

Machbarkeitsstudie für den Ionisationskanal eines Prototyp-Detektors zur Suche nach Leichter Dunkler Materie

Bachelorarbeit
von

Max Erhart

am Institut für Experimentelle Kernphysik

Referent: Prof. Dr. G. Drexlin
Korreferent: Dr. K. Eitel
Betreuernder Mitarbeiter: Dr. B. Siebenborn

Bearbeitungszeit: –

Erklärung zur Selbstständigkeit

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe, die wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen als solche kenntlich gemacht und die Satzung des KIT zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis in der gültigen Fassung vom 17.05.2010 beachtet habe.

Karlsruhe, den , _____
Max Erhart

Als Ansichtsexemplar genehmigt von

Karlsruhe, den , _____
Prof. Dr. G. Drexlin

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1. Dunkle Materie	3
1.1. Evidenzen für Dunkle Materie	3
1.2. Teilchenkandidaten für Dunkle Materie	4
1.3. Direkter Nachweis Dunkler Materie	5
2. Suche nach LDM mit DELight	7
2.1. Konzept des DELight Experiments	7
2.2. MMC Kalorimeter	8
3. Theoretische Betrachtungen zur Signal Entstehung und Rauschen	11
3.1. Shockley-Ramo-Theorem	11
3.2. Luke-Verstärkung	13
3.3. HEMT Übersicht	14
3.4. Rauschen	14
4. Konzept für Entwurf und Aufbau der Prototyp Verstärkerelektronik	17
4.1. Kalte Elektronik	17
4.2. Verstärker	19
4.3. Experimenteller Aufbau	20
5. Auswertung der aufgenommenen Daten	23
5.1. Temperatur- und Frequenzabhängigkeit der Verstärkung	23
5.2. Vergleich der Rauschspektren bei verschiedenen Temperaturen	26
5.3. Bestimmen der Energieauflösung	28
6. Ausblick	33
Literaturverzeichnis	37
Abkürzungsverzeichnis	41
A. Anhang	43
A. Optimal Filtering	43
A.1. Diskrete Fouriertransformation	43
A.2. Rauschen	43
A.3. Optimaler Pulshöhen Fit	44
B. Layout	45

Einleitung

Der Großteil der Masse im Universum besteht aus nicht sichtbarer Dunkler Materie (DM) deren Existenz durch kosmologische Beobachtungen begründet ist. Die Zusammensetzung von DM ist bis heute unklar. Das Untersuchen von DM gibt uns nicht nur Aufschluss über ihre Eigenschaften wie Zusammensetzung, Wechselwirkung und Herkunft, sondern ermöglicht gleichzeitig Erkenntnisgewinn über die Entstehung des Universums. Prinzipiell liegt ein Fokus jüngerer Experimente auf dem Nachweis einer Streuung von DM mit sichtbarer Materie.

Viel Aufwand wurde in die Detektion von weakly interacting massive particles (WIMPs) als Kandidaten für DM im Massenbereich von wenigen GeV bis TeV gesteckt. Auf Direktem Wege wird anhand DM-Nukleon Streuung nach WIMPs gesucht. Zu diesen Experimenten zählen zum Beispiel XENON[1] und LUX[2] welche flüssige Edelgase als Detektormaterial verwenden. Alternativ werden hochreine Halbleiterkristalle bei kryogenen Temperaturen verwendet. Experimente wie EDELWEISS[3] oder SuperCDMS[4] verwenden Germanium Kristalle in einem elektrischen Feld. Um hohe Sensitivität zu erreichen werden die Detektoren auf Temperaturen von wenigen Kelvin gekühlt. Die bei einer Wechselwirkung im Germaniumkristall deponierte Energie in Form von Ionisation, Szintilationslicht oder Wärme (Phononen) ist messbar und gibt Aufschluss über die wechselwirkenden Teilchen. Die Informationen über das Ereignis werden bei EDELWEISS durch das Auslesen des Ionisationssignals sowie des Phononsignals gewonnen. Die Verwendung beider Kanäle ermöglicht zusätzlich zur Energiebestimmung zwischen Kern- und Elektron Streuung zu diskriminieren. Auf diese Art können große Teile des Parameterbereichs von WIMPs abgedeckt werden. Bisher konnte allerdings kein eindeutiges WIMP Signal festgestellt werden. Neben WIMPs ist light dark matter (LDM) mit Massen im sub-GeV Bereich eine vielversprechende Möglichkeit. Das DELight Experiment hat das Ziel mittels DM-Elektron Streuung die Sensitivität im Bereich LDM um mehrere Größenordnungen zu verbessern. Dazu soll mittels Luke-Verstärkung (siehe Abschnitt 3.2) eine Energieauflösung des Ionisationssignals im eV Bereich erreicht werden.

Der Aufbau sieht für das Einbringen des elektrischen Feldes vakuumseparierte Elektroden vor. Dies verbessert einerseits die Qualität des Wärmekanals erhöht aber andererseits die Anforderungen für die Messung im Ionisationskanal. Die Aufgabe in dieser Arbeit ist es zu untersuchen, ob es möglich ist an den vakuumseparierten Elektroden ein Signal im Ionisationskanal zu messen. Dazu ist es notwendig die Verstärkerelektronik des Ionisationskanal zu entwickeln und deren Auflösung zu untersuchen. Ziel ist es die Messanordnung in zukünftigen Arbeiten anzuwenden, um die Linearität des Neganov-Luke-Effekts in einem großen Spannungsbereich zu prüfen.

1. Dunkle Materie

1.1. Evidenzen für Dunkle Materie

Erste Beobachtungen der Effekte von Dunkler Materie wurden von Fritz Zwicky im Jahr 1933 gemacht. Unter Verwendung des Virialsatzes der Thermodynamik berechnete er die Rotationsgeschwindigkeit von Galaxien im Coma Cluster basierend auf der leuchtenden Materie. Diese verglich er mit den über die Rotverschiebung bestimmten Rotationsgeschwindigkeiten und fand, dass die Masse ungefähr um ein 400 faches kleiner ist als erwartet.[5] Um die Diskrepanz zu erklären postulierte er weitere nicht leuchtende Materie, Dunkle Materie. Bis heute wurden zahlreiche weitere Beobachtungen der Effekte von DM gemacht. Erwartet wird, dass die gesamte Materie des Universums zu 84%[6] aus DM besteht. Im Folgenden werden die prominentesten dieser Beobachtungen vorgestellt.

Rotationskurven von Galaxien

Für die Rotationsgeschwindigkeit von Galaxien erwarten wir anhand der Newtonschen Mechanik

$$v(R) = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}} \quad (1.1)$$

hier ist G die Gravitationskonstante, R der Abstand zum Zentrum der Rotation und $M(R)$ die gesamte Masse innerhalb einer Kugel des Radius R um das Zentrum. Ab einem gewissen Abstand ist der Großteil der sichtbaren Masse von dieser Kugel eingeschlossen. Ab dann bleibt $M(R)$ ungefähr konstant und die Rotationsgeschwindigkeit nimmt mit $1/\sqrt{R}$ ab. Dieses Verhalten wurde mittels Rotverschiebung von Vera Rubin in den 70er Jahren anhand von Spiralgalaxien untersucht. Mit dem Ergebnis, dass die Rotationskurven aller von ihr untersuchten Galaxien konstant bleiben oder sogar ansteigen weit jenseits ihrer größten Leuchtkraft, siehe Abbildung 1.1. Dies suggeriert eine nicht leuchtende, linear mit dem Radius ansteigende Massenverteilung.[7] Jüngste Beobachtungen

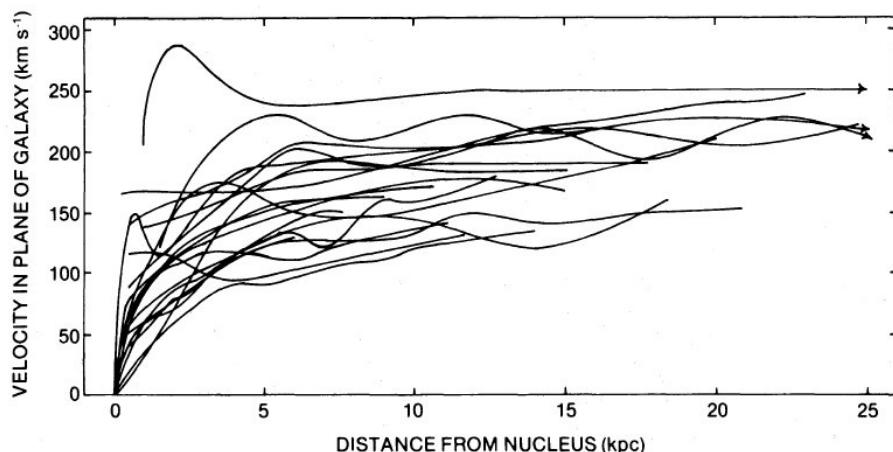


Abbildung 1.1.: Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Radius zum Zentrum für 21 Sc Galaxien.[7]

zeigen, dass auch Galaxien ohne oder mit nur sehr wenig DM auftreten können.[8]. Dunkle Materie und Baryonische Materie sind daher nicht immer aneinander gekoppelt wie es für Theorien wie Modified Newtonian dynamics (MOND)[9] und Emergent Gravity Paradigm[10] notwendig ist, in denen die Effekte DM eine Konsequenz Baryonischer Materie sind.

Evidenz aus Gravitationslinseneffekten

Als Gravitationslinseneffekt wird die Ablenkung von Licht durch die Raumkrümmung massereicher Objekte bezeichnet und führt dazu, dass Objekte vergrößert, verzerrt oder heller erscheinen[12]. Mittels des schwachen Gravitationslinseneffekts wurden außergewöhnliche Erkenntnisse über die Massenverteilung im Bullet Cluster gewonnen. Das Bullet Cluster besteht aus zwei kollidierten Clustern. Bei der Kollision sind die Galaxien der Cluster fast ungehindert passiert. Der Großteil der Clustermassen in Form von interstellarem Gas befindet sich allerdings noch im Zentrum der Kollision und erzeugt Röntgenstrahlung auf Grund elektromagnetischer Wechselwirkungen, in Abb. 1.2 rechts dargestellt. Die durch den schwachen Gravitationslinseneffekt bestimmte Massenverteilung zeigt allerdings weitere um die ursprünglichen Cluster verteilte Materie welche bei der Kollision kaum wechselwirkte. Aus der Position des warmen Gases und der Position der Dunklen Materie kann die Größe der Selbstwechselwirkung von Dunkler Materie eingeschränkt werden.[13]

1.2. Teilchenkandidaten für Dunkle Materie

Aus den beobachteten Effekten Dunkler Materie lassen sich bereits Eigenschaften ableiten, welche von Teilchenkandidaten erfüllt sein müssen. Dunkle Materie interagiert nur sehr schwach, ist stabil auf der kosmologischen Zeitskala und ist zum Großteil kalt (nicht relativistisch). Die Liste möglicher Kandidaten ist zahlreich. Von besonderem Interesse sind diejenigen, die zusätzlich aus anderen Teilgebieten der Physik motiviert sind.

Axion

CP-Verletzung sollte in der starken Wechselwirkung möglich sein, konnte bisher allerdings nicht beobachtet werden. Die Abwesenheit von CP-Verletzung in der starken Wechselwirkung ist als starkes CP-Problem bekannt. Durch das Hinzufügen einer $U(1)$ Peccei-Quinn (PQ) Symmetrie kann dieses gelöst werden.[14] Das Axion ist das Nambu-Goldstone Boson der spontanen Brechung dieser Symmetrie. Aufgrund stellarer Entwicklung wird erwartet, dass die Masse des Axions kleiner als 10^{-2} eV[15] ist. Nicht thermische Axionen könnten trotzdem ein Kandidat für kalte DM sein.[16] Eine Auswahl verschiedener Ausschlussbereiche für die Axionmasse und die Kopplung an zwei Photonen ist in Abb. 1.3 gegeben.

WIMPs

Als WIMP (weakly interacting massive particles) wird eine Gruppe von Teilchen bezeichnet, welche eine Masse im Bereich von $10\text{ GeV} - 1\text{ TeV}$ haben und Wirkungsquerschnitte in der Größenordnung

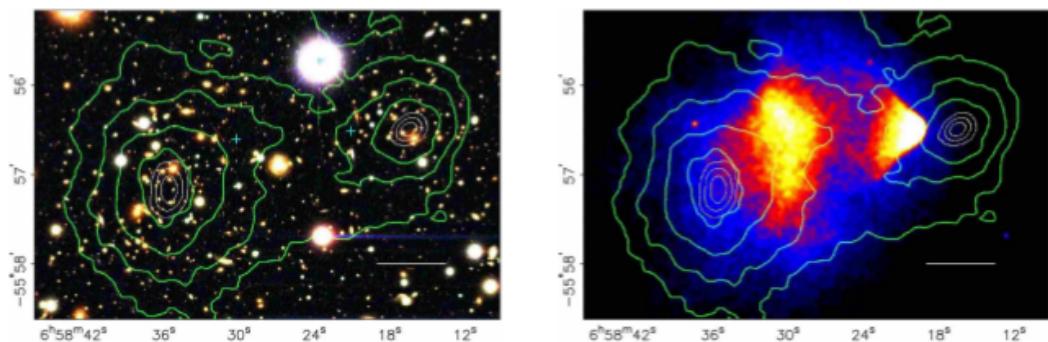


Abbildung 1.2.: Links: Aufnahme des Bullet Cluster vom Magellan Teleskop. Rechts: Röntgenaufnahme des Bullet Cluster vom Chandra Teleskop. Die Konturen zeigen die durch den schwachen Gravitationslinseneffekt erwartete Massenverteilung.[11]

schwacher Wechselwirkungen[16]. WIMPs entstanden im frühen Universum im thermischen und chemischen Gleichgewicht mit Teilchen des Standard Modell (SM). Beim Abkühlen des Universums fällt die Anzahl der WIMPs ab einer Temperatur kleiner der WIMP Masse, aufgrund des Boltzmann-Faktors, exponentiell ab. Da sich das Universum allerdings gleichzeitig ausdehnt kommt es ab dem Punkt an dem die Paarvernichtungsrate kleiner als die Expansionsrate des Universums ist, zum Freeze-out und die Teilchendichte bleibt nahezu konstant. Es bleibt eine so genannte relic density übrig. Liegt der Wirkungsquerschnitt für WIMPs in der Größenordnung schwacher Wechselwirkungen, ergibt sich für die relic density die aus kosmologischen Beobachtungen erwartete DM Dichte. Dies wird als WIMP miracle bezeichnet. Eigentlich motiviert als Lösung des gauge hierarchy problem tauchen in der Supersymmetrie (SUSY) mögliche WIMP Kandidaten auf. SUSY ist eine Erweiterung des SM in dem eine Symmetrie zwischen Fermionen und Bosonen eingeführt wird. Dies fordert weitere Teilchen welche sich im Spin um 1/2 zu ihrem SM Partner unterscheiden. Das leichteste supersymmetrische Teilchen ist aufgrund der neuen Erhaltungsgröße R-Parität stabil und daher ein möglicher WIMP Kandidat. Dieses könnte das Neutralino sein.[18]

1.3. Direkter Nachweis Dunkler Materie

Der Nachweis DM durch Streuung an einem SM Teilchen wird als direkter Nachweis bezeichnet. Dabei wird im Experiment die bei der Streuung deponierte Energie in Form von Ionisation, Szintillationslicht oder Phononen bestimmt. Die Rate solcher Ereignisse ist entscheidend von der Dichte, relativen Geschwindigkeit zwischen Erde und DM-Halo, Masse der DM Teilchen und Wirkungsquerschnitt der Wechselwirkung abhängig. Aufgrund des kleinen Wirkungsquerschnitt ist genaue Kenntnis und Minimierung des Untergrunds notwendig. Daher befinden sich Experimente dieser Art in Laboren tief unter der Erde. Aufgrund natürlicher Radioaktivität wird der Untergrund zusätzlich durch aktive und passive Schilde sowie hochreines Detektormaterial verringert.

Im Wesentlichen gibt es zwei Arten von Detektor Typen kryogene Halbleiterdetektoren und Edelgasdetektoren mit flüssigem Edelgas. Flüssig Edelgasdetektoren verwenden Photomultiplier um das Scintillationslicht welches bei Wechselwirkungen entsteht zu detektieren. Zusätzlich driften die Ladungsträger des Ionisationssignal im extern angelegten Feld und erzeugen dabei weiteres

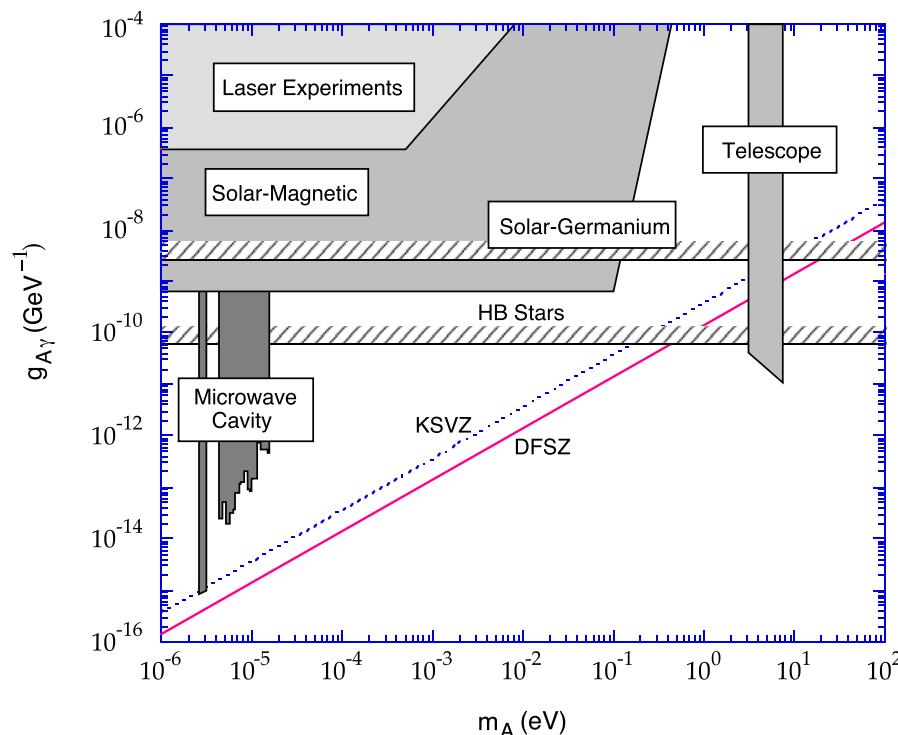


Abbildung 1.3.: Ausschlussbereiche der Axionmasse und Kopplung an zwei Photonen. Auf der vertikalen Axe ist die effektive Kopplung des Axions an zwei Photonen aufgetragen und auf der horizontalen die Masse. KSVZ und DFSZ sind zwei Klassen von Axion Modellen. DM Axionen werden zwischen diesen Modellen im Massenbereich von $1 \mu\text{eV} - 100 \mu\text{eV}$ erwartet.[17]

Szintillationslicht. Dadurch kann zwischen Nukleon und Elektron Streuung unterschieden werden. Der Detektor fungiert dadurch als Time Projection Chamber. Aktuell wird als Detektormaterial flüssiges Xenon oder flüssiges Argon verwendet. Experimente dieser Art sind XENON[1] und LUX[2]. Kryogene Halbleiterdetektoren sind hochreine Kristalle welche im mK Bereich angewendet werden. Über Sensoren an der Oberfläche wird anhand des Wärme- und Ionisationssignal die deponierte Energie bestimmt. Prominente Beispiele für Experimente dieser Art sind EDELWEISS[3] und SuperCDMS[4].

