

IWC-CRITIC coupling weight

W_{IWC-CRI} = \frac{W_{IWC} \times W_{CRITIC}}{\sum_{j=1}^k W_{IWC} \times W_{CRITIC}}

在我们的课题例子中，使用 IWC 和 CRITIC 分别计算每个指标权重后，对两种方法计算出来的指标权重进行了融合，最终得到每个指标的权重。

这种权重融合的好处是：

- 融合主观与客观信息：IWC 可能包含了一些主观因素或对特定理想状态的考量，而 CRITIC 则更侧重于指标数据本身的客观变异性和相关性。通过耦合权重的计算，可以将这两种方法的优势结合起来，既考虑了主观的理想状态和偏好，又兼顾了数据本身的客观特征，使得最终的权重更加全面、准确地反映指标的重要性。
- 降低单一方法的偏差影响：任何一种权重确定方法都可能存在一定的偏差或局限性。IWC 可能会因为理想点的设定不够准确或主观因素的影响而产生偏差，CRITIC 可能会受到数据异常值或指标相关性计算误差的影响。通过将两者结合计算耦合权重，可以在一定程度上抵消这些偏差，使权重结果更加稳定和可靠。

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) 逼近理想解排序法

TOPSIS 是一种多指标的决策方法。其核心思想是通过计算各备选方案与正理想解 (Positive Ideal Solution, PIS) 和负理想解 (Negative Ideal Solution, NIS) 的距离，来对方案进行排序和选择。

正理想解 PIS 是各指标的最优值组合。

负理想解 NIS 是各指标的最劣值组合。

最优的方案应该是离正理想解尽可能近且离负理想解尽可能远。

举例说明

假设要对三款手机 (手机 A、手机 B、手机 C) 进行综合评价，选取了四个评价指标：价格 (x1, 成本型指标, 单位：元)、电池续航 (x2, 效益型指标, 单位：小时)、摄像头像素 (x3, 效益型指标, 单位：百万像素)、运行内存 (x4, 效益型指标, 单位：GB)。具体数据如下：

手机	价格 (x1)	电池续航 (x2)	摄像头像素 (x3)	运行内存 (x4)
A	3000	8	12	6
B	3500	10	10	8
C	2500	6	15	4

以下是使用 TOPSIS 方法进行评价的步骤：

1. 构建原始数据矩阵 D

$$D = \begin{pmatrix} 3000 & 8 & 12 & 6 \\ 3500 & 10 & 10 & 8 \\ 2500 & 6 & 15 & 4 \end{pmatrix}$$

2. 获得标准化决策矩阵 R

对于成本型指标（价格），标准化公式为 $r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m x_{kj}^2}}$ ；对于效益型指标（电池续航、摄像头像素、运行

内存），标准化公式为 $r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{k=1}^m x_{kj}^2}}$ 。

计算可得：

$$R = \begin{pmatrix} \frac{3000}{\sqrt{3000^2+3500^2+2500^2}} & \frac{8}{\sqrt{8^2+10^2+6^2}} & \frac{12}{\sqrt{12^2+10^2+15^2}} & \frac{6}{\sqrt{6^2+8^2+4^2}} \\ \frac{3500}{\sqrt{3000^2+3500^2+2500^2}} & \frac{10}{\sqrt{8^2+10^2+6^2}} & \frac{10}{\sqrt{12^2+10^2+15^2}} & \frac{8}{\sqrt{6^2+8^2+4^2}} \\ \frac{2500}{\sqrt{3000^2+3500^2+2500^2}} & \frac{6}{\sqrt{8^2+10^2+6^2}} & \frac{15}{\sqrt{12^2+10^2+15^2}} & \frac{4}{\sqrt{6^2+8^2+4^2}} \end{pmatrix}$$

3. 获取加权和归一化决策矩阵 V

假设通过某种方法（如 IWC 或 CRITIC）确定了各指标的权重分别为 $w_1 = 0.3$ （价格）， $w_2 = 0.2$ （电池续航）， $w_3 = 0.3$ （摄像头像素）， $w_4 = 0.2$ （运行内存）。

