

Estadística de conteo de fotones de una fuente pseudo-térmica

Grupo 17 - Flores, Leandro* - Arias, Daniel**

Resumen—La estadística que describe el conteo de fotones de una fuente térmica para ventanas de adquisición T en un régimen $T \ll T_c$, donde T_c es el tiempo de coherencia de la fuente, esta dada por la estadística de Bose-Einstein. En el presente trabajo, por medio de un tubo foto-multiplicador, se determino el tiempo de coherencia T_c de una fuente pseudo-térmica [4] y se busco caracterizar la estadística de fotones en un régimen donde las ventanas temporales T son mucho menores que el tiempo de coherencia de la fuente. Se halló experimentalmente que para una fuente cuyo tiempo de coherencia $T_c = (7,4 \pm 1,3)$ ms y considerando ventanas temporales de $T = 500$ ns, el sistema todavía se encuentra en un régimen en el cual no es posible obtener de manera certera una estadística de Bose-Einstein.

La medición por conteo de fotones, es popular en diversos campos, como física, química, medicina, análisis de materiales, etc. En estos, las tecnologías de detección de bajo nivel de luz reciben una especial atención, ya que permiten realizar mediciones de alta precisión y sensibilidad sin modificar las propiedades de los objetos de estudio.

Los tubos fotomultiplicadores o PMT (por sus siglas en ingles) hacen referencia a un tipo de detector óptico de vacío que aprovecha el efecto de emisión secundaria de electrones para responder a niveles muy bajos de iluminación, manteniendo un nivel de ruido aceptable. Usualmente un PMT (como el de la figura 1), es utilizado para convertir luz en electrones, los cuales se amplifican en pulsos eléctricos y se envían a la electrónica de recuento.

En un experimento en el cual la intensidad de la luz es muy tenue, cada pulso se asigna a un único fotón el cual llega al fotocátodo y se registra como una cuenta. Al obtener un gran número de cuentas, se puede registrar la estadística del número de fotones por unidad de tiempo, lo que permite obtener información sobre la naturaleza de la fuente de luz.

Una fuente térmica, genera un campo fluctuante que implica una cantidad distinta de cuentas registradas en cada repetición del experimento. De esta manera se manifiesta un comportamiento estadístico característico del proceso estocástico de las fuentes térmicas. La estadística del conteo de fotones puede representarse en 2 regímenes límites [4], en donde el intervalo de tiempo de adquisición T puede ser mucho mas largo o bien mucho mas corto que el tiempo de coherencia T_c de la emisión de la fuente térmica.

En el caso que se verifique que de $T \gg T_c$, la probabilidad de detectar n fotones en el intervalo T sigue una distribución de Poisson (Ec.1). [4]

$$P_n(T) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \quad (T \gg T_c) \quad (1)$$

El caso contrario, donde $T \ll T_c$, la probabilidad de detectar n fotones en el intervalo T sigue una distribución de Bose-Einstein (Ec.2).

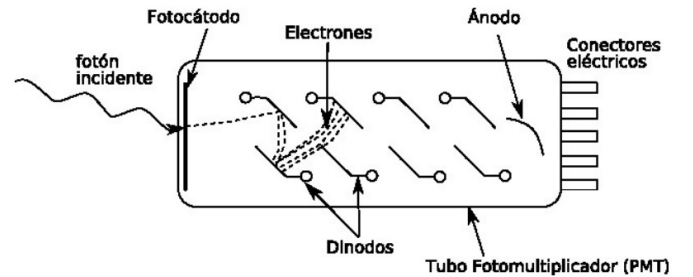


Figura 1. En el siguiente esquema [2], se puede observar tanto el funcionamiento básico, como los elementos que componen un PMT. En él se puede apreciar que cuando la luz entra al fotocátodo, éste emite electrones, los cuales son multiplicados en los dinodos para finalmente ser colectados en el ánodo. Cabe destacar que cuando el PMT trabaja en un régimen de luz lo suficientemente tenue, de modo que los fotones incidentes se detecten como pulsos separados, se dice que el PMT funciona en modo digital. En un experimento de conteo de fotones, cada pulso es identificado como un fotón, y se lo registra como una cuenta.

$$P_n(T) = \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{1+n}} \quad (T \ll T_c) \quad (2)$$

La motivación del presente trabajo, es estudiar la estadística de recuento de fotones en el límite donde $T \ll T_c$. Dado que una fuente térmica posee tiempos de coherencia muy cortos para la adquisición con los elementos provistos en el laboratorio, se implementa una fuente pseudo-térmica siguiendo el método [1].