2. Suche nach LDM mit DELight

Trotz großem experimentellem Aufwand konnte bisher kein eindeutiges WIMP Signal beobachtet werden. Der theoretisch motivierte Parameterbereich LDM von MeV – GeV ist allerdings noch weitgehend unerforscht. Ziel des DELight Experiments ist es die Sensitivität im Massenbereich von 1 MeV – 10 MeV um mehrere Größenordnungen zu verbessern. Um dieses zu erreichen wird das Ionisationssignal weniger Elektronen einer DM-Elektron Streuung betrachtet[20]. Als Target wird Germanium verwendet, welches sich aufgrund seiner geringen effektiven Bandlücke von 3 eV besonders gut eignet.[21] Neben Neutrinos ist der Untergrund weitgehend unbekannt. Eine wichtige Methode um Signal vom Untergrund zu unterscheiden ist die jährliche Modulation des Flusses an DM aufgrund der relativen Geschwindigkeit zwischen dem DM Halo und der Erde[22]. Allerdings gibt es für Signale, wie sie von LDM erwartet werden, kaum Untergrund. In Abb. 2.1 ist die erwartete Sensitivität des GeMMC Detektors für eine untergrundfreie Exposition von $1 \text{ kg} \cdot \text{y}$ dargestellt.

2.1. Konzept des DELight Experiments

[CITE SCHEMATIC 2.2] Bei einer DM-Elektron Streuung entsteht eine bestimmte Anzahl Elektron-Loch-Paare im Germanium Target. Diese soll bestimmt werden, da sie Aufschluss über die deponierte Energie gibt. Dazu wird über eine Elektrode ein Potential im Kristall erzeugt, wodurch

To Do

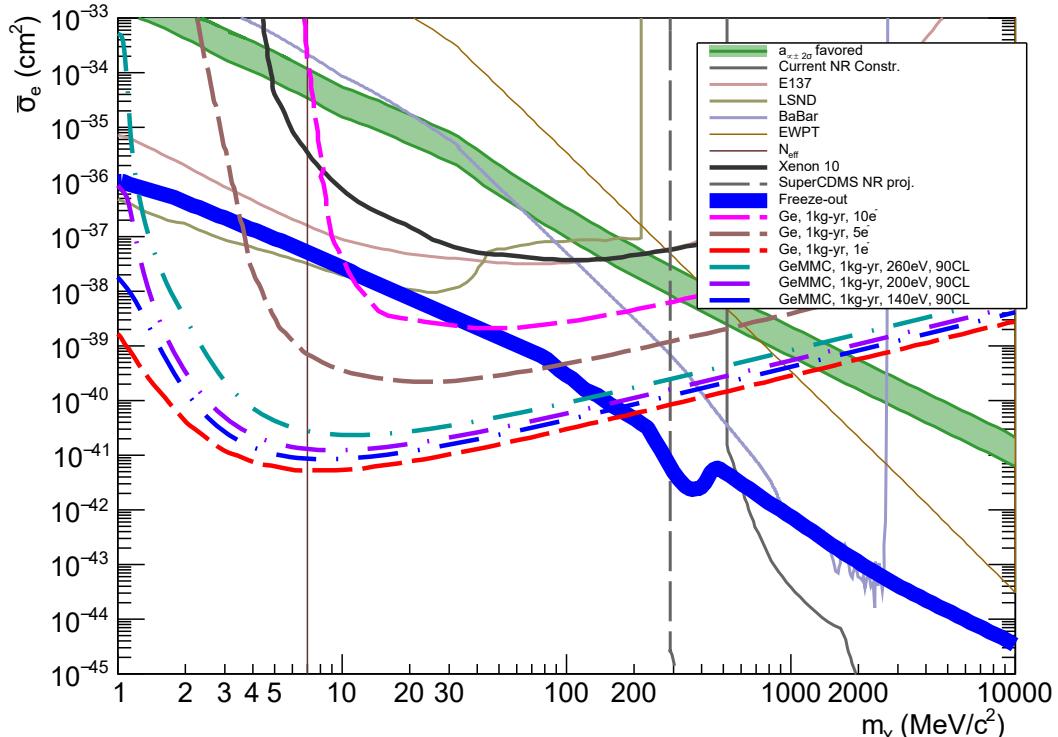


Abbildung 2.1.: Sensitivitätskurve für einen DM-Formfaktor $F_{\text{DM}} = 1$ in Kombination mit Ausschlusskurven anderer Experimente für den DELight Detektor. Die dicke blaue Linie stellt den durch Freeze-out favorisierten Parameterbereich da.[19]

die Ladungsträger anfangen zu driften. Dadurch entstehen zwei Signale, welche gemessen werden können. Erstens induzieren die driftenden Ladungsträger ein Strom in nahegelegenen Elektroden gemäß dem Shockley-Ramo-Theorem[23] (siehe Abschnitt 3.1), welcher über einen Ionisationskanal gemessen werden kann. Zweitens erzeugen die Ladungsträger beim Driften sekundäre Phononen, was als Neganov-Luke-Effekt[24] (siehe Abschnitt 3.2) bezeichnet wird. Die Anzahl der Phononen hängt von dem durchlaufenen Potential ab und kann daher im Prinzip beliebig groß gewählt werden. Dies wird als Luke-Verstärkung bezeichnet. Primär soll das Ionisationssignal im Wärmekanal ausgelesen werden. Dazu werden metallic magnetic calorimeters (MMCs)[25, 26] verwendet, welche eine ausgezeichnete Energieauflösung aufweisen. Das Ionisationssignal soll trotz schlechterer Auflösung auch über einen Ionisationskanal ausgelesen werden. Allerdings nicht um Signale DM zu messen sondern um für große Signale (z.B. einer radioaktiven Quelle) die theoretisch erwartete Luke-Verstärkung zu überprüfen.

In Abb.2.2 ist das Schema des Aufbaus dargestellt. Der zylinderförmige Detektor steht auf einer dreieckigen Anordnung von MMCs. Statt aufgedampften Elektroden wie sie EDELWEISS verwendet sorgt eine Vakuum separierte Elektrode für das notwendige Potential für die Luke-Verstärkung. Die Vakuum separierte Elektrode hat den Vorteil, dass der Detektor ausschließlich über die MMCs mit dem externen Wärmebad gekoppelt ist und somit kein Wärmesignal durch Kabel der Elektrode verloren gehen. Außerdem kommt es nicht zu Strömen an der Oberfläche, welche Signale erzeugen und die Wärmekapazität der Elektrode trägt nicht zur gesamten Wärmekapazität des Detektors bei. Ein Nachteil ist allerdings, dass ein Teil des angelegten Potentials am Vakuumspalt abfällt und somit nur ein Teil des Potentials für die Ladungsträger zum Durchlaufen zur Verfügung steht. Der genaue Verlauf des Potentials im Detektor ist Gegenstand aktueller Untersuchungen.

2.2. MMC Kalorimeter

MMCs bestehen aus einem Absorber welcher thermisch stark an einen paramagnetischen Temperatursensor gekoppelt ist. Der Sensor ist wiederum schwach an ein thermisches Bad gekoppelt. Das Volumen des Sensors ist mit einem schwachen Magnetfeld durchsetzt und führt zu einer Magnetisierung entsprechend dem Curie-Gesetz $M \propto T^{-1}$. Eine Temperaturerhöhung aufgrund der deponierten Energie δE führt zu einer Änderung der Magnetisierung

$$\delta M = \frac{M}{T} \frac{\delta E}{C_{tot}}. \quad (2.1)$$

Die Änderung der Magnetisierung wird in Form einer Änderung des magnetischen Flusses durch eine supraleitende picup coil ausgelesen. Diese Spule erzeugt gleichzeitig das notwendige Magnetfeld. Die Änderung des magnetischen Flusses in der Spule wird auf einen super quantum interference device (SQUID) übertragen welcher diesen in ein entsprechendes Spannungssignal umwandelt.

Ein Schwachpunkt von MMCs ist die lange Zeit ($\sim ms$) bis sich ein Gleichgewicht zwischen dem Phonon- und dem Spin-System einstellt aufgrund ihres geringen Energieaustausch bei Temperaturen im mK Bereich. Um dies zu umgehen wird ein mit magnetischen Ionen dotiertes Metall verwendet. Dies hat den Vorteil, dass die starke Kopplung der Elektronen im Leitungsband mit dem Spin-System zu einer schnellen Thermalisierung führt. Der Nachteil ist eine größere Wärmekapazität

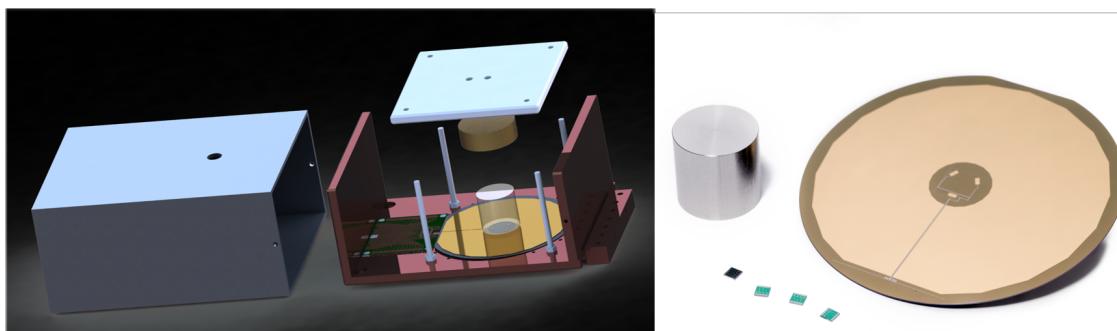


Abbildung 2.2.: Links: Schema des DELight Aufbaus mit dem zylinderförmigen Detektor auf den drei MMCs und der entsprechenden Halterung inklusive der Vakuum Kupferelektrode. Rechts: Germaniumkristall, dreieckige MMC Struktur und SQUID-holding Chips.

und eine geringere Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung aufgrund von Ruderman-Kittle-Kasuya-Yoshida (RKKY) Wechselwirkungen. Ein häufig verwendetes Material ist AuEr.

3. Theoretische Betrachtungen zur Signal Entstehung und Rauschen

Bei auftreten eines Ereignisses im Detektor kommt es zur Energiedeposition unter anderem in der Form von Ionisation. Dieses Ionisationssignal soll bestimmt werden. In diesem Kapitel werden die Grundlagen für die Entstehung elektrischer Signale und Phononsignale aufgrund driftender Ladungsträger beschrieben. Sowie Rauschen in der Elektronik welches unter anderem das minimale auflösbare Signal bestimmt.

3.1. Shockley-Ramo-Theorem

Bei einem Event entstehen im Detektor Elektron-Loch-Paare, diese driften im angelegten Potential zu den entsprechend geladenen Elektroden. Die bewegten Ladungen erzeugen einen Signalstrom wie in Abb. 3.1 dargestellt. Das Ersatzschaltbild ist eine zeitabhängige Stromquelle parallel zur Detektorkapazität. Entgegen der Intuition entsteht der Strom nicht erst, wenn die Ladungsträger die Elektroden erreichen, wie es der Begriff charge collection suggeriert, sondern unmittelbar mit der Entstehung der Ladungsträger. Das bedeutet insbesondere, dass kein direkter Kontakt der Elektroden mit dem sensitiven Volumen des Detektors notwendig ist.

Für ein qualitatives Verständnis betrachte man eine Ladung q , welche sich in der Mitte zwischen zwei unendlich großen Elektroden befindet, wie in der Abbildung 3.2 links dargestellt. Die Hälfte der Feldlinien terminieren auf der oberen und die andere Hälfte auf der unteren Elektrode. Integriert man nun den Gaußschen Satz über eine Fläche S_1 welche die obere Elektrode umschließt oder eine Fläche S_2 welche die untere Elektrode umschließt ergibt sich

$$\oint_{S_1} \vec{E} d\vec{a} = \oint_{S_2} \vec{E} d\vec{a} = -\frac{q}{2}. \quad (3.1)$$

Das heißt auf beiden Elektroden wird die gleiche Ladung von $-q/2$ induziert. Befindet sich dieselbe Ladung nun in unmittelbarer Nähe zur unteren Elektrode wie in Abb. 3.2 rechts dargestellt,

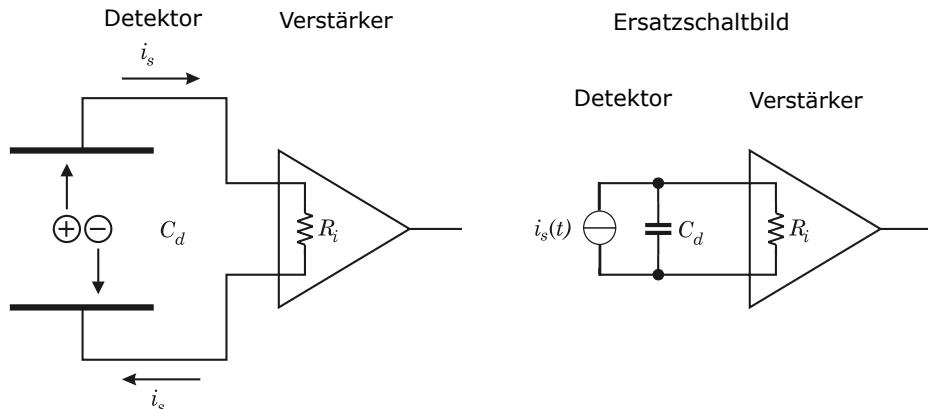


Abbildung 3.1.: Links: Ladungsträger welche sich im Detektorvolumen bewegen erzeugen einen Strom im Schaltkreis. Rechts: Ersatzschaltbild der Schaltung Links. Der Detektor kann als Kapazität mit paralleler, zeitabhängiger Stromquelle dargestellt werden.[27]

terminiert der Großteil der Feldlinien an der unteren Elektrode. Die induzierte Ladung ist somit in der unteren Elektrode deutlich größer. Eine Ladung, die sich also von der oberen zur unteren Elektrode bewegt, induziert eine abnehmende Ladung in der oberen Elektrode und eine zunehmende Ladung in der unteren Elektrode.[27]

Quantitativ wird dieser Effekt durch das Shockley-Ramo-Theorem beschrieben. Shockley hat diesen Effekt als erstes im Jahr 1938 beschrieben. Ramo veröffentlichte allerdings eine deutlich elegantere Formulierung im Jahr 1939. Der durch eine sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} bewegten Ladung q erzeugte instantane Strom ist gegeben durch

$$i_k = -q\vec{v}\vec{E}_Q. \quad (3.2)$$

Das weighting field \vec{E}_Q unterscheidet sich entscheidend vom Elektrischen Feld zwischen den Elektroden. Während das weighting field den induzierten Strom bestimmt, ist es das elektrische Feld, welches die Dynamik der Ladungsträger beschreibt. Das weighting field \vec{E}_Q erhält man, indem die Ladung q entfernt wird, die gegebene Elektrode auf das Potential 1 gesetzt wird und alle anderen Leiter geerdet werden.[23] Die durch eine Ladung q , welche sich von x_1 zum Zeitpunkt t_1 nach x_2 zum Zeitpunkt t_2 bewegt, induzierte Ladung ergibt sich aus der Integration des Stroms i_k über die Zeit

$$\begin{aligned} \Delta Q_k &= \int_{t_1}^{t_2} i_k dt = \frac{1}{|\vec{v}|} \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} i_k dr = -\frac{q}{|\vec{v}|} \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{v} \vec{E}_Q dr = \frac{q}{|\vec{v}|} \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{v} \nabla \Phi dr \\ &= q(\Phi(r_2) - \Phi(r_1)). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Das weighting potential Φ hängt über $\vec{E}_Q = -\nabla\Phi$ mit dem weighting field zusammen. Die Induzierte Ladung ΔQ ist unabhängig vom zurückgelegten Weg der Ladung q . Sie ist ausschließlich abhängig vom Anfangs- und Endpunkt.

In Abbildung 3.3 ist der Fall zweier von einem Kristall vakuumseparierten Elektroden dargestellt. Die Ladungsträger driften nur innerhalb des Kristalls. Zwischen Elektrode und Kristall fällt bereits ein Teil des Potentials ab. Daher durchlaufen die Ladungsträger im Kristall nur einen Teil des angelegten Potentials. Um die induzierte Ladung entsprechend dem Ramo-Theorem zu berechnen wird das *weighting potential* Φ bestimmt

$$\begin{aligned} \Phi(d) &= 1 \\ \Phi(h+g) &= a \\ \Phi(g) &= b \\ \Phi(0) &= 0. \end{aligned}$$

Ein Event im Detektorvolumen erzeugt eine bestimmte Anzahl von Elektron-Loch-Paaren N_{eh} in der Höhe z_0 . Angenommen das Potential V_0 ist positiv, dann driften die Elektronen in Richtung der Elektrode A und die Löcher in Richtung der Elektrode B . Für die auf der Elektrode A induzierte

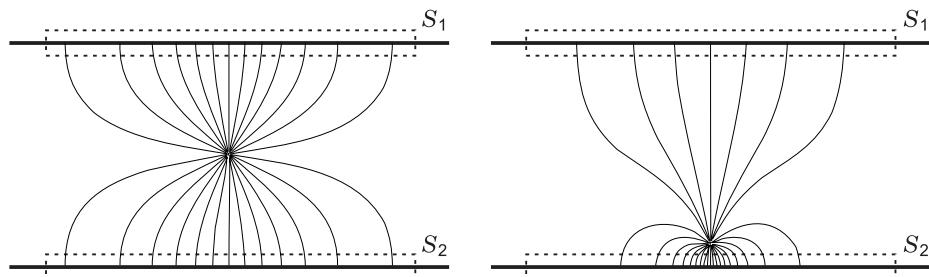


Abbildung 3.2.: Links: Eine Ladung q in der Mitte zwischen zwei Elektroden induziert die gleiche Ladung in beiden Elektroden. Aus dem Gaußschen Satz folgt, dass die Flächen S_1 und S_2 jeweils die Ladung $-q/2$ einschließen. Rechts: Befindet sich die Ladung in der Nähe der unteren Elektrode, terminiert der Großteil der Feldlinien an dieser Elektrode. Daher ist die Ladung, welche von S_2 eingeschlossen ist, größer als die Ladung, welche von S_1 eingeschlossen ist. [27]

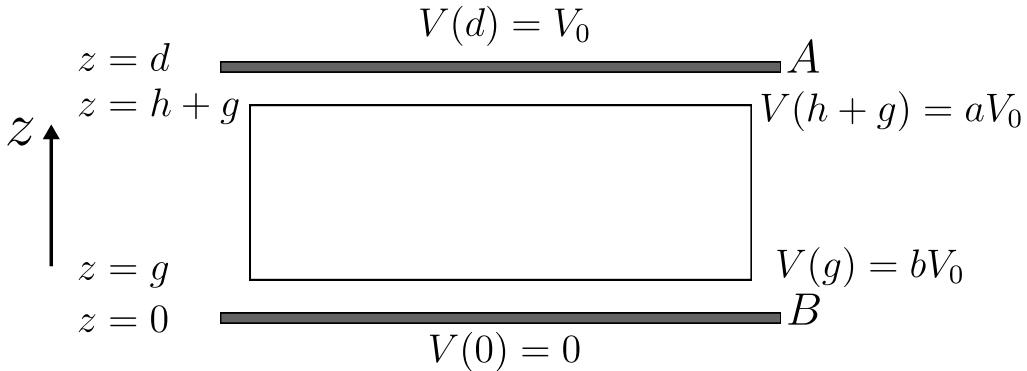


Abbildung 3.3.: Verlauf des Potentials in z -Richtung für einen Kristall zwischen zwei vakuumsseparierten Elektroden A und B. Annahme eines Homogenen Feldes in x- und y-Richtung. Zwischen Elektrode und Ge-Kristall fällt das Potential von V_0 auf aV_0 und von bV_0 auf 0 ab, mit $0 < b < a < 1$.

