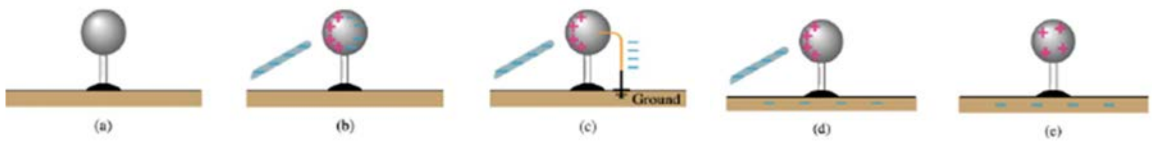
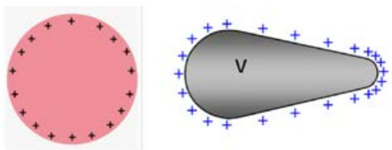
AP 物理 C 电磁知识点汇总@Max

Chapter1&2&3，Electric Fields 电场，Electric Potential 电势，Gauss’ s Law 高斯定理

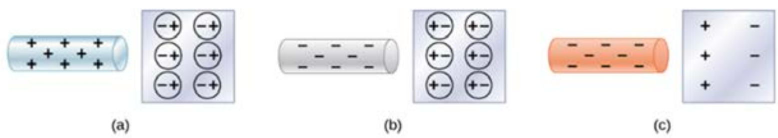
【基础概念】

- 电荷守恒定律 law of charge conservation
  一个孤立的系统，无论发生任何变化，在转移的过程中，所有电荷的代数和永远保持不变。
- 三种带电方式：摩擦（friction），感应（induction，注意两个物体**不接触**），传导（conduction）
- **Electroscope** 验电器
- Ground wire 的作用：地线接大地，大地相当于远端。
  - 

- **Charged conductors 带电导体**
  - 带电导体电荷分布在表面（outer face），同时具有尖端效应（尖端电荷密度更大）



- **Charged insulators 带电绝缘体**
  绝缘体带电，电荷可以分布在内部（对比带电导体的电荷都分布在表面，内部没有电荷）
  绝缘体虽然内部电荷不能自由移动，但是仍然可以发生 polarize 极化现象。
  比如：下图 a/b 为绝缘体极化，c 为导体



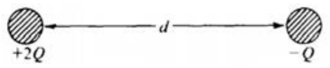
- **库伦定律 *Coulomb's law***
  在真空中的两个静止**点电荷**的相互作用力与**距离平方成反比**，与**电量的乘积成正比**，作用力的**方向**在它们的连线上。同符号电荷相斥，异符号电荷相吸。

  $\mathbf{F}=\mathbf{k}\frac{q_1q_2}{r^2}$ ， 库伦常数 $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=9\times10^9\ N.m^2/C^2$

  真空介电常数（Electric Permittivity / Vacuum permittivity）
  $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\ F/m$，F（法拉）为电容的单位。

  F 是矢量，考虑方向，库仑定律会被写成：$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$ 其中，‘$\hat{r}$ 表示单位方向。
  - 例题

    Two identical conducting spheres are charged to +2Q and −Q. respectively, and are separated by a distance d (much greater than the radii of the spheres) as shown above. The magnitude of the force of attraction on the left sphere is F1. After the two spheres are made to touch and then are re-separated by distance d, the magnitude of the force on the left sphere is F2. Which of the following relationships is correct?

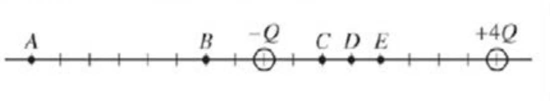


(A) 2F1 = F2　　(B) F1 = F2　　(C) F1 = 2F2　　(D) F1 = 4 F2　　(E) F1 = 8 F2

解析：接触后在分开，接触导致整体 net charge=+Q，分开后每个带点+Q/2，根据公式计算即可。E

- 例题

Two small spheres having charges –Q and +4Q are situated as shown above. The electric force on a small test charge q will be zero if q is placed at point



A　B　C　D　E

解析：不论小电荷是正电还是负电，在 C/D/E 都不行（两个力同向），在 A/B 中，根据公式，如果要让小电荷受力=0，根据电荷量公式判断即可（电荷 4 倍，距离应该是 2 倍关系）答案 A。

- **电场Electric Field**：

电荷对本身之外的其他电荷有着吸引或者排斥的作用，传递这个引力或斥力的物理场就是电场。

- 电场力：一个电荷在一个电场里的受到的作用力称为电场力。
- **场强Electric Field Strength**：矢量，电场强度。电场中每一个点的电场强弱和大小不一样，因此引入场强表示电场在某一位置的**方向**和**强度**。单位 N/C 或 V/m。

将一个试探电荷（正电荷）放入一个电场的某个位置上，这个位置的场强计算：

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$\vec{E}$ 是电场强度，$\vec{F}$ 是试探电荷所受电场力，q 是试探电荷的电量.

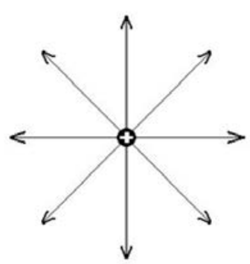
- ✧ 如果试探电荷q为正电荷，那么这一点的场强和电场力的方向相同。
- ✧ 如果试探电荷q为负电荷，那么这一点的场强和电场力的方向相反。
- ✧ **通常题目中说到Electric field就是指E**。

- **Electric field due to the point charge点电荷产生的电场（考试重点）**

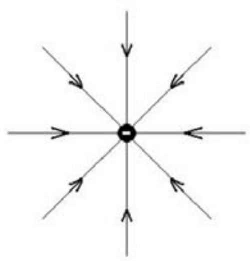
根据库伦定律，source charge为一个点电荷时，产生的电场场强为：

$$E = k\frac{Q}{r^2} \text{ (Q is source charge)}$$

- ✧ 源电荷为正电荷时，E方向向外（光芒万丈）
- ✧ 源电荷为负电荷时，E方向向内（万箭穿心）

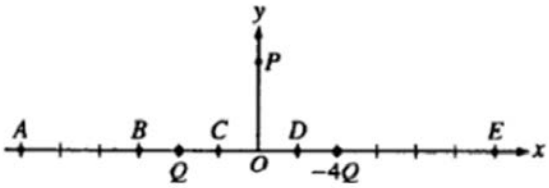


Electric field due to a positive point charge at any point is away from the charge



Electric field due to a negative point charge at any point is toward the charge

- ✧ **例题：**



Particles of charge Q and -4Q are located on the x-axis as shown in the figure above. Assume the particles are isolated from all other charges.

2. Which of the following describes the direction of the electric field at point P ?

(A) +x　　(B) +y　　(C)-y

(D) Components in both the -x- and +y-directions

(E) Components in both the +x- and -y-directions

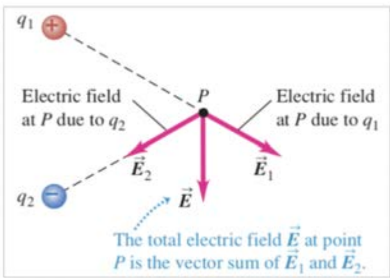
解析：根据正负电荷电场方向和电量大小即可判断。答案E

3. At which of the labeled points on the x-axis is the electric field zero?

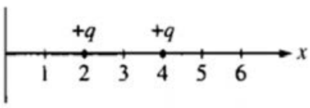
(A) A　　(B) B　　(C) C　　(D) D　　(E) E

解析：找电场=0的点，根据正负电荷电场方向和E公式即可判断，A。

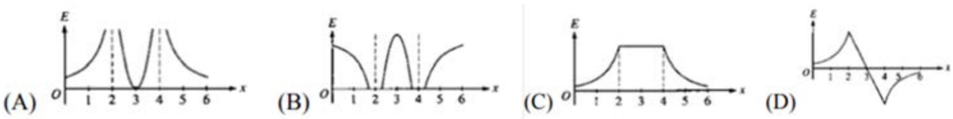
- **电场叠加**
  空间中的某一个点周围如果有多个点电荷，这个点的电场是把这些点电荷各自产生的场强的**矢量和**（通过平行四边形法则）。



➢ **例题**



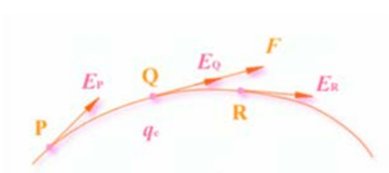
Two charged particles, each with a charge of +q, are located along the x–axis at x = 2 and x = 4, as shown above. Which of the following shows the graph of the magnitude of the electric field along the x–axis from the origin to x = 6?

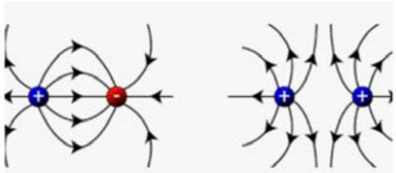
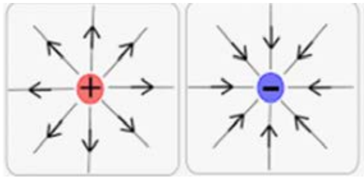


解析：首先找几个特殊的点，排除一些答案，比如找到3，在两个+q之间，电场相反，相互抵消=0，所以排出BC，题目中问的是magnitude，因此不会为负，所以答案A。另外在4-6之间，两个电场方向相同，但随着距离越大，E逐渐减小，所以也是选择A。

- **电场线**electric field line是一种假想出来的线，用来表现电场的方向和大小。
  ➢ 电场线上**每一个点所在的切线方向**就是电场的方向。

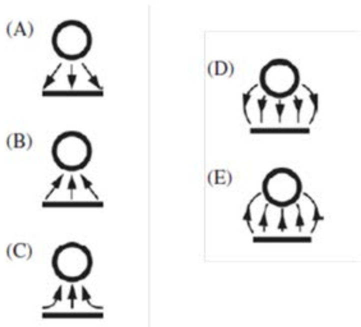
- 而电场线的疏密程度则代表了电场的大小。
- 任何两条电场线都不相交。
- 电场线从正电荷指向负电荷。



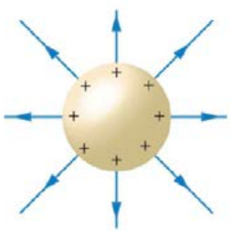
- **例题：**

A conducting plate and a conducting cylinder are connected to a battery, as shown above. Which of the following best represents the electric field between the two object?

