Memo pour l'année

LAURENT Thomas

Master 2 informatique 2018

Contents

1 Fouille de donnée **1**
1.1 Pré traitement des données . . . 2
1.1.1 Nettoyage des données . . . 2
1.1.2 Normalisation . . . 2
1.2 Classification . . . 3
1.2.1 Évaluation des classifieurs . . . 3
1.3 Arbre de décision . . . 4
1.3.1 critères de sélection C4.5 . . . 4

2 Apprentissage par le pratique **9**
2.1 Rappel . . . 10
2.1.1 Matrices et calcules sur les Matrices . . . 10
2.2 Algorithms Learn a Mapping From Input to Output . . . 11
2.2.1 linear ML algorithms . . . 11
2.2.2 Supervised machine learning . . . 11
2.2.3 Unsupervised machine learning . . . 11
2.2.4 semi-supervised machine leaning . . . 11
2.2.5 Overview of dias and variance . . . 12
2.3 Overfitting and Underfitting . . . 13
2.4 Linear Algorithms . . . 14
2.4.1 Régression linéaire . . . 14
2.4.2 Least squares linear regression . . . 15
2.4.3 Gradient Descent . . . 16
2.5 Logistic Regression . . . 17
2.5.1 Logistic function . . . 17
2.5.2 Logistic regression predicts probabolities . . . 17

3 Outils formel **18**

3.1 Logique classique des propositions 19

3.1.1 Vocabulaire 19

3.1.2 Propriétés de l'opérateur Models 19

3.1.3 Ensemble de connecteurs fonctionnellement complet . . 20

3.1.4 Preuve par induction structurelle sur un ensemble de connecteurs non fonctionnellement complet 21

3.1.5 Décomposition de Shannon 21

3.1.6 Arbre de Shannon, ROBDD 22

3.1.7 Notion de impliquant premier 23

3.1.8 Système de Hilbertein 23

3.1.9 Forte complétude 23

4 Représentation des connaissances et raisonnement **24**

5 Recherche Opérationnel **26**

6 XML **28**

Chapter 1

Fouille de donnée

1.1 Pré traitement des données

1.1.1 Nettoyage des données

Caractéristiques descriptives

Objectifs: Résumer, décrire certains aspects (tendances, variation, dispersion...) des données en utilisant certaines mesures :

Moyenne (espérance) : $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

Ecart moyen : $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|$

Variance : $v = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

Ecart type : $\alpha x := \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - \bar{x}^2}$

Médiane : Valeur se trouvant au milieu d'une série de données ordonnées

Mode :Valeur la plus fréquente

Amplitude :min, max

1.1.2 Normalisation

Min-max : $v_n = \frac{v - v_{min}}{v_{max} - v_{min}}$

Min-max dans l'intervalle [A,B]: $v_n = \frac{v - v_{min}}{v_{max} - v_{min}} * (B - A) + A$

Z-Score : $v_n = \frac{v - moyenne}{ecart_t ype}$

Decimal scaling : $v_n = \frac{v}{100^j}$

1.2 Classification

1.2.1 Évaluation des classifieurs

Matrice de confusion

Percent of correct classification :

PCC(%) $:= \frac{N_c}{N_t} * 100$

N_c : nombre d'instances correctement classées

N_t : nombre d'instances testées ($N_t = |D_{test}|$)

Exemple:

$$: \begin{pmatrix} \_ & c1 & c2 & c3 & c4 \\ c1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ c2 & 1 & 60 & 0 & 1 \\ c3 & 0 & 1 & 23 & 0 \\ c4 & 1 & 0 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Taux d'erreurs : 100-PCC

PCC(%) $= \frac{0+60+23+5}{100} * 100 = 88\%$

1.3 Arbre de décision

1.3.1 critères de sélection C4.5

Construction d'un arbre de décision C4.5 La construction d'un arbre de décision avec C4.5 passe par deux phases:

Phase d'expansion : La construction se fait selon l'approche descendante et laisse croître l'arbre jusqu'à sa taille maximale.

