13. (Máxima diferencia)
Dado un arreglo de enteros, calcular la máxima diferencia entre dos de sus elementos (en orden, el primero menos el segundo).
La especificación del programa es:

Const N : Int;
Var a : array[0, N) of Int; r : Int;
{P : N ≥ 2}
S
{Q : r = ⟨Max p, q : 0 ≤ p < q < N : a.p − a.q ⟩}

Paso 1 (invariante)
INV = r = ⟨Max p, q : 0 ≤ p < q < n : a.p − a.q ⟩ ^ 2 ≤ n ≤ N
B = n < N
Luego vale INV ^ ¬B → Q

Paso 2 (inicializamos)
asumimos P
wp.(r,n := E,F).(INV)
≡{ def de wp
E = ⟨Max p, q : 0 ≤ p < q < F : a.p − a.q ⟩ ^ 2 ≤ F ≤ N
={ max no tiene rango vacío, proponemos F = 2, mínima cantidad de elementos
E = ⟨Max p, q : 0 ≤ p < q < 2 : a.p − a.q ⟩
≡{ lógica en el rango
0 ≤ p < q < 2
≡{
0 ≤ p < q ≤ 1
≡{
0 ≤ p ^ p < q ^ q ≤ 1
≡{ por transitividad
(0 ≤ p ^ p < q) → 0 < q ^ q ≤ 1
≡{
(0 ≤ p ^ p < q) → 1 ≤ q ^ q ≤ 1
≡{
(0 ≤ p ^ p < q) → 1 ≤ q ≤ 1
≡{
(0 ≤ p ^ p < q) → q = 1

luego
0 ≤ p ^ p < q ^ q ≤ 1
≡{ transitividad
(p < q ^ q ≤ 1) → 0 ≤ p ^ p < 1
≡{
(p < q ^ q ≤ 1) → 0 ≤ p ^ p ≤ 0
≡{
(p < q ^ q ≤ 1) → p = 0

$E = \langle \text{Max } p, q : p = 0 \wedge q = 0 : a.p - a.q \rangle$
≡{ rango unitario
E = A.0 - A.1

Paso 3 (cota) es lo mismo de siempre weonnnn

Paso 4 (cuerpo del ciclo)
asumimos INV ^ B
luego
wp.(r,n:=E,n+1).(INV)
≡{ def de wp
$E = \langle \text{Max } p, q : 0 \leq p < q < n+1 : a.p - a.q \rangle \wedge 2 \leq n+1 \leq N$
≡{ logica e hipotesis
$E = \langle \text{Max } p, q : 0 \leq p < q < n+1 : a.p - a.q \rangle$
≡{
$0 \leq p < q < n + 1$
$0 \leq p < q \wedge q < n + 1$
$0 \leq p < q \wedge q < n \vee q = n$
$(0 \leq p < q \wedge q < n) \vee (0 \leq p < q \wedge q = n)$
luego partimos rango, hipótesis por una lado y eliminación de variable por el otro
$E = r \max \langle \text{Max } p, q : 0 \leq p < n : a.p - a.n \rangle$
≡{ distributiva
$E = r \max (\langle \text{Max } p, q : 0 \leq p < n : a.p \rangle - a.n)$

NO SE PUEDE SEGUIR AAAA, fortalecemos
$INV' = INV \wedge r2 = \langle \text{Max } p, q : 0 \leq p < n : a.p \rangle$

inicializamos (nuevamente)

para r y n es igual que antes. Pero con n = 2 en el rango de r2 tenemos que $0 \leq p < 2$ es igual a $0 \leq p \leq 1$, luego p solo puede ser 0 o 1, aplicamos termino y nos queda
r2 = A.0 máx A.1

Cuerpo del ciclo (nuevamente)
para r y n es el mismo proceso pero para r2 tenemos (asumiendo INV')
$F = \langle \text{Max } p, q : 0 \leq p < n+1 : a.p \rangle$
≡{
$F = \langle \text{Max } p, q : 0 \leq p < n \vee p = n : a.p \rangle$
≡{ partición de rango
$F = \langle \text{Max } p, q : 0 \leq p < n : a.p \rangle \max \langle \text{Max } p, q : p = n : a.p \rangle$
≡{ hipótesis, rango unitario
F = r2 max A.n

Finalmente

```
Const N : Int;
Var a : array[0, N) of Int;
Var r,r2,n : Int;
{P : N ≥ 2}
r,r2,n := A.0 - A.1, A.0 max A.1, 0
do (n < N) →
   r,r2,n := r max (r2 - A.n), r2 max A.n, n + 1
od
{Q : r = ⟨Max p, q : 0 ≤ p < q < N : a.p − a.q ⟩}
```

$0 \leq p < q < 2$
≡{ lógica
$0 \leq p < q \leq 1$
≡{ lógica
$\underline{0 \leq p \wedge p < q} \wedge q \leq 1$
≡{ asociamos
$\underline{(0 \leq p \wedge p < q)} \wedge q \leq 1$
≡{ por transitividad
$(0 \leq p \wedge p < q) \rightarrow \underline{0 < q \wedge q \leq 1}$
≡{ lógica
$(0 \leq p \wedge p < q) \rightarrow \underline{1 \leq q \wedge q \leq 1}$
≡{ lógica
$(0 \leq p \wedge p < q) \rightarrow \underline{1 \leq q \leq 1}$
≡{ lógica
$(0 \leq p \wedge p < q) \rightarrow q = 1$

luego lo mismo pero asociando $(p < q \wedge q \leq 1) \wedge 0 \leq p$
$0 \leq p \wedge p < q \wedge q \leq 1$
≡{ transitividad
$(p < q \wedge q \leq 1) \rightarrow 0 \leq p \wedge p < 1$
≡{
$(p < q \wedge q \leq 1) \rightarrow 0 \leq p \wedge p \leq 0$
≡{
$(p < q \wedge q \leq 1) \rightarrow p = 0$