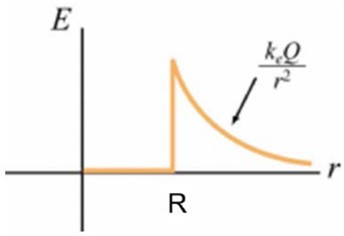


解析：电场线从正电荷指向负电荷，因此排除AD，在电场线形状判断上，可以把圆环想象成一个平板，电场线这时会垂直从下板指向上板，然后把上板弯曲成环，应该就是E的形状。

- Electric field inside and outside a conducting sphere**导体球电场**

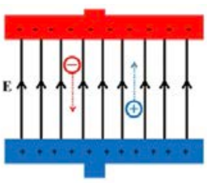


Electric field (E)	
Inside the sphere	**E=0**
At the surface	$\mathbf{E = k\frac{Q}{R^2}}$
Outside the sphere	$\mathbf{E = k\frac{Q}{r^2}}$

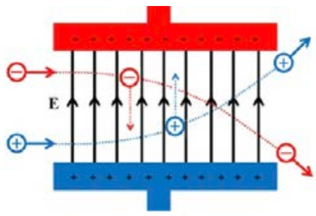


导体球电荷分布在表面，因此内部E=0，表面和外部依据公式即可，其曲线上图所示。

- **Motion in uniform electric field 匀强电场中的运动**



Motion in straight line with constant acceleration



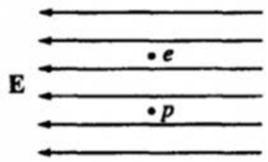
Trajectory: Parabolic

Follow the same rules as projectile motion in gravitational fields.

匀强电场（uniform electric field）中，电荷受力时固定的，依据初速度和受力即可判断。

- **例题：**

An electron e and a proton p are simultaneously released from rest in a uniform electric field E, as shown above. Assume that the particles are sufficiently far apart so that the only force acting on each particle after it is released is that due to the electric field. At a later time when the particles are still in the field, the electron and the proton will have the same



(A) direction of motion
(B) speed
(C) magnitude of acceleration
(D) magnitude of force acting on them

解析：e/p电量相同，在匀强电场，因此受力大小相等，注意因为proton和electron的质量m不同，所以加速度大小是不同的（F=ma）

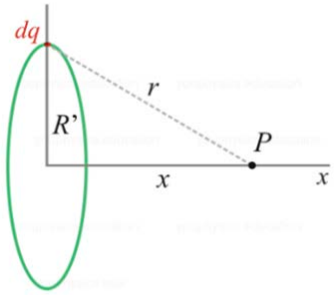
- **Continuous charge distribution**连续分布的带电体

  对于连续分布的带电体，分析其电场，可以先找一个dq，当成一个点电荷看待，计算dq产生的dE，然后对连续带电体进行积分求解。

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} \qquad , \qquad \vec{E} = \int d\vec{E}$$

注意，E是矢量，需要考虑方向问题。

➢ **Electric field due to a thin ring**



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2+x^2}$$

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2+x^2}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$E_x = \int dE_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2+x^2}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}\int dq$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xQ}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{kxQ}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

因此，当x远远小于R，或者x远远大于R时的电场如下：

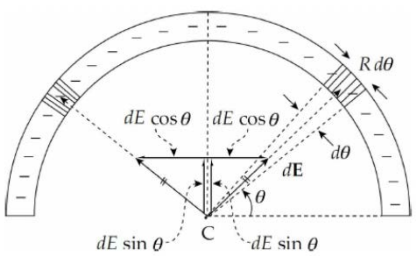
When x<<R: $E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xQ}{R^3} = \frac{kxQ}{R^3}$ $(E_x \propto x)$

When x>>R $E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2} = \frac{kQ}{x^2}$ $(E_x \propto \frac{1}{x^2})$

对于圆环电场，记住这个结论公式和图形，考试经常考到需要直接用。

➢ **Electric field due to an arc shape** 带电均匀的弧型在圆心处电场（或者半圆semicircle）

A thin, nonconducting rod that carries a uniform linear charge density λ is bent into a semicircle of radius R. Find the electric field at the center of curvature of the semicircle.



$$dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R d\theta}{R^2}$$

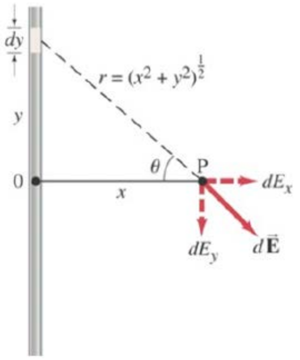
$$E_y = \int dE_y = \int 2dE\sin\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R d\theta}{R^2}\right)\sin\theta = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\theta d\theta$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}[-\cos\theta]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

对于半圆型均匀带电体电场，记住结论公式。

- **Electric field due to a long line** 对于长条型均匀带电体

Determine the magnitude of the electric field at any point P a distance x from a very long line of uniformly distributed charge. Assume x is much smaller than the length of the wire, and the linear charge density is λ



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{y^2+x^2}$$

$$dE_x = dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{y^2+x^2}\frac{x}{\sqrt{y^2+x^2}}$$

$$E_x = \int dE_x = \int_{-L/2}^{L/2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dy}{y^2+x^2}\frac{x}{\sqrt{y^2+x^2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{xdy}{(y^2+x^2)^{3/2}}$$

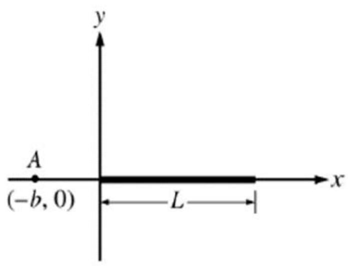
$$\text{Using } \int (x^2+y^2)^{-3/2}dy = \frac{y}{x^2\sqrt{x^2+y^2}} + C$$

$$E_x = \frac{x\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dy}{(y^2+x^2)^{3/2}} = \frac{x\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{y}{x^2\sqrt{x^2+y^2}}\right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{L}{\sqrt{x^2+(L/2)^2}}\right)$$

对于长条型均匀带电体，需要记住结论公式。

- **Finite wire/rod 有限长的导线在共线的某一点**的电场

A rod of length L lies along the x-axis with its left end at the origin, as shown in the figure, the rod has a uniform linear charge λ. Find the electric field at point A



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dr}{r^2}$$

$$E = \int dE = \int_b^{b+L}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dr}{r^2}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_b^{b+L}\frac{dr}{r^2}$$

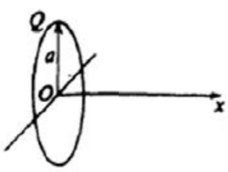
$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)_b^{b+L}$$

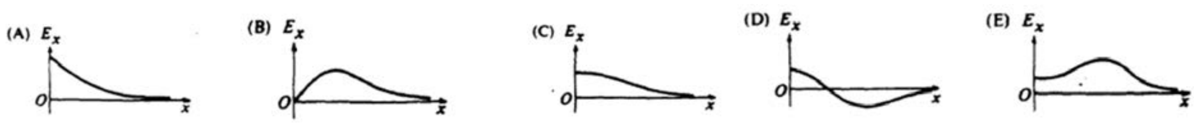
$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{L}{b(b+L)}$$

理解并记住结论公式。

- **例题**

Positive charge Q is uniformly distributed over a thin ring of radius a that lies in a plane perpendicular to the x-axis. with its center at the origin 0, as shown above. Which of the following graphs best represents the electric field along the positive x-axis?

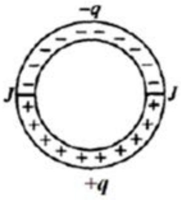




解析：就是上面讲过的环形带电体，因此根据结论可以直接选择B

- **例题**：

A circular ring made of an insulating material is cut in half. One half is given a charge -q uniformly distributed along its arc. The other half is given a charge +q also uniformly distributed along its arc. The two halves are then rejoined with insulation at the junctions J, as shown above. If there is no change in the charge distributions, what is the direction of the net electrostatic force on an electron located at the center of the circle?



A) Toward the top of the page
B) Toward the bottom of the page
C) To the right
D) To the left
E) Into the page.