Ladung ΔQ ergibt sich somit nach Gleichung (3.4)

$$\begin{aligned}\Delta Q &= eN_{eh}(\Phi(g) - \Phi(z_0)) + (-e)N_{eh}(\Phi(h + g) - \Phi(z_0)) \\ &= eN_{eh}(b - \Phi(z_0) - a + \Phi(z_0)) \\ &= -eN_{eh}(a - b).\end{aligned}\tag{3.4}$$

Diese ist unabhängig von der genauen Position z_0 des Events. $(a - b)$ gibt den von den Ladungsträgern durchlaufenen Prozentteil des gesamten Potentials an. Entsprechend wird auf der Elektrode B die Ladung $\Delta Q = eN_{eh}(a - b)$ induziert.

3.2. Luke-Verstärkung

Die Fähigkeit Ionisationssignale einzelner Elektronen zu messen, ist für die Suche nach LDM von großem Interesse. Das Rauschen im Ionisationskanal limitiert allerdings die Energieauflösung. Da Ionisations- und Phononsignal nicht unabhängig sind, ist es möglich das Ionisationssignal zu bestimmen indem das sekundäre Phononsignal gemessen wird, welches entsteht wenn Ladungsträger im Kristall driften. Die Energie der sekundären Phononen ist proportional zur angelegten Driftspannung V_b sie werden als Luke-Phononen bezeichnet. Die gesamte Energie der Phononen E_P setzt sich dann aus dem der initialen Wechselwirkung und der Luke-Phononen zusammen

$$E_P = \frac{E_{dep}}{\epsilon} eV_b + E\left(1 - \frac{\delta}{\epsilon}\right)\tag{3.5}$$

V_b ist die durchlaufene Spannung der Ladungsträger, e die Elementarladung, δ die minimale Ionisationsenergie und ϵ die mittlere Energie um ein Elektron-Loch-Paar zu erzeugen. Die Konstante ϵ ist abhängig davon, welches Material verwendet wird und ob es sich um Elektron- oder Nukleonstreuung handelt. Für Elektronstreuung an einem Germaniumkristall ist $\epsilon = 3\text{ eV}$ [24]. Die Anzahl der Elektron-Loch-Paare ist gegeben durch

$$N_{eh} = \frac{E_{dep}}{\epsilon}.\tag{3.6}$$

Ein Ansatz ist das initiale Phononsignal nicht zu maskieren indem Driftspannungen in der Größenordnung von 1 V angelegt werden. Dadurch ist es möglich aus dem gemessenen Phonon- und Ionisationssignal das Phononsignal der ursprünglichen Wechselwirkung zu bestimmen.

Alternativ kann durch große Driftspannung die Anzahl von Luke-Phononen pro driftendem Ladungsträger nahezu beliebig groß gewählt werden. Das Rauschen des Wärmekanals bleibt dabei allerdings unverändert. Dadurch wird das Signal zu Rausch Verhältnis besser umso höher die Driftspannung ist. Dabei wird jedoch die Information über das initiale Phononsignal maskiert. Die Absicht ist es auf diese Weise einzelne Elektron-Loch-Paare in Germanium auflösen zu können[29].

3.3. HEMT Übersicht

High electron mobility transistors (HEMTs) gehören zur Klasse der Feldeffekttransistoren, unterscheiden sich allerdings in ihrem Funktionsprinzip entscheidend von JFETs und MOSFETs. Das Funktionsprinzip basiert auf einer Heterostruktur zweier Halbleiter mit unterschiedlich großen Bandlücken. An der Grenzschicht zwischen einem stark n-dotierten Halbleiter mit großer Bandlücke (z.B. AlGaAs) und einem undotierten Halbleiter mit kleinerer Bandlücke (z.B. GaAs) kommt es zum band bending und es entsteht eine Struktur, wie sie in Abb. 3.4 dargestellt ist. Elektronen aus dem n-dotierten Material diffundieren in das Leitungsband auf der Seite des undotierten Materials. Dadurch entsteht entlang der Grenzfläche ein 2D-Elektronengas. Durch eine Spannung am Gate kann die Anzahl der Elektronen im Leitungsband beeinflusst werden. Da sich die Leitungselektronen auf Seiten des undotierten GaAs befinden, kommt es seltener zu Coulomb-Streuung, was zu einer hohen Mobilität der Elektronen führt. Daher stammt auch der Name von Transistoren dieser Art.[30, 31]

Bisherige niederfrequente kryogene Verstärkerelektroniken basieren vorwiegend auf JFETs. Die Technik von JEFTs stößt allerdings an zwei für diesen Anwendungsbereich entscheidende Grenzen. Erstens frieren JFETs unter einer Temperatur von 100 K ein und werden idealerweise bei einer Temperatur von 130 K verwendet. Daher ist entweder eine Heizung im Kryostaten notwendig oder lange Kabel zwischen Ausleseelektronik und Detektor, welche Auslesegeschwindigkeit und Signalqualität verringern. Zweitens liegt das minimal mögliche Rauschen in der Größenordnung von $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ bei einer Frequenz von 1 kHz[33]. HEMTs und MOSFETs hingegen funktionieren selbst bei kryogenen Temperaturen. Diese Arten von Transistoren wurden bisher allerdings nicht verwendet aufgrund ihres hohen niederfrequenten $1/f$ -Rauschen.

Infolge aktueller Entwicklungen des Centre for Nanosciences and Nanotechnology (CNRS) an der Universität Paris-Süd ist es gelungen HEMTs zu entwerfen, welche vielversprechende Eigenschaften aufweisen im Gegensatz zu handelsüblichen HEMTs. Die Erste dieser Eigenschaften ist ein hervorragendes $1/f$ -Rauschen von $0,46 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ bei einer Frequenz von 1 kHz und einer Temperatur von 4,2 K. Die Eingangskapazität liegt in der Größenordnung von 100 pF, womit sie gut an die Detektorkapazität angepasst ist. Zweitens liegt ihre benötigte Leistung in der Größenordnung von $30 \mu\text{W}$ deutlich unter der von JFETs.[33] Dadurch ist es möglich eine größere Anzahl von Ionisationskanälen im Kryostaten zu installieren. Zuletzt sind diese HEMTs zur Anwendung bei kryogenen Temperaturen ausgelegt. Werden JFETs im Kryostaten verwendet, ist es notwendig eine Heizung einzubauen. Diese erzeugt Schwarzkörperstrahlung, welche wiederum vom Detektor absorbiert werden kann. Außerdem muss sie von der restlichen Anordnung isoliert werden. Die dazu verwendete Membran erzeugt zusätzliches niederfrequentes Rauschen durch ihre Schwingungen.

3.4. Rauschen

Elektrisches Rauschen stammt im Wesentlichen daher, dass elektrische Ladung nicht kontinuierlich verteilt ist und daher statistische Effekte der Ladungsträger zu Rauschen führen. Rauschen wird in

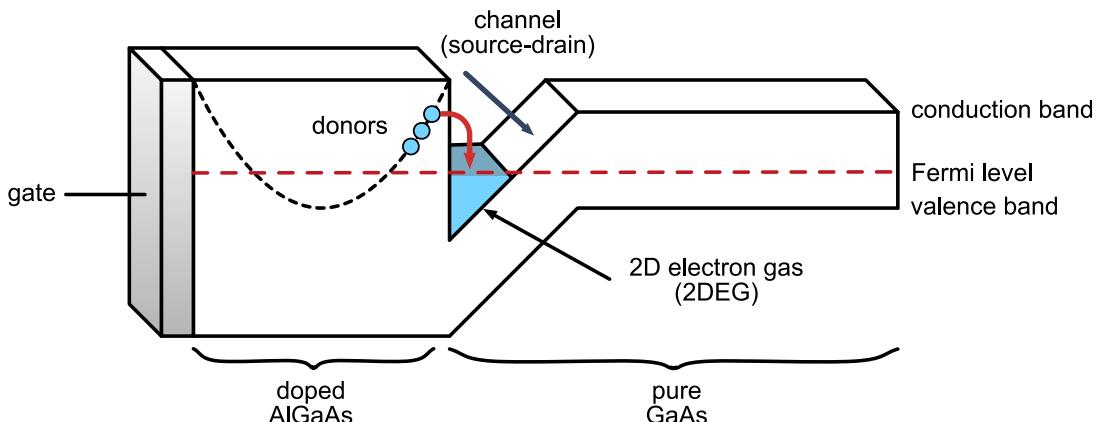


Abbildung 3.4.: Bandstruktur eines typischen HEMTs. Elektronen aus dem stark n-dotierten AlGaAs diffundieren in das undotierte GaAs und bilden dort ein 2D-Elektronengas. Über die Gatespannung wird die Lage des Fermilevel und damit die Menge an Elektronen im Leitungsband variiert.[32]

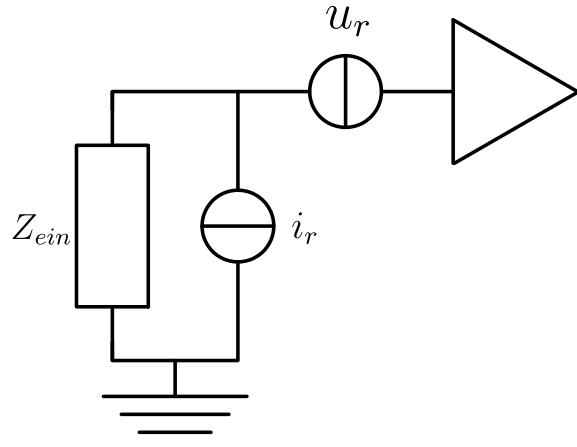


Abbildung 3.5.: Ersatzschaltbild des Verstärkers. Das Rauschen des Verstärkers wird in Form einer Rauschstromquelle i_r parallel zur Eingangsimpedanz und einer Rauschspannungsquelle u_r in Reihe zum Eingang eines idealen Verstärkers modelliert. Der ideale Verstärker selbst ist frei von Rauschen. Indem das Rauschen eingangsseitig betrachtet wird, können verschiedene Verstärker leichter verglichen werden, ohne dass die individuellen Übertragungsfunktionen berücksichtigt werden müssen.

der Regel als Varianz einer Strom- oder Spannungsquelle normiert auf das Frequenzband angegeben, die Einheit ist dann $\text{A}^2/\sqrt{\text{Hz}}$ bzw. $\text{V}^2/\sqrt{\text{Hz}}$. Das minimal messbare Signal ist maßgeblich durch das vorhandene Rauschen bestimmt. Nur wenn sich das Signal signifikant vom statistischen Rauschen unterscheidet, kann es gemessen werden.[35]

Schrotrauschen

Schrotrauschen tritt immer dann auf, wenn ein Strom durch einen n-p-Übergang fließt, wie es zum Beispiel bei Bipolartransistoren der Fall ist. Begründet liegt das Rauschen in der statistischen Verteilung der Energie und Geschwindigkeit der Elektronen. Nur wenn die Energie groß genug ist und die Geschwindigkeit in Richtung des Übergangs zeigt, kann die Barriere überquert werden. Daher ist der externe Strom aus vielen zufälligen Pulsen zusammengesetzt. Die Varianz auf den Strom ist für Shot Noise gegeben durch

$$\bar{i}^2 = 2eI. \quad (3.7)$$

Diese Art von Rauschen ist unabhängig von der Frequenz und gehört daher dem weißen Rauschen an. Im Ersatzschaltbild wird diese Rauschen durch eine Stromquelle parallel zum Widerstand $r_d = \frac{k_B T}{e I}$ des p-n-Übergangs dargestellt.

Wärmerauschen

Wärmerauschen entsteht in Widerständen durch die zufällige thermische Bewegung der Elektronen und ist somit im Gegensatz zum Schrotrauschen unabhängig von einem externen Strom. Das Wärmerauschen kann im Ersatzschaltbild entweder durch eine Stromquelle parallel zum Widerstand der Größe

$$\bar{i}^2 = \frac{4k_B T}{R} \quad (3.8)$$

oder eine Spannungsquelle in Reihe zum Widerstand dargestellt werden.

1/f-Rauschen

1/f-Rauschen tritt sowohl in passiven als auch in aktiven Elementen auf und liegt in vielen Ursachen begründet. Unter anderem in der fluktuierenden Beweglichkeit der Ladungsträger. In FETs wird 1/f-Rauschen üblicherweise als Spannungsquelle am Eingang modelliert

$$\bar{e}^2 = \frac{K}{f^b}. \quad (3.9)$$

Der Parameter K ist abhängig vom Bauteil und eine Funktion des Stroms. Der Parameter b liegt in der Regel nahe bei 1, daher der Name dieser Rauschart.

Verstärker Rauschen

Das Rauschen des Verstärkers wird wie in Abb. 3.5 durch die eingangsseitige Spannungsquelle u_r in Reihe zum Verstärker und einer eingangsseitigen Stromquelle i_r parallel zur Eingangsimpedanz modelliert. Die Spannungsquelle wird als ein 1/f-Rauschen und ein konstantes weißes Rauschen modelliert[36]

$$u_r^2 = \frac{A^2}{f} + u_w^2. \quad (3.10)$$

Parallel zur Eingangsimpedanz ist die Rauschstromquelle i_r deren Rauschen gemäß

$$i_r^2 = a + bf + cf^2 \quad (3.11)$$

modelliert wird[32]. Diese beschreibt den Anteil des Rauschens, welcher von der Eingangsimpedanz abhängig ist und führt zu dem Spannungsrauschen

$$u_{ri}^2 = Z_{ein}^2 i_r^2. \quad (3.12)$$

Es wird angenommen, dass die einzelnen Rauscharten unabhängig voneinander sind und werden daher quadratisch addiert. Das gesamte Rauschen ergibt sich somit aus dem Verstärker Rauschen, welches das thermische Rauschen beinhaltet und dem Schrotrauschen aufgrund des Leckstrom zu

$$u_{ges} = \frac{A^2}{f} + u_w^2 + Z_{ein}^2 (i_r^2 + i_{Schrot}) \quad (3.13)$$

$$= \left(\frac{a + 2eI_{Leck}}{4\pi^2 C_{ges}^2} \right) \frac{1}{f^2} + \left(A^2 + \frac{b}{4\pi^2 C_{ges}^2} \right) \frac{1}{f} + u_w^2 + c \quad (3.14)$$

mit Z_{ein} aus Gl. (4.2).

4. Konzept für Entwurf und Aufbau der Prototyp Verstärkerelektronik

Dieses Kapitel beschreibt die Verstärkerelektronik für den Ionisationskanal welche im Rahmen dieser Arbeit entwickelt wurde. Da Tests im Kryostaten aufwendig sind wird die Elektronik zuerst bei Raumtemperatur und flüssig Stickstoff Temperatur getestet. Dabei wird jeweils das Rausche und unter Verwendung eines Signalgenerators die Übertragungsfunktion bestimmt.

4.1. Kalte Elektronik

Der experimentelle Aufbau fordert, dass die kalte Elektronik für den Ionisationskanal eine sehr kleine Ladung in Form eines sehr kleinen und kurzen Strom verstärkt. Dieser entsteht im Kryostaten bei $\sim 20 \text{ mK}$. Damit dieser digitalisiert werden kann, ist ein Impedanzwandler notwendig um die Quelle nicht zu belasten. Dazu werden in der Regel Ladungsverstärker verwendet[37]. Diese wandeln ein Ladungsmenge in ein dazu proportionales Spannungssignal um.

Durch die Verwendung von HEMTs ist eine komplette kryogene Verstärkerelektronik bei 4 K möglich. Diese hat den Vorteil des niedrigen Rauschens der HEMTs sowie ihr geringer Leistungsverbrauch. Zusätzlich kann das Signal in unmittelbar Nähe zum Detektor ausgelesen werden. Dadurch ist das Signal weniger anfälliger für Störungen durch die langen Kabel aus dem Kryostaten heraus.

Das Schaltbild der Ausleseelektronik ist in Abbildung 4.1 dargestellt und hat die Form eines Ladungsverstärkers. Der Detektor wird entsprechend dem Ramo-Theorem im Ersatzschaltbild durch eine Stromquelle parallel zur Detektorkapazität dargestellt. Der Signalstrom ist nach Gleichung (3.2) abhängig von der Driftgeschwindigkeit. In Germanium beträgt diese abhängig von der angelegten Biasspannung mehrere $\text{cm}/\mu\text{s}$ [38]. Um in einem $\sim 2 \text{ cm}$ dicken Detektor den genauen Stromverlauf zu verfolgen ist somit ein Verstärker mit einer Bandbreite von mehreren MHz notwendig. Der genaue Verlauf ist allerdings für die Energiebestimmung uninteressant, das Integrierte Signal betrachtet wird, weshalb wir uns auf den Bereich zwischen $DC - 100 \text{ kHz}$ beschränken. Daher wird der Signalstrom als Deltapeak modelliert

$$i_{sig}(t) = \Delta Q \delta(t) = -e N_{eh} (a - b) \delta(t). \quad (4.1)$$

ΔQ ist die Ladung welche gemäß dem Ramo-Theorem Gleichung (3.4) in der Elektrode induziert wird.

Um den kurzen Signalstrom zu messen wird dieser auf den zur Stromquelle parallelen Kapazität integriert. Sodass ein stufenförmiges Spannungssignal entsteht.

Die Schalter dienen dazu die Kapazitäten vor zu spannen damit am Detektor und am Eingang des Verstärkers die gewünschten Biasspannungen anliegen. Im Normalbetrieb sind die Schalter offen. Dies hat den Vorteil, dass eine sehr große Eingangsimpedanz von

$$Z_{ein} = Z_{C_d} || (Z_{C_c} + Z_{C_{int}} || Z_{C_{amp}}) \stackrel{C_{int} + C_{amp} \ll C_c}{\approx} Z_{C_d} || Z_{C_{int}} || Z_{C_{amp}} = \frac{1}{2\pi f C_{ges}} \quad (4.2)$$

möglich ist mit der Eingangskapazität $C_{ges} = C_d + C_{int} + C_{amp}$. Die Eingangskapazität des Verstärkers ist durch C_{amp} gegeben. Wird noch die Kapazität der Kabel berücksichtigt gilt $C_{ges} = C_d + C_{int} + C_{amp} + C_{Kabel}$. Zusätzlich entfällt bei offenen Relais das Rauschen der Spannungsquellen, Kabel und der Biaswiderstände.

