada o la expresión principal que resuelve el problema.
 - Definí la función en notación matemática.

Enunciado:

- n objetos de peso p_1, \dots, p_n
- m cajas con capacidad q_1, \dots, q_m
- se desea almacenar los objetos en cajas utilizando la menor cantidad posible sin exceder la capacidad de cada una

Función recursiva:

$c(i, j, k)$ "Número de cajas a utilizar para almacenar i objetos entre $\{1, \dots, j\}$ cajas con la capacidad actual k "

Llamada principal:

$c(n, m, q_m)$

Función matemática:

$c(i, j, k)$	
0	, si $i = 0$
inf	, si $i > 0$ & $j = 0$
$1 + c(i, j-1, q_{j-1})$, si $k = 0$
$\min(c(i, j-1, k), c(i-1, j, k - p_i))$, si $i > 0$ & $j > 0$ & $k \geq p_i$
$c(i, j-1, q_{j-1})$, si $i > 0$ & $j > 0$ & $p_i \geq k$

3. Para cada uno de los siguientes algoritmos determinar **por separado** cada uno de los siguientes:

- (a) ¿Qué hace? ¿Cuáles son las precondiciones necesarias para haga eso?
- (b) ¿Cómo lo hace?
- (c) El orden del algoritmo, analizando los distintos casos posibles.
- (d) Proponer nombres más adecuados para los identificadores (de variables, funciones y procesos).

```
fun s(v: nat, p: array[1..n] of nat) ret y: nat
  y := v
  while y < n ∧ p[y] ≤ p[y+1] do
    y := y + 1
  od
end fun
```

```
fun t(p: array[1..n] of nat) ret y: nat
  var z: nat
  y, z := 0, 1
  while z ≤ n do
    y, z := y + 1, s(z, p) + 1
  od
end fun
```

```
fun u(p: array[1..n] of nat) ret v: nat
  v := (t(p) ≤ 1)
end fun
```

Algoritmo 1:

```
fun s(v: nat, p: array[1..n] of nat) ret y: nat
  y := v
  while y < n ∧ p[y] ≤ p[y+1] do
    y := y + 1
  od
end fun
```

¿Qué hace?

Dado una secuencia y un índice de la misma, devuelve la posición del primer elemento mayor estricto que el siguiente.

¿Cuáles son las precondiciones necesarias para que haga eso?

{PRE: $1 \leq v \leq n$ }

¿Qué orden tiene?

En el peor caso (arreglo ordenado) el bucle while se ejecuta $n - v$, es decir es de orden $O(n-v)$

¿Cómo lo hace?

Toma la secuencia y un índice dentro de la misma, luego aumenta este índice siempre y cuando el siguiente elemento sea mayor o igual al actual, cuando encuentra un elemento mayor estricto que el siguiente, devuelve ese índice.

Nombre:

indice_del_mayor

Algoritmo 2:

```
fun t(p: array[1..n] of nat) ret y: nat
```

```

    var z: nat
    y, z := 0, 1
    while z ≤ n do
        y, z := y+1, s(z,p)+1
    od
end fun

```

¿Qué hace?

Nos da el número de segmentos ordenados dentro de una secuencia de números

¿Cuáles son las precondiciones necesarias para que haga eso?

{PRE: true}

¿Qué orden tiene?

Si el arreglo está ordenado el bucle se ejecuta 1 sola vez. En el peor de los casos el arreglo está ordenado de forma decreciente y la complejidad sería de $O(n)$

¿Cómo lo hace?

Toma la secuencia y la recorre de izquierda a derecha, aumentando un contador cada vez que entra al bucle en donde se llama a la función s, la cual nos dice hasta qué índice está el primer segmento ordenado y se sigue recorriendo desde este nuevo índice en adelante, así sucesivamente se obtiene la cantidad de segmentos ordenados.

Nombre:

segmentos_ordenados

Algoritmo 3:

```

fun u(p: array[1..n] of nat) ret v: bool
    v := (t(p) ≤ 1)
end fun

```

¿Qué hace?

Nos dice si un arreglo está ordenado

¿Cuáles son las precondiciones necesarias para que haga eso?

{PRE: true}

¿Qué orden tiene?

La función t tiene un bucle que en el peor de los casos su complejidad es de $O(n)$ y como por dentro se llama a s, la complejidad total es de $O(n) * O(n-v) = O(n^2)$

¿Cómo lo hace?

Se llama a t, si el valor que devuelve es menor o igual a 1 el resultado es verdadero, puesto a que nos indica que la secuencia solo tiene un segmento ordenado.

Nombre:

esta_ordenado

4. (a) Especificá el tipo Lista de elementos de algún tipo T, indicando constructores (para crear y agregar un elemento al comienzo de una lista ya existente) y operaciones para:

- indicar si una lista es vacía
- devolver el primer elemento de la lista
- devolver el último elemento de la lista
- devolver la lista resultante de eliminar el primer elemento
- devolver la lista resultante de eliminar el último elemento
- devolver la longitud de la lista
- agregar un elemento al final de la lista

Además de las operaciones comunes a todos los TADs para copiar y destruir.

(b) Implementá el tipo de datos utilizando punteros de manera que todas las operaciones men longitud, como tampoco las operaciones de copia y destrucción, sean de orden constante.

