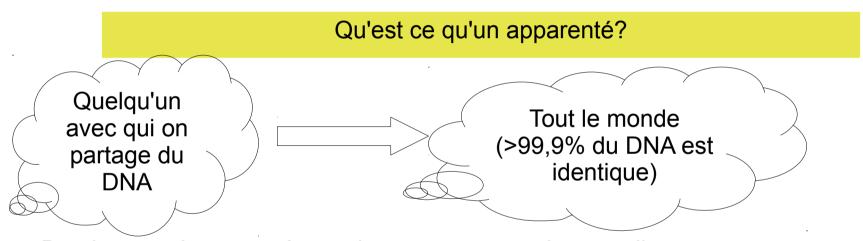
La ressemblance entre apparentés est un de principaux sujets de la génétique

Qu'est ce qu'un apparenté?

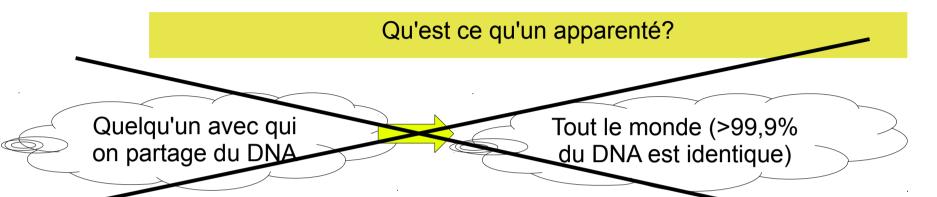
La ressemblance entre apparentés est un de principaux sujets de la génétique



De plus, ce n'est pas très pratique car nous voulons expliquer en quoi la génétique explique *la différence*

Tant pour comprendre les mécanismes évolutifs

Comme pour sélectionner ceux qui sont meilleurs et pour prédire l'occurrence d'une maladie



Quelqu'un avec qui on partage des allèles aux gènes qui expliquent la ressemblance phénotypique

Soit parce que l'on partage de vrais allèles aux gènes Partagent le type sanguin (O)

>Soit parce que *possiblement* on partage des allèles car on a une généalogie qui nous rélie

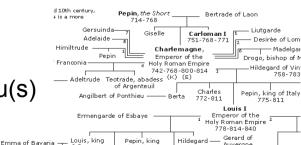
- Mais les généalogiés sont incomplètes
- Et de toutes manières nous descendons tous du même individu(s)

Kings of France family tree: 1st Dynasty: Carolingians (800-987)

virth and death: intermediate dates are accession to throne

King o

Louis III



of Aquitaine

Clarification des notions intuitives

La notion d'identité par état (identity by state= IBS)

s'applique à des vrais gènes mais aussi à les marqueurs (qui ne le sont pas)

La notion d'<u>identité par descendance</u> (identity by descent= IBD)

Le coefficient de parenté

La <u>relation génétique additive</u>

s'applique à des généalogies (car on ne « voit » pas les gènes)

généralisation à tout un ensemble d'individus

et finalement ça sert à expliquer la ressemblance « phénotypique »

L'identité par état (identity by state; IBS) est le phénomène de que deux allèles au gène soient identiques



entre individus



Hemophilie



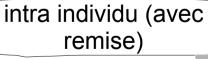
	0	0
0	Oui	Oui
0	Oui	Oui



	sain	malade
sain	Oui	Non
malade	Non	Oui











	0	0
0	Oui	Oui
0	Oui	Oui



	sain	malade
sain	Oui	Non
malade	Non	Oui

Cela se résume de deux manières:

1- Probabilité d'identité par état

Pour deux individus i,j prenons deux allèles au hasard (avec remise si i==j). Quelle est la probabilité de qu'ils soient identiques?



1



	0	0
0	Oui	Oui
0	Oui	Oui



0.5

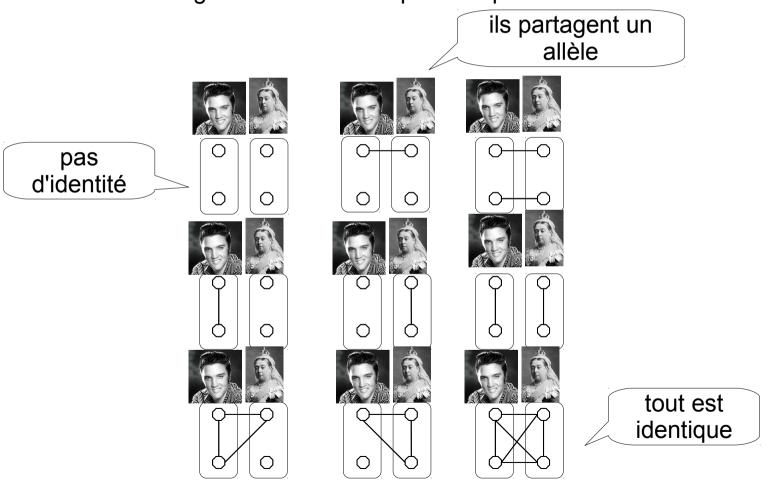
	sain	malade
sain	Oui	Non
malade	Non	Oui

	Α	В
С	Non	Non
В	Non	Oui

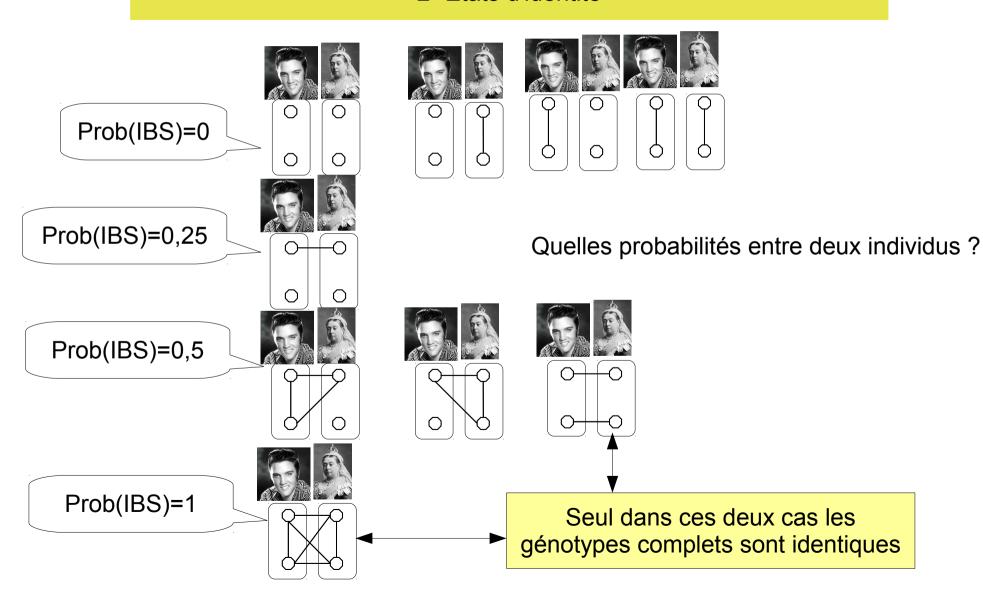
0.25

2- Etats d'identité

Quelles configurations d'identité peuvent prendre deux individus?

