

ECOLE DE L'AIR

COMPTE RENDU DE SFE
**Transmission par chaîne et
vibrations**



Maxime MORILLON

supervisé par :
Dr. Benjamin CHOUVION

Remerciements

Je remercie très chaleureusement le docteur Eniko Enikov pour sa grande disponibilité et la clarté de ses explications en dépit de la barrière de la langue qui m'ont permis d'appréhender un domaine de la mécanique qui m'était jusqu'alors inconnu.

Je tiens également à remercier mes camarades de recherche sur ce projet : Mindge Li et Lucas Cougar. Leur aide a été particulièrement précieuse lors des phases expérimentales.

Enfin, je remercie l'ensemble des professeurs qui m'ont accompagné jusqu'ici, et ont à ce titre contribué à ce projet.

Réserve de responsabilité

Le ministère de la Défense et l'université n'entendent donner, ni approbation, ni improbation aux idées émises dans les mémoires et autres documents soutenus, en vue de l'obtention de grades universitaires et diplômes. Ces opinions doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et n'expriment en rien la position des institutions auxquelles ils appartiennent.

Table des matières

Abstract	6
1 Chapitre 1 : Généralités	3
1.1 Vocabulaire	4
1.1.1 Chaîne à rouleau (roller chain)	4
1.1.2 Brins tendu et lâche	5
1.1.3 Pas d'une chaîne à rouleau	6
1.1.4 Configuration nominale	6
1.2 Industrie	6
1.2.1 Normes	6
1.2.2 Tension	7
1.2.3 Matériaux utilisés	8
1.3 Transmission	9
1.3.1 Rapport de réduction	9
1.3.2 rendement	10
2 Modélisation	11
2.1 Modélisation Simscape	12
2.2 Vibrations naturelles d'une corde tendue	14
2.2.1 Cas d'une corde immobile	14
2.2.2 Cas d'une corde en mouvement	16
2.3 Tension liée à la force centrifuge	17
2.4 L'effet polygonal	18
2.5 Chocs entre les dents du pignon et les rouleaux de la chaîne	20
3 Identification expérience/simulation	22
3.1 Présentation du Hardware	22
3.1.1 Capteur	22
3.1.2 Mémoire	23
3.1.3 Microcontrôleur	23
3.2 Réalisation des mesures	24
3.3 L'effet polygonal	26
3.4 Vibration propre	28

Abstract

SFE : Chain Drive

Four thousand years before Christ the Mesopotamian developed a technology meant to change the world : the wheel. Immediately after, the need of **transmitting** rotative power from one wheel to another arose. Since these days, three basic ways of efficiently driving power between wheels have been used :

- The gear drive
- The belt drive.
- **The chain drive.**

While gear drive is used in high space-limited systems, both belt and chain drives are able to transmit power between two distant shafts : they are called **flexible drives**.

When it comes to modelling, the main difference between a belt and a chain is the **discrete nature** of the latter. The two systems are very similar, yet the subtle differences between them is behind some advantages and inconveniences summed up in the following table :

Type	flexible		unflexible
Drive	chain	belt	gear
distant shafts	+	+	-
no-slip	+	-	+
shaft axle load	+	++	-
wrap angle	+	-	+
longevity	+	-	+
noise	-	+	-
vibrations	-	+	-
weight	-	+	+

Introduction

Nous retrouvons les chaînes de transmission au quotidien dans nos vélos, nos motos ou encore nos tondeuses à gazon. Leur intérêt premier est l'assurance que la transmission de couple se fera **sans glissement** (no slip).

Ainsi, si la presque totalité des motos assurent leur transmission via une chaîne, et à plus forte raison dans un cadre sportif, c'est parce que c'est le mode de transmission qui assure le meilleur rendement.

Le caractère discontinu d'une chaîne à rouleau (roller chain) est responsable de l'apparition de vibrations d'amplitudes parfois importantes. Celles-ci sont à l'origine de nuisances sonores et d'une usure prématuée augmentant les risques de casse. A ce titre, ce projet propose une étude des vibrations induites par un système de transmission par chaîne.

Le plan de ce rapport qui place la partie théorique avant la partie expérimentale ne se veut pas fidèle à la démarche qui a motivé cette étude. En effet, c'est suite à une mesure intrigante présentée dans la partie *Problématique* que le professeur Enikov de l'Université d'Arizona a décidé de se pencher sur le sujet. Ainsi ce projet s'est articulé comme une va-et-vient entre théorie et expérience, et non comme une succession de blocs distincts.

Problématique

En plaçant un accéléromètre sur le pédalier d'un vélo et en "jouant" avec, voici le graphe obtenu :

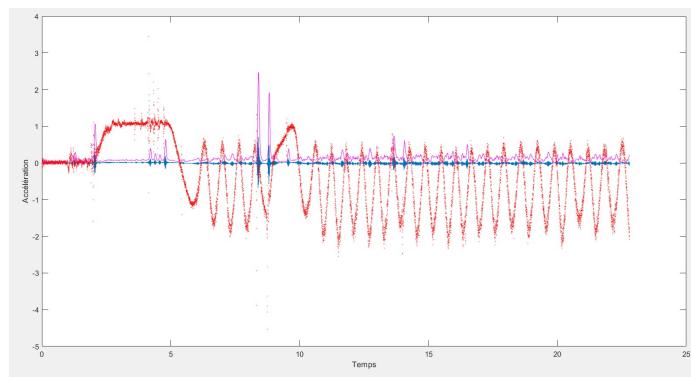


FIGURE 1 – Mesure initiale d'accélération.

En débruitant cette mesure puis en lui imposant une transformée de Fourier on obtient le graphe de la figure 2.

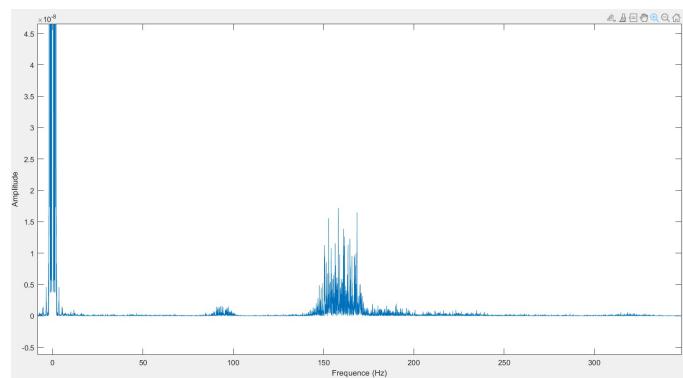


FIGURE 2 – Transformée de Fourier de la mesure initiale d'accélération.

L'objectif de ce projet sera d'identifier les phénomènes à l'origine de chacune des vibrations de la mesure initiale.

Chapitre 1

Chapitre 1 : Généralités

Si l'optimisation du moteur est au cœur des préoccupations de nombreux ingénieurs depuis le début de l'ère moderne, il demeure essentiel de considérer que le rendement global d'une machine dépend d'autres paramètres, notamment l'efficacité de la **transmission**.

Le Larousse définit le terme *transmission mécanique* comme suit :

“Communication du mouvement d'un organe à un autre au moyen d'en-grenages, de câbles, de courroies, de chaînes, de systèmes articulés, etc. ; organe ou ensemble d'organes servant à transmettre le mouvement.”

Dans ce chapitre, nous évoquerons diverses généralités concernant les chaînes de transmission. Cette partie est élémentaire, mais pas moins indispensable pour toute la suite du projet.

1.1 Vocabulaire

1.1.1 Chaîne à rouleau (roller chain)

La chaîne à rouleaux est un type de chaîne articulée par des axes. Elle a la spécificité de ne permettre qu'une déformation plane, contrairement aux chaînes classiques qui ne contraignent pas le mouvement.

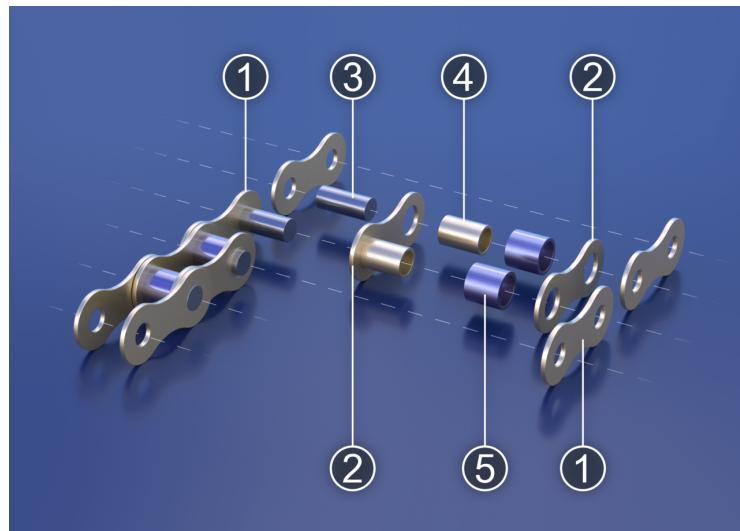


FIGURE 1.1 – Schéma éclaté d'une chaîne à rouleau

Dans la figure 1.1 on retrouve :

- Plaque externe
- Plaque interne
- Axe
- Douille
- Rouleau

On remarque que la chaîne se décompose en deux types de maillons : les maillons intérieurs et les maillons extérieurs.