Parte experimental

De acuerdo con el esquema experimental de la figura 2, el PMT es alimentado con una fuente de alta tensión a -900 V. La señal de corriente que genera el PMT pasa por una resistencia de carga $R_L = (100 \pm 5) \Omega$ la cual se fijó considerando [5]. La caída de tensión es medida por el osciloscopio.

Para la resistencia R_L fijada, los pulsos generados por los fotones tendrán un ancho definido [5]. Bajo la consideración de que 5 puntos son suficientes para representar una

*leannicolaflores@gmail.com

**max.daniels77@gmail.com

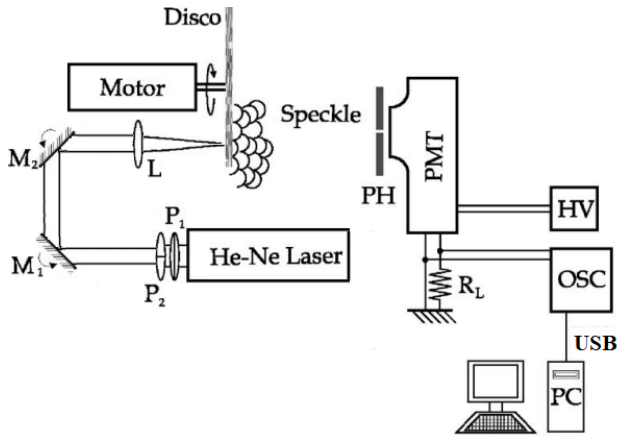


Figura 2. Montaje experimental usado para el conteo de fotones de una fuente pseudo-térmica [4], donde P1 y P2 son polarizadores (uno móvil), PH es el *pinhole*, PMT un tubo fotomultiplicador Hamatsu 1P28, HV una Fuente de alta tensión, OSC un Osciloscopio Tektronix 1002b; L una lente convergente y R_L una Resistencia de carga.

fotocuenta y que cada división del osciloscopio posee 250 puntos, es posible establecer un límite superior al tamaño de las ventanas temporales y por consiguiente de la escala a configurar en el osciloscopio. Este límite se fija haciendo uso de la ec. 3, donde A es el ancho temporal del pico y $\#P$ la cantidad de puntos por pico deseada. Dado que el osciloscopio tiene 10 divisiones por pantalla, T será 10 veces la escala definida.

$$Res = \frac{A}{\#P} 250 \quad (3)$$

La adquisición de las pantallas del osciloscopio fue realizada vía PC, para esto se desarrolló un script en Python de acuerdo a la información suministrada por el manual del programador del Tektronix.

Para la generación de una fuente de luz pseudo-térmica se hizo impactar un láser de He-Ne (clase III, 5 mW, previamente atenuado mediante los polarizadores) sobre el disco giratorio de acuerdo al montaje experimental de la figura 2. La lente es colocada con el fin de converger el haz del láser en un punto del disco y así favorecer la producción del patrón de *speckle* el cual diverge desde ese punto. La velocidad del disco es controlada con un motor alimentado por una fuente de voltaje y es registrada en el osciloscopio mediante un *photogate* que registra la velocidad de giro. Respecto de los polarizadores; uno de ellos posee un eje de transmisión variable con el objetivo de disminuir la intensidad de la luz producida por el láser. El *pinhole* PH pegado al PMT cumple la función de obturar la entrada al sensor con el objetivo de tener los recuentos de fotones lo suficientemente bajo como para captar fotones únicos. La distancia a la lente y el tamaño del PH fueron elegidas de manera que éste fuera más pequeño que el tamaño característico de los granos del *speckle* [5] para que las fluctuaciones de intensidad pudieran llegar a cero.