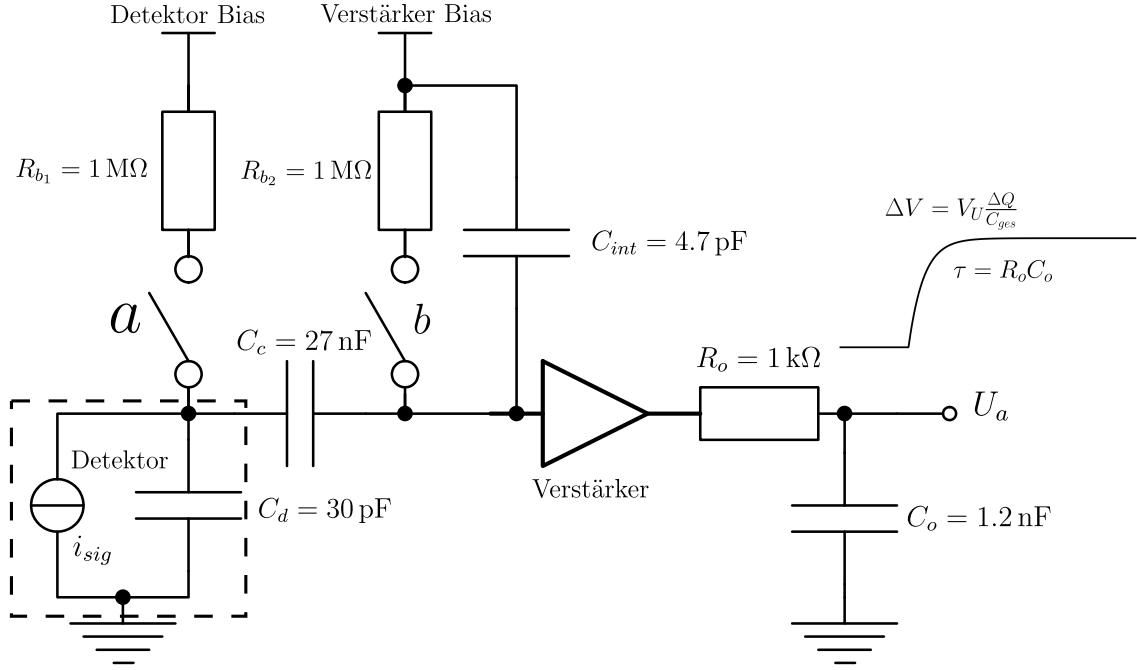


Abbildung 4.1.: Das Design der Kalte Elektronik entspricht dem eines Ladungsverstärkers. Der Detektor ist durch sein Ersatzschaltbild entsprechend dem Ramo-Theorem als Stromquelle parallel zur Detektorkapazität dargestellt. Der Verstärker ist vereinfacht als Dreieck dargestellt. Nicht eingezeichnet ist die Versorgungsspannung des Verstärkers und die Spannung zum schalten der Relais. Die schematische Form des Ausgangssignals ist rechts dargestellt. Das Signal steigt Exponentiell mit der Zeitkonstante τ um den Spannungswert ΔV mit der Spannungsverstärkung V_U , induzierten Ladung entsprechend dem Ramo-Theorem ΔQ und Eingangskapazität C_{ges} .

Da der Detektor und der Verstärkereingang in der Regel auf unterschiedlichen DC Level liegen ist die Koppelkapazität C_c notwendig. Da die Kapazität C_c das Signal allerdings wider differenziert ist eine weitere Kapazität C_{int} notwendig welche das Signal am Eingang des Verstärkers integriert. Die Koppelkapazität belastet das Signal gemäß

$$\frac{U_e}{U_s} = \frac{C_c}{C_c + C_{int}} \stackrel{C_{int} \ll C_c}{\approx} 1. \quad (4.3)$$

Das heißt die Koppeleffizienz geht gegen 1, wenn die Koppelkapazität deutlich größer gewählt wird als die Kapazität C_{int} .

Die Fouriertransformation des Signalstroms ist $i_{sig}(f) = \Delta Q$. Durch Multiplikation mit der Eingangsimpedanz bei geschlossenen Schalter a und offenem Schalter b erhalten wir das Spannungssignal

$$U_{sig}(f) = i_{sig}(f) Z_{ein} = i_{sig}(R_b || Z_{C_{ges}}) = \Delta Q \frac{R_b}{1 + j2\pi f C_{ges} R_b}. \quad (4.4)$$

Die Kapazität C_{ges} ist die Gesamtkapazität aus der Detektorkapazität C_d , der Koppelkapazität C_c , und der Kapazität C_{int}

$$C_{ges} = C_d + \frac{C_c C_{int}}{C_{int} + C_c} \stackrel{C_{int} \ll C_c}{\approx} C_d + C_{int}. \quad (4.5)$$

Im Zeitraum erhalten wir dann für das Spannungssignal

$$U_{sig}(t) = \frac{\Delta Q}{C_{ges}} e^{-\frac{t}{R_b C_{ges}}} \Theta(t). \quad (4.6)$$

Wie erwartet kommt es also zu einem Sprung dessen Höhe $\Delta Q/C_{ges}$ die relevante Information über die Anzahl der Ladungsträger und damit der deponierten Energie enthält. Die Stufe fällt allerdings mit der Zeitkonstante $\tau = R_b C_{ges}$ exponentiell ab. Im normalen Betrieb ist jedoch auch der Schalter a geöffnet. Dies entspricht $R_b \rightarrow \infty$ das heißt

$$U_{sig}(t) \rightarrow U_{sig}(t) = \frac{\Delta Q}{C_{ges}} \Theta(t). \quad (4.7)$$

Da die Stufe somit nicht mehr abklingt, ist es notwendig das DC Level in bestimmten Zeitintervallen durch Schließen der Schalter zurückzusetzen.

Durch einen Tiefpass am Ausgang des Verstärkers wird das Frequenzband auf den interessanten Bereich $DC - 100\text{ kHz}$ eingeschränkt. Dies verbessert das Signal zu Rausch Verhältnis und verhindert gleichzeitig, dass hochfrequente Schwingungen über die langen Kabel auf den Eingang des Verstärkers Rückkoppeln, wodurch der Verstärker anfangen kann zu oszillieren. Die Grenzfrequenz ist gegeben durch

$$f_{-3\text{ dB}} = \frac{1}{2\pi R_o C_o}. \quad (4.8)$$

Die Form des Signals nach dem Verstärker und dem Tiefpass lässt sich am einfachsten bestimmen, wenn wir wieder von Gleichung (4.4) ausgehen und zum Schluss den Widerstand R_b gegen unendlich gehen lassen um das Verhalten bei offenem Schalter zu erhalten. Indem wir also Gleichung (4.4) mit der Übertragungsfunktion des Verstärkers $\alpha(f)$ und des Tiefpass multiplizieren erhalten wir

$$U_{sig}(f) = \Delta Q \frac{R_b}{1 + j2\pi f C_{ges} R_b} \alpha(f) \frac{1}{1 + j2\pi f C_o R_o}. \quad (4.9)$$

Der Verstärker verhält sich auch wie ein Tiefpass, dessen Grenzfrequenz allerdings deutlich größer ist. Daher kann die Übertragungsfunktion des Verstärkers als konstant angenommen werden $\alpha(f) = V_U$ in dem von uns betrachteten Frequenzband. Durch die Rücktransformation erhalten wir schließlich

$$U_{sig}(t) = V_U \frac{\Delta Q}{C_{ges}} (1 - e^{-t/R_o C_o}). \quad (4.10)$$

In der Abbildung 4.1 ist die Form des Ausgangssignals rechts im Bild dargestellt.

4.2. Verstärker

Die Anforderungen an den Verstärker sind eine hohe Eingangsimpedanz, damit das Signal nicht belastet wird und eine möglichst große Spannungsverstärkung nah am Detektor um ein optimales Signal zu Rausch Verhältnis zu gewährleisten. Für den Verstärker wird eine Schaltung, wie sie in Abbildung 4.2 links dargestellt ist, verwendet. Diese wird Sourceschaltung[39] genannt. In dieser Schaltung wird das Gate des HEMT T als Eingang verwendet. In das Gate fließt fast kein Strom. Daher wird der Eingangswiderstand als unendlich angesehen. Wie bei FETs müssen auch bei HEMTs die parasitären Gate-Drain und Gate-Source Kapazitäten berücksichtigt werden. Da es sich bei der Sourceschaltung zusätzlich um einen invertierenden Verstärker handelt muss der Millereffekt berücksichtigt werden. Dieser beschreibt die effektive Vergrößerung der Gate-Drain Kapazität aufgrund der Spannungsverstärkung V_U

$$C_M = (1 + |V_U|)C_{gd}. \quad (4.11)$$

Für die Eingangskapazität des Verstärkers gilt also

$$C_{amp} = C_{gs} + C_M. \quad (4.12)$$

Das Ersatzschaltbild ist in Abbildung 4.2 rechts unten dargestellt. Der Transistor wird durch eine spannungsgesteuerte Stromquelle ersetzt. Dieser wandelt die Eingangsspannung mittels der Transkonduktanz g_m in einen dazu proportionalen Strom. Für die Spannungsverstärkung ergibt sich

$$V_U = \frac{v_a}{v_e} = -\frac{(r_{DS}||R_D)g_m v_e}{v_e} = -(r_{DS}||R_D)g_m \approx -g_m R_D. \quad (4.13)$$

Der Widerstand R_D ist eine Kombination aus den Widerständen und Kapazitäten R_d , R_l , C_l und daher frequenzabhängig. In dem interessanten Bereich $DC - 100\text{ kHz}$ ist er allerdings nahezu konstant.

$$R_D = R_l + \frac{R_d}{1 + 2\pi R_d C_l f} \approx R_l + R_d \quad (4.14)$$

Die Verstärkung hängt somit entscheidend von der Transkonduktanz, welche in der Regel stark temperaturabhängig ist und dem Drainwiderstand R_D ab. Um die Abhängigkeit der Verstärkung von der Transkonduktanz und dadurch von der Temperatur aufzuheben, wird oftmals ein Teil des Ausgangssignal auf den Eingang rückgekoppelt. Auf kosten einer kleineren Verstärkung wird diese

dadurch stabilisiert. Aufgrund der nur sehr kleinen Temperaturschwankungen im Kryostaten ist dies hier nicht notwendig und birgt eher das Risiko, dass der Verstärker anfängt zu schwingen. Durch das Vergrößern des Widerstands R_D kann die Verstärkung nicht beliebig groß gewählt werden, da man sonst an den Rand des Ausgangskennlinienfeld gerät, d.h. am Transistor fällt eine zu kleiner Spannung ab und es fließt ein zu kleiner Strom damit dieser funktioniert.

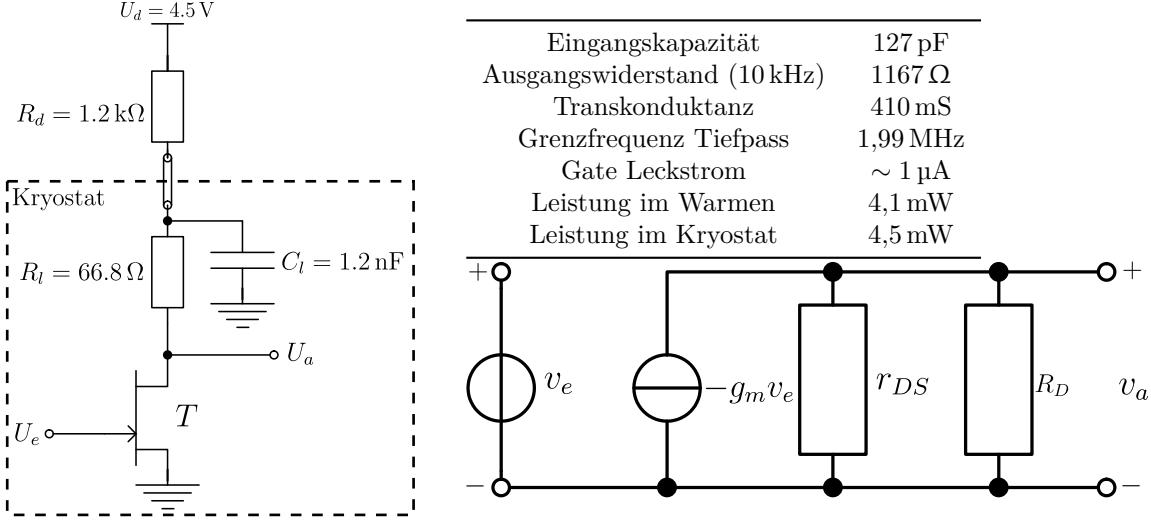


Abbildung 4.2.: Links: Schaltbild des Verstärkers mit Aufteilung in Raumtemperatur und Kryostat Anteil. Rechts oben: Wichtige Parameter berechnet aus den Angaben im Datenblatt zu dem handelsüblichen HEMT ATF-54143[40]. Rechts unten: Ersatzschaltbild des links dargestellten Verstärkers.

Der Ausgangswiderstand ist gegeben durch

$$R_a = \frac{u_a}{i_a} = r_{DS} || R_D \approx R_D. \quad (4.15)$$

Der Großteil des Drainwiderstand befindet sich außerhalb des Kryostaten. Dadurch wird die Leistung, welche innerhalb des Kryostaten verbraucht wird, minimiert. Die Leistung spielt eine entscheidende Rolle dabei, wie viele Detektoren im Kryostaten betrieben werden können.

Die Kombination aus R_l und C_l bildet zusammen einen Tiefpass mit der Grenzfrequenz

$$f_{-3 \text{ dB}} = \frac{1}{2\pi R_l C_l} \quad (4.16)$$

Dadurch bleibt der interessante Frequenzbereich unbeeinflusst, aber es wird verhindert, dass hochfrequente Schwingungen über die Kabel zurück auf den Eingang des Verstärkers koppeln. Die Größe der Grenzfrequenz ist durch die verfügbaren Kapazitäten und durch die Leistung, welche im Kryostat verbraucht werden soll, begrenzt.

4.3. Experimenteller Aufbau

Um das Rauschen und die Übertragungsfunktion der kalten Elektronik, wie sie in den Abschnitten 4.1 und 4.2 dargestellt ist, bei Raumtemperatur und bei flüssigem Stickstoff Temperatur zu bestimmen, ist ein entsprechender Versuchsaufbau notwendig. Dieser sollte den Bedingungen, welche beim Einsatz im Kryostaten gegeben sind, möglichst nahe sein. Um den Aufbau so authentisch wie möglich zu gestalten, wird ein dummy detector verwendet. Dieser entspricht einer Kapazität zu Ground deren Größe gleich der Detektorkapazität C_d ist. Als Detektorkapazität wurden $C_d = 30 \text{ pF}$ verwendet, welche aus den Abmessungen des Detektors und der Elektrode bestimmt wurde.

Um die Handhabung der kalten Elektronik zu vereinfachen wurde die in Abbildung 4.3 gezeigte warme Elektronik entwickelt. Mit dem dreistufigen Kippschalter werden die Relais geschaltet. Die Spannung U_d und der Widerstand R_d ist der Teil des Verstärkers, welcher in Abbildung 4.2 außerhalb des Kryostaten ist. Mit den $\pm 1,5 \text{ V}$ und dem $100 \text{ k}\Omega$ Potentiometer lässt sich die gewünschte Verstärker Biasspannung einstellen. Um das Rauschen zu minimieren und um Rückkopplung über

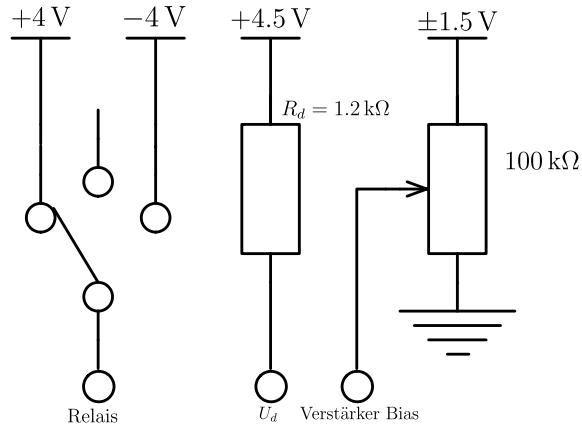


Abbildung 4.3.: Schaltbild der warmen Elektronik mit einem dreistufigen Schalter zum schalten der Relais, dem Drainwiderstand des Verstärkers und einem Potentiometer um die Biasspannung am Gate des Verstärkers einzustellen.

die Spannungsquelle zu vermeiden wird die Drainspannung und die Verstärker Biasspannung mit unabhängigen Batterien versorgt. Die Spannungen zum Schalten der Relais werden mittels Generator aufgebracht. Im Warmen befindet sich außerdem ein Oszilloskop, mit welchem das Ausgangssignal aufgenommen wird. Außerdem befindet sich im Warmen ein Signalgenerator, welcher ein Signal einer bestimmten Frequenz simuliert um die Übertragungsfunktion zu bestimmen. Die Detektor Biasspannung ist für die Funktionsweise der Elektronik unbedeutend und wird daher auf 0 V gesetzt. In Abbildung 4.4 sind Bilder der kalten Elektronik (oben Vorder- und Rückansicht) sowie der warmen Elektronik (unten) gezeigt.

Die Kühlung der kalten Elektronik findet mit flüssigem Stickstoff statt. Dabei wird auf eine aufwendige Temperaturregelung verzichtet weshalb nur das Verhalten bei Raumtemperatur und flüssig Stickstoff Temperatur untersucht wird. Schließlich befindet sich die kalte Elektronik in einem Faraday-Käfig um sie gegenüber elektromagnetischer Strahlung abzuschirmen. Allerdings kann elektromagnetische Strahlung trotzdem über die langen Kabel zur Versorgung der Biasspannung und Drainspannung in die Elektronik gelangen.