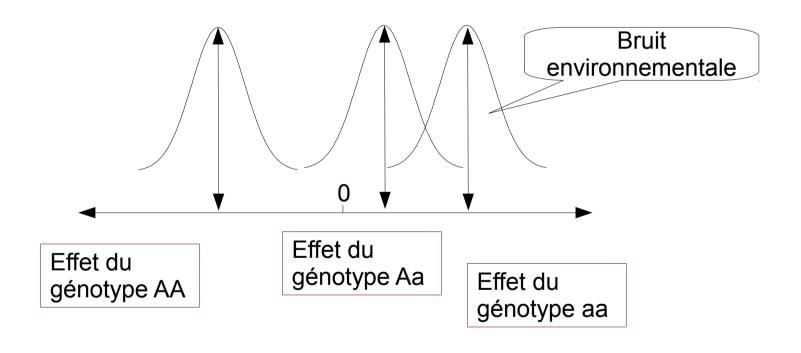


2- Etats d'identité

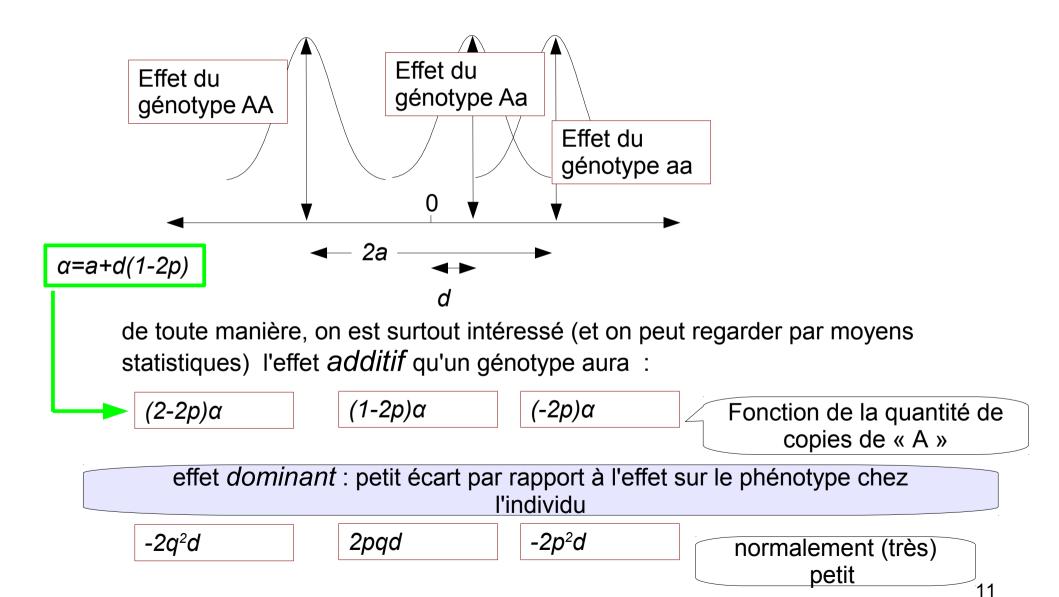


La ressemblance entre les phénotypes des apparentés

Si l'on voyait le gène, on pourrait facilement décrire la population



La ressemblance entre les phénotypes des apparentés

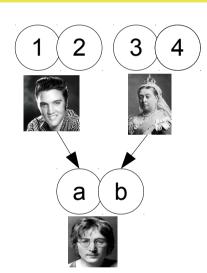


La ressemblance entre les phénotypes des apparentés

Donc on sait bien décrire les choses mais on ne voit pas ces gènes

Comment faire?

Hypothèse radical : chez les fondateurs (ceux qui n'ont pas de parents connus), tous les allèles au gène sont différents

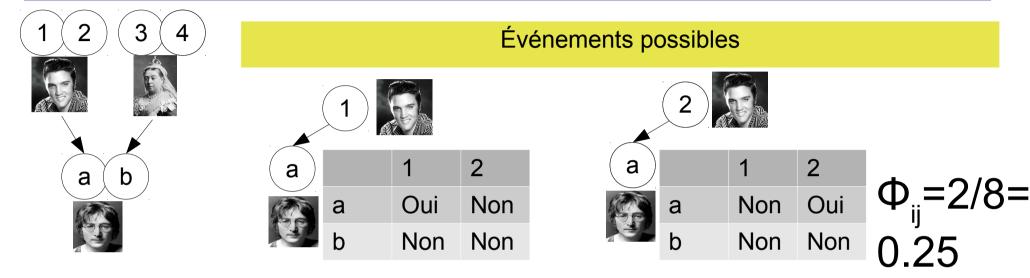


Supposons (c'est le plus fréquent) que les gènes sont transmis intacts (sans mutation)

Donc un allèle transmis est un allèle identique (la chaîne de DNA n'est pas modifié)

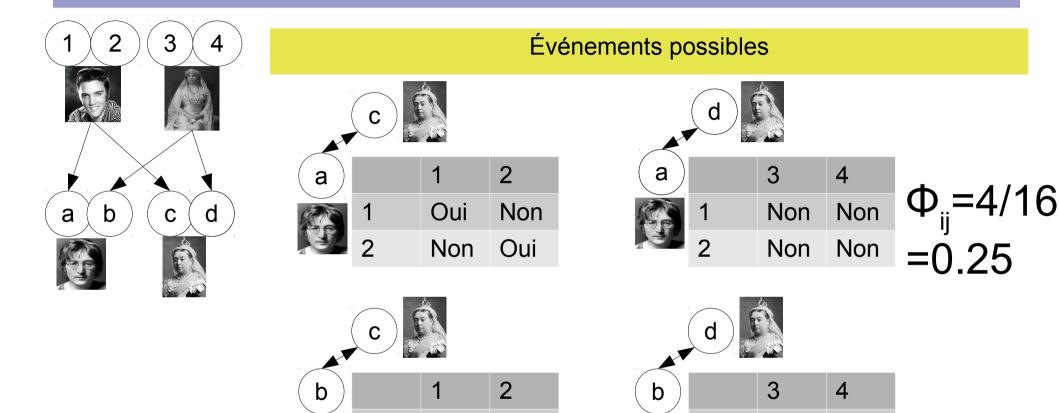
Probabilité d'identité par descendance (IBD de Malécot)

Pour deux individus i,j prenons deux allèles au hasard (avec remise si i==j). Quelle est la probabilité $-\Phi_{ij}$ – de qu'ils soient identiques par descendance? C'est à dire, qu'ils soient issus du même individu (ancêtre)



Pour deux individus *i,j* prenons deux allèles au hasard (avec remise si *i==j*). Quelle est la probabilité de qu'ils soient <u>identiques par descendance</u>? C'est à dire, qu'ils aient <u>le même origine</u> ?





Non

Non

Pour deux individus *i,j* prenons deux allèles au hasard (avec remise si *i==j*). Quelle est la probabilité de qu'ils soient <u>identiques par descendance</u>? C'est à dire, qu'ils aient <u>le même origine</u> ?

Non

Non

Non

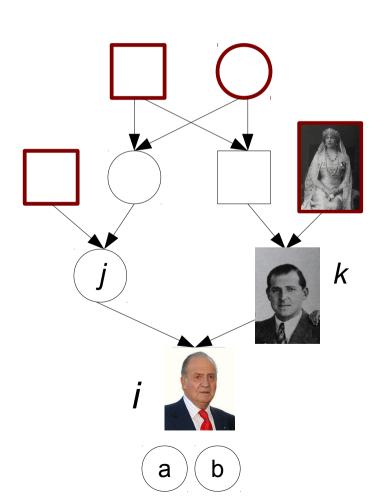
Oui

Oui

Non

La consanguinité

Fondateurs



La <u>coefficient de consanguinité</u>
(f) est la probabilité de que
a==b <u>par descendance</u>

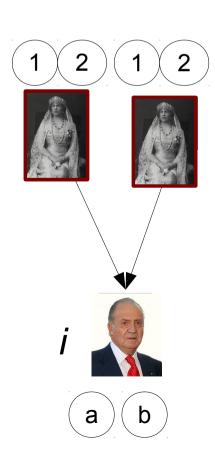
La différence avec le coefficient de parenté est que le tirage soit fait avec remise (Φ_{ii}) ou pas (f_i) mais en fait