Phase d'élagage : Pour optimiser la taille l'arbre et son pouvoir de généralisation, C4.5 procède à l'élagage (pour supprimer les sous-arbres qui ne minimisent pas le taux d'erreurs)

Approche de construction d'un AD : Partitionner récursivement les données en sous-ensembles plus homogènes ... jusqu'à obtenir des partitions qui contiennent des objets qui appartiennent majoritairement à la même classe.
=> Théorie de l'information pour caractériser le degré de mélange, homogénéité, impureté, incertitude...

Théorie de l'information : Théorie mathématique ayant pour objet l'étude du contenu informationnel d'un message.
Applications en codage, compression, sécurité...

Entropie : Mesure la quantité d'incertitude dans une distribution de probabilités.

Rappel sur les probabilisées

Quelques rappels de probabilités : Soient X et Y deux variables aléatoires discrètes prenant leurs valeurs dans DX=x1,..,xn et DY=y1,..,ym respectivement.

$P(x_i) = \frac{|x_i|}{\sum_{j=1}^{n} |x_j|}$

$\sum_{i=1}^{n} P(x_i) = 1$

$P(x_i|y_i) = \frac{P(x_i,y_i)}{p(y_i)}$

$P(x_i, y_i) = p(x_i) * p(y_i)$ Si X et Y sont indépendantes

Exemple:

$$: \begin{pmatrix} Anne & Sexe & \# & \% \\ M1 & M & 25 & 25/55 \\ M1 & F & 4 & 4/55 \\ M2 & M & 25 & 25/55 \\ M2 & F & 1 & 1/55 \end{pmatrix}$$

$P(sexe = M) = P(Sexe = MetAnne = M1) + P(Sexe = MetAnne = M2) = 50/55$

$P(Anne = M2|sexe = M) = P(Sexe = MetAnne = M2)/P(Sexe = M) = \frac{25}{55}/\frac{50}{55} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$

Entropie

Entropie : Mesure la quantité d'incertitude (manque d'information) dans une distribution de probabilités. Soit X une variable aléatoire discrète prenant ses valeurs dans $DX = x1, .., xn$. Soit P la distribution de probabilités associée à X.

$H(X) = -\sum_{i=1}^{n} p(x_i) * log_2(p(x_i))$

Par convention, quand $p(x) = 0, 0 * log(0) = 0$

Exemple:

X	P(X)
x_1	1/3
x_2	1/3
x_3	1/3

$H(X) = -p(x_1) * log_2(p(x_1)) - p(x_2) * log_2(p(x_2)) - p(x_3) * log_2(p(x_3))$

$H(X) = -3(\frac{1}{3} * log_2(\frac{1}{3})) = log_2(3) = 1.58$

Autre exemples:

$[\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}] : H(X) = 1.5$

$[1, 0, 0] : H(X) = 0$

$[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] : H(X) = 1$

Propriétés:

$H(X) >= 0$

$H(X)$ est maximale pour une distribution uniforme (toutes les valeurs sont équiprobables).

Entropie conjointe : L'entropie conjointe de deux variables aléatoires X et Y est l'incertitude relative à ces deux variables conjointement.

$H(X, Y) = -\sum_{i,j=1}^{n} p(x_i, y_i) * log_2(p(x_i, y_i))$

Exemple : $[0.2, 0.1, 0.3, 0.4] : H(X, Y) = 1.85$

Critère de sélection: Gain d'information:

$GAIN(T, A) = Info(T) - Info(T|A)$

Avec $Info(T)$: Entropie au niveau de T (avant de partitionner)

$Info(T) = -\sum_{c_i} freq(c_i, T) * log_2(freq(c_i, T))$

Avec $freq(c_i, T) = p(c_i) = \frac{|c_i|}{|T|}$

Avec $Info(T|A)$ l'entropie conditionnelle de T une fois partitionné selon les valeurs de l'attribut A.