1.1.2 Brins tendu et lâche

Pour une transmission par chaîne d'un arbre moteur à une arbre entraîné, le brin en amont du pignon moteur sera **tendu** et celui en aval **lâche**.

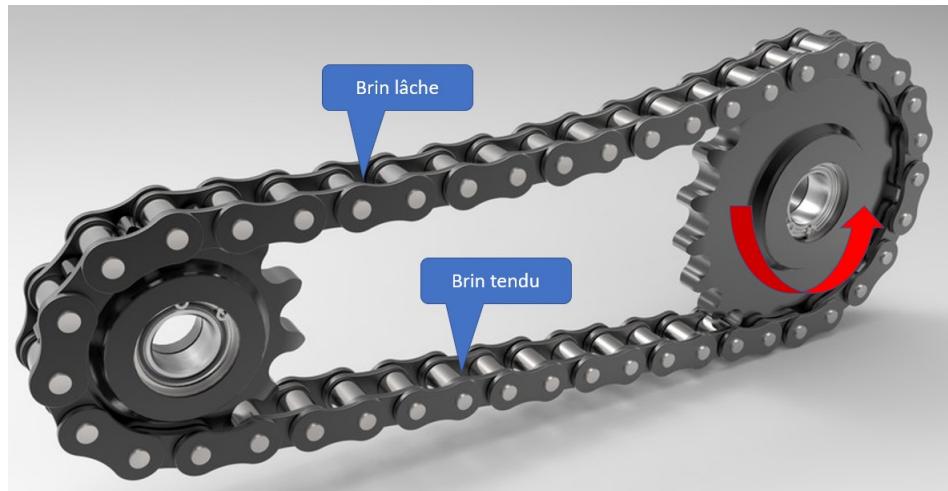


FIGURE 1.2 – Schéma des deux brins d'une chaîne

Dans la figure 1.2, le pignon moteur est celui de droite et il décrit une rotation dans le sens trigonométrique. Ainsi, l'*aval* de ce pignon est le brin inférieur qui est donc tendu, son *amont* est le brin supérieur : il est lâche.

Dans la grande majorité des applications, le brin lâche est soumis à une force de rappel exercée par un **tensioner** (*pas de traduction littérale en français*). Par exemple, la figure 1.3 est la photographie d'un dérailleur destiné à assurer la tension du brin lâche (correspondant au brin inférieur sur un vélo).



FIGURE 1.3 – Dérailleur Shimano pour vélo de route.

1.1.3 Pas d'une chaîne à rouleau

Les industriels définissent généralement le pas (pitch) de la chaîne comme la longueur d'une plaque. Les ingénieurs quant à eux la décrivent comme la distance séparant les axes de deux rouleaux consécutifs.

En pratique, par souci de précision, la mesure du pas se fait par division de la distance des axes d'un grand nombre de maillons.

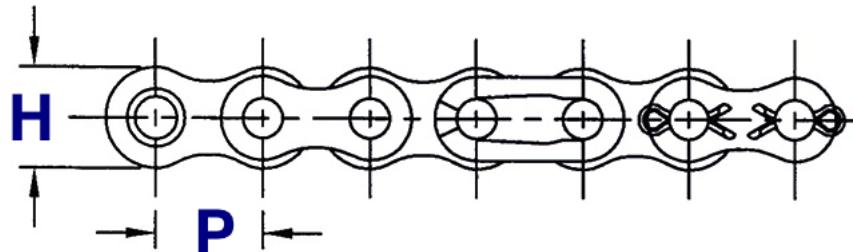


FIGURE 1.4 – Pas d'une chaîne à rouleau

Par la suite, nous noterons le pas de la chaîne P .

1.1.4 Configuration nominale

On appelle **configuration nominale** d'une chaîne à rouleau un montage vérifiant les caractéristiques suivantes :

- La droite reliant les centres de chacun des pignons est horizontale.
- Les centres de chaque pignon sont distants d'au plus un mètre.
- La tension sur la chaîne est d'intensité raisonnable.
- On n'impose pas de brusque changement de sens de rotation.

Celle-ci est utilisée pour donner un cadre approximatif aux modèles employés quotidiennement par l'industrie ainsi que les particuliers souhaitant s'impliquer dans l'entretien de leurs motos, vélos ou tondeuses à gazon.

1.2 Industrie

1.2.1 Normes

L'industrie de la chaîne à rouleau abrite un énième duel opposant le système métrique au système impérial. Aussi les normes américaines régies par l'ANSI (American National Standards Institute) sont-elles en concurrence avec les normes internationales et européennes représentées respectivement par l'ISO (International Standards Organization) et le CEN (Comité Européen de Normalisation).

Cette dualité a posé par le passé des problèmes de compatibilité entre les produits américains et européens, mais aujourd’hui la norme américaine l’emporte si bien qu’on mesure usuellement le pas et le diamètre du rouleau en trente-deuxième de pouce.

1.2.2 Tension

Le fonctionnement d’une courroie repose sur la forte tension à laquelle elle est soumise. En effet, c’est cette tension qui permet d’assurer le moindre glissement possible entre les arbres et la transmission. Ce principe est à l’origine d’un effort très important sur les axes moteur et entraîné, soumis en permanence à la force de rappel de la courroie.

Comme en témoigne la figure 1.3, les chaînes sont très souvent tendues artificiellement par divers systèmes.

La question qui se pose alors est la suivante : comment déterminer la tension idéale d’une chaîne afin de maximiser sa durée de vie ?

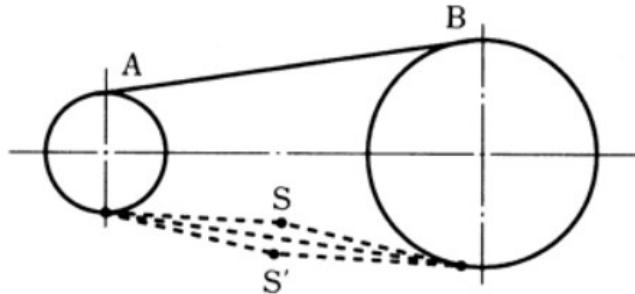


FIGURE 1.5 – Jeu d’une chaîne

Afin d'estimer simplement cette tension, les industriels utilisent la mesure du **jeu de la chaîne** (chain slack) comme représenté sur la figure 1.5. Celui-ci se définit comme le *mou* du brin lâche de la chaîne, et est représenté sur le schéma par la distance SS' .

D’après *the complete guide to chain* [1], dans le cadre d’une configuration nominale le jeu de la chaîne devrait être au plus égal à 4% de la longueur du brin tendu, soit :

$$SS' \leq 0.04AB$$

Lorsque l’on sort du cadre posé par la configuration nominale, il est recommandé de réduire le jeu sous 2% de la longueur du brin tendu.

1.2.3 Matériaux utilisés

Le plastique est très couramment utilisé pour les transmissions à faibles vitesses et couple, typiquement dans des chaînes de production. Son excellent rapport masse-résistance ainsi que son faible coût en fait un matériaux de choix. Attention cependant aux élévations de température susceptibles de rendre le plastique déformable au delà de 80 degrés Celsius.



FIGURE 1.6 – Chaîne à rouleau en plastique produite par *Nylatron*.

La chaîne d'acier est sans doute la plus répandue. Ses qualités ne sont plus à présenter : très bonne résistance aux élévations de température, faible risque de casse, très faible déformation, etc. Cependant sa limite se trouve dans la très grande contrainte sonore qu'induit les impacts d'objets métalliques ainsi que dans sa grande sensibilité aux températures négatives. Le problème s'est par exemple posé pour certains modèles de motoneiges.



FIGURE 1.7 – Chaîne de vélo rendue inutilisable par le froid.

Toutes nos expériences seront menées sur une chaîne en acier dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Sa masse linéique $\mu = 420g.m^{-1}$
- Son pas $P = 2/8in = 6.35mm$

Enfin, l'industrie de pointe utilise des chaînes de céramique pour opérer sous de très hautes températures. Celles-ci sont cependant plus sensibles à la casse.

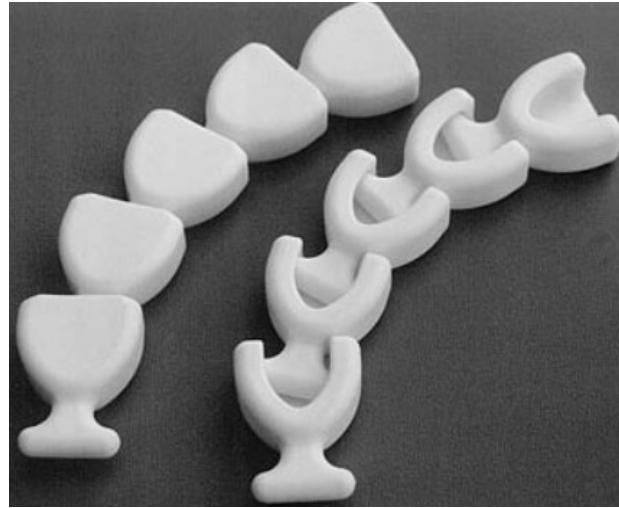


FIGURE 1.8 – Chaîne de céramique.