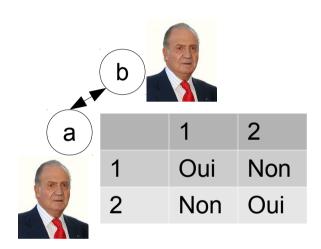
 $1+f_{i}=2\Phi_{ii}$

et aussi, $f_i = \Phi_{jk}$, le coefficient de parenté de ses parents

La consanguinité

Fondateurs

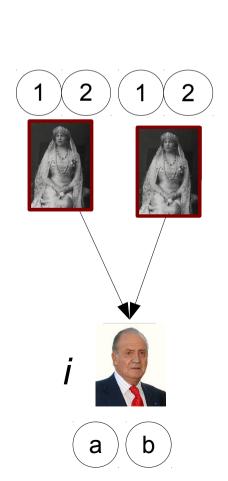


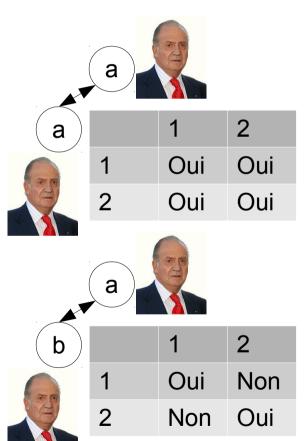


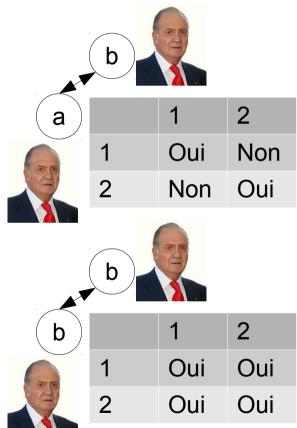
Pour cet individu, $f_i = 1/2$

La consanguinité

Fondateurs

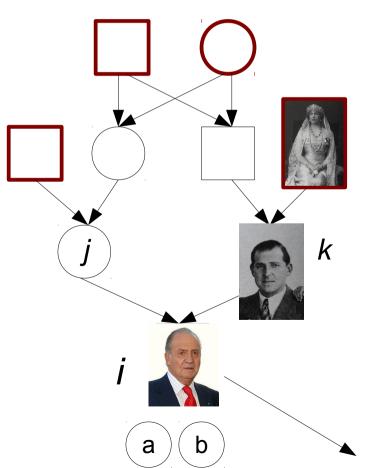






La consanguinité

Fondateurs

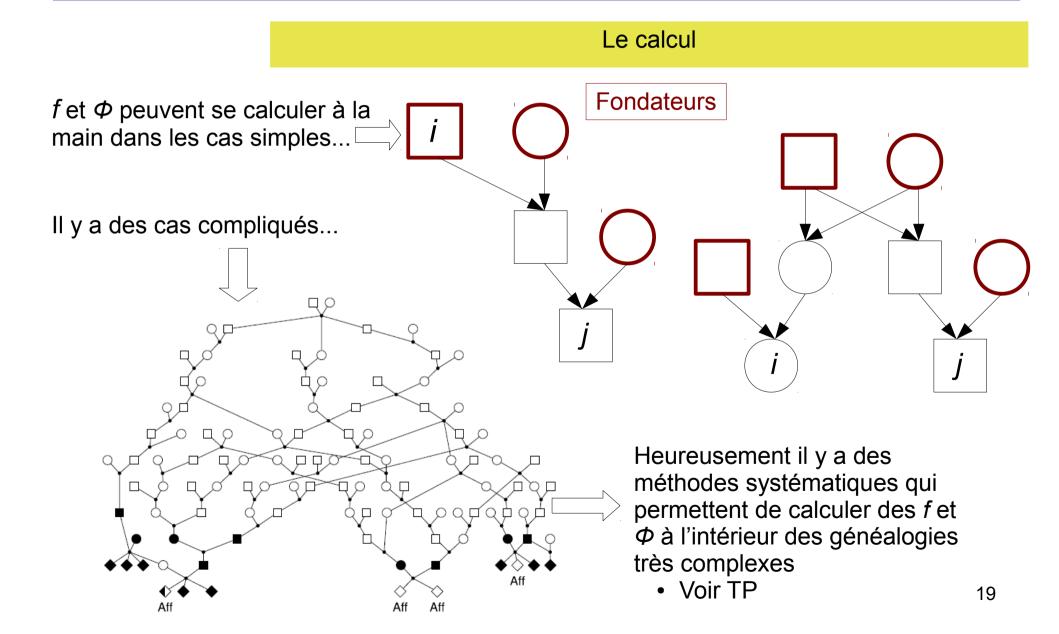


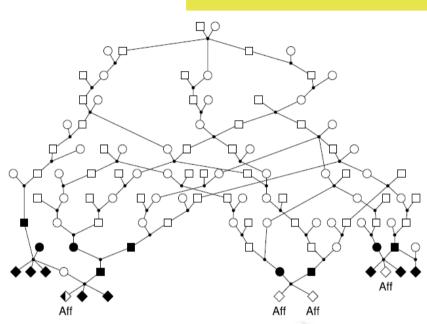
La <u>coefficient de consanguinité</u>
(f) est la probabilité de que
a==b <u>par descendance</u>

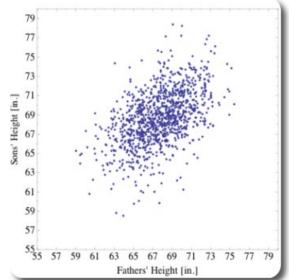
La différence avec le coefficient de parenté est que le tirage soit fait avec remise (Φ_{ii}) ou pas (f_i) mais en fait

$$1+f_{i}=2\Phi_{ii}$$

et aussi, $f_i = \Phi_{jk}$, le coefficient de parenté de ses parents







Utilisation

En quoi tous ces coefficients servent à quelque chose ?

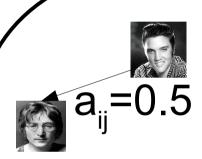
Le coefficient de consanguinité f_i sert

- à établir de risques d'être atteint des maladies récessives
- à gérer des populations rares (espèces protégés, Zoos)
- À gérer des populations pour qu'elles n'aient pas de la dépression consanguine

Le coefficient de parenté Φ_{ii} sert

 à quantifier le degré de ressemblance (corrélation) phénotypique due au parenté, pour un caractère quantitatif

La relation génétique additive









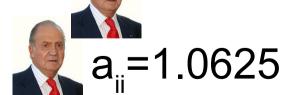
La relation additive est tout simplement

$$a_{ij}$$
=2 Φ_{ij}

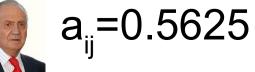
du coup

$$a_{ii} = 2\Phi_{ii} = 1 + f_{i}$$

En absence de consanguinité, a_{ij} est la fraction du génome théoriquement partagée par i et j due au fait qu'ils ont de liens de parenté

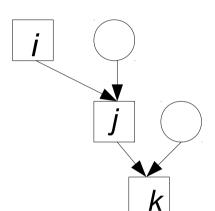




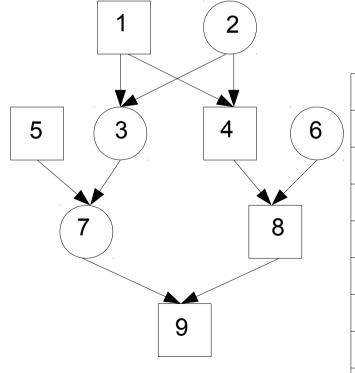


La matrice de parenté ou matrice de relations additives

On peut (et on doit) organiser les a_{ij} de manière simple : matrice de relations de parenté ou matrice de parenté (**A**)



	i	j	k
i	1	0.5	0.25
j	0.5	1	0.5
k	0.25	0.5	1

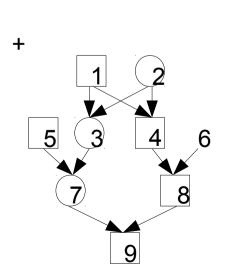


Méthode tabulaire (Emik and Terrill 1949)

- -On organise les individus par ordre de naissance
- -On rempli les « carrés » 1, 2, ...par ordre avec deux règles :

$$a_{ii} = 1 + 0.5a_{pm}$$
 $a_{ij} = 0.5(a_{pj} + a_{dj})$
 $a_{ji} = a_{ij}$

Où p et m son les parents de i et i est plus jeune que j



1	0	0.5	0.5				
0	1	0.5	0.5				
0.5	0.5	1	0.5				
			1				
	I	1	I	l	I	1	

Méthode tabulaire (Emik and Terrill 1949)

Ped:

100

200

3 1 2

4 1 2

500

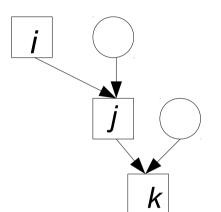
...etc

Méthode tabulaire (Emik and Terrill 1949)

```
getA <- function(pedigree) {</pre>
# A, tabular method
  A=matrix(0, nrow(pedigree), nrow(pedigree))
  f=rep(0, nrow(pedigree))
  #read pedigree
  for(i in 1: nrow(pedigree)){
    A[i,i]=1
    if(pedigree[i,2]!=0 && pedigree[i,3]!=0){
       A[i,i]=A[i,i]+0.5*A[pedigree[i,2],pedigree[i,3]]
    f[i]=A[i,i]
    for (j in 1:(i-1)){
      if (pedigree[i, 2]!=0) A[i,j]=A[i,j]+0.5*A[j,pedigree[i,2]]
      if (pedigree[i,3]!=0) A[i,j]=A[i,j]+0.5*A[j,pedigree[i,3]]
      A[j,i]=A[i,j]
  list (A=A, f=f)
```

La matrice de parenté ou matrice de relations additives

On peut (et on doit) organiser les a_{ij} de manière simple : matrice de relations de parenté ou matrice de parenté (\mathbf{A})



	i	j	k
i	1	0.5	0.25
j	0.5	1	0.5
k	0.25	0.5	1

5 3	4 6
S	

1	0	0,5	0,5	0	0	0,25	0,25	0,25
0	1	0,5	0,5	0	0	0,25	0,25	0,25
0,5	0,5	1	0,5	0	0	0,5	0,25	0,375
0,5	0,5	0,5	1	0	0	0,25	0,5	0,375
0	0	0	0	1	0	0,5	0	0,25
0	0	0	0	0	1	0	0,5	0,25
0,25	0,25	0,5	0,25	0,5	0	1	0,125	0,5625
0,25	0,25	0,25	0,5	0	0,5	0,125	1	0,5625
0,25	0,25	0,375	0,375	0,25	0,25	0,5625	0,5625	1,0625

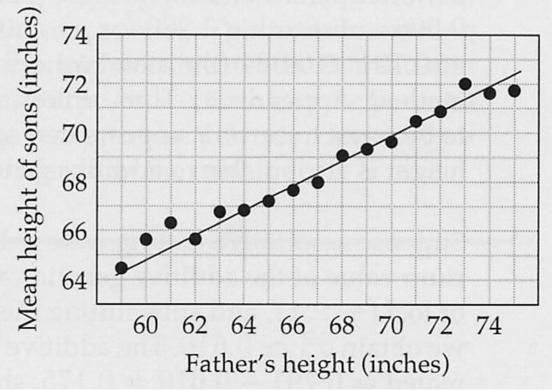
La covariance entre les phénotypes mesurés sur différent individus

Example 5. As an example of the application of the preceding theory, we consider an early data set on height in British families (Pearson and Lee 1903). Pearson recruited college students to obtain data from approximately 1300 families, recording whenever possible the stature of father, mother, and eldest son and daughter (ignoring offspring less than 18 years of age). This was a very large data set for the precomputer era, and it took two years to calculate the statistics by hand. The data are remarkable for their essentially normal distribution and for the linearity of the regressions between relatives.

La covariance entre les phénotypes mesurés sur différent individus

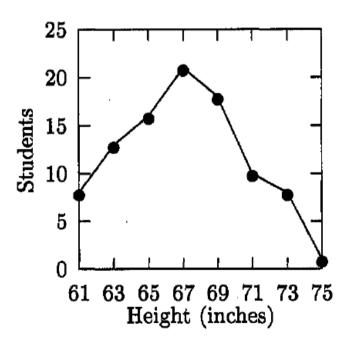
Example 5. As an example of the application of the preceding theory, we consider an early data set on height in British families (Pearson and Lee 1903). Pearson recruited college students to obtain data from approximately 1300 families, recording whenever possible the stature of father, mother, and eldest con and

daughter (ignoring offspring set for the precomputer era, hand. The data are remarkab the linearity of the regression



La covariance entre les phénotypes mesurés sur différent individus

Répétition expérience de Pearson (Gillespie)



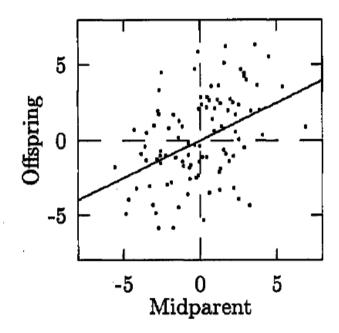


Figure 5.1: The left-hand figure is a histogram of the number of students of a particular height in an evolution class at UC Davis. The right-hand figure graphs the deviation of a student's height from the population mean against the deviation of the student's parents' average height from the population mean.

La covariance entre les phénotypes mesurés sur différent individus

...encore une avec des espèces sauvages...

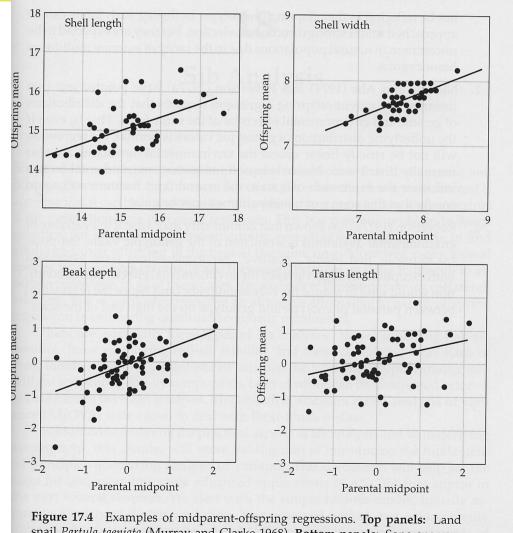
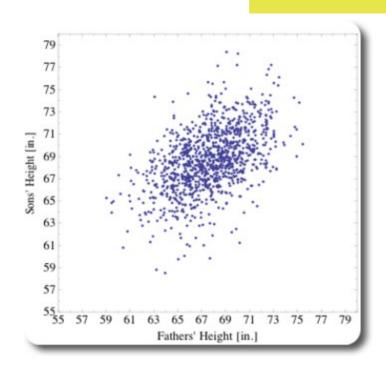


Figure 17.4 Examples of midparent-offspring regressions. **Top panels:** Land snail *Partula taeniata* (Murray and Clarke 1968). **Bottom panels:** Song sparrow *Melospiza melodia* (Smith and Zach 1979).

La covariance entre les phénotypes mesurés sur différent individus

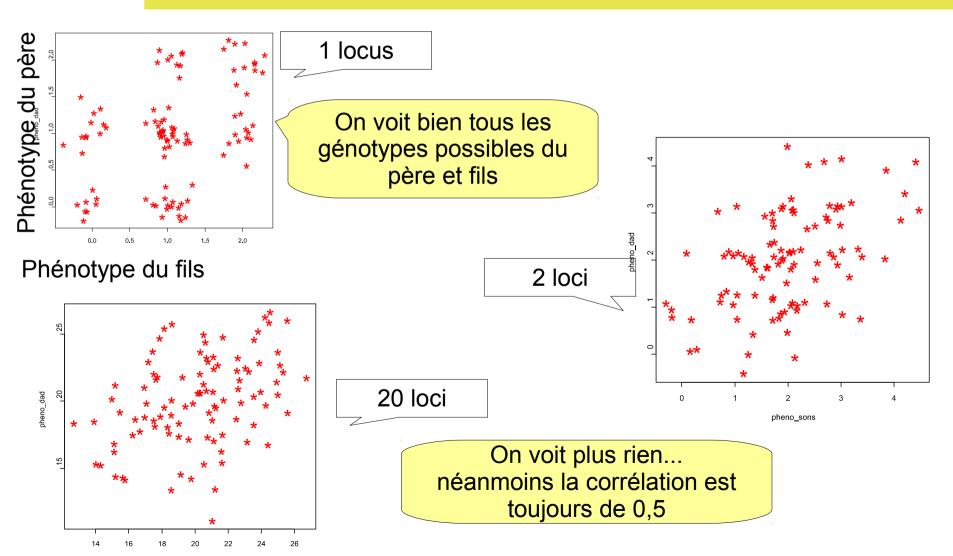


Pearson observa une corrélation de 0,5 père-fils pour la taille

Les « mendéliennistes » trouvaient louche cet notion de corrélation car elle était en conflit avec la ségrégation mendélienne

> Mais en fait rien n'est en conflit, car on ne voit pas la ségrégation à cause de la multitude de gènes causaux

Distribution des phénotypes, n loci causaux bialléliques inconnues, h^2 =0,95



La covariance entre individus

$$P = G + E$$

Soit la décomposition de la valeur phénotypique :

$$Var(P) = Var(G) + Var(E)$$

$$Cov(G, E) = 0$$

$$G = \alpha + \alpha' + \delta_{ij}$$

La valeur génétique additive (A) d'un individu est la somme des effets moyens des allèles (α et α ') qu'il possède.