$Info(T|A) = \sum_{a_{j \in A}} freq(a_j, T) * Info(T|a_j)$

Critère de sélection: Gain Ration:

Le gain d'information favorise les attributs ayant de larges domaines.

Le ratio de gain utilise le gain d'information avec un facteur pénalisant les attributs ayant des domaines trop larges.

$GainRatio(T, A) = \frac{Gain(T,A)}{Split_Info(T,A)}$

Avec $Split_Info(T, A) = -\sum_{a_{j \in A}} freq(a_j, T) * log_2(freq(a_j, T)) = EntropiedeA$

j

Chapter 2

Apprentissage par le pratique

2.1 Rappel

2.1.1 Matrices et calcules sur les Matrices

Addition

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 7 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & 3+0 \\ 1+7 & 0+5 \\ 1+2 & 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 5 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Multiplication

$$\begin{array}{cc} & \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 19 & 22 \\ 43 & 50 \end{pmatrix} \end{array}$$

$(1 * 5) + (2 * 7) = 19$

Transposer

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Inverse

Soit une matrice 2x2 comme : $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

Soit Determinant D = ad - bc

Si D != 0 alors il existe une matrice inverse égal à : $\frac{1}{D} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

2.2 Algorithms Learn a Mapping From Input to Output

2.2.1 linear ML algorithms

Simplifier les processus d'apprentissage et réduire la fonction sur ce qu'on connait

Soit : B0 + B1X1 + B2X2 + B3X3 = 0

Où B0,B1,B2,B3 sont les coefficients présent sur l'axe des ordonnées.

Et X1,X2,X3 sont les valeurs en Input.

2.2.2 Supervised machine learning

L'apprentissage supervisé peut se diviser en 2 partis

Classification : Quand les variables en sortie sont des Classe $(Vert, Carr, Homme)$

Regression : Quand les variables en sortie sont des valeur numérique $(euro, poids, quantits)$

2.2.3 Unsupervised machine learning

Les problèmes de l'apprentissage non supervisé sont:

Clustering : L'art de faire des paquet d'éléments qui ont des points commun, comme regrouper les clients par paquet de choses qu'ils ont le plus en commun.

Association : Associer des règles d'apprentissage pour décrire une portion du data, comme une personne qui a acheté un item A et qui est aussi tenté par acheter un item B

2.2.4 semi-supervised machine leaning

L'apprentissage semi supervisé c'est avoir un bonne quantité de données en input X, et un peu de data avec le label Y.

2.2.5 Overview of dias and variance

La prédiction des erreurs pour les algorithmes sont regroupé en 3 points:

Bias Error : Simplifier l'hypothèse fait par le modèls pour faire une fonction d'apprentissage plus facile.

Variance Error : Et la quantité estimé par la fonction visé qui changera via un différent ensemble de data utilisé.

Irreductible Error : Ne peut pas être réduit

2.3 Overfitting and Underfitting

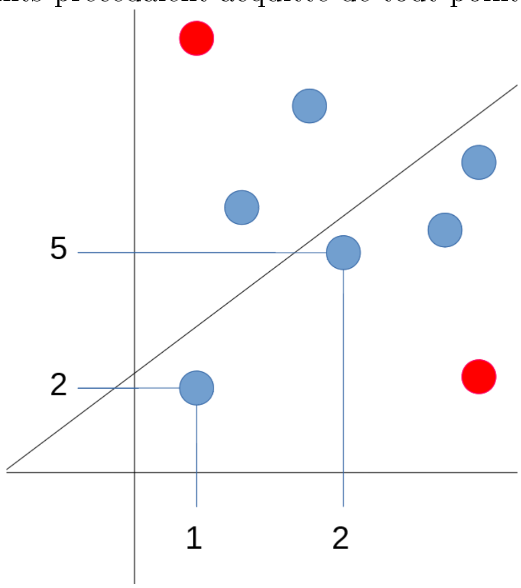
dddddddd

2.4 Linear Algorithms

Soit X l'ensemble des variables indépendantes sur l'axe des l'abscisse et Y l'ensemble des variable dépendantes sur l'axe des ordonnée.