1.3 Transmission

1.3.1 Rapport de réduction

Considérons le montage représenté par la figure 1.9, notons respectivement ω_r , R_r , ω_m et R_m les vitesses de rotation et rayons des pignons rose et marron. Notons V la vitesse de translation de la chaîne.

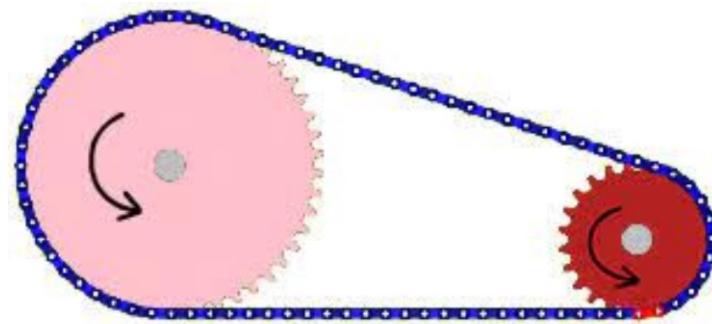


FIGURE 1.9 – Chaîne de céramique.

La vitesse de la chaîne est ici considérée constante, ainsi $V = \omega_r R_r = \omega_m R_m$.

On peut approximer à la continuité près que la circonference du cercle circonscrit à un pignon (en rouge sur la figure 1.10) est égale au produit du nombre de dents par le pas.

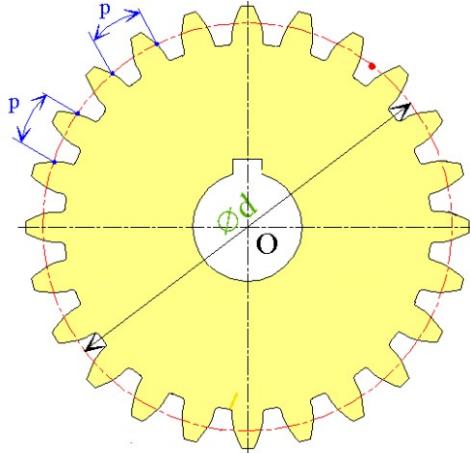


FIGURE 1.10 – Relation pas-rayon

Soit en notant N le nombre de dents d'un pignon : $2\pi R \approx NP$

Sachant que le pas de la chaîne est constant et que celui-ci doit être adapté aux pas de chacun des pignons, on a $P_r = P_m$
d'où : $\frac{2\pi R_r}{N_r} = \frac{2\pi R_m}{N_m}$

On a donc les relations :

$$\frac{\omega_r}{\omega_m} = \frac{R_m}{R_r} = \frac{N_m}{N_r}$$

On vérifie qualitativement ces égalités en considérant comme tout cycliste le sait que l'intensité de l'effort sera d'autant plus importante que le plateau sera grand et que le pignon arrière sera petit. C'est la définition du **rapport de réduction**.

1.3.2 rendement

Si la chaîne de transmission présente des inconvénients majeurs tels que cités en introduction (nuisances sonores, besoin de lubrification, vibrations, etc), elle est particulier prisée pour le rendement excellent qu'elle offre. En effet, le rendement d'une courroie sera directement fonction de sa forme, de sa tension et de la surface de contact qu'elle partage avec les arbres. Ainsi à rendement équivalent, la courroie présentera une contrainte spatiale beaucoup plus restreignante que la chaîne.

Chapitre 2

Modélisation

Deux catégories principales de modèles ont été développés pour étudier le comportement vibratoire d'une chaîne de transmission. Le premier, appelé **modèle continu**, assimile la chaîne à une corde. Le second, **modèle discret**, décrit la chaîne comme une jonction de segments indéformables articulés entre eux normalement au plan de rotation. Chacun de ces modèles présente divers avantages et inconvénients.

Le modèle continu permet, par le caractère peu complexe des calculs qu'il engendre, de proposer une modélisation simple à la portée de la plupart des ordinateurs.

Le modèle discret si il est plus représentatif de la réalité demande une puissance de calcul telle qu'il n'a jusque là jamais été appliquée à un système comprenant plus de deux pignons.

Aujourd'hui, les modèles les plus adaptés pour traiter le problème sont les **modèles hybrides**. Ceux-ci utilisent des résultats tirés des deux modélisations sus-citées et c'est un modèle hybride que nous utiliserons.

Dans les parties 2 et 3, nous assimilerons la chaîne à une corde massive puis, dans les parties 4 et 5 nous considérerons le caractère discret de chaque maillon.

Les résultats sont présentés en gardant à l'esprit l'objectif d'identification de la mesure initiale. Ainsi, si aucune partie n'est exhaustive, les éléments présentés sont suffisants pour répondre à la problématique posée.

2.1 Modélisation Simscape

Matworks propose un module complémentaire de Simulink permettant de réaliser des simulations mécaniques appelé **Simscape**. Cette sous-partie sera consacrée à l'étude du modèle Simscape qui servira de patron à la mise en œuvre de tous les modèles à venir.

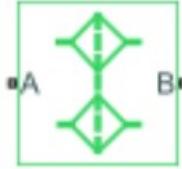


FIGURE 2.1 – Bloc ”Chain Drive” proposé par Simscape

Lorsque la chaîne est entraînée, les matériaux et l'architecture de la chaîne induisent une élasticité modélisée comme un oscillateur harmonique amorti de raideur k et de coefficient d'amortissement b .

La *vitesse de déformation* $\dot{\epsilon}$ est définie comme la différence de la vitesse de translation des dents de chaque pignon. Avec la nomenclature définie dans la figure 2.2, on obtient l'expression suivante pour $\dot{\epsilon}$:

$$\dot{\epsilon} = \omega_A R_A - \omega_B R_B$$

avec :

- ϵ la déformation en traction
- $\omega_{A/B}$ les vitesses de rotation des pignons A et B
- $R_{A/B}$ les rayons des pignons A et B

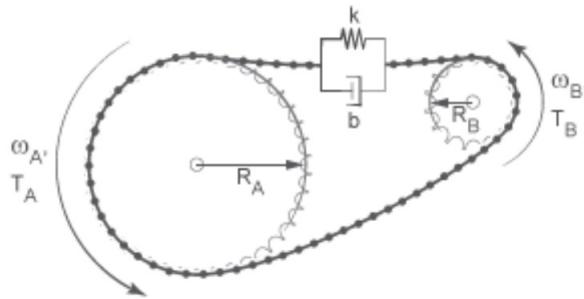


FIGURE 2.2 – Schéma des variables du modèle Simscape

La force de traction F se décompose en deux termes. Le premier est l'action élastique du ressort, le second l'amortissement lié au coefficient b . Ainsi, on a la disjonction de cas :

$$F = \begin{cases} -(\epsilon + \frac{S}{2})k - \dot{\epsilon}b, & \text{si } \epsilon < -\frac{S}{2} \\ -\dot{\epsilon}b, & \text{si } \epsilon \in [-\frac{S}{2}; \frac{S}{2}] \\ -(\epsilon - \frac{S}{2})k - \dot{\epsilon}b, & \text{si } \epsilon > \frac{S}{2} \end{cases}$$

avec S le jeu de la chaîne (mesuré sur le brin détendu).

Le couple exercé par la chaîne sur les différents pignons est issu du produit de la force de traction par le rayon du pignon correspondant. Le couple de la chaîne sur chaque pignon moteur sera en direction opposée au couple de la chaîne sur le pignon entraîné.

$$\tau_A = -F \cdot R_A \vec{u}_z$$

$$\tau_B = F \cdot R_B \vec{u}_z$$

avec

- τ_A le couple exercé par la chaîne sur le pignon A
- τ_B le couple exercé par la chaîne sur le pignon B

Puisque la chaîne a une **vitesse uniforme**, on peut considérer que c'est notamment le cas au voisinage de chaque pignon. Ainsi, on a l'égalité :

$$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

De la même manière, dans la mesure où l'entraînement du pignon libre par le pignon moteur se fait **sans glissement**, on peut affirmer que les efforts de friction sont égaux entre la chaîne et chacun des deux pignons. Mathématiquement :

$$(\tau_A - \mu_A \cdot \omega_A)R_B = (\tau_B - \mu_B \cdot \omega_B)R_A$$

avec μ_A (*respectivement B*) le coefficients de frottement visqueux du pignon A (*respectivement B*).

Ce premier modèle permet de décrire de façon simple la transmission de puissance du pignon moteur au pignon entraîné. Cependant, il néglige par souci de simplicité de nombreux phénomènes à l'origine de vibrations et, donc, de déperdition d'énergie lors de la transmission.

2.2 Vibrations naturelles d'une corde tendue

2.2.1 Cas d'une corde immobile

Dans le cadre d'un modèle continu, la chaîne est assimilée à une corde. En particulier, son brin tendu se comporte comme une corde soumise à une excitation à l'instar d'une corde de guitare ou de piano. Ainsi, cette première source de vibrations est liée à la fréquence **naturelle** de la chaîne. Cette fréquence ne dépend pas de la vitesse de translation de la chaîne, ainsi il est possible expérimentalement de la mesurer simplement en excitant le brin tendu.