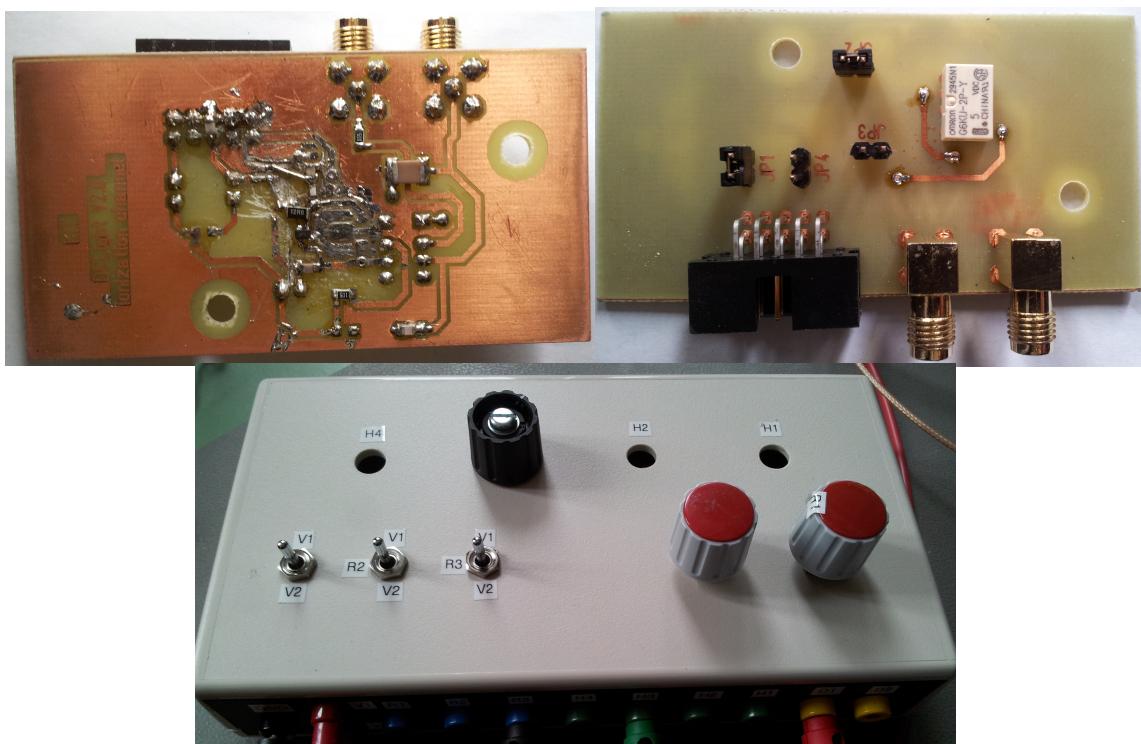


Abbildung 4.4.: Bilder der warmen und kalten Elektronik. Oben rechts: Rückseite der kalten Elektronik. Oben link: Vorderseite der kalten Elektronik. Unten: Warme Elektronik im Gehäuse.

5. Auswertung der aufgenommenen Daten

Eine Prototyp Verstärkerelektronik nach dem in Kapitel 4 dargestellten Konzept wurde angefertigt und ist in Abbildung 4.4 zu sehen. In diesem Kapitel werden die damit aufgenommenen Daten ausgewertet.

Im Vorfeld muss allerdings erwähnt werden, dass alle handelsüblichen HEMTs, welche verwendet wurden, unter einem großen Leckstrom leiden. Die Datenblätter geben Leckströme in der Größenordnung von $1 - 10 \mu\text{A}$ bei Raumtemperatur an [40, 41, 42]. Das heißt bei geöffneten Relais entladen sich die Kondensatoren zu schnell, sodass der Verstärker aus seinem Arbeitspunkt heraus driftet. Grob genähert ergibt sich für die Zeitkonstante der Kondensatorentladung

$$\tau = RC = \frac{U_{Bias}}{I_{Leck}} C = \frac{100 \text{ mV} \cdot 100 \text{ pF}}{1 \mu\text{A}} = 10 \mu\text{s}. \quad (5.1)$$

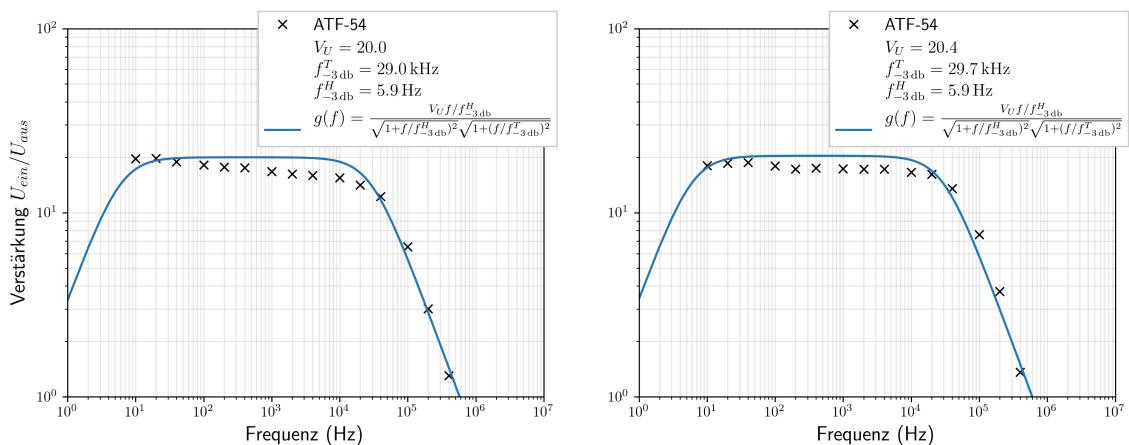
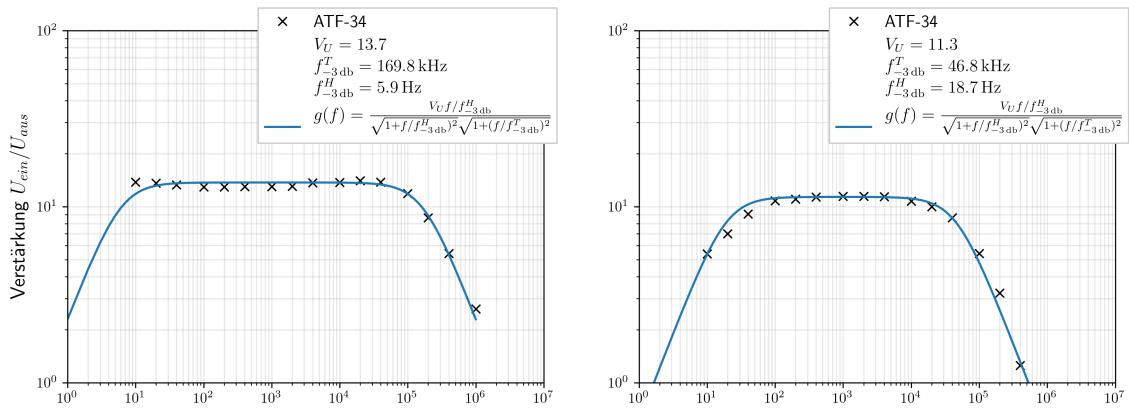
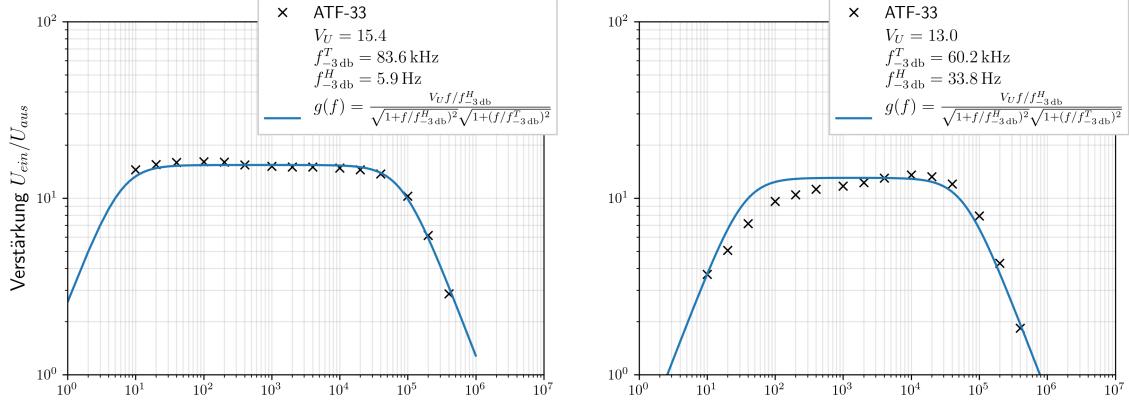
Daher werden die Messungen bei Raumtemperatur mit geschlossenen Relais durchgeführt. Bei kleineren Temperaturen nimmt der Leckstrom aber ab, sodass es bei flüssigem Stickstoff Temperaturen möglich waren die kalte Elektronik mit dem HEMT ATF-54143 bei offenen Relais zu verwenden. Sind die Relais der kalten Elektronik geschlossen muss insbesondere berücksichtigt werden, dass thermisches Rauschen der Widerstände hinzu kommt und dass die Kombination aus der Koppelkapazität C_c und Biaswiderstand R_b einen Hochpass mit der Grenzfrequenz $f_{-3\text{ dB}}^H = 1/2\pi R_b C_c = 5,9 \text{ Hz}$ darstellen. Durch größere Wahl des Biaswiderstand kann beides Effekte weiter minimiert werden.

5.1. Temperatur- und Frequenzabhängigkeit der Verstärkung

Um die Temperaturabhängigkeit und die Frequenzabhängigkeit der Verstärkung zu bestimmen wird der Anschluss für den Detektor genutzt um ein Signalgenerator anzuschließen. Mit dem Signalgenerator können Sinussignale verschiedener Frequenzen erzeugt werden. Das vom Signalgenerator erzeugte Eingangssignal sowie das Ausgangssignal des Verstärkers werden mit dem Oszilloskop aufgenommen. Die aufgenommenen Datenspuren werden geglättet um Bursts des Signalgenerators zu entfernen. Danach wird aus dem Verhältnis der Amplituden von Ausgangs- und Eingangssignal die Verstärkung bei gegebener Frequenz bestimmt.

Die bei geschlossenem Relais aufgenommenen Daten sind in Abb. 5.1 schwarz dargestellt. An die Daten wurde die aus der Theorie erwartete Übertragungsfunktion angepasst (blau). Diese setzt sich zusammen aus dem Hochpass welcher von der Kapazität C_c und dem Widerstand R_b gebildet wird mit der Grenzfrequenz $f_{-3\text{ dB}}^H = 5,9 \text{ Hz}$. Und dem Tiefpass am Ausgang des Verstärkers aus C_o und R_o mit der Grenzfrequenz $f_{-3\text{ dB}}^T = 133 \text{ kHz}$.

$$U_a = U_e \frac{V_U f / f_{-3\text{ dB}}^H}{\sqrt{1 + (f/f_{-3\text{ dB}}^H)^2} \sqrt{1 + (f/f_{-3\text{ dB}}^T)^2}} \quad (5.2)$$



c: Verstärkung der kalten Elektronik unter Verwendung des HEMTs ATF-54143[40]. Links: Verstärkung bei Raumtemperatur (291 K) und einer Biasspannung von $0,26$ V. Rechts: Verstärkung bei flüssig Stickstoff Temperatur (77 K) und einer Biasspannung von $0,38$ V.

Abbildung 5.1.: An die Daten (schwarz) ist die Übertragungsfunktion angepasst (blau). Die Konstante A gibt die Verstärkung im konstanten Bereich an. Das Inverse der Konstanten B die Grenzfrequenz des Tiefpass und das Inverse der Konstanten C die Grenzfrequenz des Hochpass.

Zu sehen ist, dass die aus den Daten ermittelte Grenzfrequenz des Tiefpass am Ausgang in allen Fällen ungefähr einen Faktor 10 kleiner ist als die erwartete von 130 kHz entsprechend Gl. (4.8). Dies könnte auf die in der Theorie nicht berücksichtigte Kapazität der Kabel zurückzuführen sein, welche parallel zur Kapazität C_o erscheint. Um diesem Effekt entgegen zu wirken kann der Widerstand R_o kleiner gewählt werden.

Der Effekt des Hochpasses ist nicht zu sehen, da die aufgenommenen Daten nur bis zu einer minimalen Frequenz von 10 Hz gehen. Daher wurde die aus der Theorie vorhergesagte Grenzfrequenz verwendet. Ausgenommen davon sind die beiden HEMTs ATF-34143 und ATF-33143, welche beide im Kalten eine deutlich höhere Grenzfrequenz des Tiefpass aufweisen.

Die Verstärkung aller drei HEMTs liegt in der Größenordnung von 10 und ändert sich nur minimal mit der Temperatur. Die aus der Theorie erwartete Verstärkung gegeben durch Gl. (4.13) liegt allerdings deutlich höher bei 200 – 400 je nach HEMT. Dies könnte daran liegen, dass die HEMTs am Rand ihres Ausgangskennlinienfeldes betrieben werden, das heißt mit deutlich weniger Strom als sie konzipiert sind. Um weiter in die Mitte des Kennlinienfeldes zu gelangen muss der Drainwiderstand R_d herabgesetzt werden. Die Abbildung 5.2 zeigt die Verstärkung bei einem Drainwiderstand von $R_d = 192 \Omega$. Zu sehen ist, dass die Verstärkung beinahe unverändert in der Größenordnung von 10 bleibt die aus der Theorie erwartete Verstärkung allerdings auf 20 – 40 runter geht. Außerdem geht die verbrauchte Leistung hoch auf 26 mW.

Ein weiterer Grund kann der Frequenzbereich sein indem die HEMTs verwendet werden. Eigentlich sind diese handelsüblichen HEMTs für den hochfrequenten Bereich von 500 MHz – 10 GHz konzipiert. Daher haben sie auch sehr kleine Gate-Drain und Gate-Source Kapazitäten.

Die CNRS HEMTs dagegen sind speziell für den niederfrequenten Bereich und niedrigen Leistungsverbrauch ausgelegt. Mit diesen konnte eine deutlich höhere Verstärkung erreicht werden [43]. Da diese allerdings über deutlich größere Eingangskapazitäten verfügen, kann nicht länger der in Abschnitt 4.2 beschriebene Miller-Effekt vernachlässigt werden. In diesem Fall kann statt einem Common-Source Verstärker zum Beispiel eine Kaskodenschaltung verwendet werden [35].

In Abbildung 5.3 ist die Verstärkung des HEMTS ATF-54143 bei offenem Relais gezeigt. Dieser ist der einzige HEMT dessen Leckstrom bei flüssig Stickstoff Temperaturen klein genug ist, sodass die Biasspannung über einen längeren Zeitraum gehalten wird. Der Effekt des Hochpass entfällt und die Übertragungsfunktion wird zu

$$U_a = U_e \frac{V_U}{\sqrt{1 + (f/f_{-3\text{db}}^T)^2}}. \quad (5.3)$$

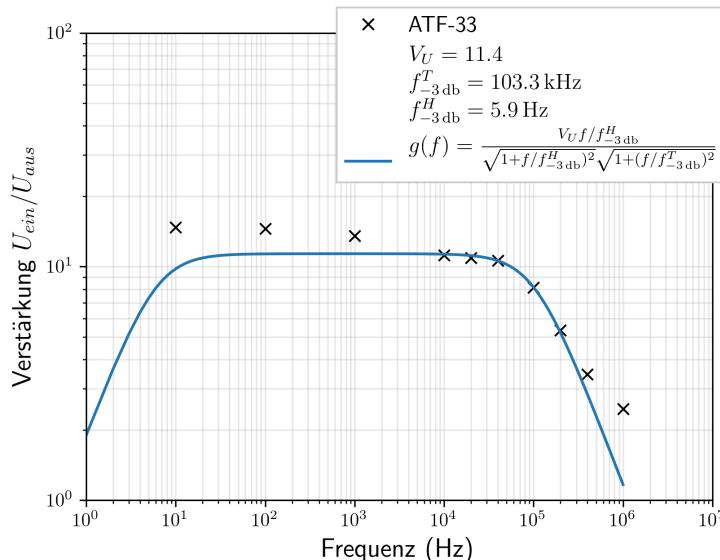


Abbildung 5.2.: Verstärkung des HEMTs ATF-33143 bei geschlossenen Relais, einem Drainwiderstand von $R_d = 192 \Omega$ und einer Biasspannung von $-0,65 \text{ V}$.

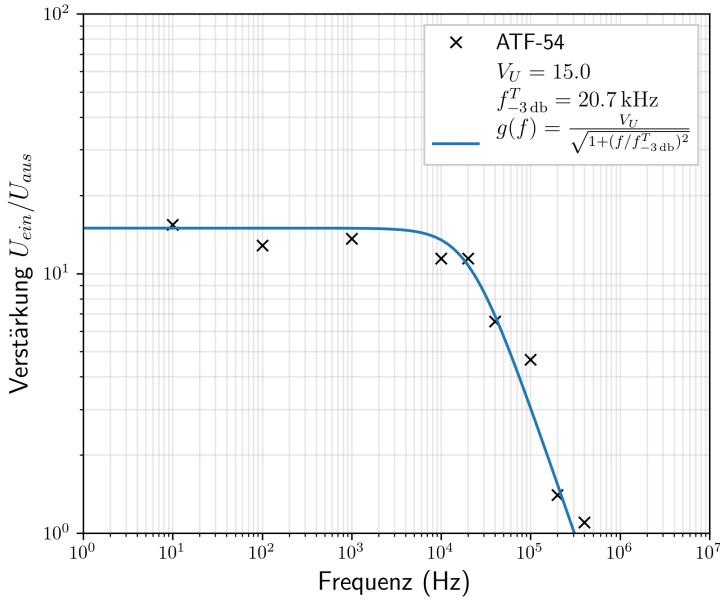


Abbildung 5.3.: Verstärkung des HEMTs ATF-54143 bei offenem Relais und einer Biasspannung von 0,371 V.

Bei bekannter Verstärkung lässt sich Eingangskapazität des Verstärkers C_{amp} bestimmen und damit die gesamte Eingangskapazität der Schaltung C_{ges} . Gemäß Gl. (4.2) und (4.12) gilt

$$C_{ges} = C_d + C_{int} + C_{amp} + C_{Kabel} = 30 \text{ pF} + 4,7 \text{ pF} + 5,8 \text{ pF} + 63,75 \text{ pF} = 104,25 \text{ pF}. \quad (5.4)$$

Die Kapazität der Kabel stammt von dem 1,5 m langen Koaxialkabel welches zum Anschluss an den Signalgenerator verwendet wurde. Die restlichen Kabel werden entweder durch große Widerstände bzw. Relais getrennt und die Leiterbahnen auf der kalten Elektronik sind vernachlässigbar kurz.

5.2. Vergleich der Rauschspektren bei verschiedenen Temperaturen

Zur Bestimmung der Rauschspektren wurden jeweils 16 Datenspuren ohne angelegtes Signal mit einer Sampelrate von $f_s = 100$ kHz aufgenommen. Das heißt die Nyquist-Frequenz, also die maximale auflösbare Frequenz, liegt bei $f_{Nq} = 50$ kHz. Damit ist der interessante Teil des Spektrum abgedeckt.

Jenseits der 50 kHz kommt dann der Effekt des Tiefpass zu tragen. Für jede der Datenspuren wird die einseitige spektrale Leistungsdichte $\tilde{J}_{ss}(f_n)$ gemäß

$$\tilde{J}_{ss}(f_n) = 2 \frac{1}{N f_s} \left| \sum_i v(t_i) F(t_i) e^{-i \omega_n t_i} \right|^2 \quad (5.5)$$

mit der Fensterfunktion $F(t_i)$, den Datenpunkten $v(t_i)$ und der Anzahl von Datenpunkten N bestimmt und über alle 16 Spuren gemittelt. Die auf diese Weise erhaltene ausgangsseitige spektrale Leistungsdichte wird durch das Quadrat der in Abschnitt 5.1 erhaltenen Übertragungsfunktionen geteilt um das eingangsseitige Rauschen zu erhalten.