L'effet d'interaction est appelé valeur ou résidu de dominance (D)

Covariance entre apparentés

Soit 2 individus *i* et *j* appartenant à la même population

$$P_i = G_i + E_i$$
 $P_j = G_j + E_j$

•Lorsque l'on peut admettre l'absence d'effet d'environnement commun ($E_i E_j$ non corrélés), on peut démontrer que :

 $cov(P_i, P_i) = cov(G_i, G_i)$

l'expression de la covariance entre valeurs génétiques et phénotypiques est

$$\operatorname{cov}(G_i, G_j) = \operatorname{cov}(A_i, A_j) + \operatorname{cov}(D_i, D_j) = a_{ij} V_A + d_{ij} V_D$$



Coefficient de relation génétique additive



 $a_{ij} = 2 \Phi_{ij} (\Phi_{ij} = \text{coefficient de parenté entre } i \text{ et } j)$

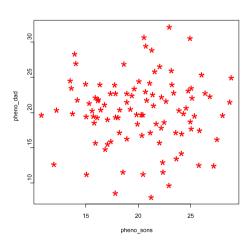
Covariance entre apparentés

$$\operatorname{cov}(\mathbf{P_i}, \mathbf{P_j}) = \operatorname{cov}(G_i, G_j) = \operatorname{cov}(A_i, A_j) + \operatorname{cov}(D_i, D_j) = a_{ij} V_A + d_{ij} V_D$$

1- estime la covariance phénotypique entre deux séries d'individus ayant le même coefficient de parenté (père fils par exemple)

- 2- calcule Va=Cov/a_{ii}
- 3- calcule la variance brute phénotypique (Vp)
- 4- calcule l'heritabilité du caractère comme Va/Vp

Donc on peut, par exemple, estimer la variance additive génétique à partir de la covariance phénotypique entre individus



Covariance entre apparentés

$$\operatorname{cov}(P_i, P_j) = \operatorname{cov}(G_i, G_j) = \operatorname{cov}(A_i, A_j) + \operatorname{cov}(D_i, D_j) = a_{ij} V_A + d_{ij} V_D$$

On peut aussi estimer la valeur génétique d'un individu par régression à partir de son phénotype P_i

$$\hat{G}_{i} = \frac{cov(P_{i}, G_{i})}{Var(P_{i})} P_{i} = \frac{a_{i,i} V_{A}}{a_{i,i} V_{A} + V_{E}} P_{i}$$

et d'un individu i par rapport à un autre j

$$\hat{G}_{i} = \frac{cov(G_{i}, G_{i})}{Var(G_{j})} \hat{G}_{j} = \frac{a_{i,j}V_{A}}{a_{j,j}V_{A}} \hat{G}_{j} = \frac{a_{i,j}}{a_{j,j}} \hat{G}_{j}$$

Covariance entre apparentés

La covariance entre apparentés généralisé

$$Var \begin{pmatrix} G_{1} \\ G_{2} \\ \dots \\ G_{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Var(G_{1}, G_{1}) & Cov(G_{1}, G_{2}) & \dots & Cov(G_{1}, G_{n}) \\ Cov(G_{2}, G_{1}) & Var(G_{2}, G_{2}) & \dots & Cov(G_{2}, G_{n}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Cov(G_{n}, G_{1}) & Cov(G_{n}, G_{2}) & \dots & Var(G_{n}, G_{n}) \end{pmatrix}$$

$$Var\begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ \dots \\ G_n \end{pmatrix} = AV_A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix} V_A$$

On peut généraliser cette équation à des nombreux individus simultanément *via* la matrice de parenté **A**

Covariance entre apparentés

La covariance entre apparentés généralisé

$$Var \begin{pmatrix} G_{1} \\ G_{2} \\ ... \\ G_{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Var(G_{1}, G_{1}) & Cov(G_{1}, G_{2}) & ... & Cov(G_{1}, G_{n}) \\ Cov(G_{2}, G_{1}) & Var(G_{2}, G_{2}) & ... & Cov(G_{2}, G_{n}) \\ ... & ... & ... \\ Cov(G_{n}, G_{1}) & Cov(G_{n}, G_{2}) & ... & Var(G_{n}, G_{n}) \end{pmatrix}$$

$$Var\begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{pmatrix} = A V_A = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0.25 \\ 0.5 & 1 & 0.5 \\ 0.25 & 0.5 & 1 \end{pmatrix} V_A$$

On peut généraliser cette équation à des nombreux individus simultanément *via* la matrice de parenté **A**

Cela permet d'introduire toute l'information en même temps

- 1)Estimation de valeurs génétiques : BLUP
- 2) Estimation de paramètres génétiques
- 3)Correction du « fond » génétique pour la localisation de gènes causaux (QTL)

Covariance entre apparentés

La covariance entre apparentés généralisé

$$Var \begin{pmatrix} G_{1} \\ G_{2} \\ ... \\ G_{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Var(G_{1}, G_{1}) & Cov(G_{1}, G_{2}) & ... & Cov(G_{1}, G_{n}) \\ Cov(G_{2}, G_{1}) & Var(G_{2}, G_{2}) & ... & Cov(G_{2}, G_{n}) \\ ... & ... & ... \\ Cov(G_{n}, G_{1}) & Cov(G_{n}, G_{2}) & ... & Var(G_{n}, G_{n}) \end{pmatrix}$$

On peut généraliser cette équation à des nombreux individus simultanément *via* la matrice de parenté **A**

Pour les « stateux » : la manière d'introduire cette matrice est avec la distribution normal multivariée :

$$P(G_{1}, G_{2}, ..., G_{n} | A, V_{A}) = N(0, AV_{A})$$

La dépression consanguine

Phénomène observé chez les espèces non autofécondantes (mammifères, maïs...)

Les individus consanguin sont moins viables (productifs, grands, etc.) que ce qui ne le sont pas

Explication biologique possible : accumulation d'effets négatifs de gènes à action récessive

A éviter (par gestion de la consanguinité) :

Éviter les couples d'individus apparentés proches

La dépression consanguine

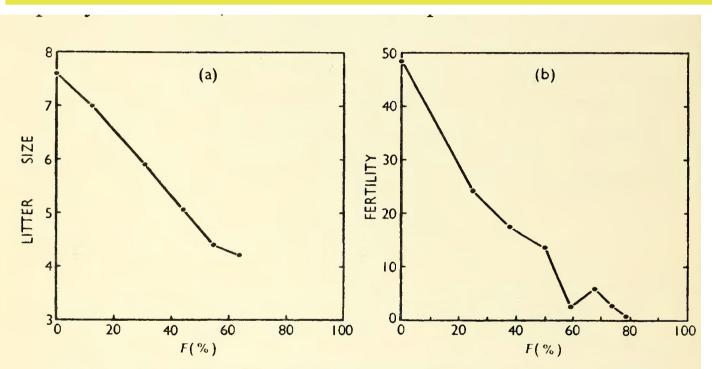


Fig. 14.1. Examples of inbreeding depression affecting fertility. (a) Litter-size in mice (original data). Mean number born alive in 1st litters, plotted against the coefficient of inbreeding of the litters. The first generation was by double-first-cousin mating; thereafter by full-sib mating. No selection was practised. (b) Fertility in Drosophila subobscura. Mean number of adult progeny per pair per day, plotted against the inbreeding coefficient of the parents. Consecutive full-sib matings. (Redrawn from Hollingsworth & Smith, 1955.)