La chaîne étant fixée à ses extrémités, l'onde se propageant entre les maillons rebondira d'un pignon à l'autre. Dans le cas d'une excitation périodique, chaque vibration viendra se superposer avec les autres créant pour certaines fréquences un phénomène de **résonance**.

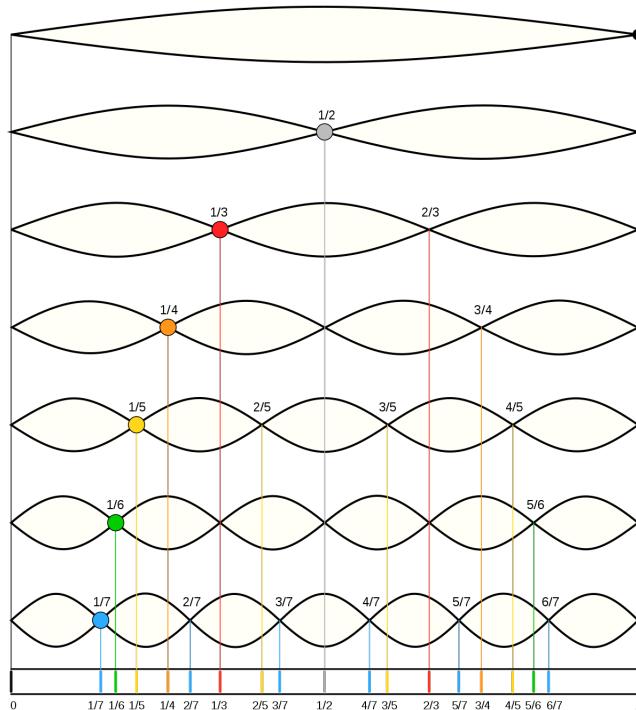


FIGURE 2.3 – Illustration d'une corde vibrante sous différentes harmoniques

Ces fréquences sont appelées **fréquences propres** de la chaîne et sont représentées dans la figure 2.3. La première d'entre elles est la **fondamentale**, toutes les autres seront ses multiples et sont appelées **harmoniques**.

Pour la mise en équation, la tension T de la corde est assurée par une masselotte et une poulie. On appelle μ la masse linéique de la corde et c la vitesse du son dans la corde.

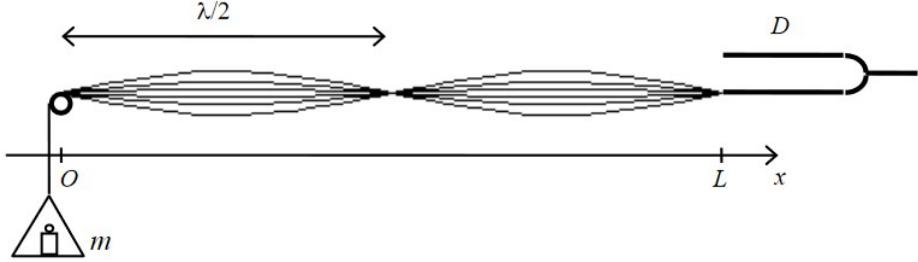


FIGURE 2.4 – Expérience de la corde vibrante de Melde

Ainsi, si la corde est excitée de manière sinusoïdale en espace et en temps, avec la nomenclature de la figure 2.4, on obtient l'équation :

$$y(x, t) = A \cos(\omega t + \phi) \cos(kx + \psi)$$

avec :

- $k = \frac{\omega}{c}$
- $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

En considérant la corde fixe en O et en L (on néglige l'amplitude des oscillations du vibreur devant l'amplitude du fuseau), on obtient les conditions aux limites : $\forall t, y(0, t) = 0$ et $y(L, t) = 0$, soit $\cos(\psi) = 0$ et $\cos(kL + \psi) = 0$.

En prenant $\psi = -\frac{\pi}{2}$, on a $\cos(kL + \psi) = \cos(kL - \frac{\pi}{2}) = \sin(kL) = 0$
D'où $kL = n\pi$ avec n un entier.

On en déduit les valeurs possibles de k :

$$k_n = \frac{n\pi}{L}$$

d'où :

$$\omega_n = k_n c = \frac{n\pi}{L} c$$

ou encore :

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{nc}{2L}$$

Dans les faits, lors d'une excitation naturelle, les modes propres se superposeront pour donner l'équation de mouvement de la corde :

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \cos\left(\frac{n\pi ct}{L} + \phi_n\right)$$

Les A_n sont mesurés expérimentalement et c'est eux qui définiront le **timbre** d'un instrument de musique (ou de n'importe quel son). Ainsi, lors de l'identification des vibrations de la chaîne aux différentes sources, il sera impossible de s'appuyer sur les amplitudes des modes propres mais seulement sur leurs fréquences.

2.2.2 Cas d'une corde en mouvement

Les résultats présentés dans cette sous-partie sont principalement tirés du travail de Mahalingam [5]. La configuration est similaire à celle décrite précédemment, à ceci près que la chaîne (toujours assimilée à une corde) sera en **déplacement**. Plus précisément, nous considérerons le brin tendu comme décrivant une translation rectiligne uniforme à vitesse $V = \omega_s R_s$ comme décrit dans la figure 2.5.

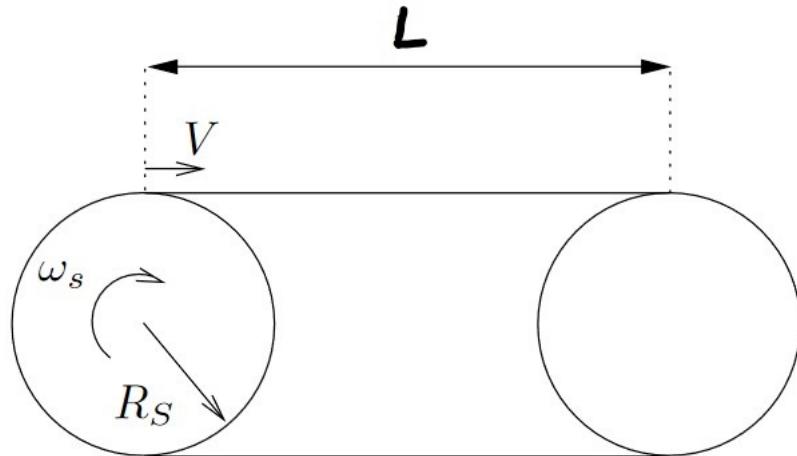


FIGURE 2.5 – Chaîne assimilée à une corde entre deux pignons.

D'après l'ouvrage de Mahalingam [5], l'équation de mouvement de la corde est donnée par :

$$y(x, t) = A_1 \sin(\omega t + \frac{\omega x}{c - V} + \Phi) + A_2 \cos(\omega t - \frac{\omega x}{c - V} + \Psi)$$

Or, on a les conditions aux limites $y(x, t) = 0$ pour tout t lorsque $x = 0$ ou $x = L$.

$$\text{Ainsi, } y(0, t) = A_1 \sin(\omega t + \Phi) + A_2 \cos(\omega t + \Psi) = 0$$

Le seul moyen de vérifier cette condition pour tout t est de construire l'une des sinusoïde de sorte à ce qu'elle soit de même amplitude et déphasée de π par rapport à l'autre comme dans la figure 2.6.

$$\text{Par exemple : } A_1 = A_2 = A, \Psi = 0 \text{ et } \Phi = -\frac{\pi}{2}$$

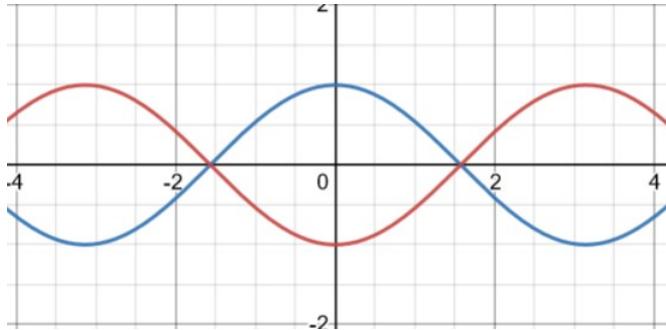


FIGURE 2.6 – Sinusoïdes destructives

Ainsi,

$$y(x, t) = A(\cos(\omega t - \frac{\omega x}{c - V}) - \cos(\omega t + \frac{\omega x}{c - V}))$$

De même, pour $x = L$ et pour tout t , $y(x, t) = 0$.

$$\text{Ainsi, } y(L, t) = A(\cos(\omega t - \frac{\omega L}{c - V}) - \cos(\omega t + \frac{\omega L}{c - V})) = 0$$

On obtient finalement $\sin(\frac{\omega L c}{c^2 - V^2}) = 0$ d'où :

$$\boxed{\omega_n = \frac{n\pi}{L} \frac{c}{c^2 - V^2}, n \in \mathbb{N}}$$

2.3 Tension liée à la force centrifuge

Lors du fonctionnement d'une chaîne de transmission, la tension mesurée est différente à la tension exercée par le moteur sur la chaîne. Une tension additionnelle s'applique à la chaîne : la tension liée à la **force centrifuge**. En effet, une chaîne contrairement à une corde a une masse linéique non négligeable, chaque maillon se déplaçant à la vitesse $V = \omega_s R_s$ autour de chaque pignon sera soumis à une force d'inertie. Celle-ci aura tendance à augmenter la tension dans la chaîne quel que soit le sens de rotation.