In Abb. 5.4 ist $\sqrt{\tilde{J}_{ss}(f_n)}$ der verschiedenen HEMTs und Temperaturen dargestellt. Alle Spektren weisen den erwarteten 50 Hz Peak und seine Harmonischen auf. Mit der Verwendung von Batterien konnte dieser allerdings deutlich verringert werden. Abgesehen davon treten im niederfrequenten Bereich sonst keine dominanten Peaks aus. Erst im höherfrequenten Bereich jenseits der 10 kHz treten vereinzelte Peaks auf welche vermutlich auf Störereinflüsse aus der Umgebung zurückzuführen sind, da sie nicht einheitlich bei allen Spektren auftreten. Auffallend ist allerdings, dass für alle Spektren das Rauschen im niederfrequenten Bereich bei flüssigem Stickstoff Temperatur deutlich ansteigt. Eine mögliche Erklärung könnte sein, dass durch das Sieden des Flüssigen Stockstoff Vibratoren entstehen welche in der Elektronik niederfrequente Spannungssignale erzeugen.

Die gleichen Beobachtungen wurde auch in den Rauschspektren der EDELWEISS-III Ausleseelektronik von Axel Gullasch gemacht [44].

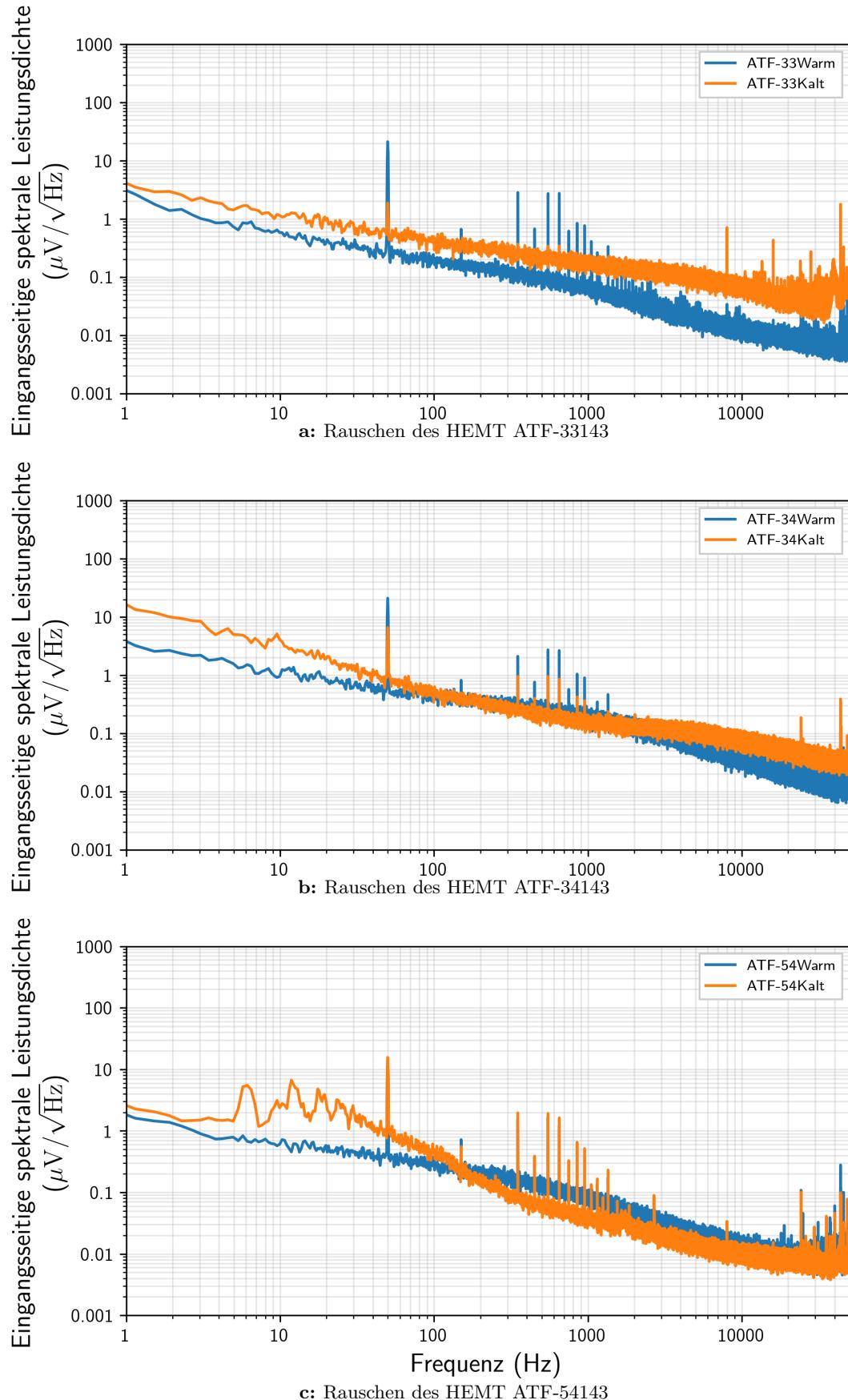


Abbildung 5.4.: Eingangsseitige Leistungsdichtespektren verschiedener HEMTs, bei geschlossenem Relais. Bei Raumtemperatur (Warm) 291 K und bei flüssig Stickstoff Temperatur (Kalt) 77 K. Die gleiche Biasspannungen wie bei der Bestimmung der Verstärkung wurden verwendet.

Da die Elektronik unmittelbar in den siedenden Stickstoff eingetaucht wurde, kann dieser Effekt in diesem Fall sogar noch größer sein.

Das beste Rauschspektrum ist in Abbildung 5.3 dargestellt und wurde wie erwartet bei offenem Relais erreicht, da das Rauschen durch die Biaswiderstände, Kabel und Spannungsquellen nicht mehr auftritt. Im Vergleich mit dem besten Rauschen der EDELWEISS-III Ausleselektronik 5.6 ist zu sehen, dass der HEMT basierte Verstärker ein deutlich geringeres Rauschen vor allem im niederfrequenten Bereich aufweist. Hinzu kommt, dass der auftretende 50 Hz Peak und seine Harmonischen eine deutlich geringere Amplitude aufweisen.

Das in Abschnitt 3.4 beschriebene Modell zur Beschreibung des Rauschens wurde an die gemessenen Daten angepasst. Da sich die gemessenen Daten sowohl aus dem Rauschen der Spannungsquelle u_r und dem der Stromquelle i_r zusammensetzen ist das Bestimmen des Rauschen der einzelnen Quellen nicht möglich.

Für das gesamte Rauschen ergibt sich dann

$$u_{ges}^2 = \frac{(8,3 \cdot 10^{-8})^2}{f^2} + \frac{(3,5 \cdot 10^{-7})^2}{f} + (1,0 \cdot 10^{-8})^2 \quad (\frac{\text{V}^2}{\text{Hz}}). \quad (5.6)$$

Um das Rauschen der Quellen einzeln zu bestimmen muss zuerst der Eingang des Verstärkers geerdet werden. Dadurch verschwindet das Rauschen der Stromquelle und das der Spannungsquelle kann bestimmt werden. Im Anschluss kann dann bei bekanntem Rauschen der Spannungsquelle das der Stromquelle bestimmt werden.

Der Leckstrom wird aus dem Schortrauschen bestimmt. Ein Vergleich des gemessenen $1/f^2$ -Rauschen mit dem theoretisch erwarteten entsprechend Gl. 3.14 zeigt

$$\frac{a + 2eI_{Leck}}{4\pi^2 C_{ges}^2} = (8,3 \cdot 10^{-8})^2. \quad (5.7)$$

Mit der Annahme, dass der Parameter $a = 0$ ist ergibt sich für den Leckstrom eine obere Abschätzung von

$$I_{Leck} = 9,2 \text{ fA}. \quad (5.8)$$

5.3. Bestimmen der Energieauflösung

Eine Aussage über die Energieauflösung ist erst möglich, wenn sowohl das Rauschen als auch die Form des Signals bekannt sind. Für die Bestimmung der Energieauflösung ist es also notwendig

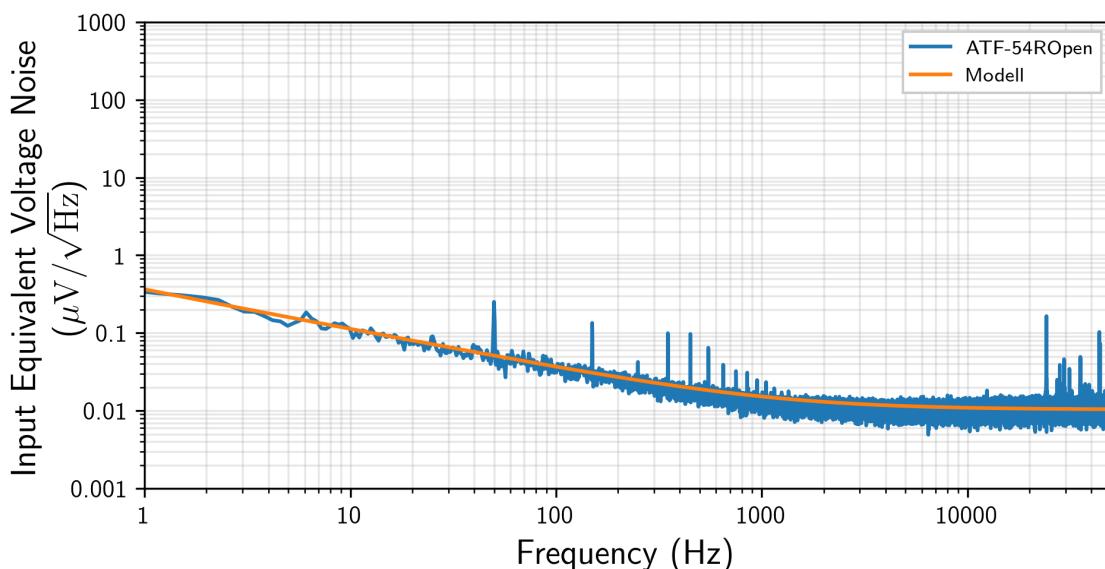


Abbildung 5.5.: Rauschen des HEMTs ATF-54143 bei offenem Relais und einer Biasspannung von 0,371 V.

einen Beispieldaten, wie wir es erwarten würden, zu bestimmen. Wie in den Kapiteln 3 und 4 gezeigt erzeugt ein Event, welches die Energie E deponiert, eine bestimmte Zahl Elektron-Loch-Paare N_{eh} abhängig von einer materialspezifischen mittleren Energie zur Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares ϵ . Für den Strom der durch ein solches Event in der Elektronik induziert wird, ergibt sich somit entsprechend Gleichung (3.4)

$$I_{sig}(t) = e \frac{E}{\epsilon} (a - b) \delta(t). \quad (5.9)$$

Durch die Transformation in den Frequenzraum und Multiplikation mit der Eingangsimpedanz erhalten wir das eingangsseitige Spektrum des Signals

$$s(f) = e \frac{E}{\epsilon} (a - b) \frac{1}{2\pi f C_{ges}}. \quad (5.10)$$

Das Bestimmen der Energieauflösung wird mittels der Optimal Filtering Methode (siehe Anhang A) durchgeführt und ist gegeben durch

$$\sigma_E^2 = \frac{N}{f_s} \left(4 \sum_{n=0}^{N/2} \frac{|s(f_n)|^2}{J_{ss}(f_n)} \right)^{-1} \quad (5.11)$$

J_{ss} die spektrale Leistungsdichte für $f > 0$, N die Anzahl von Datenpunkten und f_s die Samplerate.

Aus dieser Gleichung lässt sich erkennen, dass die Verstärkung keinen Einfluss auf die Auflösung hat, da sowohl das Signal $s(f)$ als auch das Rauschen J_{ss} gleichermaßen verstärkt werden. Die Verstärkung muss nur groß genug sein, sodass das Rauschen der nachfolgenden Elektronik keine Rolle spielt. Auf diese Weise wurde für das in Abb. 5.5 gezeigte Rauschen die in Abb. 5.7 gezeigte Energieauflösung bestimmt. Für das Signal $s(f)$ sind unterschiedliche Eingangskapazitäten angenommen worden. Da das Rauschen bei immer der gleichen Eingangskapazität von $C_{ges} = 104,25 \text{ pF}$ aufgenommen wurde, entspricht die Energieauflösung nur bei gleicher Eingangskapazität von Signal und Rauschen der realen Situation (in Abb. 5.7 gestrichelt dargestellt). Oberhalb (unterhalb) der gestrichelten Linie ist die dargestellte Energieauflösung minimal größer (kleiner) als die reale, da das Rauschen der Rauschstromquelle mit der Eingangsimpedanz kleiner (größer) wird. Um die Elektronik mit der anderer Experimente zu vergleichen, welche Detektoren mit größeren Kapazitäten verwenden, ist diese Darstellung gewählt worden.

Bei einer Kapazität von $C_{ges} = 104,25 \text{ pF}$ ist die Energieauflösung $\sigma_E = 1/(a - b) \cdot 0,731 \text{ keV}$. Die Energieauflösung ist abhängig von dem Prozentsatz des der Ladungsträger durchlaufenden Potentials

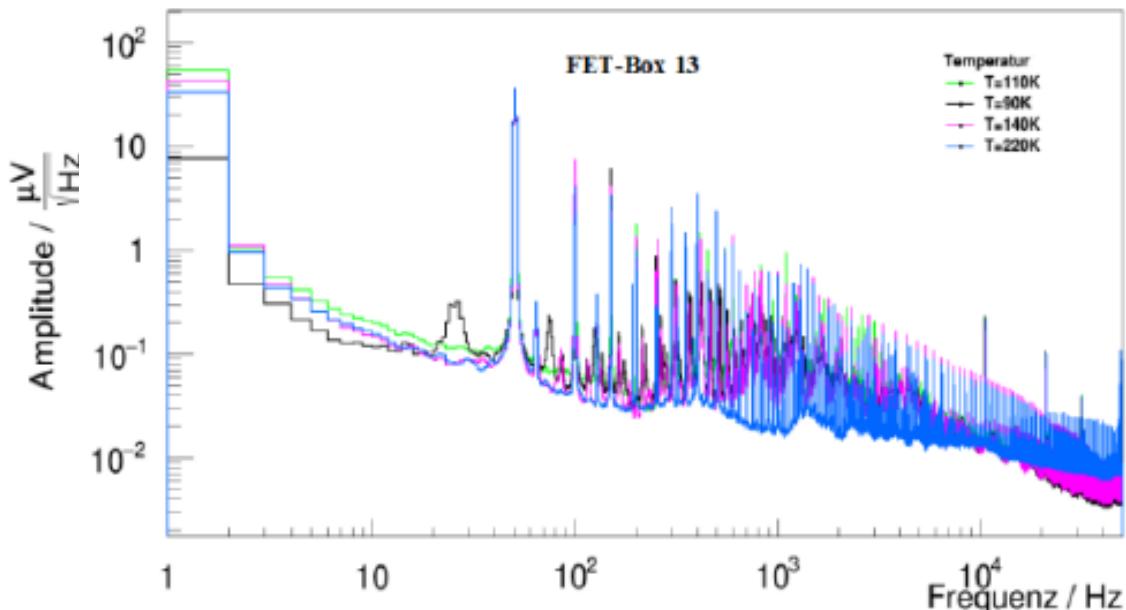


Abbildung 5.6.: Beste Leistungsdichtespektren der EDELWEISS-III Ausleseelektronik von Axel Gullasch [44].

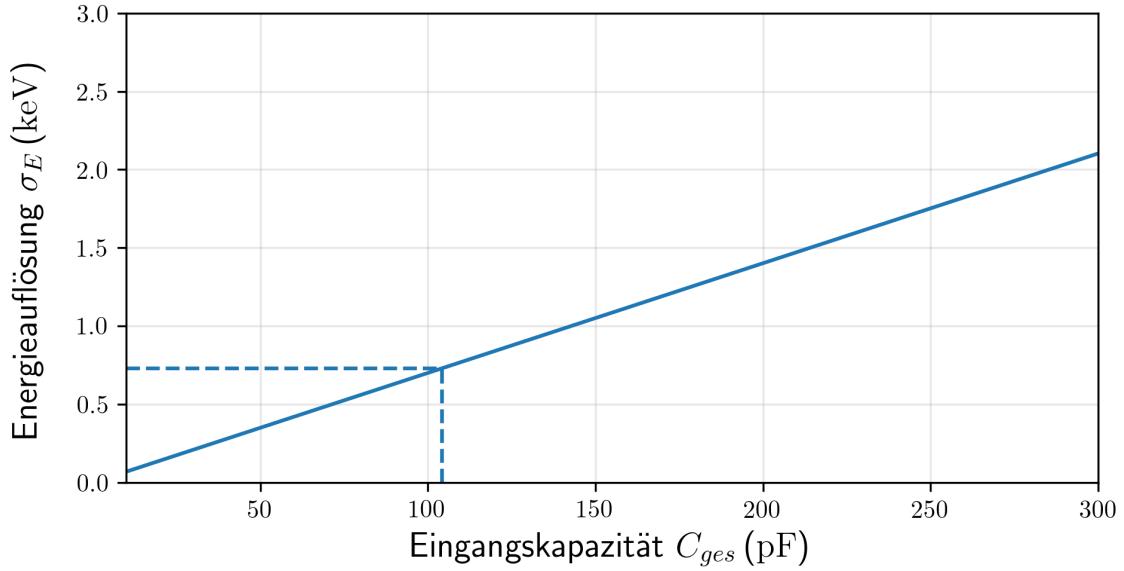


Abbildung 5.7.: Energieauflösung wenn 100% des Angelegten Potentials von den Ladungsträgern Durchlaufen wird in Abhängigkeit der Eingangskapazität. Berechnet gemäß Gl. (5.11) aus dem in Abb. 5.5 gezeigten Rauschen der kalten Elektronik. Das Rauschen wurde bei der Gesamtkapazität von $C_{ges} = 104,25 \text{ pF}$ aufgenommen. Die gestrichelten Linien zeigen die Energieauflösung, wenn die Gesamtkapazität zur Berechnung des Signals $s(f)$ gleich der Gesamtkapazität der kalten Elektronik ist.

$a - b$. In dem Aufbau der EDELWEISS oder CDMS Elektrode durchlaufen die Ladungsträger 100% des angelegten Potentials ($a - b = 1$) da die Elektroden unmittelbar auf dem Detektor aufgedampft sind.

In Abbildung 5.8 ist die spektrale Leistungsdichte des EDELWEISS-III Ionisationskanals bei 4 K mit einem auf 100 K geheiztem JFET dargestellt. Damit wurde eine Energieauflösung von 212 eV erreicht[3] unter Verwendung eines 150 pF Detektor mit zusätzlich 100 pF Kapazität durch die Kabel und 50 pF Eingangskapazität des JFET. Die beste von Axel Gullasch erreichte Energieauflösung mit der gleichen Elektronik ist 2,11 keV bei einer Temperatur von 200 K[44]. Allerdings ohne Angabe der Eingangskapazität.

Mit CNRS HEMTs ist eine Energieauflösung von 91 eV mit einem 150 pF CDMS-Detektor gelungen [45].