Mais en fait, la plupart des populations n'ont pas une généalogie :

- Ni les populations naturelles (sauvages)
- Ni les populations en captivité (certains animaux domestiques mais aussi en conservation)

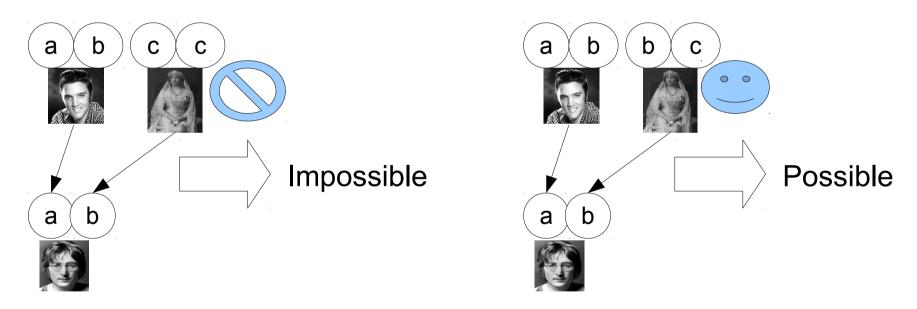
Deux possibilités :

- On connaît une généalogie partielle ou incomplète → vérification de paternités
- •On ne connaît rien:
 - estimation de la généalogie la plus probable ou
 - utilisation du parenté moléculaire

Solution: utilisation de marqueurs ADN

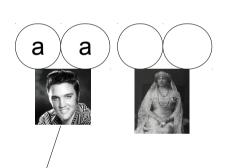
Verification de paternités

On génotype l'individu et un (ou deux) de ses parents pour un marqueur (biallélique ou autre)



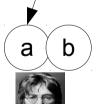
Mais il peut arriver que l'on se trompe par hasard !!

Verification de paternités



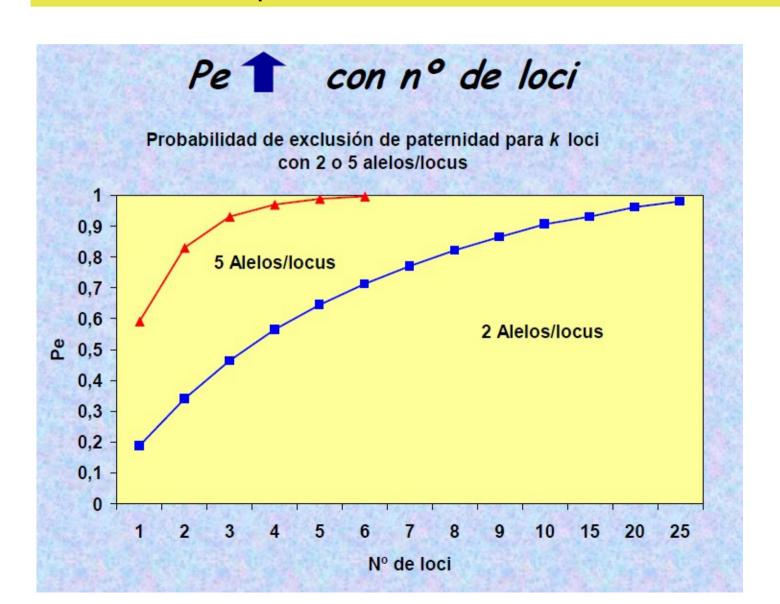
Cas simplifié : « b » vient de la mère Il suffit que la « fausse » mère soit porteuse de l'allèle b pour que on ne l'exclu pas, avec probabilité :

Pr(no exclusion | n'est pas mère) = 2*freq(b)



Solution : utiliser plusieurs marqueurs, avec (si possible) plusieurs allèles chacun

D'après J Fernández & M Toro:



Verification de paternités

En pratique, on utilise, soit un *kit* de microsatellites (~20) avec 4-10 allèles par microsatellites, soit un ensemble de >100 marqueurs SNP

Ces tests sont faits de manière systématique dans certains zoos, espèces de rente, et aussi quelques populations sauvages

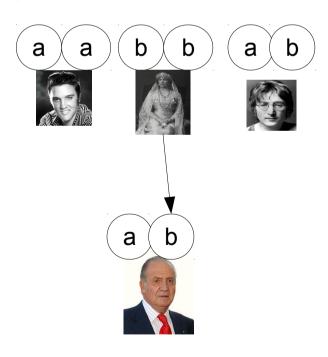
Assignation de parentés ou reconstruction de la généalogie

Beaucoup plus difficile Sachant un ensemble d'individus et ses génotypes, il s'agit de reconstruire, soit les parentés « proches » (pere-file, plein germains, demi germains)

Cas assez difficile

Assignation de parentés ou reconstruction de la généalogie

Qui est le papa le plus probable?

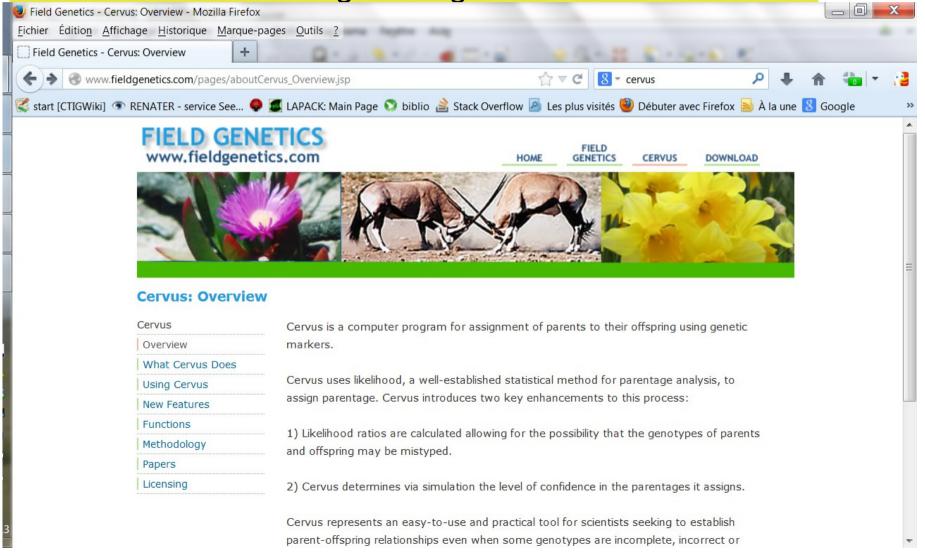


Elvis aurait certainement passé l'allèle « a »

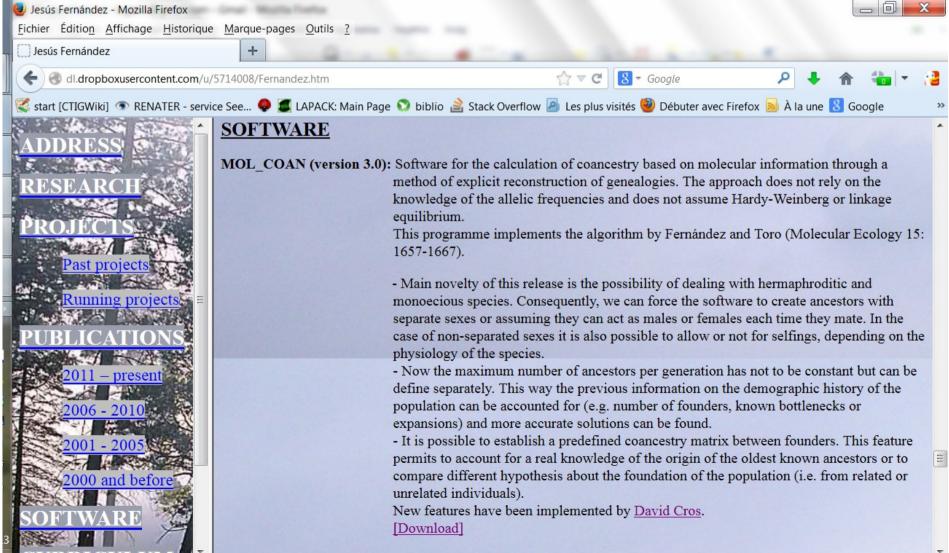
Lennon aurait passé l'allèle « a » la moitié des fois

Pr(Elvis papa)=2/3 Pr(Lennon papa)=1/3

Assignation de parentés ou reconstruction de la généalogie



Assignation de parentés ou reconstruction de la généalogie



50

Utilisation du parenté moléculaire

On ne peut pas (facilement) reconstruire une généalogie pour 1000 individus avec 10,000 marqueurs...