2.4.1 Régression linéaire

Étant donné un plan à deux dimensions où l'abscisse contient les point d'entrée X et l'ordonnée contient les points de sortie Y, et un nouage de points précédaient acquitté de tout point éloigné du nuage.



$Figureap - linear - regression_1$

Avec : y $= \beta_0 + \beta_1 x$

Pour un hyperPlan (3d) : y $= \beta_0 + \beta_1 x_1 + ...\beta_n x_n$

Exemple:

5 $= \beta_0 + 2 * \beta_1$

2 $= \beta_0 + 1 * \beta_1$

2.4.2 Least squares linear regression

Calculer la régression linéaire avec la méthode Least squares:
Soit:

X $= [1, 2, 3, 4, 5]$ les variables indépendantes d'axe abscisse

Y $= [2, 4, 5, 4, 5]$ les variables dépendantes d'axe ordonnée

Calculons $y = \beta_0 + \beta_1 x$

Calcule de la moyenne de X et Y:

Xm $= \sum x_i \in X = 3$

Ym $= \sum y_i \in Y = 4$

Toutes ligne de régression doivent passer par le point (Xm,Ym).
Calculer tout les écarts des $x_i \in X$ par rapport à Xm (resp Y):

X	Y	$X - Xm$	$Y - Ym$	$(X - Xm)^2$	$(X - Xm)(Y - Ym)$
1	2	-2	-2	4	4
2	4	-1	0	1	0
3	5	0	1	0	0
4	4	1	0	1	0
5	5	2	1	4	2

$Calculer \beta_1$:

$\beta_1 = \frac{\sum(X - Xm)(Y - Ym)}{\sum(X - Xm)^2} = \frac{6}{10} = .6$

$\beta_0 : Ym = \beta_0 + \beta_1 * Xm : 4 = \beta_0 + .6 * 3 : 4 = \beta_0 + 1.8 : \beta_0 = 2.2$

2.4.3 Gradient Descent

Soit:

X $= [1, 2, 4, 3, 5]$

Y $= [1, 3, 3, 2, 5]$

i $=$ une variable qui itère les éléments de X et Y en bouclant à l'infini.

Une initialisation comme:

$\beta_0 = 0$

$\beta_1 = 0$

$\alpha =$ donnée en énoncé (pour l'exemple égal à 0.01)

Et des fonctions définit tel que:

error $= (\beta_0 + \beta_1 * X[i]) - Y[i]$

$\beta_{0_{+1}} = \beta_0 - \alpha * error$

$\beta_{1_{+1}} = \beta_1 - \alpha * error * X[i]$

En appliquant l'algorithme des calcules des β_i:

i	$X[i]$	$Y[i]$	$error$	β_0	β_1
0	1	1	-1	0.01	0.01
1	2	3	-2.97	0.06	0.03
2	4	3	-1.77	0.18	0.06
3	3	2	-1.61	0.22	0.08
4	5	5	-4.35	0.44	0.12
0	1	1	-0.42	0.45	0.13
1	2	3	-2.28	0.49	0.49

2.5 Logistic Regression

2.5.1 Logistic function

Soit:

t $\in \Re[0,1]$ égal à $\beta_0 + \beta_2 * x$

La fonction de logique de régression, les valeur d'entrée X sont combiné en utilisant les coefficient de valeur pour prédire une sortie Y. Cette sortie sera une valeur binaire.

$p(x) \; = \frac{1}{1+e^{-(\beta_0+\beta_1 * x}}$

Note : $p(x)$ peut être interprété comme une fonction de probabilité $P(X) = P[Y = 1|X)$.

$\beta_0 + \beta_1 * x \; = ln(\frac{P(x)}{1-P(x)})$ aussi appelé odds.