解析：根据上面讲过的半圆带电体，上半圆在中心的电场竖直向上，下半圆在中心产生的电场也竖直向上，中心有一个负电荷electron，因此其受力net electrostatic force方向竖直向下。答案B

- **Electric Potential due to point charge 点电荷产生的电势**

  电势是电场具有的特性，一个电荷在电场不同的位置可能电势能不同（由于这个位置的电势不同）。

  $V = k\frac{Q}{r}$ (electric for point charge, Q is source charge)

  公式里的Q是指产生电场的源电荷（source charge）

➢ 电势是标量，没有方向，但是有正负。**正电荷产生的电场电势>0，负电荷产生的电场电势<0**

✧ **无穷远处电势=0，沿着电场线方向，电势减小。**（重要，记清楚）

按照这个理解，

✓ 正电荷产生的电场方向向外，因此V逐渐减小到0（无穷远处），也就是正电荷产生电场电势>0。

✓ 负电荷产生的电场方向指向自己，因此V从0（无穷远处）逐渐减小（离源电荷越近V越小），也就是负电荷产生电场的电势<0。

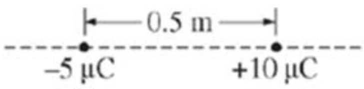
➢ 多个点电荷产生的电场在某个点的电势，**相加即可（注意必须带符号）**

$$\mathbf{V} = \mathbf{V_1} + \mathbf{V_2} + \mathbf{V_3} + \cdots = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{Q_i}{r_i}$$

(Q 要带入符号计算，正负相加)

➢ 例题

A negative $5\mu C$ charge is located 0.5m from a positive $10\mu C$ charge as shown above. At how many positions (excluding infinity) on a line passing through both charges is the electric potential equal to zero?



A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

解析：注意题目说了excluding infinity，所以不要考虑无穷远处的V=0.
根据点电荷产生V的公式，以及正负，在-5uC电荷左边，以及-5uC和+10uC中间都可能存在一点，两个电荷的V相加=0，在+10uC右侧不可能。因此答案C

➢ 例题

Positive charge Q is uniformly distributed over a thin ring of radius a that lies in a plane perpendicular to the x-axis. With its center at the origin 0, as shown above. The potential V at points on the x-axis is represented by which of the following functions?

A. $V(x) = \frac{kQ}{x^2+a^2}$

B. $V(x) = \frac{kQ}{\sqrt{x^2+a^2}}$

C. $V(x) = \frac{kQ}{x^2}$

D. $V(x) = \frac{kQ}{x}$

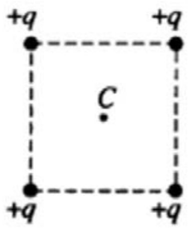
E. $V(x) = \frac{kQ}{a+x}$

解析：圆环在某点产生的V比E更好计算（因为没有方向，只有正负），考虑圆环上每个dq到P的距离都是$\sqrt{x^2+a^2}$，产生的V都是正的，V=kdq/r，将所有dq产生的V相加，得到V=kQ/$\sqrt{x^2+a^2}$，答案B。

记住这个圆环在中心线上某点的电势公式结论。

➢ 例题

Four positive charges of magnitude q are arranged at the corners of a square, as shown above. At the center C of the square, the potential due to one charge alone is Vo and the electric field due to one charge alone has magnitude E_0 Electric Potential Electric Field. Which of the following correctly gives the electric potential and the magnitude of the electric field at the center of the square due to all four charges?



	Electric potential	Electric field
A	zero	zero
B	zero	$2E_0$
C	$2V_0$	$4E_0$
D	$4V_0$	zero
E	$4V_0$	$2E_0$

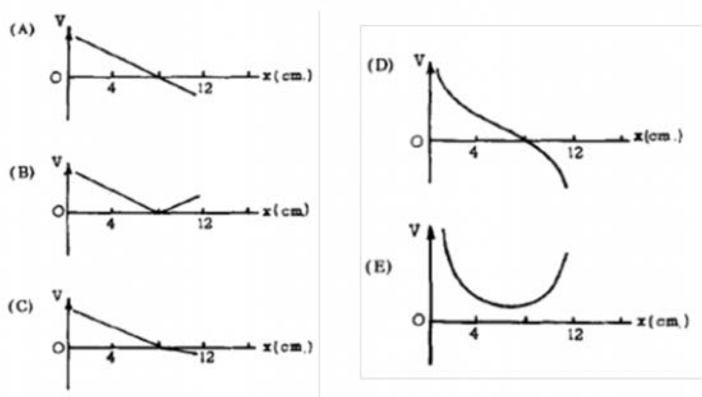
解析：potential没有方向，每个+q产生的V都是正的，因此C点V=4V₀

Electric field有方向，4个+q在C点的E刚好抵消，因此C点E=0。

注意：Electric field和potential没有必然联系，比如这个题，C点E等于0，但是V不等于零。两个量要单独计算。

➢ 例题

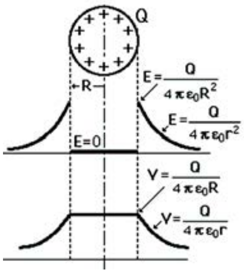
Two small spheres having charges of +2Q and −Q are located 12 centimeters apart. The potential of points lying on a line joining the charges is best represented as a function of the distance x from the positive charge by which of the following?



解析：图形中distance x表示距离正电荷的距离，也就是原点是+2Q所在的点。
正电荷产生V为正，负电荷产生V为负，因此两者之间一定有个点加和为0，排除E
在加和=0的点，再往右，正电荷产生V变小，因此两者和一定为负数，排除B
Potential公式是V=kQ/r，V/r并不是线性关系，所以图形应该为曲线，选择答案D。
注意，选择题，尤其是图形选择，定性分析即可。

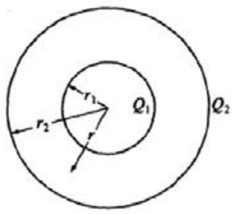
- 导体球内侧和外侧的电势 potential inside and outside a conductor

	Electric field (E)	Electric potential (V)
Inside the sphere	E=0	$V = K\frac{Q}{R}$
At the surface	$E = k\frac{Q}{R^2}$	$V = K\frac{Q}{R}$
Outside the sphere	$E = k\frac{Q}{r^2}$	$V = K\frac{Q}{r}$



对于导体球来说，如果导体内部不同的点具有电势差，就会有电荷流动，因此当电荷排布完毕不再移动，导体内部各点的电势相等。 理解并记住上图中导体球的不同位置的E和V的曲线。
因此，**导体球内部和表面的V相等。（重要结论）**

- 例题：



Two concentric, spherical conducting shells have radii r1 and r2 and charges Q1 and Q2, as shown above. Let r be the distance from the center of the spheres and consider the region r1 < r < r2.

9. In this region the electric field is proportional to

A. $\frac{Q_1}{r^2}$ B. $\frac{Q_1+Q_2}{r^2}$ C. $\frac{Q_1+Q_2}{r}$ D. $\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_2}{r}$ E. $\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_2}{r_2}$

解析：在两个球壳中间区域，在小球外侧，在大球内侧，因此小球产生E=kQ1/r^2,大球产生E=0,因此答案A

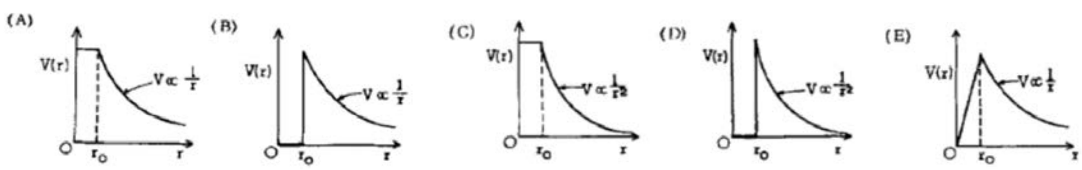
10. In this region the electric potential relative to infinity is proportional to

A. $\frac{Q_1}{r^2}$ B. $\frac{Q_1+Q_2}{r^2}$ C. $\frac{Q_1+Q_2}{r}$ D. $\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_2}{r}$ E. $\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_2}{r_2}$

解析：小球V=KQ1/r，大球内侧V=KQ2/r₂，相加即可。答案E

- 例题

An insulated spherical conductor of radius r_0 carries a charge q. The electric potential due to this system varies as a function of the distance r from the center of the sphere in which of the following ways? (The potential is taken to be zero at r = ∝)



解析：导体球内部potential等于表面V，排除BDE。在导体球外部，根据V的公式选择A

- **Potential energy电势能**（单位 J 焦耳）
  点电荷在电场中具有的电势能，两个常用公式（根据给定条件选择使用）：

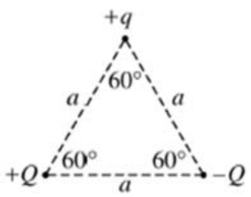
$$U_E = k\frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

$$U_E = Vq \quad (V = \frac{U_E}{q})$$

Potential energy是标量，没有方向。

➢ 例题

Three particles having charges of +q, +Q, and −Q are placed at the corners of an equilateral triangle of side a, as shown above.

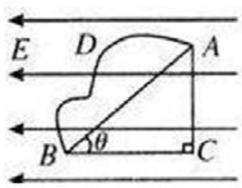


The potential energy of the particle with charge +q due to the other two charges is

(A) Zero (B) $-\frac{2kQ}{a}$ (C) $\frac{kQq}{a}$ (D) $\frac{2kQq}{a}$ (E) $\frac{2kQq}{a^2}$

解析：两个公式都可以采用，比如先求出+Q/-Q在+q处的电势，+Q产生电势为正，-Q产生电势为负，二者相加=0，因此+q处的potential energy根据U=V.q = 0，答案A

- **Work done by electric force电场力做功**
  电场力属于保守力conservative force（保守力做功大小依赖初末位置，与经过的路径无关，比如重力做功）。

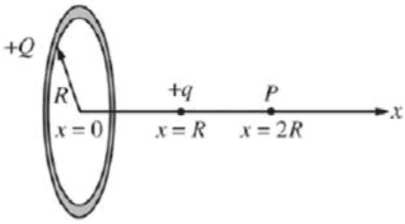


For gravitational field: $W_G = -\Delta U_g$
For electric field:

$$W_E = -\Delta U_E = -(U_f - U_i) = \Delta K$$

➢ 电场力做正功，电势能减小，动能增加。
➢ 电场力做负功，电势能增加，动能减少。
➢ **例题**

A thin of radius R has charge +Q distributed uniformly around the ring. The center of the ring is at the origin of an x-axis perpendicular to the plane of the ring, as shown in the figure above. A point charge +q on the x-axis at position x=R is released from rest. What is its kinetic energy when it reaches position P at x=2R on the x-axis?