Si on prend conformément à la figure 2.7 F la force de tension statique, F_c la force centrifuge par unité de longueur et F_{c*} la somme des composantes horizontales des forces centrifuges, on a :

$$F_c = \mu \omega_s^2 R_s$$

et

$$dF_{c*} = F_c R_s d\Theta \sin(\Theta)$$

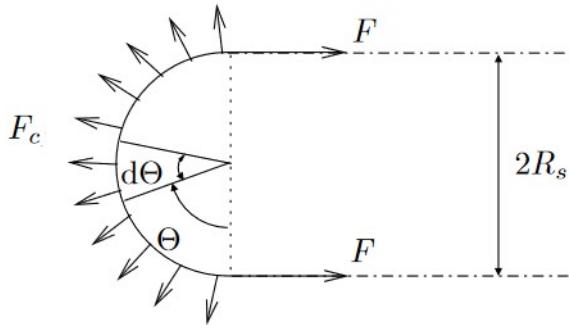


FIGURE 2.7 – Force centrifuge

Ainsi, en intégrant sur le demi cercle autour du pignon :

$$F_{c*} = \int_0^\pi F_c R_s \sin(\Theta) d\Theta = 2\mu V^2$$

La force est répartie dans deux brins, donc dans le brin qui nous intéresse la tension totale F est la somme de la pré-tension et de la tension centrifuge :

$$F = F_s + \mu V^2$$

Ce résultat est généralisé par Naguleswaran et Williams [6] pour des systèmes à deux pignons à géométrie quelconque (deux pignons de tailles différentes ou à des altitudes différentes) :

$$F = F_s + x\mu V^2, x \in [0, 1]$$

2.4 L'effet polygonal

Jusqu'ici, à l'instar de Binder [7] dans son ouvrage, la chaîne a été assimilée à une corde. Ainsi les résultats jusqu'alors présentés pourraient parfaitement s'appliquer à une courroie : les spécificités de la transmission par chaîne n'ont pas encore été prises en compte.

La première d'entre elles est l'**effet polygonal**. Comme illustré sur la figure 2.8, la distance entre les deux brins de la chaîne ne sera pas constante. Elle variera d'après les données du schéma entre D et $D\cos\frac{\alpha}{2}$.

Ainsi, puisque α est proportionnel au nombre de dents, on peut affirmer immédiatement qu'**une manière simple de réduire les vibrations induites par l'effet polygonal est d'augmenter le nombre de dents du pignon moteur.**

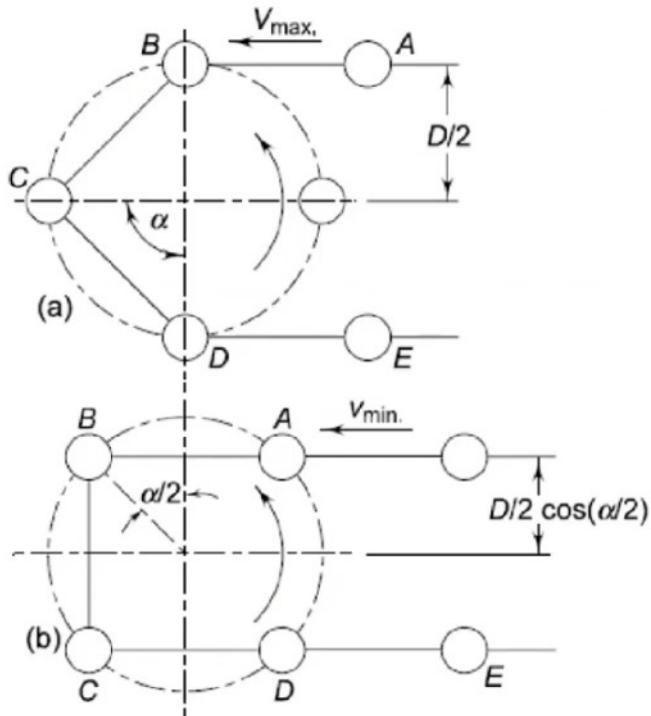


FIGURE 2.8 – Effet polygonal pour un pignon à quatre dents.

L'effet polygonal implique qu'une rotation uniforme du pignon moteur n'entrainera pas uniformément le second pignon : une variation sinusoïdale de la vitesse du brin tendu de la chaîne sera observée. Cet effet sera donc à l'origine d'un nouveau type de vibrations qui pourrait lui aussi dissiper de l'énergie et réduire la durée de vie de la chaîne.

La fréquence de ces vibrations est donnée par la formule :

$$f_p = \frac{V}{P}$$

où $V = \omega_s R_s$ est la vitesse de la chaîne et P est son pas (se référer aux généralités).

Il existe des vitesses critiques V_{cn} qui vérifient l'équation $f_p = f_n$. Autrement dit si la fréquence de vibration polygonale est égale à la fréquence

propre de la chaîne, cette dernière subira des contraintes beaucoup plus importantes que d'accoutumé augmentant d'autant les risques de casse.

2.5 Chocs entre les dents du pignon et les rouleaux de la chaîne

Binder est le pionnier concernant l'étude des chocs entre la chaîne et le pignon. Les résultats présentés dans cette partie sont tirés de son article de 1948 [8].

La théorie des chocs mécaniques étant déjà établie à l'époque, elle permettrait d'évaluer l'énergie dissipée et ainsi l'échauffement, le bruit et le risque de casse. Restait l'étape indispensable au calcul de déterminer la **vitesse relative** entre le rouleau de la chaîne et la dent du pignon.

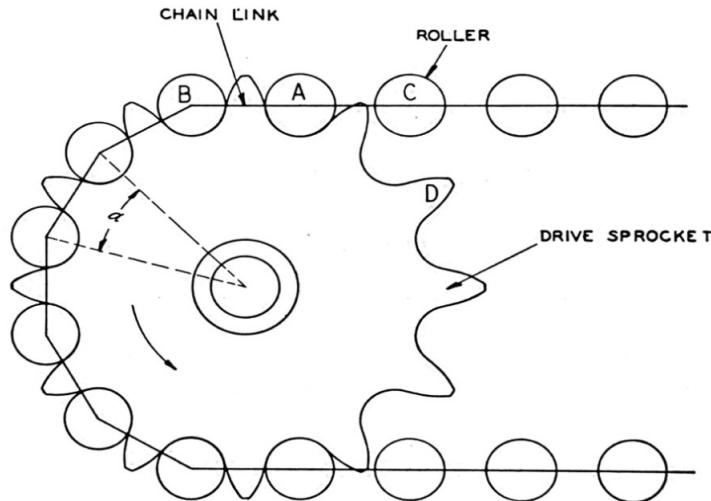


FIGURE 2.9 – Schéma du contact pignon-chaîne.

Dans la figure 2.9, lorsque le rouleau A est inséré dans le pignon, après une rotation de ce dernier d'un angle α la plaque reliant A à C commencera à s'articuler entraînant le rouleau C au contact de la dent D. Le rouleau C viendra alors s'insérer dans le pignon et la séquence se répétera.

Par souci de simplicité nous considérerons que, comme sur la figure 2.5 :

- Les deux pignons sont de même rayon
- Le pignon moteur a une vitesse angulaire constante
- On néglige l'effet polygonal (i.e. : le brin tendu demeure en tout instant parallèle à la droite formée par les axes des deux pignons).

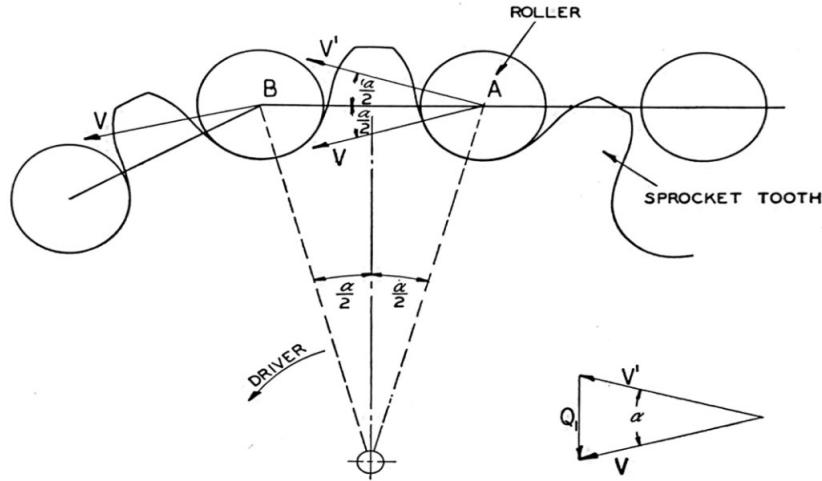


FIGURE 2.10 – Schéma des vitesses

Dans la figure 2.10, on compare deux vitesses : celle du centre du rouleau A un instant infinitésimal avant qu'il ne s'insère dans le cercle, et celle du centre dudit cercle au même instant.