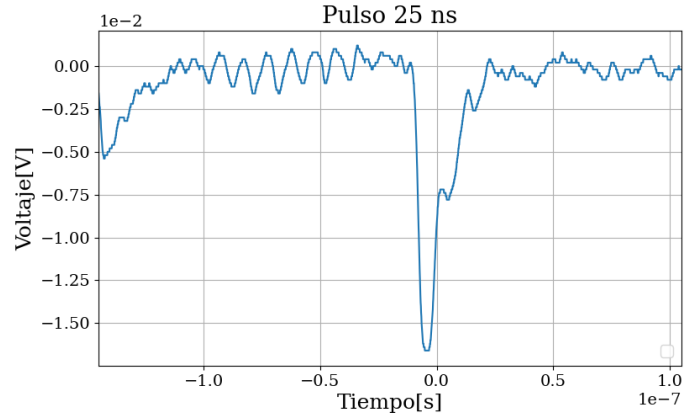


Figura 3. Una única fotocuenta. Pulso típico obtenido con $R_L = 100 \Omega$ el cual posee un ancho de aproximadamente 25 ns.

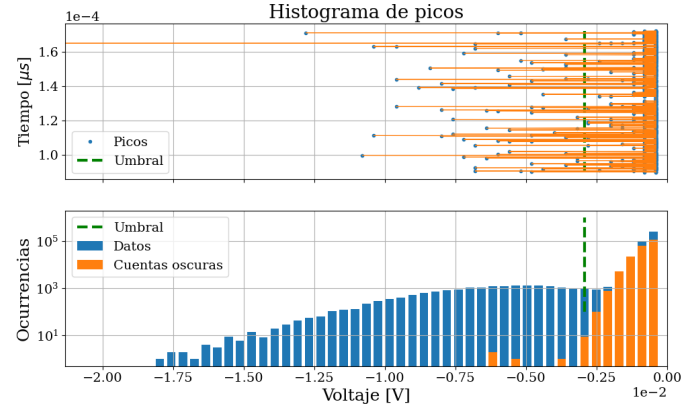


Figura 4. En el gráfico superior se puede observar una captura de pantalla típica de un experimento de conteo de fotones con $R_L = 100 \Omega$ y $T = 1 \mu s$. En el gráfico inferior se aprecia un histograma generado a partir de la altura de los picos, en él se marcó el umbral que separa el ruido de los picos de fotocuentas. Además es posible apreciar que mientras el conteo con el láser apagado (cuentas oscuras) para el umbral fijado es de alrededor de 10 cuentas, el conteo con el láser prendido esta en el orden de 10^3 .

Conteo de fotones

Puesto que el PMT puede emitir electrones secundarios que generen ruido espurio es necesario discriminar las mediciones de electrones provenientes del haz del láser de las de ruido eléctrico. El proceso estocástico que genera los electrones secundarios dentro del PMT da una distribución de Poisson para los picos de tensión [6].

En la figura 3 se puede apreciar una captura de la pantalla del osciloscopio de una fotocuenta captada utilizando una resistencia de carga $R_L = (100 \pm 5) \Omega$. Dado que el ancho del pulso es de aproximadamente 25 ns, de acuerdo a la ecuación 3 la escala máxima debe ser $1,25 \mu s/Div$ por lo que el T máximo debe que ser $12,5 \mu s$.

Puesto que el osciloscopio no posee ese valor de escala, el límite superior de T se fijó en $10 \mu s$. Una típica captura de pantalla del osciloscopio se refleja en el gráfico superior de la figura 4, donde cada pico corresponde a una fotocuenta o a un pico de ruido.