则 $v_{ij} = w_j r_{ij}$ ，可得：

$$V = \begin{pmatrix} 0.3 \times \frac{3000}{\sqrt{3000^2+3500^2+2500^2}} & 0.2 \times \frac{8}{\sqrt{8^2+10^2+6^2}} & 0.3 \times \frac{12}{\sqrt{12^2+10^2+15^2}} & 0.2 \times \frac{6}{\sqrt{6^2+8^2+4^2}} \\ 0.3 \times \frac{3500}{\sqrt{3000^2+3500^2+2500^2}} & 0.2 \times \frac{10}{\sqrt{8^2+10^2+6^2}} & 0.3 \times \frac{10}{\sqrt{12^2+10^2+15^2}} & 0.2 \times \frac{8}{\sqrt{6^2+8^2+4^2}} \\ 0.3 \times \frac{2500}{\sqrt{3000^2+3500^2+2500^2}} & 0.2 \times \frac{6}{\sqrt{8^2+10^2+6^2}} & 0.3 \times \frac{15}{\sqrt{12^2+10^2+15^2}} & 0.2 \times \frac{4}{\sqrt{6^2+8^2+4^2}} \end{pmatrix}$$

4. 确定正理想解 A^+ 和负理想解 A^-

- 正理想解 A^+ ：

- 价格（成本型指标）取最小值： $A_1^+ = \min\{v_{11}, v_{21}, v_{31}\}$

- 电池续航、摄像头像素、运行内存（效益型指标）取最大值： $A_2^+ = \max\{v_{12}, v_{22}, v_{32}\}$,

$$A_3^+ = \max\{v_{13}, v_{23}, v_{33}\}, A_4^+ = \max\{v_{14}, v_{24}, v_{34}\}$$

- 负理想解 A^- ：

- 价格（成本型指标）取最大值： $A_1^- = \max\{v_{11}, v_{21}, v_{31}\}$

- 电池续航、摄像头像素、运行内存（效益型指标）取最小值： $A_2^- = \min\{v_{12}, v_{22}, v_{32}\}$,

$$A_3^- = \min\{v_{13}, v_{23}, v_{33}\}, A_4^- = \min\{v_{14}, v_{24}, v_{34}\}$$

5. 计算各样本指标与正理想解和负理想解的欧氏距离 S_i^+ 和 S_i^-

$$\bullet S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - A_j^+)^2}$$

$$\bullet S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - A_j^-)^2}$$

例如，对于手机 A：

$$S_A^+ = \sqrt{(v_{11} - A_1^+)^2 + (v_{12} - A_2^+)^2 + (v_{13} - A_3^+)^2 + (v_{14} - A_4^+)^2}$$

$$S_A^- = \sqrt{(v_{11} - A_1^-)^2 + (v_{12} - A_2^-)^2 + (v_{13} - A_3^-)^2 + (v_{14} - A_4^-)^2}$$

同理计算手机 B 和手机 C 的 S_i^+ 和 S_i^- 。

6. 确定相对贴近度 C_i 并排序

相对贴近度 $C_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}$ ， C_i 的值越大，方案越优。

计算可得：

$$\bullet C_A = \frac{S_A^-}{S_A^+ + S_A^-}$$

$$\bullet C_B = \frac{S_B^-}{S_B^+ + S_B^-}$$

$$\bullet C_C = \frac{S_C^-}{S_C^+ + S_C^-}$$

假设计算结果为 $C_A = 0.6$ ， $C_B = 0.7$ ， $C_C = 0.5$ ，则排序为：手机 B > 手机 A > 手机 C，即手机 B 综合性能最优。

在我的课题例子中，农村劳动力经济的 15 个指标的实际数据（6 个省份历年的这 15 个指标数据）就是 TOPSIS 的原始数据，其中第 3 步的加权计算，使用 IWC-CRITIC 融合的权重，最终能够计算出每个省份基于这 15 个指标综合得分（可以理解为基于这 15 个指标的农村劳动力经济最优值的贴近度）

如此，对于每个省份，我们就得到了一条 RLE 曲线（每年一个综合得分，历年的得分曲线，表示这个省份的农村劳动力经济的发展变化）