(c) Utilizando el tipo **abstracto** Lista de elementos de tipo Nat implementá un procedimiento orden de los elementos de una lista. Por ejemplo si la lista de entrada es [1,2,3,4,5], procedimiento debería ser [5,4,3,2,1].

a)

Spec List of T where

Constructors

```
fun empty_list() ret l: List of T
{- Crea una lista vacía -}

proc addl(l: List of T, e: T)
{- Agrega un elemento al comienzo de la lista -}

fun copy(l: List of T) ret l2: List of T
{- Copia la lista l en la lista l2 -}
```

Destroy

```
proc destroy(l: List of T)
{- Libera memoria en caso de ser necesario -}
```

Operations

```
fun is_empty(l: List of T) ret b: bool
{- Nos dice si una lista está vacía -}

fun first_elem(l: List of T) ret e: T
{- Devuelve el primer elemento de la lista -}
{- PRE: not is_empty(l) -}
```

```

fun last_elem(l: List of T) ret e: T
{- Devuelve el último elemento de la lista -}
{- PRE: not is_empty(l) -}

proc elim_first_elem(l: List of T)
{- Elimina el primer elemento -}

proc elim_last_elem(l: List of T)
{- Elimina el último elemento -}

fun length(l: List of T) ret len: nat
{- Largo de la lista -}

proc addr(l: List of T, e: T)
{- Agrega un elemento al final de la lista -}

```

end spec

b)

Implement List of T where

```

type Node of T = tuple
    elem: T
    next: pointer to (Node of T)
    prev: pointer to (Node of T)
end tuple

type List of T = tuple
    first: pointer to (Node of T)
    last: pointer to (Node of T)
end tuple

```

Constructors

```

fun empty_list() ret l: List of T
    l->first := null
    l->last := null
end fun

proc addl(l: List of T, e: T)
    var new_node: pointer to (Node of T)
    alloc(new_node)
    new_node->elem := e
    new_node->next := null
    new_node->prev := null

    if (is_empty(l)) then

```

```

        l->first := new_node
        l->last := new_node
    else
        l->first->prev := new_node
        new_node->next := l->first
        l->first := new_node
    fi
end proc

fun copy(l: List of T) ret l2: List of T
    l2 := empty_list()
    if (not is_empty(l)) then
        var current: pointer to (Node of T)
        var new_node: pointer to (Node of T)

        current := l->first
        alloc(new_node)
        new_node->elem := current->elem
        new_node->next := null
        new_node->prev := null
        l2->first := new_node
        l2->last := new_node
        current := current->next
        while(current != null) do
            var temp_node: pointer to (Node of T)
            alloc(temp_node)
            temp_node->elem := current->elem
            temp_node->next := null
            temp_node->prev := l2->last
            l2->last->next := temp_node
            l2->last := temp_node
            current := current->next
        od
    fi
end fun

```

Destroy

```

proc destroy(l: List of T)
    if(not is_empty(l)) then
        var killme: pointer to (Node of T)
        var current: pointer to (Node of T)
        current := l->first
        while(current != null) do
            killme := current
            current := current->next
            free(killme)
        od
    end if
end proc

```



```

        l->first := null
        l->last := null
    fi
end proc

```

Operations

```

fun is_empty(l: List of T) ret b: bool
    b := l->first == null & l->last == null
end fun

```

```

fun first_elem(l: List of T) ret e: T
    e := l->first->elem
end fun

```

```

fun last_elem(l: List of T) ret e: T
    e := l->last->elem
end fun

```

```

proc elim_first_elem(l: List of T)
    if (not is_empty(l)) then
        var killme: pointer to (Node of T)
        killme := l->first
        l->first := l->first->next
        free(killme)
    fi
    if (l->first := null) then
        l->last := null
    fi
end proc

```

```

proc elim_last_elem(l: List of T)
    if (not is_empty(l)) then
        var killme: pointer to (Node of T)
        killme := l->last
        l->last := l->last->prev
        l->last->next := null
        free(killme)
    fi
end proc

```

```

fun length(l: List of T) ret len: nat
    len := 0
    if (not is_empty(l)) then
        var current: pointer to (Node of T)
        while (current != null) do
            len := len + 1
            current := current->next
        end while
    fi
end fun

```

```

        od
    fi
end fun

proc addr(l: List of T, e: T)
    var new_node: pointer to (Node of T)
    alloc(new_node)
    new_node->elem := e
    new_node->next := null
    new_node->prev := null

    if (is_empty(l)) then
        l->first := new_node
        l->last := new_node
    else
        new_node->prev := l->last
        l->last := new_node
    fi
end proc

```

end implement

c)

```

proc invert(l: List of Nat)
    var l_aux: List of Nat
    l_aux := copy(l)
    while(not is_empty(l_aux))
        elim_first_elem(l)
        addr(l, last_elem(l_aux))
        elim_last_elem(l_aux)
    do
end proc

```

5. (Para alumnos libres) Tiene una inmensa base de registros con datos de los cientos de miles de afiliados a una base social ordenada alfabéticamente según sus nombres. Todos los días se agregan unas decenas de nuevos afiliados. Sus registros se agregan al final, y entonces la base no queda perfectamente ordenada. Se decide implementar un algoritmo de ordenación para restablecer el orden para el día siguiente.

¿Cuál/cuáles de los algoritmos de ordenación sería/n más apropiados para utilizar en este caso?

Insertion_sort si los nuevos afiliados están parcialmente ordenados, puesto que mientras más ordenado este la base mejor para este algoritmo, si los nuevos afiliados están completamente desordenados, es mejor usar quick_sort dado que al separar todos los menores de un lado y todos los mayores de otro logra un mejor ordenamiento que estar intercalando ambas mitades.