La première est égale à la vitesse du rouleau B soit une norme $V = 2\pi R_s \omega_s$. La seconde quant à elle est donnée par la vitesse de rotation du pignon en le point considéré, soit $V' = 2\pi R_s \omega_s$. Les normes sont en effet égales mais les directions diffèrent, comme illustré sur la figure 2.10.

Ainsi, si on note N le nombre de dents du pignon, la différence entre les vitesses a pour norme : $Q = 2V \sin \frac{\alpha}{2} = 4\pi R_s \omega_s \sin(\frac{\pi}{N})$

Soit :

$$Q = 2\pi \omega_s P$$

(On rappelle que P est le pas de la chaîne).

Il existe des modèles plus précis mais celui-ci suffira à l'identification.

La fréquence d'impacts est proportionnelle à la vitesse de rotation du pignon, soit :

$$f_i = \frac{V}{P}$$

On constate que la fréquence des impacts est la même que la fréquence des vibrations induites par l'effet polygonal. Ils seront donc superposés sur la transformée de Fourier.

Chapitre 3

Identification expérience/simulation

3.1 Présentation du Hardware

3.1.1 Capteur

Afin de réaliser les mesures, nous avons utilisé un accéléromètre de la marque *ST Microelectronics*. La fourchette de sensibilité du capteur s'étale de $-120g$ à $+120g$ en x et en y (on ne considérera pas les vibrations co-linéaires à la direction de rotation des pignons).

Le site internet du constructeur [9] nous renseigne sur les caractéristiques de l'accéléromètre, résumées dans la fiche suivante :

All features

- AEC-Q100 qualified
- 3.3 V single supply operation
- 14-bit data output
- $\pm 120 g$ full scale
- Slow and fast offset cancellation
- Embedded self-test
- Selectable low-pass filter
- SPI interface
- Extended temperature range -40°C to $+105^{\circ}\text{C}$
- ECOPACK compliant

FIGURE 3.1 – Fiche technique de l'accéléromètre utilisé

3.1.2 Mémoire

Les données seront stockées dans une barrette de mémoire morte (Non-Volatile Memory)de la marque *Cypress Semiconductor*, modèle CY 14B 101Q 2A-SXI.

Pour plus de détails, le document [10] présente toutes les caractéristiques de la mémoire utilisée.

3.1.3 Microcontrôleur

Les données sont traitées par un microcontrôleur de la marque *Microchip*, modèle PIC16F690 représenté sur la figure 3.2

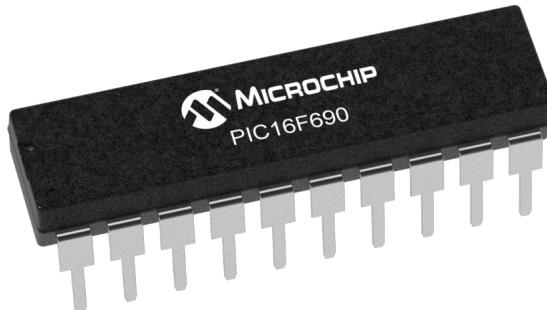


FIGURE 3.2 – Microcontrôleur *Microchip*.

Les différentes fiches du microcontrôleur sont décrites dans la figure 3.3 et son schéma est présenté en annexe (Figure 3.9).

Les fiches que nous utiliserons peuvent rapidement être décrites comme suit :

- **20** : Relie le contrôleur à la terre.
- **19/2** : Horloge et indicateur lumineux.
- **18** : Renvoie les données à la barrette mémoire.
- **1** : Borne positive d'alimentation

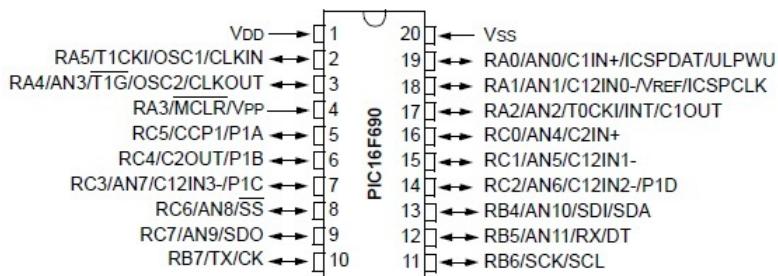


FIGURE 3.3 – Schéma des connexions du microcontrôleur.

3.2 Réalisation des mesures

Le montage décrit par la figure 3.4 est réalisé en figure 3.5. Sa relative complexité s'explique par des difficultés d'ordre pratique.

Il est en effet délicat de réaliser des mesures sur des pièces en rotation reliée par des câbles à un ordinateur ou une prise secteur. Ainsi, il semble nécessaire d'avoir une unité de mesure autonome en énergie et en mémoire.

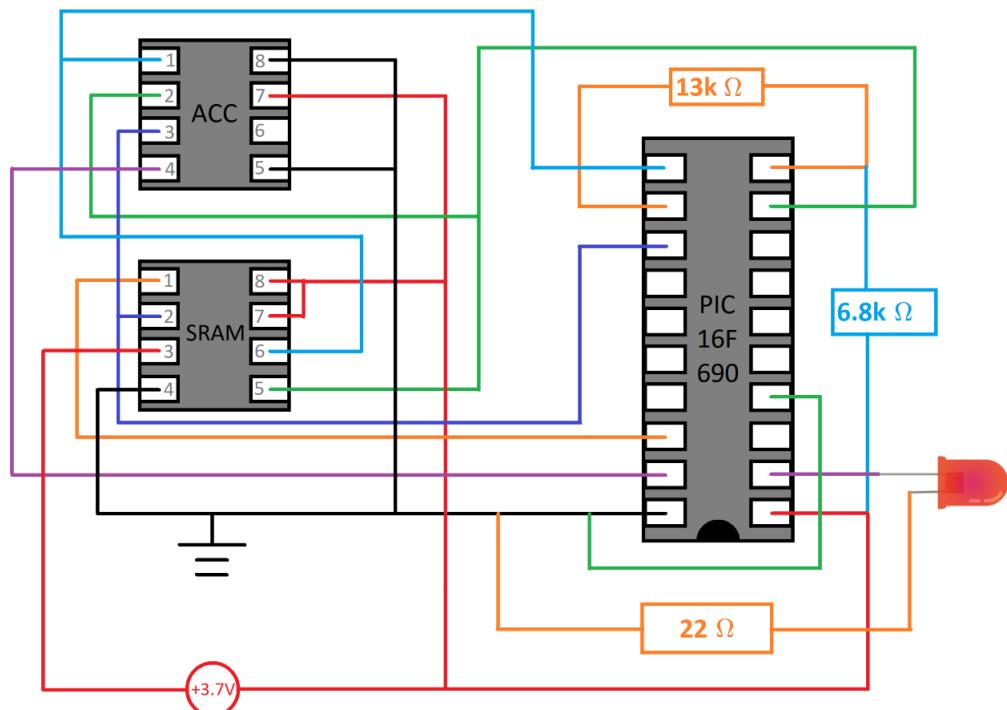


FIGURE 3.4 – Schéma du circuit de collecte et recueil des données

Le microcontrôleur a été programmé de sorte à ce que la diode clignote pour signaler le début et la fin de la collecte de données.

Une fois la collecte terminée (la mesure dure 23 secondes pour un total de 1600 points), le montage doit être passé en configuration "recueil", branché à un ordinateur puis alimenté à nouveau. La diode s'illuminera alors de manière continue jusqu'à la complétion du recueil de données.

Si il était d'abord prévu de réaliser un capteur avec interrupteur afin de faciliter la transition du mode "collecte" au mode "recueil", le manque de temps et de matériel nous a cantonné à ce montage peu ergonomique.

Le recueil de données est rendu possible par le code Matlab ReadBike.m présenté en annexe (figure 3.12).

Sur la figure 3.5, la diode est rouge continue : il s'agit d'une collecte de données. L'ordinateur est branché en bas à gauche via un port USB.

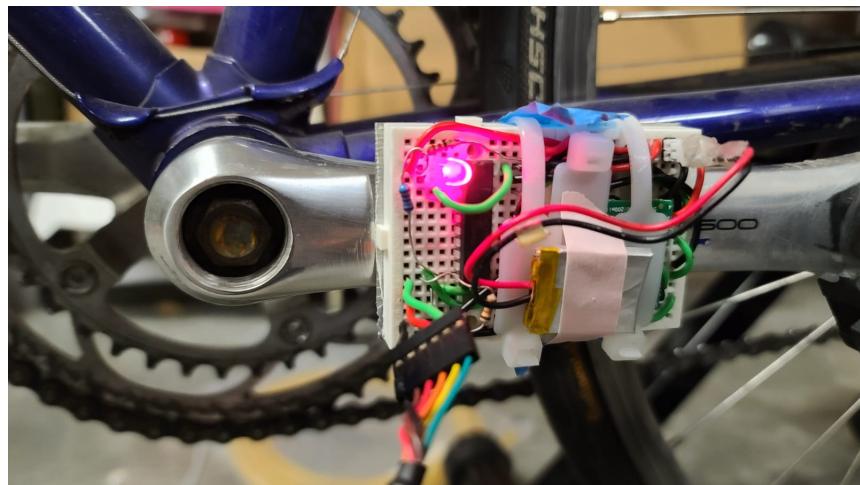


FIGURE 3.5 – Montage en mode recueil de données

3.3 L'effet polygonal

Comme spécifié en partie 2.4, la réduction du nombre de dents du pignon moteur induit une diminution de l'amplitude de la vibration liée à l'effet polygonal. Ainsi il est très simple expérimentalement de déterminer quel pic de la transformée de Fourier correspond à l'effet polygonal.