2.5.2 Logistic regression predicts probabolities

Chapter 3

Outils formel

3.1 Logique classique des propositions

3.1.1 Vocabulaire

Déduction $\models \alpha$ ssi$\neg\alpha$ est contradictoire

Absurde ϕ est contradictoire ssi $\neg\phi$ est valide

DAG : Un graphe dirigé acyclique

Taille(Arbre) $= \{toutlessymboles + connecteurs\}$

Var(Arbre) $= \{Touteslesfeuilles\}$

Sous formules(Arbres) $= \{T + \cup_{i=0}^{k} SousFormules(Arbre_i)\}$

Interprétation : ω de $PROP_{ps}$ est une application de PS dans 0.1

Sémantique : $[|\phi|](\omega)$ d'une formule ϕ de $PROP_{ps}$ dans l'interprétation ω est une élément de 0.1 définit inductive ment par:

$si\phi \in PS$ alors $[|\phi|](\omega) = \omega(\phi)$
$si\phi = cX_1...X_n$ alors $[|\phi|](\omega) = C_F([|x_1|](\omega)...[|x_n|](\omega))$

ω **satisfait** ϕ noté $\omega \models \phi$ssi$[|\phi|](\omega) = 1$

Lorsque $\omega \models \phi$ on dit que ω est un modèle de ϕ

on note $\eta(\phi)$ l'ensemble des modèles de ϕ

$\omega \in PROP_{ps}$ **est valide** noté $\models \phi$, ssi toute interprétation$\omega de PROP_{ps}$ satisfaitϕ

$phi \equiv \psi$ sont logiquement équivalents ssi$phi \models \psi$ et $psi \models \phi$

3.1.2 Propriétés de l'opérateur Models

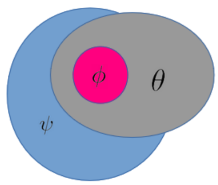
$a \models b$ $=== M(a) \subseteq M(b)$

Réflexivité : $\phi \models \phi$

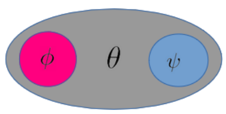
Équivalence à gauche : si $\phi \equiv \theta$et$\phi \models \psi$alors$\theta \models \psi$

Affaiblissement à droite (transitivité) : si$\phi \models \psi$et$\psi \models \theta$alors$\phi \models \theta$

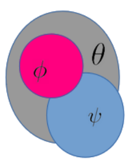
Coupure : si$\phi \wedge \psi \models \theta$et$\phi \models \psi$alors$\phi \models \theta$: $=== (A \cup B) \subseteq C ssi A \subseteq C \cap B \subseteq C$



Ou : $\phi \vee \psi \models \theta$ssi$\phi \models \theta$et$\psi \models \theta$



Monotonie : si $\phi \models \theta$alors$\phi \wedge \psi \models \theta$



3.1.3 Ensemble de connecteurs fonctionnellement complet

On dit qu'un ensemble est fonctionnellement complet si avec que les connecteurs de cette ensemble on peut exprimer toutes les formules d'un monde.

$\{\neg, \wedge\}$ est fonctionnellement complet pour la logique propositionnel classique

Il en va de même pour $\{\neg, \vee\}, \{vrai, \wedge, \bigoplus\}, \{\neg, \Rightarrow\} ou \{NAND\}$

Suppression des fils équivalent : Soit un arbre D ayant comme sous arbre plus d'une fois le nœud $\alpha = (\top X \top)$, α peut être remplacé par $(\top)$ tout en concevant les modèles de D.

fusion des nœuds : Soit un arbre D ayant comme sous arbre les nœuds (aBc) et $(a`B`c`)$ et $a = a`, b = b`, c = c`$ alors on peut faire relier les deux branches menant vers ces nœuds vers le même sous arbre.

3.1.4 Preuve par induction structurelle sur un ensemble de connecteurs non fonctionnellement complet

Soit $\forall P \in \{\wedge, \vee\}_{ps}$, vérifier P:

Cas de base $\varphi \in PS$: $1^{\rightarrow}(\varphi) = 1$ donc $1^{\rightarrow}$ constitue un modèle de φ

Étape inductive :

φ **s'écrit** : $[\alpha \wedge \beta]$ ou $[\alpha \vee \beta]$

Avec $\alpha, \beta \in \{\wedge, \vee\}_{ps}$

Par hypothèse d'induction, $\alpha et \beta$ vérifient P.