A. $\frac{3}{10}\frac{kQq}{R}$

B. $\frac{1}{2}\frac{kQq}{R}$

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{kQq}{R}$

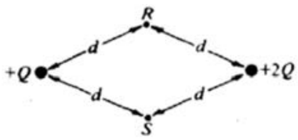
D. $\frac{kQq}{R}$

E. $\frac{kQq}{R}(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}})$

解析：初始rest，初动能=0，P点动能=势能的变化量，根据之前的圆环产生的电势V=kQ/$\sqrt{x^2+a^2}$计算，答案E

➢ **例题**

Points R and S are each the same distance d from two unequal charges, +Q and +2Q, as shown above. The work required to move a charge −Q from point R to point S is



(A) dependent on the path taken from R to S
(B) positive
(C) zero
(D) negative

解析：电场力做功，实际就是从R到S两点的电势能的变化。而R，S的potential是相等的，所以-Q在两点的电势能相等。因此电场力做功=0，答案C

- **Potential difference 电势差**
  - Potential difference: $\Delta V = V_b - V_a$
  - $\Delta V = \frac{U_b}{q} - \frac{U_a}{q} = \frac{U_b - U_a}{q}$; $\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-W_E}{q}$
  - $\Delta V = -Ed$ OR $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r}$
  - $E = \frac{-\Delta V}{d}$ OR $E_x = -\frac{dV}{dx}$

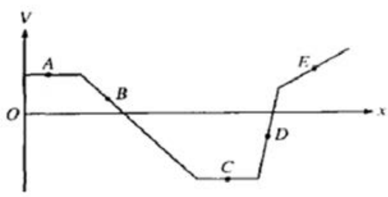
➢ 例题：

The electric potential along an x-axis is given by the expression $V = ax - bx^2$, where a and b are constants. At what point on the x-axis is the electric field zero?

(A) x = 0
(B) x = a/2b
(C) x = a/b
(D) x = 3a/2b
(E) At no point

解析：E=-dV/dx，V和x的表达式已知，dV/dx=a-2bx，所以当x=a/2b时E=0.

➢ 例题



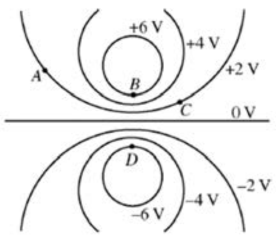
The graph above shows the electric potential V in a region of space as a function of position along the x-axis.

At which point would a charged particle experience the force of greatest magnitude?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

解析：电荷在哪个点的受力最大，实际就是找到在哪个点E最大。E=-dv/dx，所以在v-x图上就是找斜率最大的点，所以答案D

- **Equipotential line/surface等势线/等势面**
  - ➢ The electric field vectors are perpendicular to the equipotential surfaces.电场线垂直于等势面。
    原因是等势面上电势相等，因此电势能相等，电场力没有做功，只有力和移动方向垂直才不做功。
  - ➢ Electric field point from high potential to low potential lines 电场线从高电势指向低电势
  - ➢ More denser at strong electric field 等势线越密集的地方电场越强
  - ➢ For a point charge, the equipotential surfaces are concentric spherical surfaces with the point charge at the center.点电荷周围的等势面是同心圆
  - ➢ If a uniform electric field is created between two parallel plates, the equipotential surfaces are planes parallel to the plates. 两个平行板之间的匀强电场等势面是与板平行的
  - ➢ **例题**



The diagram above shows a cross section of equipotential lines produced by a charge distribution.

Points A, B, C, and D lie in the plane of the page

30. For which two points can a negatively charged particle be moved from rest at one point to rest at the other with no work being done by the electric field?

(A) A and B

(B) A and C

(C) A and D

(D) B and C

(E) B and D

解析：移动过程电场不做功，一定是两点的电势相等，所以答案B

- **高斯定理Gauss's Law**
  - ➢ 电通量 Electric Flux：通过一个给定曲面的电场线条数，**等于曲面法向方向上的场强对曲面面积的积分**。

$$\boldsymbol{\emptyset_E = \vec{E}\cdot\vec{A} = EAcos\theta = \int \vec{E}\cdot d\vec{A}}$$

当曲面场强不均匀时，就需要上面的积分方式求解电通量，如果场强均匀可以直接使用乘积。

  - ➢ 高斯定理
    一个**闭合曲面**的电通量等于这个表面**所包含的总电荷**除以真空介电常数ε_0

$$\Phi_E = \oint \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

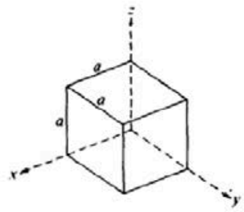
这个闭合曲面叫做高斯面 (Gaussian Surface)。选取高斯面要具有以下原则：

  - ✧ Closed surface闭合曲面

- ✧ Symmetry具有对称性
- ✧ 电场要垂直穿过高斯面

✧ **例子**

A closed surface, in the shape of a cube of side a, is oriented as shown above in a region where there is a constant electric field of magnitude E parallel to the x-axis. The total electric flux through the cubical surface is



(A) $-Ea^2$ (B) zero (C) Ea^2 (D) $2Ea^2$ (E) $6Ea^2$

解析：电场parallel to x-axis，因此只有前后两个面有电场线通过，同时从后面穿入，从前面穿出，因此通过闭合曲面的电通量=0（类似水流入同时流出）

➢ 电荷密度 Volume charge density，记作 ρ ，表示一个很多电荷连续分布的物体，某一点处的体积微分内的电荷量Q于V的比值。

对于电荷线，常记为：$\lambda = \frac{dQ}{dS}$，dS为电荷线微小长度。

对于电荷面，常记为：$\sigma = \frac{dQ}{dA}$，dA为电荷面微小面积。

对于电荷体，常记为：$\rho = \frac{dQ}{dV}$，dV为电荷体微小体积。

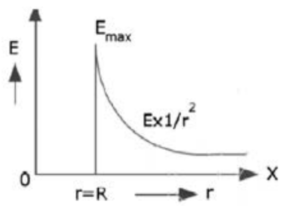
反过来，如果如果已知*电荷密度，求物体的总带电量Q*：

$Q = \int \rho \, dV$，$Q = \int \lambda \, dS$，$Q = \int \sigma \, dA$

- 高斯定理的应用

➢ **Conducting sphere导体球**

$$E_r = \begin{cases} 0 & (\text{for } r<R) \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (\text{for } r \geq R) \end{cases}$$

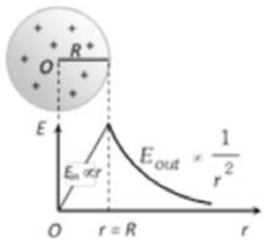


导体球电荷分布在表面，内部Q=0，因此内部E=0。**理解并记住图形**

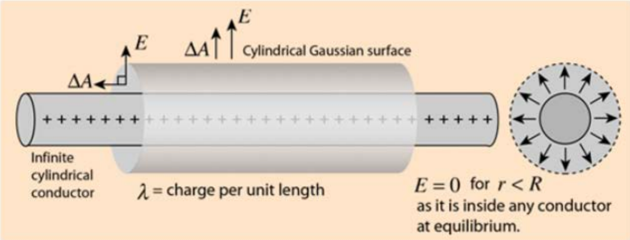
➢ **Nonconducting sphere非导体球**（带电，但电荷不能自由移动）

假设电荷在非导体球内均匀分布（ρ is constant） **理解并记住图形**

$$E = \begin{cases} \frac{rQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3} & (\text{for } r \leq R) \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & (\text{for } r \geq R) \end{cases}$$



➢ **Conducting Cylinder圆柱导体**（或者导线类似）



Outside the cylinder

$$Q_{enclosed} = Q$$

$$\varnothing_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enclosed}}{\varepsilon_0}$$

$$E_{out}\cdot 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E_{out} = \frac{Q}{2\pi r L}$$

Inside the cylinder

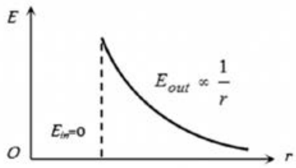
$$Q_{enclosed} = 0$$

$$\varnothing_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enclosed}}{\varepsilon_0}$$

$$E_{in} = 0$$

记住圆柱形导体（或者导线）的图形

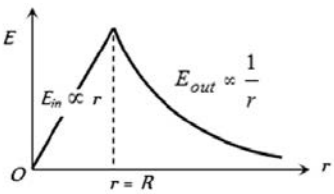
$$E = \begin{cases} 0 & (\text{for } r<R) \\ \frac{Q}{2\pi r L} & (\text{for } r \geq R) \end{cases}$$



- **Nonconducting Cylinder圆柱非导体**

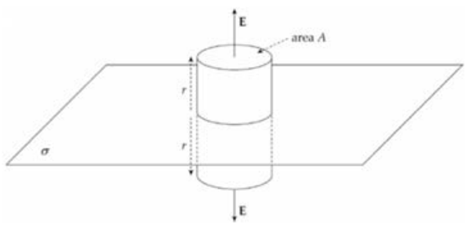
假设电荷在非导体圆柱内均匀分布（ρ is constant） **理解并记住图形**

$$E = \begin{cases} \frac{rQ}{2\pi\varepsilon_0 R^2 L} & (r \leq R) \\ \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 r L} & (r \geq R) \end{cases}$$