De plus, on va se tromper (il y aura des bouts de la généalogie mal reconstruits)

Solution : utilisation des coefficients d'apparenté « moléculaires »

On n'essaye pas de reconstruire une généalogie pour calculer les coefficients. On calcule les coefficients avec les marqueurs sans passer par une généalogie.

Le parenté « moléculaire »

Si on n'a pas de généalogies... quoi faire ?

On a montré que le (coefficient de) parenté est indicatif du coefficient d'identité par état au gène(s) causal(aux)

Sont-elles apparentées ?



Il existent des gènes *non causaux* que l'on peut voir (génotyper) : les marqueurs moléculaires (SNPs, microsatellites, et autres).

\$		sain	malade
	sain	Oui	Non
	malade	Non	Oui

Donc nous pouvons – en principe – faire le chemin inverse IBS → IBD

Le parenté « moléculaire »

Soit un indicateur de l'identité par état, le «coefficient de parenté moléculaire » ou « coefficient d'identité par état » $\Phi_{\text{M}ii}$



A. A.

	A	а
Α	Oui	Non
а	Non	Oui

$$\Phi_{\text{Mij}}=0,5$$

On peut le moyenner sur plusieurs loci...

	Individual i	Individual j	Фміј
Locus 1	AA	AA	1
Locus 2	Bb	Bb	0,5
Locus 3	Cc	CC	0,5
Locus 4	dd	Dd	0,5
Locus 5	ee	ee	1
Locus /	II	LL	0

$$\phi_{Mij} = \frac{\sum_{L} \phi_{l(i,j)}}{L}$$

$$\Phi_{Mij} = 0,583$$

Le parenté « moléculaire »

Soit un indicateur de l'identité par état, le «coefficient de parenté moléculaire » ou « coefficient d'identité par état » Φ_{Mii}



		Α	а
	Α	Oui	Non
	а	Non	Oui

$$\Phi_{\text{Mij}}=0,5$$

Mais, deux individus peuvent être identiques « par état » dans l'être « par descendance ».

Exemple : Elvis et moi sommes porteurs de l'allèle OO au groupe sanguin

Certes, nous sommes possiblement reliés, mais ça peut remonter au néolithique...

Le parenté « moléculaire »

On peut définir aussi (seulement à partir de plusieurs loci) une « <u>covariance moléculaire</u> »

#fois/2 de l'allèle de référence (ex, « A »)

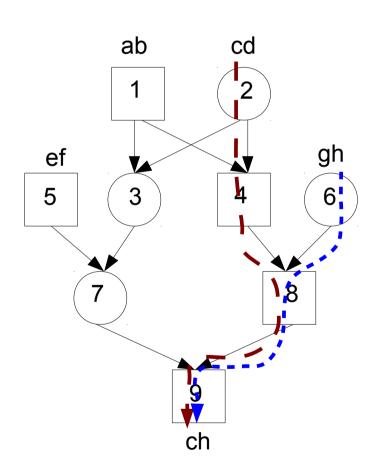
	Individual i	Individual j	dosage génique i	dosage génique j
Locus 1	AA	AA	1	1
Locus 2	Bb	Bb	0,5	0,5
Locus 3	Сс	CC	0,5	1
Locus 4	dd	Dd	0	0,5
Locus 5	ee	ee	0	0
Locus I	11	LL	0	1

$$Cov_{Mij} = Cov(g_{i,...}, g_{j,...}) = \frac{1}{L} \sum_{L} (g_{ik} - \overline{g}_i)(g_{jk} - \overline{g}_j)$$

$$Cov_{Mij} = 0,083$$

$$g_{ii}$$
 g_{ji}

Le parenté « moléculaire » aux marqueurs et la parenté par descendance



Supposons que il y a un marqueur pour lequel tous les allèles sont différents chez les fondateurs

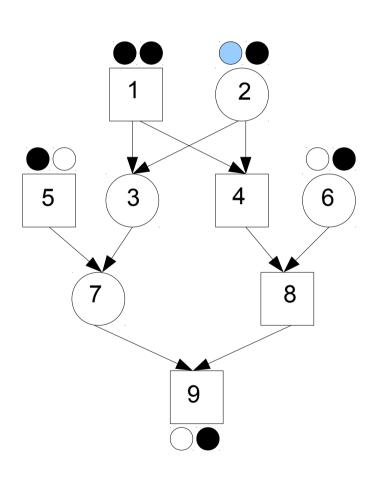
Nous génotypons 9

Les allèles chez 9 sont identiques par état que s'ils sont identiques par descendance

Cette identité par descendance « observé » est plus exacte que la probabilité d'identité par descendance (qui moyenne toutes les possibilités)

La probabilité par descendance est exacte comme moyenne d'un nombre <u>infinie</u> de loci.

Le parenté « moléculaire » aux marqueurs et la parenté par descendance



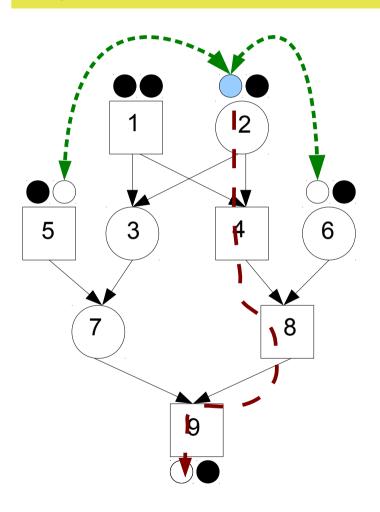
C'était bien s'il y avait des marqueurs completement multialléliques

Comment faire pour marqueurs bialléliques ?

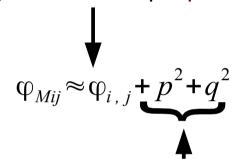
Supposons que l'on met au hasard des étiquettes (« A » ou « a ») aux allèles fondateurs avec une certaine fréquence *p*

On génotype à nouveau 9

Le parenté « moléculaire » aux marqueurs et la parenté par descendance



On voit une identité par état que si :
a) on est identique par descendance

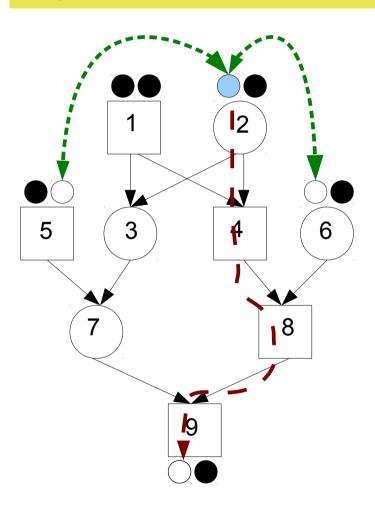


b) on n'est pas identique par descendance mais les fondateurs étaient identiques par état

Donc on peut estimer le coefficient de parenté à partir du coefficient de parenté moléculaire

$$\hat{\varphi}_{i,j} = \frac{\varphi_{Mij} - p^2 - q^2}{2 pq}$$

Le parenté « moléculaire » aux marqueurs et la parenté par descendance



De même pour les covariances, l'on peut montrer que :

$$Cov_{Mij} = \varphi_{i,j} pq$$

Donc on peut estimer le coefficient de parenté à partir de la covariance moléculaire

$$\hat{\varphi}_{i,j} = \frac{Cov_{Mij}}{pq}$$

Le parenté « moléculaire » aux marqueurs et la parenté par descendance

Étrangement, la formule pour le coefficient de parenté moléculaire se relie avec les formules de génétique de population :

$$(1 - \varphi_M) = (1 - \varphi)(1 - \sum_i p_i^2)$$

$$(1 - F_{IT}) = (1 - F_{IS})(1 - F_{ST})$$

C'est un peu la même chose...

