

- Question 6(a) Indiquez lesquelles des applications suivantes de la règle de β -réduction sont correctes et lesquelles sont incorrectes.

1. $\lambda x.((\lambda y.y + 1) (x + 1)) \rightarrow \lambda x.(x + 1) + 1$
correcte

2. $(\lambda y.y + x) (x + x) \rightarrow (x + x) + x$
correcte

3. $(\lambda y.\lambda x.x + y) (x + x) \rightarrow \lambda x.x + (x + x)$
incorrecte; voir page 22 des notes de cours du Mitchell chapitre 4 (règle: renommer toujours les variables pour qu'elles soient distinctes); la solution correcte est:

$$(\lambda y.\lambda x.x + y) (x + x) \rightarrow (\lambda y.\lambda z.z + y) (x + x) \rightarrow \lambda z.z + (x + x)$$

4. $(\lambda f.\lambda x.f(fx)) (\lambda y.y + 1) \rightarrow \lambda x.(\lambda y.y + 1) ((\lambda y.y + 1) x)$
correcte

- Question 6(b) Réduisez l'expression ci-dessous à une forme normale. Montrez toutes les étapes et soulignez l'expression que vous choisissez de réduire à chaque étape.

$$(\lambda x.((\lambda y.y + 1) (x + 1)))(\lambda z.z) 3$$

Exemple de solution:

$$(\lambda x.((\lambda y.y + 1) (x + 1))) (\underline{(\lambda z.z) 3}) \rightarrow$$

$$(\lambda x.(\underline{(\lambda y.y + 1) (x + 1)})) 3 \rightarrow$$

$$\underline{(\lambda x.(x + 1) + 1) 3} \rightarrow$$

$$(3 + 1) + 1$$