- **Large charged plate大带电平板**

A very large rectangular plate has a surface charge density of + σ (this is the charge per unit area). Use Gauss's Law to determine an expression for the electric field it creates.



$$\varnothing_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enclosed}}{\varepsilon_0}$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

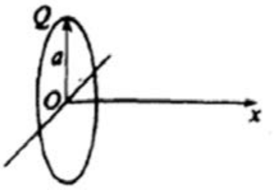
建立一个圆柱形高斯面，只有上下表面有电场穿过（侧面没有）。记住结论

- **Potential of Continuous charge distribution**连续分布的带电体求电势

The integral definition of the electric potential due to continuous charge distributions is defined as:

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r}$$

✧ **A thin ring of charge (along the axis of the ring)圆环**

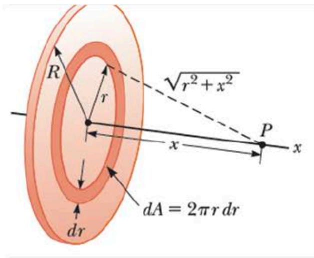


$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

前面有过推导，比较简单，直接dq产生的电势相加即可。

✧ A uniformly charged disk 均匀分布的圆盘

A uniformly charged disk of radius r lies in a plane perpendicular to the x axis. If the area charge density is σ, find the electric potential at any point P on the x axis.



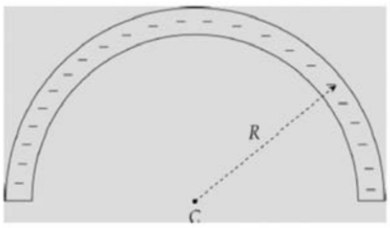
$$dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\sigma 2\pi r dr}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \frac{\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{dr^2}{\sqrt{x^2 + r^2}} = \frac{\pi\sigma}{4\pi\varepsilon_0}2\left(\sqrt{x^2 + R^2} - x\right)$$

$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{x^2 + R^2} - x\right)$$

圆盘是实心的，可以将圆盘分割成一个个圆环，根据电荷密度得到每个小圆环dq，然后积分。

✧ A semicircular arc or part of a semicircular arc半圆



$$dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R d\theta}{R}$$

$$V = \int_0^{\pi}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R d\theta}{R}\right) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$$

✧ A uniformly charged wire/cylinder

Consider a very long conducting cylinder

of radius R, which carries a uniform linear charge density λ. The electric field at a distance r,

where r > R, from the center of the cylinder is given by the equation

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Determine a formula for the potential at a point outside the cylinder, relative to the potential on the cylinder.

Let A be a point on the cylinder (at r = R) and let B be a point outside the cylinder (at r > R).

Then $\quad V_B - V_A = -\int_R^r \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} d\vec{r} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}[\ln r]_R^r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r}$

分析：使用电场和电势差的关系，先求解E，然后求出电势差。

求E，适合应用高斯定理，选取于长直线共轴，包含求解点r处的圆柱体作为高斯面，求出场强：

$$\mathrm{E} = \frac{2k\lambda}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

然后求解电势（即B点与圆柱体表面的电势差）

多说一下，如果要求解某一点处的电势，是从∞到这一点位置的积分。

均匀带电的长直细线/圆柱的中垂线(an infinitely **long, uniformly charged wire** or **cylinder, at distances along perpendicular bisector**)某点的电势

适合应用高斯定理，选取于长直线共轴，包含求解点r处的圆柱体作为高斯面，求出场强：

$$\mathrm{E} = \frac{2k\lambda}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

求此点的电势：

求出点r处的场强后，点a的电势*V*为：

$$\boldsymbol{V} = -\int_{\infty}^{r} E \cdot dl = -\int_{\infty}^{r} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x} \cdot dx = -\frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{2\pi\varepsilon_0}} \,\mathbf{ln}\,(\boldsymbol{r})$$

- 电势能 Electrical Potential Energy

  一个q_0的电荷在一个电场中受到电场力，从a点运动到b点过程中，电场力做功（力x力的方向上移动的距离），其动能增加，这些动能就是从电势能转化而来。

  $$\Delta U = -W_{a\to b} = -\int_a^b F\cos\alpha\,\mathrm{dl}$$

  无穷远处的电势能为0，所以从无限远处向一点积分就可以得到这个点的电势能，在a 为无限远处，b 为要求的点的时候：

  $$U = -W_{\infty\to b} = -\int_\infty^b F\cos\alpha\,\mathrm{dl}$$

  - **点电荷激发的电势能**

    电荷q_0 在固定电荷q 所激发的点电场中的运动，从a 移到b 的过程中：

    $$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F\cos\alpha\,\mathrm{dr} = \int_{r_a}^{r_b} F\mathrm{dr} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\mathrm{dr} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

    如果a 是无限远处，b 是我们要求的点：则 $\frac{1}{r^a}$ = 0，则

    q_0在离q电荷距离为b的电势能为：

    $$U = -W_{\infty\to b} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_b} = \frac{kqq_0}{r_b}$$

    如果考虑**q和q_0组成的系统**，其系统的电势能也是这个值，因为q固定不动，所以q_0移动过程中，电场力对q不做功。

  - 灵活运用电势能

    电势能是标量，如果考虑多个电荷组成的系统，求某个电荷的电势能，可以由其他电荷对其引起的电势能进行相加。

- 通过场强E求电势*V*

  如果知道空间内的电场强度分布，怎么求空间中任意一点a 的电势？（推导见手册P42）

  $$\boldsymbol{V} = -\int_\infty^a \boldsymbol{E}\cdot \boldsymbol{dl}$$

【经典考点】

- **通过高斯定理计算场强**

  高斯定理是可以不使用场强公式进行积分求解，而简单快速求场强的一种方法。

  - **步骤**
    - ✧ **选高斯面**：求哪里的场强，高斯面就要经过哪里。选取的高斯面应该尽量与场强处处垂直，且使得高斯面上的场强大小处处相等。
      - 如果带电体是**点电荷**或**绝缘带电球体**，就选择以点电荷/带电球体中心为球心的**球面**，根据想求场强的点在球体内还是球体外，高斯面既可能在球体内，也可能在球体外；
      - 如果是**长直带电线/圆柱体**，就选择以它为轴的**圆柱面**；
      - 如果是**无限大带电平面**，就选择一个**穿过平面，且母线与平面垂直的圆柱**。
    - ✧ 计算高斯面有电场线穿过部分的**面积A** 和**包在内部的电荷Q**。
    - ✧ **计算场强**：利用公式 $\mathrm{E} = \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{A}\,\varepsilon_0}$计算场强。 （高斯定理）
  - **高斯定理应用举例**

    https://www.bilibili.com/video/BV1HbpcepEcn/

https://www.bilibili.com/video/BV1nbpcepEkm/

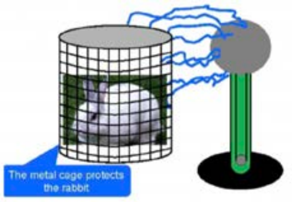
Chapter4，Capacitance&Dielectrics 电容和电介质

Conductors 导体

- **Electrostatic Equilibrium（静电平衡）**：when there is no net motion of charge within a conductor.当导体内部电荷不再自由移动的时候，叫做静电平衡。

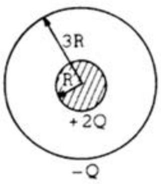
  处于静电平衡的导体特征：
  - 导体内部 Electric field is zero. **（E = 0）**
  - 所有电荷都分布在外表面。
  - 导体外部的电场线与导体表面垂直。
  - 导体内部和表面的电势 electric potential 处处相等。（如果 electric potential 不相等就会有电荷移动）
- **Electrostatic Shielding（静电屏蔽）**

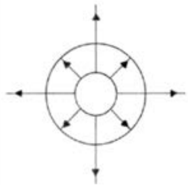
  Electrostatic shielding is the process of surrounding **an area** by a **completely closed conductor** to create a region free of an electric field。就是利用一个完全闭合导体制造一个内部没有电场的区域，内部的物体不受到外部电场的影响。（利用的就是静电平衡时导体内部电场E=0）



- **例题**
  - Example1

  A solid metal sphere of radius R has charge +2Q. A hollow spherical shell of radius 3R placed concentric with the first sphere has net charge -Q. On the diagram below, make a sketch of the electric field lines inside and outside the spheres.

