1.

$$egin{aligned} rac{\partial (R^{-1}p)}{\partial R} &= \lim_{\delta heta o 0} rac{(R\exp([\delta heta]_ imes))^{-1}p - R^{-1}p}{\delta heta} \ &= \lim_{\delta heta o 0} rac{(I - [\delta heta]_ imes)R^{-1}p - R^{-1}p}{\delta heta} \ &= \lim_{\delta heta o 0} rac{-[\delta heta]_ imes R^{-1}p}{\delta heta} \ &= \lim_{\delta heta o 0} rac{[R^{-1}p]_ imes \delta heta}{\delta heta} \ &= [R^{-1}p]_ imes \end{aligned}$$

2.

$$rac{\partial ext{ln}(R_1R_2^{-1})^ee}{\partial R_2} = \lim_{\delta heta o 0} rac{ ext{ln}[R_1(R_2\exp([\delta heta]_ imes))^{-1}]^ee - ext{ln}(R_1R_2^{-1})^ee}{\delta heta}$$

根据SO(3)的伴随性质 $R^T \exp([\delta heta]_{ imes})R = \exp([R^T \delta heta]_{ imes})$ :

$$=\lim_{\delta heta o 0}rac{\ln\{R_1[\exp([R_2\delta heta]_ imes)R_2]^{-1}\}^ee-\ln(R_1R_2^{-1})^ee}{\delta heta}$$

$$=\lim_{\delta heta o 0}rac{\ln[R_1R_2^{-1}(\exp([R_2\delta heta]_ imes))^{-1}]^ee-\ln(R_1R_2^{-1})^ee}{\delta heta}$$

这里扰动求逆等价于绕角轴反向旋转,由此可得:

$$= \lim_{\delta\theta \to 0} \frac{\ln[R_1R_2^{-1}\exp([-R_2\delta\theta]_\times)]^\vee - \ln(R_1R_2^{-1})^\vee}{\delta\theta}$$

再根据 $\ln[R(\exp([\delta\theta]_{\times}))]^{\vee} = \ln(R)^{\vee} + J_r^{-1}\delta\theta$ ,可得:

$$=\lim_{\delta heta o 0}rac{\ln[R_1R_2^{-1}\exp([-R_2\delta heta]_ imes)]^ee-\ln(R_1R_2^{-1})^ee}{\delta heta}$$

$$=\lim_{\delta heta o 0}rac{\ln(R_1R_2^{-1})^ee+J_r^{-1}(\ln(R_1R_2^{-1})^ee)(-R_2\delta heta)-\ln(R_1R_2^{-1})^ee}{\delta heta}$$

$$=-J_r^{-1}(\ln(R_1R_2^{-1})^ee)R_2$$