marginalize推导

已知优化问题的信息矩阵(hessian矩阵)为：

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{pp} & \Lambda_{pm} \\ \Lambda_{mp} & \Lambda_{mm} \end{bmatrix}$$

优化问题：

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{pp} & \Lambda_{pm} \\ \Lambda_{mp} & \Lambda_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta X_{pp} \\ \delta X_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{pp} \\ b_{mm} \end{bmatrix} \tag{1}$$

现在要marg掉X_{mm}，相应的需要对信息矩阵进行操作：

$$\begin{bmatrix} 0 & I \\ I & -\Lambda_{pm}\Lambda_{mm}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_{pp} & \Lambda_{pm} \\ \Lambda_{mp} & \Lambda_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta X_{pp} \\ \delta X_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & -\Lambda_{pm}\Lambda_{mm}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{pp} \\ b_{mm} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{mp} & \Lambda_{mm} \\ \Lambda_{pp} - \Lambda_{pm}\Lambda_{mm}^{-1}\Lambda_{mp} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta X_{pp} \\ \delta X_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{mm} \\ b_{pp} - \Lambda_{pm}\Lambda_{mm}^{-1} b_{mm} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Lambda_{mp}\delta X_{pp} + \Lambda_{mm}\delta X_{mm} \\ (\Lambda_{pp} - \Lambda_{pm}\Lambda_{mm}^{-1}\Lambda_{mp})\delta X_{pp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{mm} \\ b_{pp} - \Lambda_{pm}\Lambda_{mm}^{-1} b_{mm} \end{bmatrix} \tag{3}$$

因此可得：

$$\Lambda_{mp}\delta X_{pp} + \Lambda_{mm}\delta X_{mm} = b_{mm} \tag{4}$$

$$(\Lambda_{pp} - \Lambda_{pm}\Lambda_{mm}^{-1}\Lambda_{mp})\delta X_{pp} = b_{pp} - \Lambda_{pm}\Lambda_{mm}^{-1} b_{mm} \tag{5}$$

由于Λ_{mm}表示路标点之间的信息矩阵块，是一个对角阵，因此Λ_{mm}^{-1}易求得。通过式（5）可得舒尔补形式，并求出δX_{pp}.将δX_{pp}代入式(4)可求得δX_{mm}:

$$\delta X_{mm} = \Lambda_{mm}^{-1}(b_{mm} - \Lambda_{mp}\delta X_{pp}) \tag{6}$$