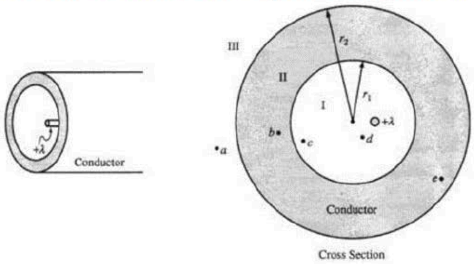




解析：内部的金属球体 2Q 正电荷，会在大球壳内表面感应出-2Q，大球壳本身 net charge 为-Q，因此外表面最终携带+Q 电荷。因此球体和大球壳的电场线方向都是向外。（*一定注意导体被另一个带电体感应的问题*）

  - Example2

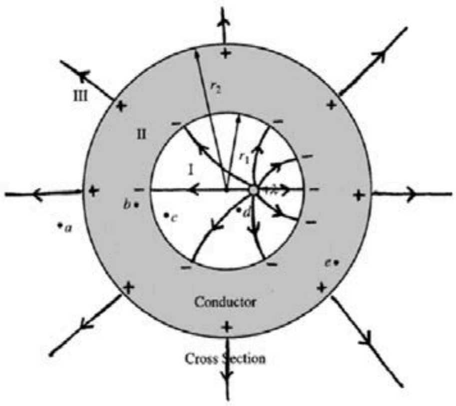
The figure above left shows a hollow, infinite, cylindrical, uncharged conducting shell of inner radius r_1 and outer radius r_2. An infinite line charge of linear charge density $+\lambda$ is parallel to its axis but off center. An enlarged cross section of the cylindrical shell is shown above right



a. On the cross section above right,

i. sketch the electric field lines, if any, in each of regions I, II, and III and

ii. use + and - signs to indicate any charge induced on the conductor



b. Rank the electric potentials at points a, b, c, d, and e from highest to lowest (1 = highest potential). If two points are at the same potential, give them the same number.

_____ V_a

_____ V_b

_____ V_c

_____ V_d

_____ V_e

解析：导体桶 conducting shell 内部有带正电的 line，且偏离 center axis。因此对 shell 会有感应，shell 内壁聚集感应负电荷，外壁聚集正电荷。且 line 偏离 center axis，离的近的部分感应电荷聚集多，因此可以画出对应的电场线（shell 内部 E=0，处于静电平衡状态，因此内部没有电场线）。

每个点的电势，注意 shell 内部和表面 electric potential 处处相等。因此 Vb=Ve。

沿着电场线的方向，potential(电势)从高到低。因此 Vd>Vc>Vb=Ve>Va

Capacitor 电容器

- Capacitor 电容器：是存储电荷的设备，由 2 个导体（靠的很近但并不接触）组成（比如平行板 plates）。
- **Capacitance 电容**：电容器在指定电压下储存电荷的本领。（电压就是电势的差）
  - 符号 C，单位 F（Farad 法拉）
  - $C = \frac{Q}{\Delta V}$

  Q：单个极板带的电量的绝对值（比如上 plate +400，下 plate-400，则 Q=400 C（库））

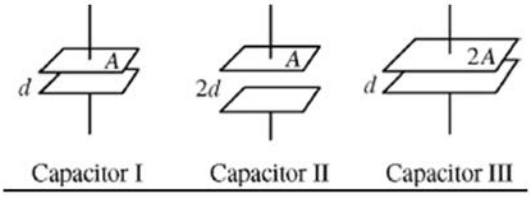
  ΔV：两个极板之间的电势差（***注意：电势差 potential difference 就是电压***）

- **Parallel plate capacitor：**平行板电容器的电容决定因素

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

ε_0：electric permittivity 介电常数；A：plate 面积，d：两个极板的距离

- 例题：
  - **Example1**



The plate areas and separations for three capacitors are shown in the diagram above. The space between the plates in each capacitor is filled with air.

1. Suppose all three capacitors have charge +Q on the top plate and charge −Q on the bottom plate.
   Which of the following is true of the potential difference across the plates of the three capacitors?
   (A) It is greatest for I.
   (B) It is greatest for II.
   (C) It is greatest for III.
   (D) It is the same for II and III and least for I.
   (E) It is the same for all three capacitors.

解析：三个电容器电量都是 Q，求电势差，则根据 $\Delta V = Q/C$，电容小的电势差大，C=$\varepsilon_0 A/d$，则根据 A/d 的关系进行求解即可。（平行板电容器紧密把握公式）。B

  - **Example2**

2. Suppose all three capacitors are connected in parallel with a 9 V battery. Which of the following is true of the electric field between the plates?
   (A) It is greatest for I.
   (B) It is greatest for II.
   (C) It is greatest for III.
   (D) It is the same for I and III and least for II.
   (E) It is the same for I and II and least for III.

解析：同样的三个电容器，都连接 9V 电源，意味着ΔV相等，判断哪个极板之间的电场大，根据匀强电场的公式 $\mathrm{E} = \Delta\mathrm{V}/\mathrm{d}$，可以很容易得出结论。D

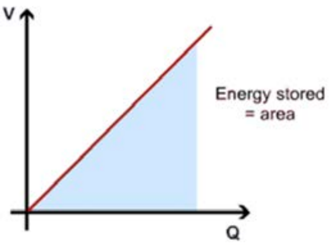
  - **Example3**

If i is current, t is time, E is electric field intensity, and x is distance, the ratio of $\int idt$ to $\int E\,dx$ may be expressed in

A. Coulombs
B. Joules
C. Newtons
D. Farads
E. Henrys

解析：概念题，理解 I 在时间上积分就是 Q，E 在距离上积分就是电势差（电压），因此二者相比就是 C 电容的定义，单位 Farad

- **电容器储存的能量 Energy Stored in capacitor**



$$U_c = \frac{1}{2}Q\Delta V$$

$$U_c = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$$

$$U_c = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

- **Example**：

Five air-filled parallel-plate capacitors have the plate areas and plate separations listed below, where A and d are constants. The capacitors are each connected to the same potential difference. Which capacitor stores the greatest amount of energy?

	Area	Separation
A	2A	d/2
B	2A	2d
C	A	D
D	A/2	d/2
E	A/2	2d

解析：由于条件中给定电容器的 potential difference 都相同，因此选择使用公式 Uc=$\frac{1}{2}C(\Delta V)^2$，哪个 C 大，则能量 Uc 就大。C=$\varepsilon_0 A/d$，所以答案为 A

- **Capacitors in circuits**（连入电路中的电容器）
  - 当电容器连接了 Battery，则两个极板间的 V 电压保持不变。

For example: increase/decrease the separation while still connected with the battery

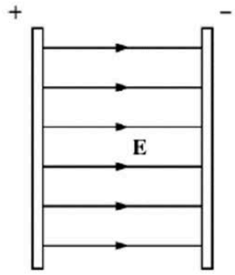
$$\text{If d}\downarrow and\ \boldsymbol{V}\textbf{不变}\ \rightarrow C\uparrow and\ E\uparrow\rightarrow Q\uparrow\rightarrow Energy\ \uparrow$$

  - 当电容器没有连接 Battery，则电荷 Q 保持不变。

For example: increase/decrease the separation but disconnected with the battery

If d$\downarrow$ $and\ \boldsymbol{Q}$ **不变**$\rightarrow C\uparrow and\ V\downarrow\rightarrow E$不变$\rightarrow Energy\downarrow$

- **Example**



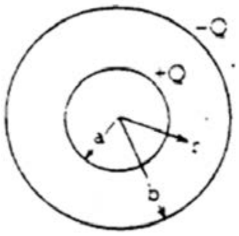
A uniform electric field E exists between the two large, oppositely charged plates shown above.
If the distance between the plates is increased without changing the charges on the plates, which of the following statements can be justified?

(A) The electric field strength decreases.
(B) The electric field strength increases.
(C) The potential difference between the plates decreases.
(D) The potential difference between the plates increases.
(E) There will be no change in either the electric field strength or the potential difference.

解析：实际上就是断开电源的电容器的情况。Q 不变，d 增大。C=$\varepsilon_0 A/d$，d 增大则 C 减小，C=Q/ΔV，所以ΔV 增大。答案 C

注意：E=ΔV/d = $\frac{Q/C}{d}$=$\frac{Q}{\varepsilon_0 A/d.d}$ =$\frac{Q}{\varepsilon_0 A}$，因此 E 保持不变。

- **Spherical capacitor** 球形电容器



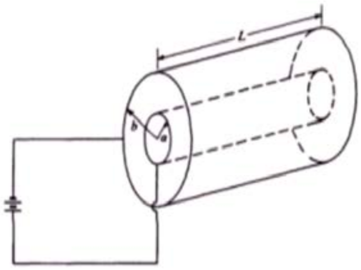
实际上就是一个内球（半径 a），一个外球壳（半径 b）。两个壳之间形成电容。

In the region between the shells, the field is due to the inner shell is: $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

$$\Delta V = V_{inner} - V_{outer} = -\int_b^a \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)_b^a = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = 4\pi\varepsilon_0\frac{ab}{b-a}$$

- **Cylindrical Capacitor 圆柱电容器**



$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\Delta V = V_{inner} - V_{outer} = -\int_b^a \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr$$

$$= -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}(\ln r)_b^a = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{b}{a}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\lambda l}{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} ln\frac{b}{a}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{ln\frac{b}{a}}$$

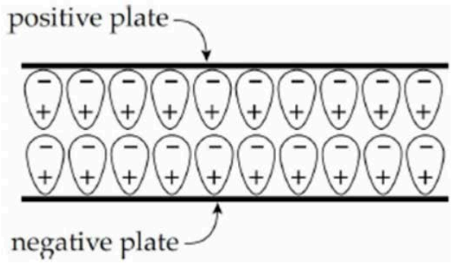
- **电容器的串并联**

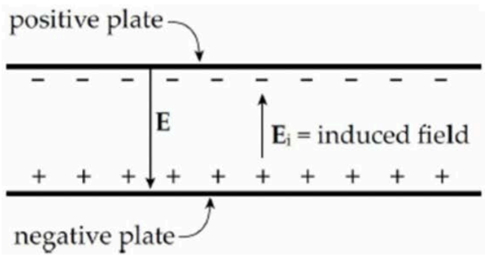
  与电阻串并联的 rule 相反。

  串联： $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots$ **并联：** $C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots$

Dielectrics 电介质

是一种绝缘体 insulator，放在电容器中间，会被电场极化 polarized 达到增加电容的效果。（加了 Dielectrics 之后，会增加电容器的电容。）





