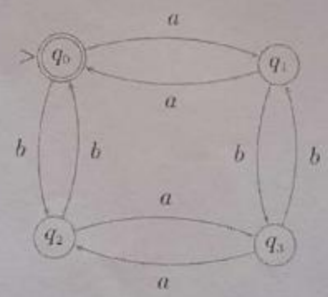
Parcial 3 - Introducción a la Lógica y la Computación

1. Para el AF que se muestra a continuación, obtener su expresión regular equivalente utilizando el Teorema de Kleene (vuelta):



2. Probar que el lenguaje $L = \{a^i b^j : i, j \geq 0 \ y \ j = 2i\}$ no es regular utilizando pumping lema.

q0 = aq1 + bq2 + e
q1 = aq0 + bq3
q2 = bq0 + aq3
q3 = aq2 + bq1

reemplazo q1 y q2 en q3
q3 = a(bq0 + aq3) + b(aq0 + bq3)
= abq0 + aaq3 + baq0 + bbq3
= (aa + bb)q3 + (abq0 + baq0)
= (aa + bb)*(abq0 + baq0)

Reemplazo q3 en q2
q2 = bq0 + a((aa + bb)*(abq0 + baq0))
= bq0 + a(aa + bb)*(abq0 + baq0)
= bq0 + a(aa + bb)*abq0 + a(aa + bb)*baq0
= (b + a(aa + bb)*ab + a(aa + bb)*ba)q0

Reemplazo q3 en q1
q1 = aq0 + b((aa + bb)*(abq0 + baq0))
= aq0 + b(aa + bb)*abq0 + b(aa + bb)*baq0
= (a + b(aa + bb)*ab + b(aa + bb)*ba)q0

Reemplazo q1 y q2 en q0
q0 = a((a + b(aa + bb)*ab + b(aa + bb)*ba)q0) + bq2 + e
= (aa + ab(aa + bb)*ab + ab(aa + bb)*ba)q0 + bq2 + e
= (aa + ab(aa + bb)*ab + ab(aa + bb)*ba)q0 + b((b + a(aa + bb)*ab + a(aa + bb)*ba)q0) + e
= (aa + ab(aa + bb)*ab + ab(aa + bb)*ba)q0 + (bb + ba(aa + bb)*ab + ba(aa + bb)*ba)q0 + e
= (aa + ab(aa + bb)*ab + ab(aa + bb)*ba + bb + ba(aa + bb)*ab + ba(aa + bb)*ba)q0 + e
= (aa + ab(aa + bb)*ab + ab(aa + bb)*ba + bb + ba(aa + bb)*ab + ba(aa + bb)*ba)*

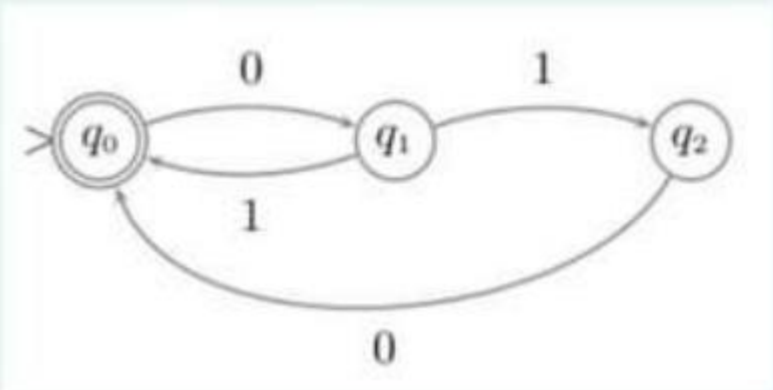
2. Probar que el lenguaje $L = \{a^i b^j : i, j \geq 0 \ y \ j = 2i\}$ no es regular utilizando pumping lema.

Queremos ver que L = { a^i . b^j : i,j ≥ 0 y j=2i } no es un lenguaje regular.

Supongamos que L es un lenguaje regular y sea n la constante de bombeo.
Tomamos la cadena α = a^n . b^2n pertenece a L y además |α| = 3n > n

Luego por pumping lema podemos descomponer α = α1α2α3 tq
α1 = a^r, r >= 0
α2 = a^s, s >= 1
α3 = a^(n - (s+r)) . b^2n
Para i = 0 tenemos que:
α = α1(α2)^0α3 = a^r . (a^s)^0 . a^(n - (s + r))b^2n
= a^r . a^(n - s - r)b^2n
= a^(n - s)b^2n
Como s >= 1, ya no se cumple que j = 2i
pues j = 2n e i = n - s
estamos diciendo que 2n = 2(n - s) => 2n = 2n - 2s solo se cumple si s = 0 pero s >= 1.
Absurdo se suponer que L es un lenguaje regular.

Dado el siguiente AFN M



Considere el AFD M' resultante de aplicar el algoritmo de determinización
transición. Determine

$\delta(\{q_0, q_2\},1)$	$\emptyset$
$\delta(\emptyset, 1)$	$\emptyset$
$\delta(\{q_0, q_1\},0)$	q_1
$\delta(\{q_0\},1)$	$\emptyset$
$\delta(\{q_2\},0)$	q_0
$\delta(\{q_0, q_2\},0)$	$q_0 q_1$
$\delta(\{q_2\},1)$	$\emptyset$
$\delta(\{q_1\},1)$	$q_0 q_2$
$\delta(\{q_0, q_1\},1)$	$q_0 q_2$
$\delta(\{q_1\},0)$	$\emptyset$
$\delta(\{q_0\},0)$	q_1

Teniendo en cuenta la pregunta anterior, determine cuáles de los siguientes
finales en el autómata determinizado M'.

a. $\varnothing$ ✗

b. $\{q_0, q_1\}$ ✓

c. $\{q_1\}$ ✗

d. $\{q_0, q_2\}$ ✓

e. $\{q_0\}$ ✓

Determinar cuales de las siguientes afirmaciones son verdaderas

a. Sea $\Sigma = \{1, 2, 3\}$. El lenguaje

$$L = \{x_1 \ldots x_k \in \Sigma^* : x_1, \ldots, x_k \in \Sigma,\ x_1 \leq x_2 \cdots \leq x_k \text{ y } k \geq 0\}$$

es regular.

b. Si $L_1 \in LR^\Sigma$ y $L_2 \subseteq L_1$, entonces $L_2 \in LR^\Sigma$.

c. Si $(L_1 \cup L_2) \in LR^\Sigma$, entonces $L_1 \in LR^\Sigma$ o $L_2 \in LR^\Sigma$.

d. Si G es una gramática entonces $L(G) \in LR^\Sigma$.

e. Si $L_1 \in LR^\Sigma$ y $\alpha_1, \ldots, \alpha_k \in \Sigma^*$, entonces $(L_1 \cup \{\alpha_1, \ldots, \alpha_k\}) \in LR^\Sigma$.

f. Si $L_1 \in LR^\Sigma$ y $L_2 \in LR^\Sigma$, entonces $(L_1 - L_2) \in LR^\Sigma$.

g. Para todo lenguaje L, si L es infinito, no es regular.

a) Verdadero.
Todo lenguaje finito es regular.
b) Falso.
L2 = a^n . b^n es un lenguaje incluido en L1 pero no es regular.
c) Verdadero.
L2 U L1 - L2 es regular
d) Falso.
Podemos tener gramáticas de lenguajes no regulares.
Ejemplo G: S -> aSb | e
e) Verdadero, todo lenguaje finito es regular.
f) Verdadero, los lenguajes regulares son cerrados por diferencia.
g) Falso.