Para caracterizar la estadística de la fuente, se tomaron 2000 pantallas del osciloscopio tanto con el láser encendido en modo conteo de fotones, como con el láser apagado para

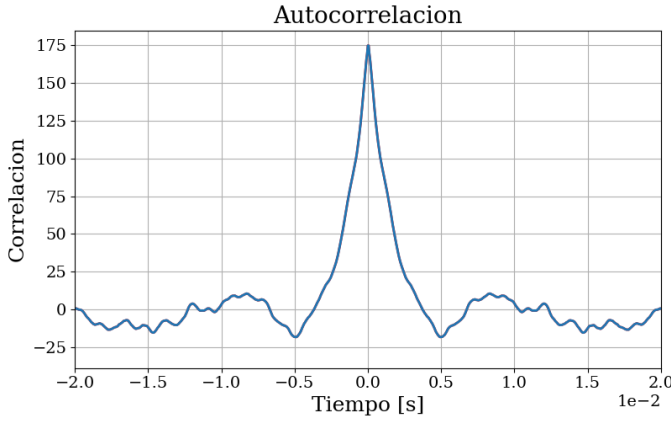


Figura 5. Autocorrelación de una ventana de 2,5 s de donde se determinó el tiempo de coherencia como el ancho de la campana central, siendo $T_c = 7,4 \pm 1,3$ ms

el conteo de oscuridad, ambas con $T = 10 \mu\text{s}$. Las mediciones fueron procesadas por un algoritmo detector de picos y se realizaron los histogramas de la frecuencia de los voltajes de los picos detectados para al modo conteo de fotones y del conteo de oscuridad. En la figura 4 se pueden apreciar ambos histogramas. Se eligió el umbral con el cual se discriminan picos de fotocuentas de picos de ruido a partir del valor en que las ocurrencias de cuentas oscuras representan menos del 1 % respecto de las fotocuentas, este umbral se fijó como el promedio de ambos perfiles de la columna señalada, obteniéndose como resultado $(-2,9 \pm 0,3)$ mV.

Tiempo de coherencia

Dado que el objetivo de el presente trabajo es estudiar la estadística que describe el conteo de fotones para el régimen $T \ll T_c$ de la fuente pseudo-térmica, se procedió en primera instancia a determinar la coherencia de la fuente, para esto, se conectó la salida del PMT al puerto de entrada del osciloscopio sin la resistencia de carga. Se tomó una pantalla con $T = 0,5$ s y se aplicó un algoritmo de autocorrelación haciendo uso del paquete *correlate* de la librería *numpy* de *Python*. Finalmente se les restó el valor promedio de los datos y se tomó el ancho cuando $y = 0$ de la campana central (ver figura 5), para esto fue necesario hacer uso de un algoritmo de convolución para suavizar la señal ya que resultaba dificultoso determinar el tiempo de coherencia con la señal correlacionada (ya que oscilaba mucho). De esta manera se caracterizó la coherencia de la fuente, la cual se fijó en $T_c = (7,4 \pm 1,3)$ ms. Para determinar el error se consideró la distancia del paso por el cero al primer mínimo de correlación. La determinación del tiempo de correlación fue de suma importancia, dado que se implementaron una serie de cambios sobre el diagrama experimental respecto del equipo anterior con el objetivo de aumentar el valor de T_c .

Distribución Bose-Einstein

Para caracterizar la estadística de la fuente se colocó nuevamente la resistencia de carga $R_L = 100 \Omega$ y se registraron 2000 pantallas con $T = 10 \mu\text{s}$ y otras 2000 pantallas con $T = 5 \mu\text{s}$.