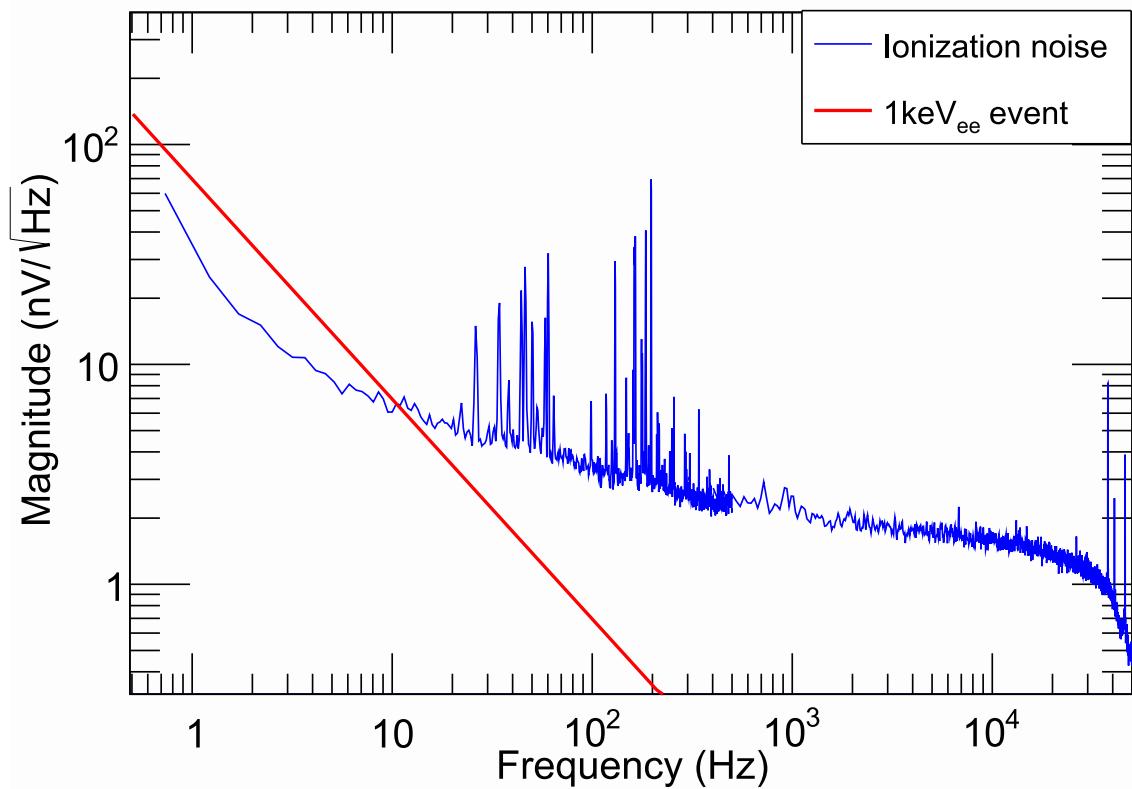


Abbildung 5.8.: Spektrale Leistungsdichte des JFET basierten EDELWEISS-III Ionisationskanals bei 4K. Der JFET wird auf 100K geheizt. Bei einer Eingangskapazität von 300 pF zusammengesetzt aus 150 pF Detektorkapazität, 100 pF Kapazität der Kabel und 50 pF Kapazität des JFET. Das Spektrum eines erwarteten 1 keV Signalpuls ist in rot dargestellt.[3]

6. Ausblick

Damit die Luke-Verstärkung überprüft werden kann müssen Ionisationssignale sowohl über den Luke-Effekt im Wärmekanal als auch über den Ramo-Effekt im Ionisationskanal bestimmt werden.

Aufgrund von Oberflächen Ströme welche mit größerer Spannung zunehmen und einem Verlust von Wärme durch die Verbindungskabel der Elektrode soll eine vakuumseparierte Elektrode verwendet werden. Ein Nachteil der vakuumseparierten Elektrode ist ein abgeschwächtes Signal im Ionisationskanal.

In dieser Arbeit wurde die Verstärkerelektronik entwickelt um den Ionisationskanal auszulesen. Da die ohnehin kleinen Signale aufgrund der vakuumseparierten Elektrode weiter abgeschwächt werden sollte die Elektronik eine möglichst große Eingangsimpedanz und ein möglichst kleines Rauschen haben.

Für die Elektronik wurde ein auf HEMTs basierter Ansatz gewählt. HEMTs funktionieren selbst bei kryogenen Temperaturen weshalb die Elektronik in unmittelbarer Nähe zum Detektor im Kryostaten installiert werden kann. Dies führt zu besserer Signalqualität. Der Nachteil handelsüblicher HEMTs sind allerdings große Leckströme und großes $1/f$ -Rauschen.

Die Elektronik wurde bei Raumtemperatur und flüssig Stickstofftemperatur getestet. Bei Raumtemperatur ist der Leckstrom aller HEMTs zu groß um die Elektronik wie vorgesehen mit Vorgespannten Kondensatoren und offenen Relais zu verwenden. Mit abnehmender Temperatur nimmt allerdings auch der Leckstrom ab, sodass es möglich war einen der verwendeten HEMTs über einen längeren Zeitraum bei offenem Relais einzusetzen.

Mit allen HEMTs wurde eine Spannungsverstärkung in der Größenordnung von $\mathcal{O}(10)$ erreicht.

Das Beste Rauschen wurde bei flüssig Stickstoff Temperatur und offenen Relais aufgenommen und ist in Abb. 5.5 dargestellt. Bei einer Frequenz von 1 Hz liegt es bei $0,36 \mu\text{V}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Für den Leckstrom wurde ein Wert von $9,2 \text{ fA}$ bestimmt.

Aus der spektralen Leistungsdichte des Rauschen wurde mittels der optimal filtering Methode (siehe Abschnitt A.3) eine Vorhersage der erwarteten Energieauflösung anhand des erwarteten Signalpuls gemacht. Bei einer Eingangskapazität von 100 pF ergibt sich für die Energieauflösung $\sigma_E = 1/(a - b) \cdot 0,731 \text{ keV}$. Der Prozentsatz des Potentials welches im Detektorvolumen abfällt ($a - b$) und daher von den Ladungsträgern durchlaufen werden kann nimmt entscheidend Einfluss auf die erreichbare Energieauflösung.

Als nächste Schritte sollte die Elektronik unter den Bedingungen wie sie im Experiment gegeben sind, 4 K und mit einem Richtigen Detektor, getestet werden. Eine Möglichkeit um das Rauschen und den Leckstrom noch weiter zu optimieren ist es CNRS HEMTs zu verwenden. Mit diesen ist es allerdings aufgrund ihrer großen Kapazität empfehlenswert eine Kaskode als Verstärker zu verwenden um den Miller-Effekt zu umgehen.

Literatur

- [1] E. Aprile et al. “The XENON1T dark matter experiment”. In: *European Physical Journal C* 77.12 (2017), S. 1–22. arXiv: 1708.07051.
- [2] Cláudio Frederico Pascoal da Silva und The LUX Collaboration. “Dark Matter Searches with LUX”. In: *arXiv preprint* (2017). arXiv: 1710.03572.
- [3] E Armengaud und Q Arnaud. “Performance of the EDELWEISS-III experiment for direct dark matter searches”. In: *Journal of Instrumentation* 12.08 (2017), P08010.
- [4] R. Agnese et al. “Results from the Super Cryogenic Dark Matter Search Experiment at Soudan”. In: *Physical Review Letters* 120.6 (2018), S. 1–6. arXiv: 1708.08869.
- [5] F Zwicky. “Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln”. In: *Helvetica Physica Acta* 6 (1933), S. 110–127. arXiv: arXiv:1011.1669v3.
- [6] R. Adam und P. A. R. Ade. “Planck 2015 results”. In: *Astronomy & Astrophysics* 594 (Okt. 2016), A1. arXiv: 1502.01582.
- [7] V. C. Rubin, N. Thonnard und Jr. Ford, W. K. “Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc/”. In: *The Astrophysical Journal* 238 (Juni 1980), S. 471.
- [8] Pieter van Dokkum et al. “A galaxy lacking dark matter”. In: *Nature* 555.7698 (März 2018), S. 629–632.
- [9] M. Milgrom. “A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis”. In: *The Astrophysical Journal* 270 (1983), S. 365. arXiv: arXiv: 1011.1669v3.
- [10] Erik P. Verlinde. “Emergent Gravity and the Dark Universe”. In: (Nov. 2016), S. 0–50. arXiv: 1611.02269.
- [11] Douglas Clowe et al. “A direct empirical proof of the existence of dark matter”. In: (2006). arXiv: 0608407 [astro-ph].
- [12] Richard Massey, Thomas Kitching und Johan Richard. “The dark matter of gravitational lensing”. In: (Jan. 2010). arXiv: 1001.1739.
- [13] M. Markevitch et al. “Direct constraints on the dark matter self-interaction cross-section from the merging galaxy cluster 1E0657-56”. In: (2003). arXiv: 0309303 [astro-ph].
- [14] R. D. Peccei und Helen R. Quinn. “Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles”. In: *Physical Review D* 16.6 (Sep. 1977), S. 1791–1797.
- [15] Georg Raffelt. “Stellar-evolution limits on axion properties”. In: *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* 72 (März 1999), S. 43–53.
- [16] Manuel Drees und Gilles Gerbier. “Mini-Review of Dark Matter: 2012”. In: November 2011 (2012). arXiv: 1204.2373.
- [17] Leslie J. Rosenberg. “Dark-matter QCD-axion searches”. In: *Journal of Physics: Conference Series* 203 (2010), S. 1–4.
- [18] Jonathan L. Feng. “Dark Matter Candidates from Particle Physics and Methods of Detection”. In: (2010). arXiv: 1003.0904.
- [19] Julian Kalema Lukwata. “Bestimmung von Streusignaturen durch sub-GeV Dunkle Materie in Ge-Detektoren mit Neganov-Luke-verstärkten Phononsignalen”. Diss. Karlsruhe Institute of Technology, 2017.

- [20] Rouven Essig et al. “Direct detection of sub-GeV dark matter with semiconductor targets”. In: *Journal of High Energy Physics* 2016.5 (Mai 2016), S. 46.
- [21] Rouven Essig, Jeremy Mardon und Tomer Volansky. “Direct detection of sub-GeV dark matter”. In: *Physical Review D - Particles, Fields, Gravitation and Cosmology* 85.7 (2012), S. 1–9. arXiv: 1108.5383.
- [22] Andrzej K. Drukier, Katherine Freese und David N Spergel. “Detecting cold dark-matter candidates”. In: *Physical Review D* 33.12 (Juni 1986), S. 3495–3508.
- [23] Simon Ramo. “Currents Induced by Electron Motion”. In: *Proceedings of the IRE* 27.9 (Sep. 1939), S. 584–585.
- [24] P. N. Luke. “Voltage-assisted calorimetric ionization detector”. In: *Journal of Applied Physics* 64.12 (Dez. 1988), S. 6858–6860.
- [25] A. Fleischmann et al. “Metallic magnetic calorimeters”. In: *AIP Conference Proceedings* 1185.2009 (2009), S. 571–578.
- [26] Christian Enss. *Cryogenic Particle Detection*. Bd. 99. 2005.
- [27] Helmut Spieler. *Semiconductor Detector Systems*. Oxford University Press, Aug. 2005.
- [28] The EDELWEISS Collaboration et al. “Signals induced by charge-trapping in EDELWEISS FID detectors: analytical modeling and applications”. In: *Journal of Instrumentation* 11.10 (Juni 2016). arXiv: 1606.08097.
- [29] Nader Mirabolfathi et al. “Toward Single Electron Resolution Phonon Mediated Ionization Detectors”. In: (2015), S. 1–4. arXiv: 1510.00999.
- [30] Ch. Schnittler G. Holz. “The HIGH ELECTRON MOBILITY TRANSISTOR (HEMT) PHYSICAL FUNDAMENTALS AND QUASI TWO-DIMENSIONAL (Q2D) SIMULATION”. In: *Periodica Polytechnica Electrical Engineering (Archives)* 34.1 (1990), S. 55–71.
- [31] T. Mimura. “The early history of the high electron mobility transistor (HEMT)”. In: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 50.3 (März 2002), S. 780–782.
- [32] Arran Phipps. “Ionization Collection in Detectors of the Cryogenic Dark Matter Search”. Diss. University of California, Berkeley, 2016.
- [33] Q Dong et al. “The Role of the Gate Geometry for Cryogenic HEMTs: Towards an Input Voltage Noise Below $0.5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ at 1 kHz and 4.2 K”. In: *Journal of Low Temperature Physics* 167.5-6 (Juni 2012), S. 626–631.
- [34] Y. Jin et al. “Ultra-low noise HEMTs for deep cryogenic low-frequency and high-impedance readout electronics”. In: *2014 12th IEEE International Conference on Solid-State and Integrated Circuit Technology (ICSICT)*. IEEE, Okt. 2014, S. 1–4.
- [35] Gray P et al. “Analysis and design of analog integrated circuits”. In: (2009), S. 1–33. arXiv: arXiv:1011.1669v3.
- [36] P. Horowitz und W. Hill. *The Art of Electronics*. Cambridge University Press, 1980.
- [37] B. Censier et al. “EDELWEISS Read-out Electronics and Future Prospects”. In: *Journal of Low Temperature Physics* 167.5-6 (Juni 2012), S. 645–651.
- [38] C. Jacoboni et al. “Electron drift velocity and diffusivity in germanium”. In: *Physical Review B* 24.2 (Juli 1981), S. 1014–1026.
- [39] C. Schenk U. Tietze. *Halbleiterschaltungstechnik*. Dez. 2002. arXiv: 1011.1669.
- [40] ATF-54143 - Low Noise Enhancement Mode Pseudomorphic HEMT in a Surface Mount Plastic Package. Agilent Technologies. Juni 2012.
- [41] ATF-33143, Low Noise Pseudomorphic HEMT in a Surface Mount Plastic Package. Agilent Technologies. Juni 2012.
- [42] ATF-34143, Low Noise Pseudomorphic HEMT a Surface Mount Plastic. Agilent Technologies. Juni 2012.
- [43] A. Phipps et al. “An HEMT-Based Cryogenic Charge Amplifier for Sub-kelvin Semiconductor Radiation Detectors”. In: *Journal of Low Temperature Physics* 184.1-2 (Juli 2016), S. 505–511.
- [44] Axel Gullasch. “Charakterisierung des Rauschspektrums der Ausleseelektronik für das EDELWEISS-III Experiment”. Diss. Karlsruhe Institute of Technology, 2015.

- [45] A. Phipps et al. “A HEMT-Based Cryogenic Charge Amplifier with sub-100 eVee Ionization Resolution for Massive Semiconductor Dark Matter Detectors”. In: *arXiv:1611.09712v1* (Nov. 2016), S. 1–6. arXiv: [1611.09712](https://arxiv.org/abs/1611.09712).
- [46] S. Golwala. “Exclusion Limits on the WIMP-Nucleon Elastic-Scattering Cross Section from the Cryogenic Dark Matter Search”. Diss. University of California at Berkeley, 2000.

Abbildungsverzeichnis

1.1.	Rotationsgeschwindigkeit in Abhängigkeit des Radius zum Zentrum für 21 Sc Galaxien.[7]	3
1.2.	Links: Aufnahme des Bullet Cluster vom Magellan Teleskop. Rechts: Röntgenaufnahme des Bullet Cluster vom Chandra Teleskop. Die Konturen zeigen die durch den schwachen Gravitationslinseneffekt erwartete Massenverteilung.[11]	4
1.3.	Ausschlussbereiche der Axionmasse und Kopplung an zwei Photonen. Auf der vertikalen Axe ist die effektive Kopplung des Axions an zwei Photonen aufgetragen und auf der horizontalen die Masse. KSVZ und DSVZ sind zwei Klassen von Axion Modellen. DM Axionen werden zwischen diesen Modellen im Massenbereich von $1 \mu\text{eV} - 100 \mu\text{eV}$ erwartet.[17]	5
2.1.	Sensitivitätskurve für einen DM-Formfaktor $FDM = 1$ in Kombination mit Ausschlusskurven anderer Experimente für den DELight Detektor. Die dicke blaue Linie stellt den durch Freeze-out favorisierten Parameterbereich da.[19]	7
2.2.	Links: Schema des DELight Aufbaus mit dem zylinderförmigen Detektor auf den drei MMCs und der entsprechenden Halterung inklusive der Vakuum Kupferelektrode. Rechts: Germaniumkristall, dreieckige MMC Struktur und SQUID-holding Chips.	8
3.1.	Links: Ladungsträger welche sich im Detektorvolumen bewegen erzeugen einen Strom im Schaltkreis. Rechts: Ersatzschaltbild der Schaltung Links. Der Detektor kann als Kapazität mit paralleler, zeitabhängiger Stromquelle dargestellt werden.[27]	11
3.2.	Links: Eine Ladung q in der Mitte zwischen zwei Elektroden induziert die gleiche Ladung in beiden Elektroden. Aus dem Gaußschen Satz folgt, dass die Flächen S_1 und S_2 jeweils die Ladung $-q/2$ einschließen. Rechts: Befindet sich die Ladung in der Nähe der unteren Elektrode, terminiert der Großteil der Feldlinien an dieser Elektrode. Daher ist die Ladung, welche von S_2 eingeschlossen ist, größer als die Ladung, welche von S_1 eingeschlossen ist. [27]	12
3.3.	Verlauf des Potentials in z-Richtung für einen Kristall zwischen zwei vakuumseparierten Elektroden A und B. Annahme eines Homogenen Feldes in x- und y-Richtung. Zwischen Elektrode und Ge-Kristall fällt das Potential von V_0 auf aV_0 und von bV_0 auf 0 ab, mit $0 < b < a < 1$	13
3.4.	Bandstruktur eines typischen HEMTs. Elektronen aus dem stark n-dotierten AlGaAs diffundieren in das undotierte GaAs und bilden dort ein 2D-Elektronengas. Über die Gatespannung wird die Lage des Fermilevel und damit die Menge an Elektronen im Leitungsband variiert.[32]	14
3.5.	Ersatzschaltbild des Verstärkers. Das Rauschen des Verstärkers wird in Form einer Rauschstromquelle i_r parallel zur Eingangsimpedanz und einer Rauschspannungsquelle u_r in Reihe zum Eingang eines idealen Verstärkers modelliert. Der ideale Verstärker selbst ist frei von Rauschen. Indem das Rauschen eingangsseitig betrachtet wird, können verschiedene Verstärker leichter verglichen werden, ohne dass die individuellen Übertragungsfunktionen berücksichtigt werden müssen.	15