增加 Dielectrics 后，会被电容器电场极化，产生 induced field，与电容器的内部电场相反，所以导致 E 减小。而 E=ΔV/d，因此电势差 potential ΔV减小，C=Q/ΔV，因此 C 增大。

- **Dielectrics constant 电介质常数**

  根据绝缘体的材料不同，极化程度不同。电介质常数不同，符号：k （kappa），k 总大于 1（真空=1）。

  嵌入电解质后的电容器电容：

  $$\boldsymbol{C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}}$$

- 当 dielectrics 插入不与电源相连的电容器 **isolated charge capacitor**
  - Charge（Q）not change
  - Capacitance（C） increase
  - Potential Difference（ΔV）decrease
  - Energy stored（U） decrease

  当不与电源相连，Q 保持不变，插入 Dielectrics，C 一定变大，因此可以判断其他指标变化。

- 当 dielectrics 插入与电源相连的电容器 attached to a battery
  - Potential Difference（ΔV）not change
  - Capacitance（C） increase
  - Charge（Q）increase
  - Energy stored（U） increase

  当与电源相连，ΔV保持不变，插入 Dielectrics，C 一定变大，因此可以判断其他指标变化。

- **例题**
  - **Example1**

An isolated capacitor with air between its plates has a potential difference V_0 and a charge Q_0. After the space between the plates is filled with oil, the difference in potential is V and the charge is Q. Which of the following pairs of relationships is correct?

A. $Q = Q_0$ and $V > V_0$ B. $Q = Q_0$ and $V < V_0$

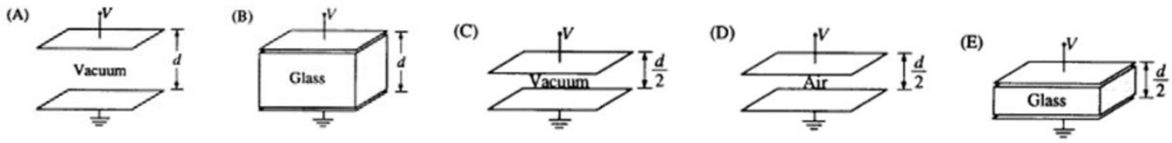
C. $Q > Q_0$ and $V = V_0$ D. $Q < Q_0$ and $V < V_0$

E. $Q > Q_0$ and $V > V_0$

解析：isolated capacitor，因此 Q 不变。插入 oil（是一种绝缘物质，属于电介质），因此 C 变大，所以 V 变小。 B

- Example2

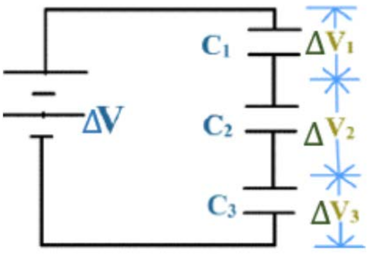
Which of the following capacitors, each of which has plates of area A, would store the most charge on the top plate for a given potential difference V



解析：V 不变，问 Q 谁大。所以需要找哪个 C 最大，$C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}$，A 相同，所以找 d 小的，且 k 大的，Vacuum 真空 k=1，其他材料 k>1，所以选择 E。

电容电路

- **Capacitors in series circuit** 串联电路中的电容



Capacitors in series

$$\boldsymbol{Q_1 = Q_2 = Q_3 = \cdots}$$

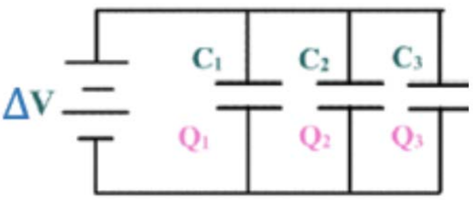
$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \cdots$$

$$\frac{Q}{C_s} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} + \cdots$$

$$\boldsymbol{\therefore \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots}$$

$$\boldsymbol{\Delta V_1 : \Delta V_2 = C_2 : C_1}$$

- **Capacitors in parallel circuit**并联电路中的电容



$$\boldsymbol{Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \cdots}$$

$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 \ldots$$

$$\Delta V C_P = \Delta V_1 C_1 + \Delta V_2 C_2 + \Delta V_3 C_3 \ldots$$

$$\boldsymbol{\therefore C_P = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots}$$

$$\boldsymbol{Q_1 : Q_2 = C_1 : C_2}$$

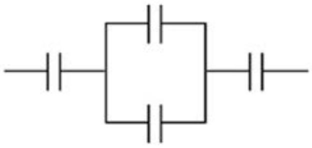
- 串并联电容规则总结
  - **串联**的电容，总电容计算规则类似于电阻并联的规则。$\boldsymbol{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots}$

    根据 $C = \frac{k\varepsilon_0 A}{d}$，串联电容，相当于增加了距离d，因此总C变小。
  - **并联**的电容，总电容计算规则类似于电阻串联的规则。$\boldsymbol{C = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots}$
    并联电容，相当于增加了面积A，因此总C变大。

- 例题

The four capacitors in the combination illustrated above each have capacitance C. if all the capacitators are then filled with a dielectric having dielectric constant 2, what is the new total capacitance of the combination/

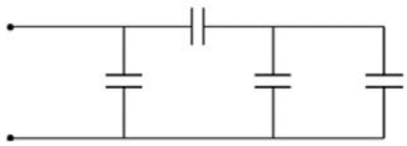
A. (2/5) C
B. (4/5) C
C. (5/4) C
D. (5/2) C
E. 5C



解析：每个电容C，但是插入了电介质，常数2，因此每个电容为2C，两个并联电容总电容4C，相当于是2个2C和1个4C电容串联，因此1/C=1/2 + 1/4 + 1/2 = 5/4， 因此C=4/5。 答案B

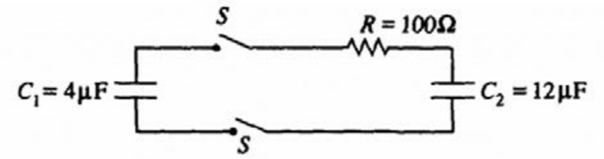
Four identical capacitors of capacitance C are connected as illustrated above. What is their equivalent capacitance?

A. 3C/5
B. 4C/3
C. 5C/3
D. 3C
E. 4C



解析：从局部串并联开始分析，最右侧两个并联电容相当于2C，然后于一个电容串联，相当于总电容2/3C，在与最左边电容并联，总电容5/3C。答案C

- **Two capacitors in equilibrium** 两个电容在电路中达到平衡



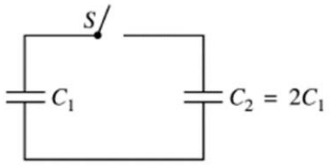
当C1为充好电的电容，而C2为未充电的电容，当闭合开关，电路达到平衡时，

- $\boldsymbol{Q_1 = Q_1{}' + Q_2{}'}$ **(charge is *conserved*)**
- $\boldsymbol{V_1{}' = V_2{}'}$ **(same potential difference)**
- $\boldsymbol{\Delta E = E_1 - (E_1{}' + E_2{}')}$ **(energy wasted in the circuit (to resistor))**

➢ 电荷守恒，平衡前后的电荷总量相等。
➢ 平衡后两个电容的电压相等。
➢ 平衡过程中，电荷流过电阻R，一部分能量转化成内能。
➢ 例题：

Capacitor of capacitance C_1 is charged and then connected to another initially uncharged capacitor of capacitance $C_2 = 2C_1$, as shown above, with the switch S in the open position. When S is closed and the system comes to equilibrium, which of the following is true of the charges on the capacitors and the potential differences across them?

	Charge	Potential Difference
(A)	$Q_1 = \frac{1}{2}Q_2$	$V_1 = \frac{1}{2}V_2$
(B)	$Q_1 = \frac{1}{2}Q_2$	$V_1 = V_2$
(C)	$Q_1 = Q_2$	$V_1 = V_2$
(D)	$Q_1 = Q_2$	$V_1 = \frac{1}{2}V_2$
(E)	$Q_1 = 2Q_2$	$V_1 = V_2$



解析：平衡之后V1=V2，电荷守恒，根据V=Q/C进行计算即可。答案B

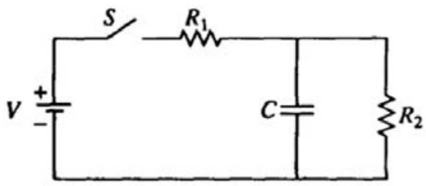
- **RC Circuit under steady-state conditions(RC电路在稳定状态：指初态和终态)**
  - 对于一个没有充电的电容器，**在t=0时刻，电容器相当于导线**，电容器所在位置相当于短路。
  - 当电容器充完电之后（平衡状态），流经电容器电流I=0，**电容器相当于断路**。
  - 例题

In the circuit shown above, the battery supplies a constant voltage V when the switch S is closed.

The value of the capacitance is C, and the value of the resistances are R_1 and R_2.