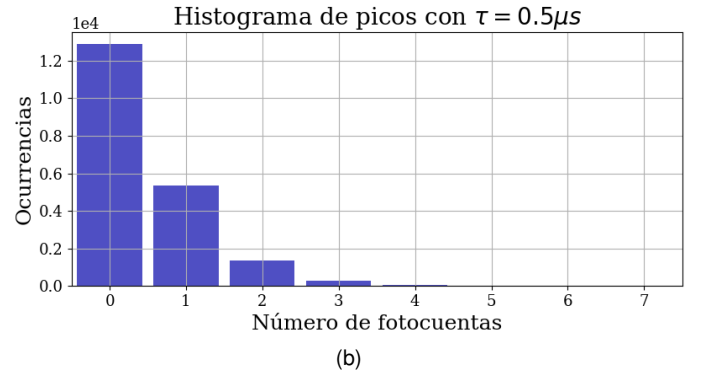
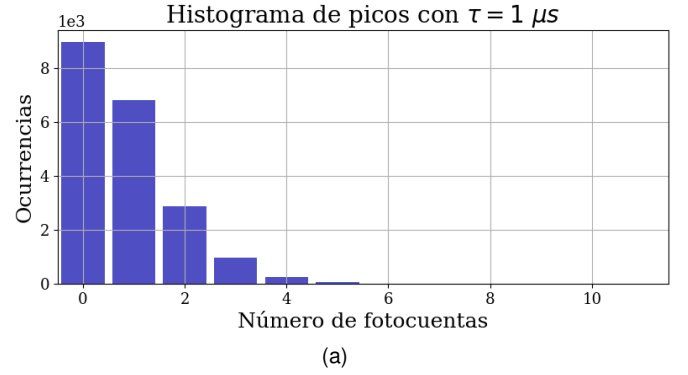


Figura 6. Histogramas del experimento de Bose-Einstein con $T = 10 \mu\text{s}$ para (a) y $T = 5 \mu\text{s}$ para (b). Para ambas se subdividió la ventana temporal T en 10 ventanas τ mas pequeñas.

Partiendo del criterio del umbral explicado previamente, se realizaron histogramas con las ocurrencias de fotocuentas subdividiendo cada una de las mediciones en 10 intervalos de tiempo τ . En la figura 6a se muestra el histograma para las mediciones de $T = 10 \mu\text{s}$ tomando subdivisiones de $\tau = 1 \mu\text{s}$, mientras que en la figura 6b, se realizó el histograma a partir de las mediciones con $T = 5 \mu\text{s}$. Para este ultimo caso, cuyo $\tau = 0,5 \mu\text{s}$ se ajustaron los datos con el método de cuadrados mínimos usando el paquete *curve_fit* de la librería *scipy* de *python*. Este proceso se aplicó para las distribuciones de las ec. 1 y 2, tomando en cuenta solo las fotocuentas que superen las 100 ocurrencias (dado que el error se consideró como la raíz de la altura de cada bin). Ambos ajustes pueden observarse en la figura 7 (a). Se obtuvo un valor medio de fotones $\langle n \rangle = (0,892 \pm 0,092)$ fotones/ μs para el caso de Bose-Einstein y $\langle n \rangle = (0,844 \pm 0,025)$ fotones/ μs para Poisson. Cabe destacar que ninguno de los modelos pudo superar la prueba de p-valor.

Dado que ninguna de las distribuciones superó la prueba del p valor, se propuso un primer acercamiento a la explicación, realizando una combinación lineal de ambas distribuciones, ec. 4, donde $a + b = 1$.

$$f(\langle n \rangle) = a \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} + b \frac{\langle n \rangle^n}{(1 + \langle n \rangle)^{1+n}} \quad (4)$$

Pese a que esto se pensó como un primer acercamiento al problema, fue el que mejores resultados obtuvo, aunque no queda claro que el modelo sea matemáticamente correcto. Particularmente este es el único que supera el test del p-valor, se obtuvo un valor medio de fotones de $\langle n \rangle = (0,936 \pm 0,004)$ fotones/ μs y que el parámetro