$$(1-\varphi_M) = (1-\varphi)(1-\sum_{i=1}^{n} p_i^2)$$

Heterozigosité due à identité par descendence

Heterozigosité dans la population de base

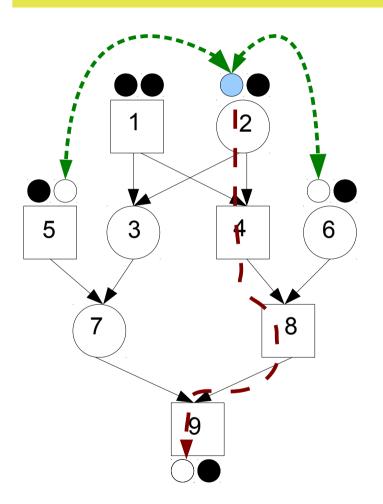
Heterozigosité moléculaire

Le parenté « moléculaire » aux marqueurs et la parenté par descendance

$$(1-\varphi_{M}) = (1-\varphi)(1-\sum_{i} p_{i}^{2})$$

$$\varphi = \frac{\varphi_{M} - \sum_{i} p_{i}^{2}}{1-\sum_{i} p_{i}^{2}} = \frac{\varphi_{M} - p^{2} - q^{2}}{2 pq}$$

Le parenté « moléculaire » aux marqueurs et la parenté par descendance



Trois estimateurs typiquement utilisés

$$\begin{split} \hat{\varphi}_{i,\,j} = & \frac{1}{L} \sum_{L} (\varphi_{\mathit{Mij},\,l} - p_{l}^{2} - q_{l}^{2}) / 2 \mathrm{pq} \longrightarrow \text{Parent\'e mol\'eculaire} \\ \hat{\varphi}_{i,\,j} = & \frac{1}{L} \sum_{L} \frac{(g_{i,\,l} - p_{l})(g_{k,\,l} - p_{l})}{p_{l} \, q_{l}} \\ \hat{\varphi}_{i,\,j} = & \frac{\sum_{L} (g_{i,\,l} - p_{l})(g_{k,\,l} - p_{l})}{\sum_{L} p_{l} \, q_{l}} \end{split} \quad \text{Covariance mol\'eculaire}$$

Pour que le calcul soit juste il faut beaucoup de marqueurs bialleliques ou plusieurs marqueurs multialléliques!

Le parenté « moléculaire » aux marqueurs

Problèmes typiques rencontrés

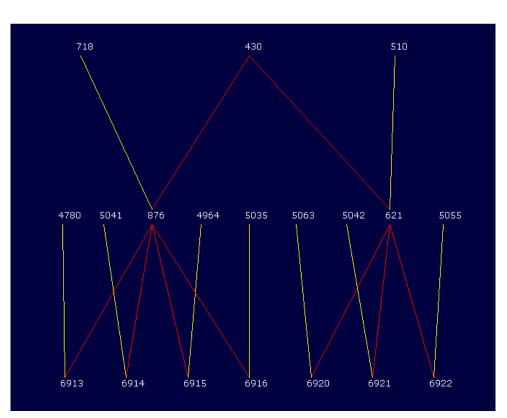
- •
- •Il est difficile de definir quelle est la population « de base »
- Souvent, on n'a pas accès aux fréquences alléliques de cette population ancienne
- On prends les fréquences de la population actuelle
- •Avec le cours du temps et la dérive , $p \rightarrow 0$ ou 1
- •
- •Quel effet ?
- •

$$\hat{\varphi}_{i,j} = \frac{1}{L} \sum_{L} (\varphi_{Mij,l} - p_{l}^{2} - q_{l}^{2}) / 2pq$$

On sous-estime les coefficients de parenté : coefficients estimés <u>négatifs</u> Mais ils sont très corrélés aux « vrais » : utiles à tous les effets

Exemple réel

- 9 taureaux (race Montbéliarde) d'un ensemble de 1827, ~50000
 SNPs
- Généalogie très complexe
 Voici une généalogie simplifié



Relations additives

0.20 0.56876 0.18 0.32 0.18 0.11 0.51 0.11 0.11 0.52 0.3 [9,] 0.14 0.11 0.12 0.11 0.53 691⁴ 6915

06922.17

0.51

0.57

16927

0.33

Ce sont deux familles de « demi-frères » issues des deux taureaux qui sont des « demi-frères »

6916

Relations additives

Légère consanguinité

à partir de la généalogie

```
[,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [,9] [,1] 1.00 0.51 0.57 0.51 0.26 0.15 0.15 0.14 0.14 0.14 [2,] 0.51 1.01 0.30 0.33 0.17 0.17 0.12 0.11 0.11 [3,] 0.57 0.30 1.07 0.30 0.20 0.12 0.18 0.11 0.12 [4,] 0.51 0.33 0.30 1.01 0.17 0.18 0.11 0.11 0.11 [5,] 0.26 0.17 0.20 0.17 1.00 0.56 0.51 0.52 0.53 [6,] 0.15 0.17 0.12 0.18 0.56 1.06 0.31 0.32 0.32 [7,] 0.15 0.12 0.18 0.11 0.51 0.31 1.01 0.30 0.29 [8,] 0.14 0.11 0.11 0.11 0.52 0.32 0.30 1.02 0.30 [9,] 0.14 0.11 0.12 0.11 0.53 0.32 0.29 0.30 1.03
```

0.125 comme attendu pour des demi-cousins

Relations additives

estimés avec des marqueurs $\hat{a}_{i,j} = 2 \, \hat{\varphi}_{i,j}$

Coefficients autour de 1 dans la diagonal

Des relations négatives!

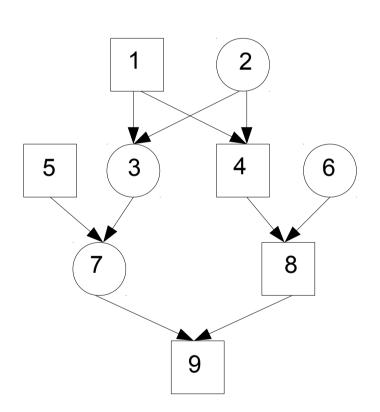
```
[,8] [,9]
           [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7]
    0.91
          0.44
                                             0.02 0.11
                0.47 0.42 0.14
                                 0.05
                                       0.05
                                 0.06 - 0.04 - 0.04 0.04
          1.01
               0.20
                     0.27 0.02
          0.20
               0.98
                     0.21 0.07
                                 0.00
                                       0.08 -0.02 0.05
    0.47
[3,]
                                            0.01 0.04
    0.42
         0.27
               0.21 0.96 0.02 -0.01 -0.02
[4,]
                                       0.33
         0.02
               0.07 0.02 0.81
                                 0.37
                                            0.35 0.39
[5,]
    0.14
               0.00 -0.01 0.37
         0.06
                                 0.94
                                      0.16
                                            0.15 0.20
[6,]
    0.05
    0.05 - 0.04
               0.08 -0.02 0.33
                                 0.16
                                      0.88
                                            0.15 0.19
[8,] 0.02 -0.04 -0.02
                     0.01 0.35
                                 0.15
                                      0.15
                                            0.88 0.18
[9,] 0.11
          0.04
                0.05
                     0.04 0.39
                                 0.20
                                       0.19
                                             0.18 0.94
```

Les valeurs négatives indiquent que le valeur des *p*'s est mal estimé. Mais c'est pas méchant car on décale tout d'une constante et la formule des covariances est juste,

même si
$$a_{ij} < 0$$
 $cov(G_i, G_j) = cov(A_i, A_j) + cov(D_i, D_j) = a_{ij} V_A + d_{ij} V_D$

La ressemblance entre apparentés

Resumé



Les coefficients de parenté servent à quantifier la ressemblance *génétique* entre apparentés et donc sa ressemblance *phénotypique*

Ils sont bien définis comme probabilités d'être identiques, soit par état, soit par descendance,

On a des moyens efficaces de les calculer, tant à partir des généalogies comme à partir des marqueurs moléculaires

La ressemblance entre apparentés

Bibliographie

- Minvielle F : Principes d'amélioration génétique des animaux domestiques,
 INRA, 1990
- •Malécot G: Les mathématiques de l'hérédité Paris: Masson; 1948
- •Falconer D, Mackay T: Introduction to quantitative genetics New York: Longman; 1996. [Il existe une version en français]

•

- •Cockerham C: Variance of gene frequencies. Evolution 1969, 23:72-84.
- •Ritland K: Estimators for pairwise relatedness and individual inbreeding coefficients. Genet Res 1996, 67:175-185.
- •Astle W, Balding D: Population structure and cryptic relatedness in genetic association studies. Stat Sci 2009, 24:451-471.