Les figures 3.6 et 3.7 présentent les transformées de Fourier des vibrations mesurées respectivement pour le grand et le petit plateau, toutes choses égales par ailleurs.

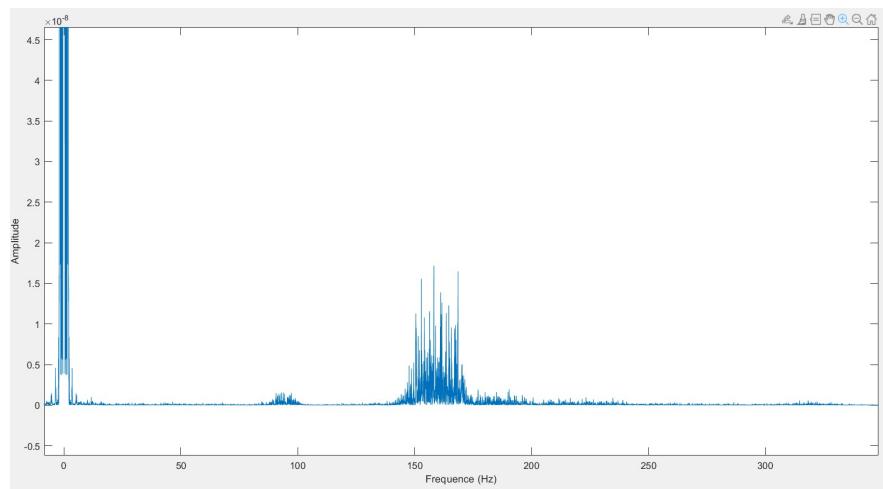


FIGURE 3.6 – Mesure pour le grand plateau

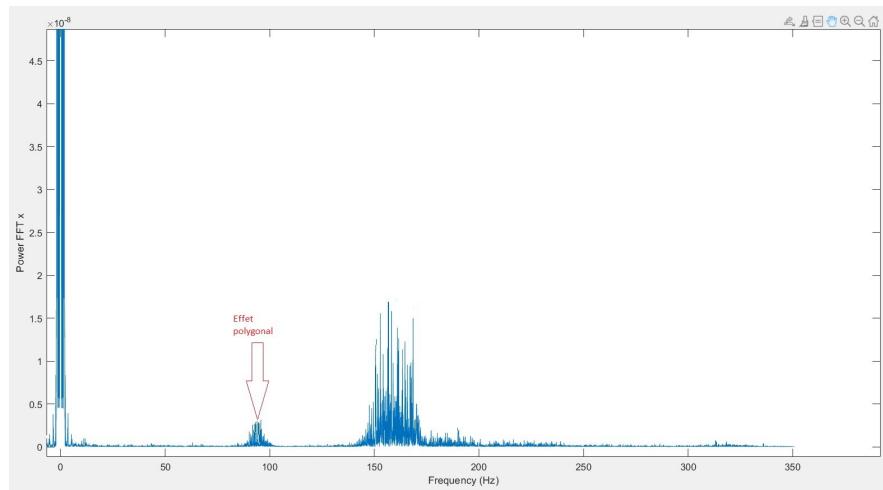


FIGURE 3.7 – Mesure pour le petit plateau

On peut ainsi déduire que le pic se situant aux alentours des 90 Hz correspond à l'effet polygonal. Il s'agit à présent de croiser ce constat avec notre

modèle afin d'en vérifier la validité.

En partie 2.4, nous avons établi que la fréquence de la vibration due à l'effet polygonal s'écrivait :

$$f_p = \frac{V}{P}$$

. La figure 3.8 représente l'allure temporelle des mesures réalisées (les mesures sur chacun des plateaux ont été réalisées à la même vitesse de translation de la chaîne) :

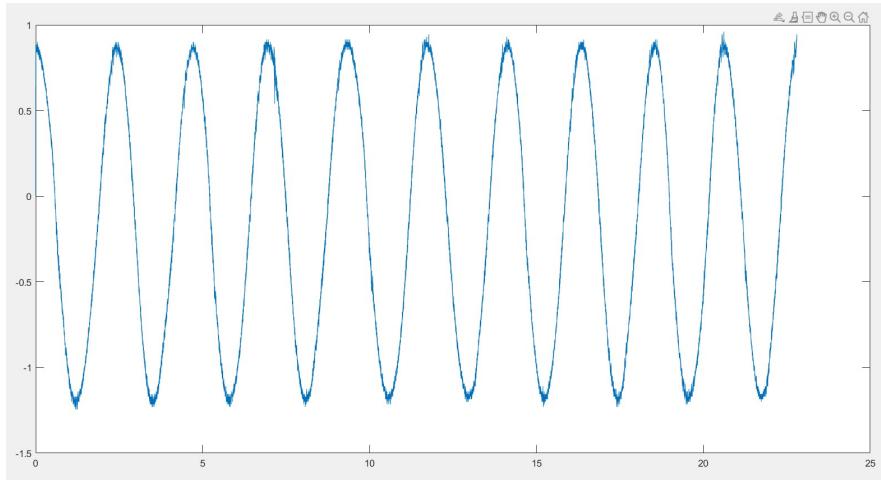


FIGURE 3.8 – Allure temporelle

Il est ainsi possible de calculer la vitesse de translation de la chaîne et, par suite, la fréquence des vibrations liées à l'effet polygonal.
On obtient dans ce cas une fréquence $f_p = 92Hz$, ce qui semble aller dans le sens de la déduction précédente.

Il est très difficile de distinguer sur la transformée de Fourier les vibrations dues à l'effet polygonal et celles provenant des impacts pignons-chaîne puisque comme vu dans la partie théorique celles-ci ont la même fréquence.

Cependant, d'après la littérature pour un nombre de dents du pignon moteur de l'ordre de la dizaine l'effet des impacts est négligeable devant celui du phénomène polygonal.

3.4 Vibration propre

Afin de vérifier notre modèle pour les fréquences naturelles de la corde immobile soumise à une tension T , nous avons reproduit à l'identique l'expérience de la corde de Melde à ceci près que la tension T est assurée non pas par une masselotte mais par un pèse bagage. En effet cette méthode donne une mesure de la force exercée et permet de la faire varier au besoin.

Les programmes détaillés en annexes (figures 3.11 et 3.10) permettent un calcul des fréquences naturelles en fonction de la tension T de la chaîne.

Conclusion :

Jusqu'alors, ma vision de la méthode scientifique était très traditionnelle : les chercheurs élaborent un modèle en s'appuyant sur la théorie, puis vérifient sa validité en comparant ses résultats à ceux de l'expérience. Dans les faits, cette étude a suivi un processus beaucoup moins lisse, et est en particulier née de l'expérience. En effet, c'est la transformée de Fourier de la mesure initiale qui a sollicité la curiosité du professeur.

Bibliographie

- [1] THE COMPLETE GUIDE TO CHAIN.
http://chain-guide.com/basics
- [2] Woosuk CHOI. *Vibration of roller chain drives with and without a tensioner.* 1994.
- [3] WALLONIE ENERGIE SPW.
https://energie.wallonie.be/fr/transmission.html Transmission mécanique, transmission d'énergie.
- [4] BRAMPTON RENOLD.
https://rj-international.eu/download/catalogues/transmission/renold/RenoldChaineARouleaux.pdf Chaîne à rouleaux.
- [5] MAHALINGAM.
S. (1957), ‘Transverse vibrations of power transmission chains’, British Journal of Applied Physics
- [6] NAGULESWARAN, S. AND WILLIAMS, C. J. H. (1968), ‘Lateral vibrations of band-saw blades, pulleys and the like’, Int. J. Mech. Sci. 10, 239–250.
- [7] BINDER, R. C. (1956), Mechanics of the Roller Chain Drive, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J.
- [8] R.C.BINDER AND W.V.COVERT, ‘Impact between Chain Roller and Sprocket in a ChainDrive’, Journal of the Franklin Institute, Vol.245, No.4(1948)
- [9] AUTOMOTIVE ACCELEROMETER.
https://www.st.com/en/mems-and-sensors/ais2120
- [10] MÉMOIRE.
https://www.cypress.com/file/44706/download
- [11] MICROCONTRÔLEUR.
https://www.microchip.com/wwwproducts/en/PIC16F690

Annexes

Schéma bloc du microcontrôleur PIC 16F690.