Il ne reste plus qu'a montrer que φ vérifie P.

$[|\alpha \vee \beta|)(1^{\rightarrow}) = \vee \models ([|\alpha|)(1^{\rightarrow}), [|\beta|)(1^{\rightarrow})) = \vee \models (1, 1) = 1$

$[|\alpha \wedge \beta|)(1^{\rightarrow}) = \wedge \models ([|\alpha|)(1^{\rightarrow}), [|\beta|)(1^{\rightarrow})) = \wedge \models (1, 1) = 1$

donc $x \wedge \neg x$ ne vérifie pas P : $[|x \wedge \neg x|)(1^{\rightarrow}) = 0$

3.1.5 Décomposition de Shannon

On note $\phi[x \leftarrow 0)$ la formule obtenue en substituant dans ϕ la constante faux à toutes les occurrences du symbole propositionnel x.

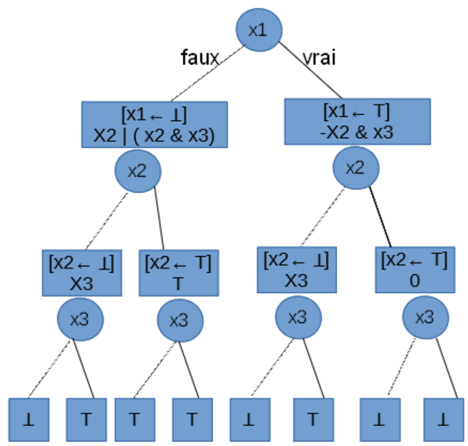
On note $\phi[x \leftarrow 1)$ la formule obtenue en substituant dans ϕ la constante vrai à toutes les occurrences du symbole propositionnel x.

La décomposition de Shannon de ϕ suivant x est la formule:

$(\neg x \wedge \phi[x \leftarrow 0]) \vee (x \wedge \phi[x \leftarrow 1])$

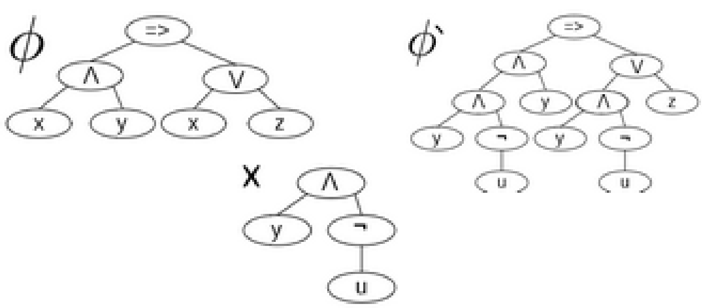
3.1.6 Arbre de Shannon, ROBDD

Étant donnée un ordre strict total $x_1 < x_2 < x_3$ sur $Var(\phi) = \{x_1, ...X_n\}$
Et une formule $\phi = (\neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x2 \wedge x_3)$



L'ensemble des modèles de ϕ sont toutes les interprétation où la feuille vaut la valeur T.

Remplacement ou vérifonctionnalité



$\phi \equiv \phi^{`}$ quelque soit la valeur de x (vrai ou faux).

Substitution

Soit un arbre D ayant comme nœud un sous arbre du type infixe $\alpha = (x \Rightarrow y)$ et un sous arbre de substitution $\beta = (\neg x \Rightarrow \neg y)$
$(D^{`} = D_{\alpha \leftarrow \beta} \equiv D)$

3.1.7 Notion de impliquant premier

ggg

3.1.8 Système de Hilbertein

gg

3.1.9 Forte complétude

g

Chapter 4

Représentation des connaissances et raisonnement

ggggg

Chapter 5

Recherche Opérationnel

gggg

Chapter 6

XML

uuuuu