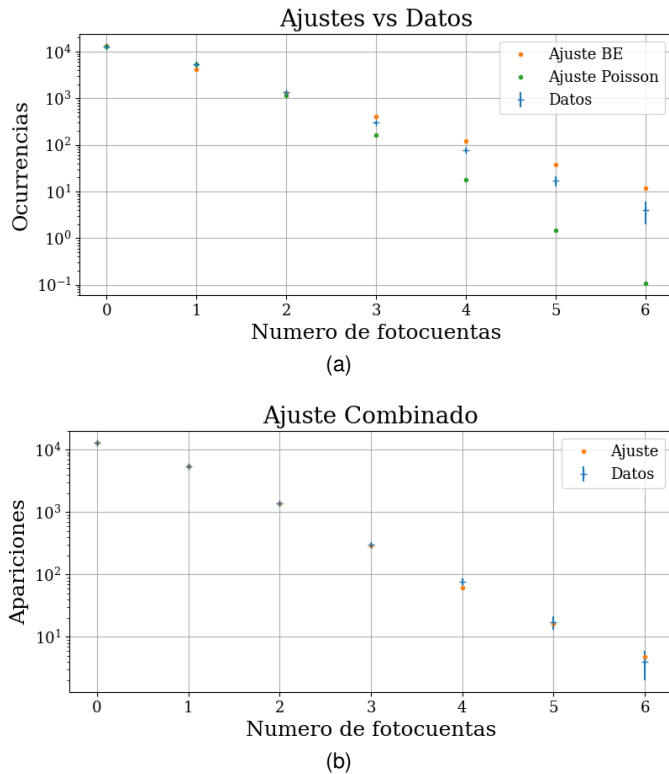


Figura 7. En la figura superior, se puede apreciar el ajuste utilizando cuadrados mínimos. Para ambas distribuciones, se puede apreciar que a partir de $n=3$, los ajustes comienzan a diferir respecto de los datos, esta tendencia empeora al considerar números de fotocuentas mas altos los cuales fueron recortados dado que sus números de ocurrencias eran bajos.

En la figura inferior, se observa el ajuste hecho con la combinación lineal de ambas distribuciones el cual arroja un $\chi^2 = 3,66$.

$a = (0,67 \pm 0,02)$, dado que $a > b$, ($b=1-a$) es posible suponer que la influencia de la distribución de Poisson en los datos es mayor que la de BE,

Basándose en lo obtenido previamente, ya sea el hecho de que en la gráfica de los ajustes frente a los datos, se observan unas tendencias hacia valores mas altos para BE y mas bajos para Poisson, sumado a que la combinación lineal propuesta no solo representa bien a los datos sino que supera la prueba del p valor, se llega a la conclusión de que las ventanas temporales usadas, no permiten obtener una estadística de Bose-Einstein. Por lo que es necesario aumentar no solo la cantidad de mediciones sino tomar ventanas temporales menores. Además es conveniente disminuir el valor de la resistencia de carga para tener picos mas angostos y poder al aumentar la intensidad de la luz, obtener un mayor conteo de fotones sin que éstos se solapen. El aumentar el conteo de fotones es fundamental, dado que en el mayor de los casos a partir de 5 fotocuentas, se tienen menos de 100 ocurrencias.

Conclusiones

Si bien no se logró obtener una estadística de Bose-Einstein, pese a los cambios inducidos en la configuración experimental con el objetivo de aumentar el tiempo de coherencia de la fuente, se logro caracterizar la transición entre ambas distribuciones en un régimen donde BE ni Poisson reflejaban de manera correcta los datos obtenidos

experimentalmente. Es aconsejable para poder alcanzar dicho régimen cumplir con lo expuesto en la discusión previa.

REFERENCIAS

- [1] P. Koczyk, P. Wiewior, and C. Radzewicz, "Photon counting statistics— Undergraduate experiment," Am. J. Phys. 64, 240–245.1996.
- [2] Conteo de eventos y estadística de fotones. DF / FCEyN / UBA. Laboratorio 5
- [3] Berezin MY, Achilefu S (2010) Fluorescence Lifetime Measurements and Biological Imaging. Chemical Reviews 110: 2641–2684.
- [4] A. V. Bragas and O. E. Martínez, M. L. Martínez Ricci, J. Mazzaferri. 2006. Photon counting statistics using a digital oscilloscope
- [5] Colombo P. Giordano G. - Conteo de fotones.
- [6] Photon counting using photomultiplier tubes. Hamamatsu.