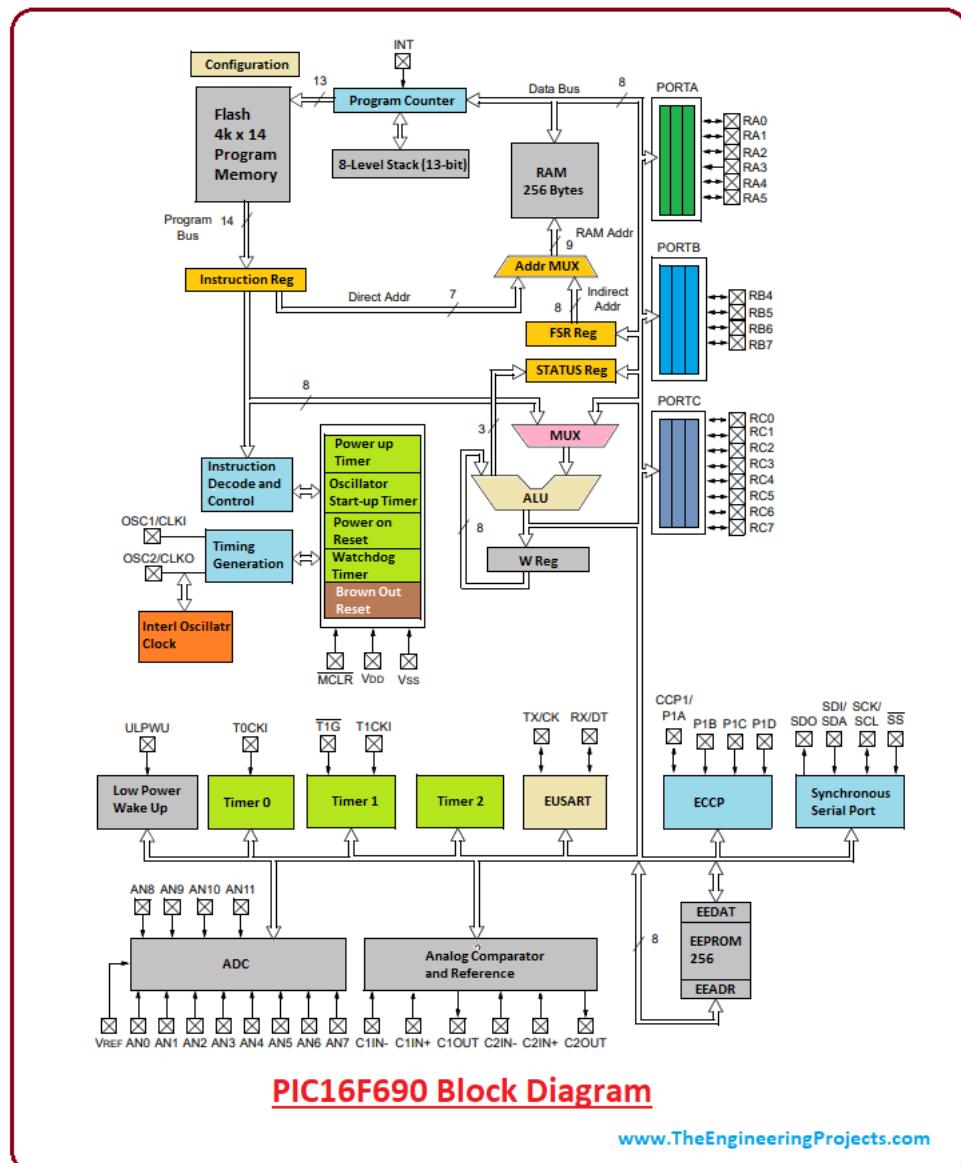
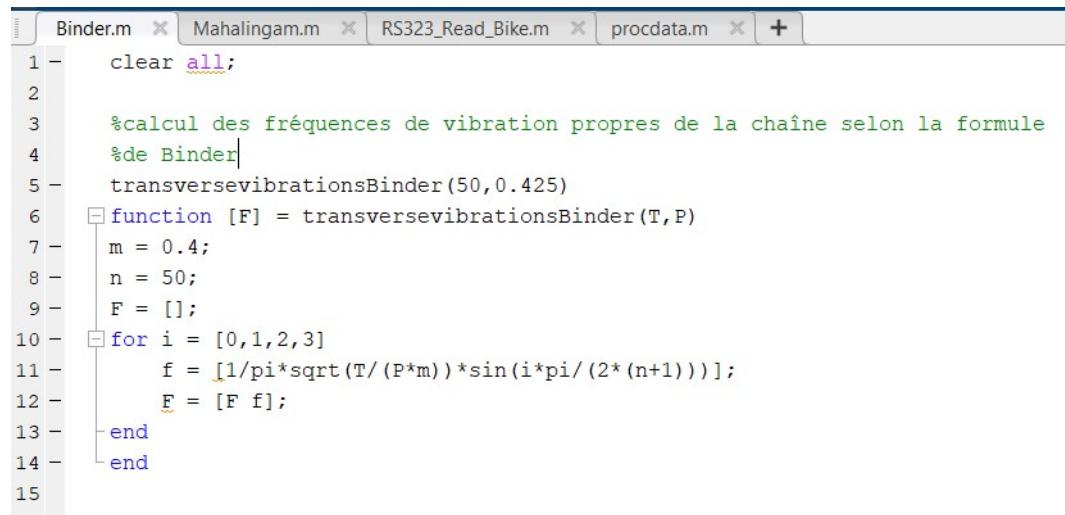


FIGURE 3.9

Fréquences naturelles selon le formule de Binder



```
Binder.m * Mahalingam.m * RS323_Read_Bike.m * prodata.m + |  
1 - clear all;  
2  
3 %calcul des fréquences de vibration propres de la chaîne selon la formule  
4 %de Binder  
5 - transversevibrationsBinder(50,0.425)  
6 - function [F] = transversevibrationsBinder(T,P)  
7 - m = 0.4;  
8 - n = 50;  
9 - F = [];  
10 - for i = [0,1,2,3]  
11 -     f = [1/pi*sqrt(T/(P*m))*sin(i*pi/(2*(n+1)))];  
12 -     F = [F f];  
13 - end  
14 - end  
15
```

FIGURE 3.10

Fréquences naturelles selon la formule de Mahalin-gam

```
clear all;

%l la distance entre les axes des pignons
%V la vitesse de translation de la chaîne
%c la vitesse du son dans la chaîne

%on considère la relation entre la tension statique de la chaine et les
%fréquences vibratoires associées
ftensionedstring(1000,2,0.42)
centrifuge(1000,2,0.42)
polygonal(2)

function [Ft,At] = tensionedstring(T,v,l)
m = 0.2255;                                %mass per unit length
c = sqrt(T/m);
Ft = [];

for i = [0,1,2,3]
    f = i/(2*l)*(c^2-v^2)/c;
    %w = [i*pi/l*(c*c-V*V)/c];
    Ft = [Ft f];
end
end

%ici, à la tension statique de la corde on ajoute le tension liée à la
%force centrifuge
function [Fc] = centrifuge(T,v,l)
m = 0.2255;
eta = 1 ;
T = T+eta*m*v^2;
c = sqrt(T/m);
Fc = [];
for i = [0,1,2,3]
    f = i/(2*l)*c;
    %w = [i*pi/l*(c*c-V*V)/c];
    Fc = [Fc f];
end
end

%ici, à la tension statique de la corde on ajoute le tension liée à la
%force centrifuge
function [Fp] = polygonal(v)
P = 0.0127;
Fp = v/P;                               %v est la vitesse de la chaîne
%w = 2*pi*f
end
```

FIGURE 3.11

Recueil des données

```
1 -     out=instrfind();
2 -     delete(out);
3
4 -     clear all
5 -     Ndata=16000
6 -     s = serial('COM3');    %Serial port configuration
7 -     set(s,'BaudRate',19200);
8 -     set(s,'InputBufferSize',2*Ndata);
9 -     %-----
10 -    fopen(s)    %Open serial port
11
12 -    fwrite(s,255,'async')    %Send cue to the microcontroller to start transmitting
13 -    %pause(5)
14 -    while (s.BytesAvailable<Ndata*2) end
15 -    %pause(5)
16 -    out=fread(s,Ndata,'int16');
17
18 -    %for i = 1 : Ndata,
19
20 -        % out(i) = fread(s,1,'int16');  %Read data from the input buffer in g-s
21 -        %%
22 -        %
23 -        %    for x = 1:10
24 -        %        disp(x)
25 -        %    end
26 -        %
27 -    %end
28
29
30 -    %flushinput(s);
31 -    %fwrite(s,255,'async')    %Send cue to the microcontroller to start transmitting
32 -    % pause(20)
33 -    %for i = 1 : Ndata,
34
35 -        % out2(i) = fread(s,1,'int16')*0.015;  %Read data from the input buffer in g-s
36
37 -    %end
38 -    %-----
39 -    %
40 -    fclose(s)    %Close serial port
41 -    %delete(s)
42 -    %clear s
43 -    %%
44 -    t=0:22.8/Ndata:22.8*(Ndata-1)/Ndata;
45 -    out = flipud(out)/2*0.015;
46 -    figure
47 -    plot(t,out);shg
48 -    fout = fft(out);
49 -    figure
50 -    plot(t,smooth(real(fout)))
```

FIGURE 3.12