4.1.	Das Design der Kalte Elektronik entspricht dem eines Ladungsverstärkers. Der Detektor ist durch sein Ersatzschaltbild entsprechend dem Ramo-Theorem als Stromquelle parallel zur Detektorkapazität dargestellt. Der Verstärker ist vereinfacht als Dreieck dargestellt. Nicht eingezeichnet ist die Versorgungsspannung des Verstärkers und die Spannung zum schalten der Relais. Die schematische Form des Ausgangssignals ist rechts dargestellt. Das Signal steigt Exponentiell mit der Zeitkonstante τ um den Spannungswert ΔV mit der Spannungsverstärkung V_U , induzierten Ladung entsprechend dem Ramo-Theorem ΔQ und Eingangskapazität C_{ges}	18
4.2.	Links: Schaltbild des Verstärkers mit Aufteilung in Raumtemperatur und Kryostat Anteil. Rechts oben: Wichtige Parameter berechnet aus den Angaben im Datenblatt zu dem handelsüblichen HEMT ATF-54143[40]. Rechts unten: Ersatzschaltbild des links dargestellten Verstärkers.	20
4.3.	Schaltbild der warmen Elektronik mit einem dreistufigen Schalter zum schalten der Relais, dem Drainwiderstand des Verstärkers und einem Potentiometer um die Biasspannung am Gate des Verstärkers einzustellen.	21
4.4.	Bilder der warmen und kalten Elektronik. Oben rechts: Rückseite der kalten Elektronik. Oben link: Vorderseite der kalten Elektronik. Unten: Warme Elektronik im Gehäuse.	22
a.	Verstärkung der kalten Elektronik unter Verwendung des HEMTs ATF-33143[41]. Links: Verstärkung bei Raumtemperatur (291 K) und einer Biasspannung von -0,6 V. Rechts: Verstärkung bei flüssig Stickstoff Temperatur (77 K) und einer Biasspannung von -1 V.	24
b.	Verstärkung der kalten Elektronik unter Verwendung des HEMTs ATF-54143[42]. Links: Verstärkung bei Raumtemperatur (291 K) und einer Biasspannung von -0,74 V. Rechts: Verstärkung bei flüssig Stickstoff Temperatur (77 K) und einer Biasspannung von -0,94 V.	24
c.	Verstärkung der kalten Elektronik unter Verwendung des HEMTs ATF-54143[40]. Links: Verstärkung bei Raumtemperatur (291 K) und einer Biasspannung von 0,26 V. Rechts: Verstärkung bei flüssig Stickstoff Temperatur (77 K) und einer Biasspannung von 0,38 V.	24
5.1.	An die Daten (schwarz) ist die Übertragungsfunktion angepasst (blau). Die Konstante A gibt die Verstärkung im konstanten Bereich an. Das Inverse der Konstanten B die Grenzfrequenz des Tiefpass und das Inverse der Konstanten C die Grenzfrequenz des Hochpass.	24
5.2.	Verstärkung des HEMTs ATF-33143 bei geschlossenen Relais, einem Drainwiderstand von $R_d = 192 \Omega$ und einer Biasspannung von -0,65 V.	25
5.3.	Verstärkung des HEMTs ATF-54143 bei offenem Relais und einer Biasspannung von 0,371 V.	26
a.	Rauschen des HEMT ATF-33143	27
b.	Rauschen des HEMT ATF-34143	27
c.	Rauschen des HEMT ATF-54143	27
5.4.	Eingangsseitige Leistungsdichtespektren verschiedener HEMTs, bei geschlossenem Relais. Bei Raumtemperatur (Warm) 291 K und bei flüssig Stickstoff Temperatur (Kalt) 77 K. Die gleiche Biasspannungen wie bei der Bestimmung der Verstärkung wurden verwendet.	27
5.5.	Rauschen des HEMTs ATF-54143 bei offenem Relais und einer Biasspannung von 0,371 V.	28
5.6.	Beste Leistungsdichtespektren der EDELWEISS-III Ausleseelektronik von Axel Gulasch [44].	29
5.7.	Energieauflösung wenn 100% des Angelegten Potentials von den Ladungsträgern Durchlaufen wird in Abhängigkeit der Eingangskapazität. Berechnet gemäß Gl. (5.11) aus dem in Abb. 5.5 gezeigten Rauschen der kalten Elektronik. Das Rauschen wurde bei der Gesamtkapazität von $C_{ges} = 104,25 \text{ pF}$ aufgenommen. Die gestrichelten Linien zeigen die Energieauflösung, wenn die Gesamtkapazität zur Berechnung des Signals $s(f)$ gleich der Gesamtkapazität der kalten Elektronik ist.	30

5.8. Spektrale Leistungsdichte des JFET basierten EDELWEISS-III Ionisationskanals bei 4 K. Der JFET wird auf 100 K geheizt. Bei einer Eingangskapazität von 300 pF zusammengesetzt aus 150 pF Detektorkapazität, 100 pF Kapazität der Kabel und 50 pF Kapazität des JFET. Das Spektrum eines erwarteten 1 keV Signalpuls ist in rot dargestellt.[3]	31
B.1. Layout der kalten Elektronik	46
B.2. Schaltplan der kalten Elektronik	47

Abkürzungsverzeichnis

SM Standard Modell

DM Dunkler Materie

WIMP weakly interacting massive particle

LDM light dark matter

MOND Modified Newtonian dynamics

PQ Peccei-Quinn

SUSY Supersymmetrie

CP Charge-Parity Symmetrie

MMC metallic magnetic calorimeter

RKKY Ruderman-Kittle-Kasuya-Yoshida

SQUID super quantum interference device

LUX Large Underground Xenon experiment

XENON Ein flüssig Xenon Experiment

SuperCDMS Cryogenic Dark Matter Search

EDELWEISS Expérience pour DÉtecter Les WIMPs En Site Souterrain

HEMT High electron mobility transistor

JFET junction field-effect transistor

MOSFET metal-oxide-semiconductor field-effect transistor

CNRS Centre for Nanosciences and Nanotechnology

A. Anhang

A. Optimal Filtering

In diesem Abschnitt werden ein paar grundlegende Erkenntnisse der optimal filtering Methode dargestellt. Die Darstellung orientiert sich anhand [46, 26].

A.1. Diskrete Fouriertransformation

In der Realität können Signale nicht kontinuierlich abgetastet werden und nur über einen begrenzten Zeitraum aufgenommen. Die Fouriertransformation muss daher für den diskreten Fall angepasst werden zu

$$\begin{aligned}\tilde{v}_n &= \frac{1}{N} \sum_{k=-N/2}^{N/2} v_k e^{-i2\pi f_n t_k} \\ v_k &= \sum_n \tilde{v}_{n=-N/2}^{N/2} e^{i2\pi f_n t_k}\end{aligned}$$

der Spurlänge $N = Tf_s$, welche sich aus der Spurdauer T und Sample Rate f_s ergibt, Zeitpunkten $t_k = k\Delta T = k/f_s$ und Frequenzen $f_n = n/T$. Aufgrund der endliche Spurdauer kommt es zu Frequenzbins der Breite $f_{n+1} - f_n = 1/T$. Aufgrund der endlichen Abtastrate wird die Bandbreite durch die Nyquist-Frequenz $f_{Nq} = f_{N/2} = N/2T = f_s/2$, welche der halben Abtastrate entspricht, begrenzt.

A.2. Rauschen

Die Fluktuationen der Spannung werden als gaussverteilt angenommen mit der Varianz $\langle [v(t)]^2 \rangle$. Die Varianz beschreibt das Rauschen allerdings nicht vollständig, da Korrelationen des Signals nicht berücksichtigt werden. Korrelationen treten auf, da eine Fluktuation der Spannung mit einer bestimmte Zeitkonstante τ abfällt und daher $v(t)$ Informationen über $v(t + \tau)$ enthält. Die Autokorrelationsfunktion $R(\tau)$ berücksichtigt die Korrelation

$$\begin{aligned}R(\tau) &= \langle v(t)v(t + \tau) \rangle \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [v \otimes v](\tau) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt v(t)v(t + \tau)\end{aligned}$$

\otimes steht hier für die Kreuzkorrelation. Äquivalent kann das Rauschen im Frequenzraum dargestellt werden. Dies hat den Vorteil, dass für lineare Systeme das Rauschen unterschiedlicher Frequenzen nicht korreliert ist. Die spektrale Leistungsdichte $J(f)$ ist gegeben durch die Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion und hat die Einheit V^2/Hz

$$J(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T dt R(t)e^{-j\omega t}. \quad (\text{A.1})$$

Entsprechend gilt

$$\begin{aligned} R(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T df J(f) e^{j\omega t} \\ \Rightarrow \langle [v(t)]^2 \rangle &= R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} df J(f). \end{aligned}$$

Das Integral der spektralen Leistungsdichte gibt also die Varianz des Rauschen.

Die spektrale Leistungsdichte wird in der Regel nicht aus der Autokorrelationsfunktion bestimmt sondern direkt aus Fourier transformierten Spuren ohne Signale. Es gilt

$$\begin{aligned} J(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T dt R(t) e^{-j\omega t} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T dt e^{-j\omega t} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [\otimes](t) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T dt e^{-j\omega t} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} df_1 e^{j\omega_1 t} \tilde{v}^*(f_1) \tilde{v}(f_1) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} df_1 e^{j\omega_1 t} |\tilde{v}(f_1)|^2 \delta(f - f_1) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |\tilde{v}(f)|^2 \end{aligned}$$

hierbei wurde im dritten Schritt ausgenutzt, dass für die Fouriertransformation der Kreuzkorrelation gilt

$$[g \otimes h](t) \stackrel{\mathcal{FT}}{=} \tilde{g}^*(f) \tilde{h}(f). \quad (\text{A.2})$$

Für den Fall diskreter Signale wird die Ersetzung $\tilde{v}(f) \rightarrow T \tilde{v}_n$ gemacht und der Grenzwert fallen gelassen. Dann folgt

$$J(f_n) = \frac{N}{f_s} |\tilde{v}_n|^2. \quad (\text{A.3})$$

Dies ist die übliche Form um $J(f)$ zu bestimmen. Mehrere Spuren ohne Signal werden aufgenommen, $|\tilde{v}_n|^2$ aus der DFT bestimmt und über diese gemittelt. Werden nur die positiven Frequenzen betrachtet muss die doppelseitige spektrale Leistungsdichte $J(f)$ um einen Faktor zwei korrigiert werden

$$J_{ss}(f) = 2J(f) \quad f > 0. \quad (\text{A.4})$$

A.3. Optimaler Pulshöhen Fit

Ein realer Puls hat die Form

$$v(t) = As(t) + n(t) \quad (\text{A.5})$$

mit einer Rauschspur $n(t)$ und der erwarteten Pulsform $s(t)$ mit Amplitude A . Die spektrale Leistungsdichte sei gegeben durch $J(f)$. Um die beste Amplitude zu bestimmen wird ein χ^2 -Fit der erwarteten Pulsform an den realen Puls durchgeführt. Der Fit wird im Frequenzraum durchgeführt da unterschiedliche Frequanzanteile nicht korreliert sind

$$\chi^2 = \int_{-\infty}^{\infty} df \frac{|\tilde{v}(f) - A\tilde{s}(f)|^2}{J(f)}. \quad (\text{A.6})$$

Durch die Minimierung von χ^2 erhält man für den besten Schätzer

$$\hat{A} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} df \frac{\tilde{v}(f)\tilde{s}^*(f)}{J(f)}}{\int_{-\infty}^{\infty} df \frac{|\tilde{s}(f)|^2}{J(f)}}. \quad (\text{A.7})$$

Für die Varianz auf den Schätzer ergibt sich

$$\sigma_A^2 = \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial A^2} \chi^2 \right]^{-1} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} df \frac{|\tilde{s}(f)|^2}{J(f)} \right]^{-1} = \left[2 \int_0^{\infty} df \frac{|\tilde{s}(f)|^2}{J(f)} \right]^{-1}. \quad (\text{A.8})$$

Die Varianz auf die Amplitude bestimmt die beste erreichbare Auflösung bei der gegebenen Pulsfom. Für den Übergang zum diskreten Fall werden die Ersetzungen

$$\begin{aligned}\tilde{s}^*(f) &\rightarrow \frac{N}{f_s} \tilde{s}_n^* \\ \tilde{s}(f) &\rightarrow \frac{N}{f_s} \tilde{s}_n \\ J(f) &\rightarrow J(f_n) \\ \int_0^\infty df &\rightarrow \frac{f_s}{N} \sum_{n=0}^{N/2}\end{aligned}$$

und führen zu

$$\sigma_A^2 = \frac{N}{f_s} \left[2 \sum_{n=0}^{N/2} \frac{|\tilde{s}_n|^2}{J(f_n)} \right]^{-1}. \quad (\text{A.9})$$

B. Layout

Das Beidseitige Layout und der entsprechende Schaltplan der kalten Elektronik aus Abb. 4.4 sind in Abb. B.1 und Abb. B.2 dargestellt. Das Layout und der Schaltplan entsprechen nicht vollständig der kalten Elektronik mit welchen die Daten aufgenommen wurden. Manuel wurde durch mechanische Einwirkung der Schaltplan entsprechend Abb. 4.1 verwirklicht.

Layout beidseitig

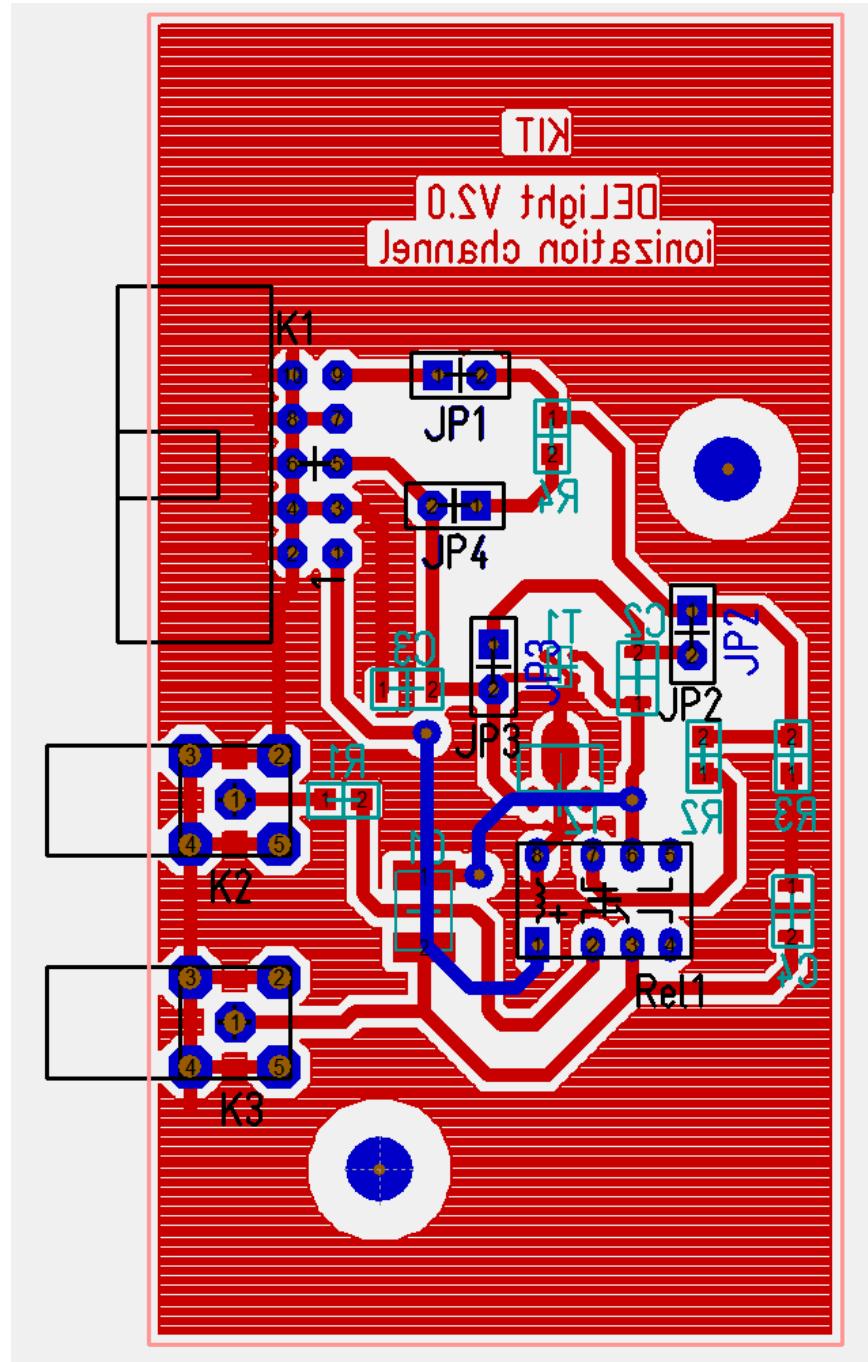


Abbildung B.1.: Layout der kalten Elektronik

Schaltplan

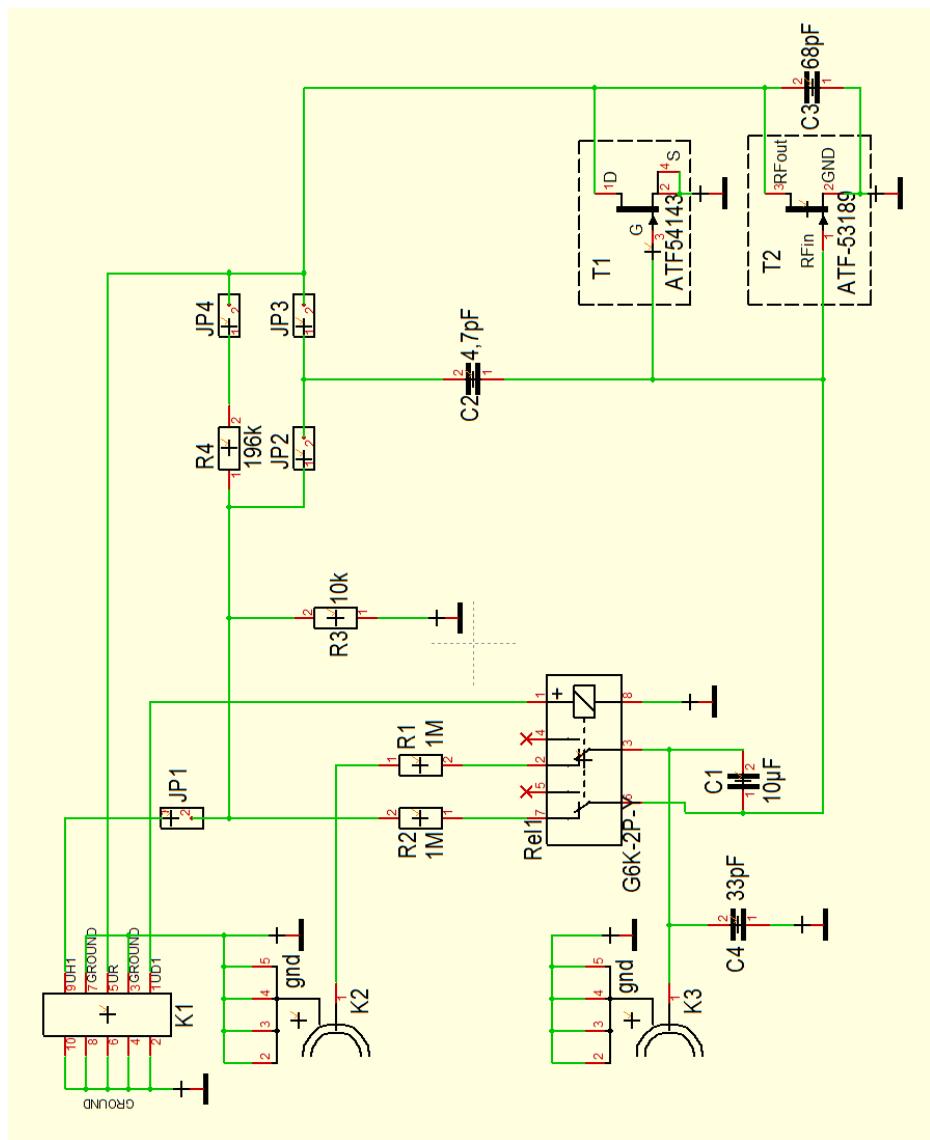


Abbildung B.2.: Schaltplan der kalten Elektronik