7. Immediately after the switch is closed, the current supplied by the battery is

A. $V/(R_1 + R_2)$
B. V/R_1
C. V/R_2
D. $V(R_1 + R_2)/R_1R_2$
E. Zero



解析：当S闭合，电容器相当于导线，因此R2被短路，电路总电阻就是R1，答案B

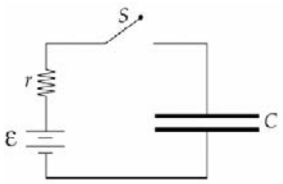
8. A long time after the switch has been closed, the current supplied by the battery is

A. $V/(R_1 + R_2)$
B. V/R_1
C. V/R_2
D. $V(R_1 + R_2)/R_1R_2$
E. Zero

解析：当C充电完毕，电容器相当于断路，因此电路总电阻为R1+R2，而电源电压V是稳定的，所以答案A

- **Charging a Capacitor in RC-Circuit**

前面总结了RC电路在初态（t=0）和终态(充电完成)时电容器的情况。
现在讲解电容器在**充电过程** 和 **放电过程**中电容器和电路的物理量（电荷/电压/电流）随时间变化情况。



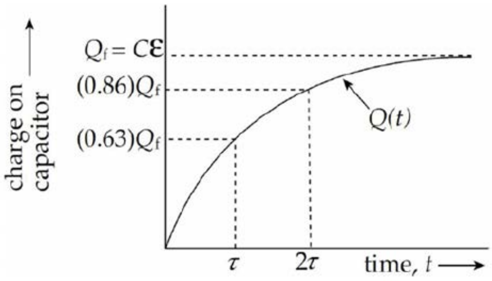
- 过程理解：
  - t=0，闭合开关，电容器开始充电，此时电容器相当于导线
  - 当充满电后，电容器相当于断路（电压=ε），此时电容器电荷 $Q_f = C\varepsilon$

- **充电过程物理量变化曲线**

从t=0开始，电容开始充电，其电荷Q的变化推导见讲义P97。

$$\mathbf{Q}(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q_f\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = Q_f\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

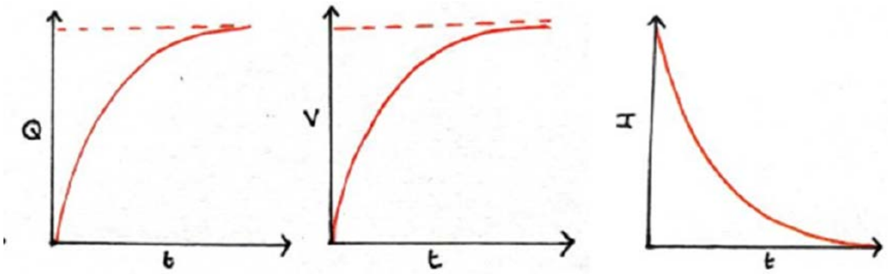
τ = RC （τ 为时间常数，定义了电容充电到其最终值的 63.2%所需的时间）



$$\mathbf{V}(t) = \frac{Q(t)}{C} = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\mathbf{I}(t) = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} = I_0\, e^{-\frac{t}{RC}}$$ （I_0为t=0时刻初始的电流）

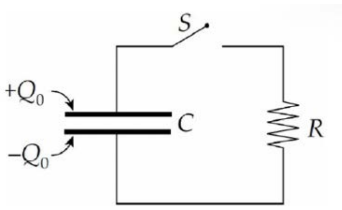
✧ **Q-t图，V-t图，I-t图如下：**



记住电容器开始充电时的三个图形，QV都是从0开始增大，I是从最大电流I_0开始减小

- **Discharging a Capacitor in RC-circuit**

当电容器充满电之后，闭合电路，开始放电过程（作用相当于一个可变的电源）

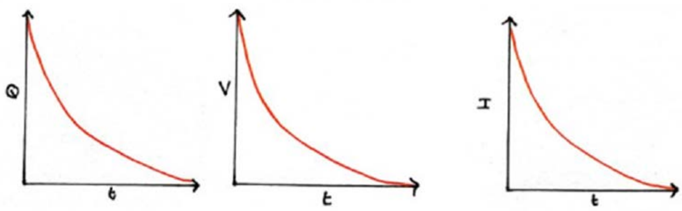


$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}} = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V(t) = \frac{Q_t}{C} = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

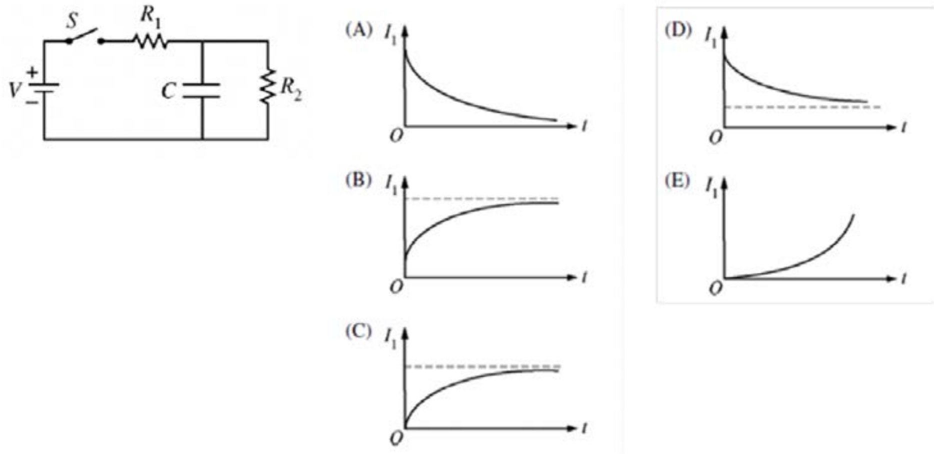
➢ **Q-t图，V-t图，I-t图如下**



记住电容器放电时的三个图形，Q/V/I都形状类似，从最大量开始逐渐减小。

- 例题

Capacitor C and resistors R_1 and R_2 are connected to a battery as illustrated above. The capacitor is initially uncharged. The battery supplies constant voltage V after the switch S is closed at time t=0. Which of the following graphs best represents the current I_1 through the resistor R_1 as a function of t?



解析：题目问的是从t=0电容器开始充电过程中电路中电流的变化曲线，t=0时，电容器相当于导线，此时I=V/R1，然后电容器充电过程中I逐渐减小，当电容器充满电后，相当于断路，此时电路总电压R1+R2，电流I=V/(R1+R2)。因此答案D

Chapter5，Current and resistance 电路和电阻

Electric current 电流

- The definition of current is the rate of flow of charge.

  $\boldsymbol{I} = \Delta \boldsymbol{Q} / \Delta \boldsymbol{t} = \boldsymbol{dQ} / \boldsymbol{dt}$

  Unit 单位是安培 ampere（A）。1A = 1C/s （1库伦/秒）

  电流是电子的定向移动形成的（flow of electrons），但是电流的方向被定义为正电荷的移动方向（positive charge，即electrons移动的反方向）。
- **Ohm’s law欧姆定律**

  $$\boldsymbol{I} = \frac{\Delta \boldsymbol{V}}{\boldsymbol{R}}$$
- **Resistivity电阻率**
  - 不同材料的电阻率是由其内部**分子和原子结构**决定。
  - 电阻率还与**温度**有关。

  $$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{\rho}\ \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{A}}$$

  $\boldsymbol{\rho}$：导体材料的电阻率（单位$\Omega.m$），L：导体长度，A：导体横截面积。
- **Current density电流密度**

  单位面积的电流称为电流密度。

  $$\mathrm{J} = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{A}}$$

  根据推导 $R = \rho \frac{L}{A}$ $\frac{\Delta V}{I} = \rho \frac{L}{A}$ $\frac{\Delta V}{L} = \rho \frac{I}{A}$

  有： $\mathbf{E} = \boldsymbol{\rho}.\mathrm{J}$ （导体内的电场=电阻率.电流密度）
- **电流的微观定义**

N=number of charges per unit time 导体单位时间内流过的电荷数（与导体材料有关）
A=cross-sectional area of current 导体横截面积
d=length of conductor 导体长度
则Total mobile charge in length d of the conductor

$Q = N.e.A.d$ （e指一个电子的电荷量)

V_d = Average drift velocity of charge 电荷移动速度

Time for charge to sweep past the current measuring point: $t = \frac{d}{V_d}$ （移动d长度需要的时间）

$I = Q/t = N.e.A.V_d$

- **例子**
  - **Example1**

    A circuit constrains a length of tungsten wire with resistance R. an increase in the resistance would result if which of the following could be decreased?

    A. The resistivity of the tungsten

    B. The cross-sectional area of the wire

    C. The length of the wire

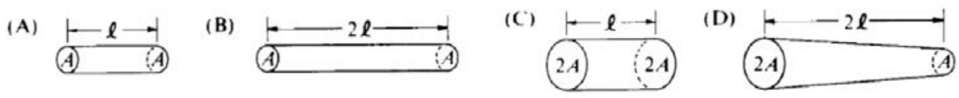
    D. The temperature of the wire

    E. The current in the wire

解析：基本定义，B。注意温度和电阻的关系一般是温度越高，电阻越大。

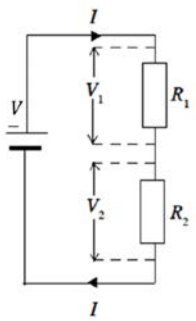
  - **Example2**

    The 4 resistors shown below have the lengths and cross–sectional areas indicated and are made of material with the same resistivity. Which has the greatest resistance?



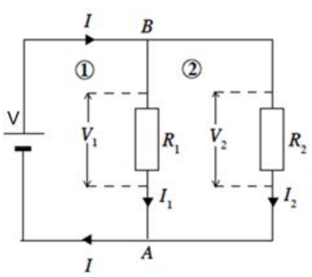
easy, B

- Series circuit串联电路



$$V = V_1 + V_2$$
$$IR = I_1R_1 + I_2R_2$$
$$I = I_1 = I_2$$
$$\boldsymbol{R = R_1 + R_2}$$
$$\boldsymbol{V_1 : V_2 = R_1 : R_2}$$

- Parallel circuit并联电路



$$I = I_1 + I_2$$
$$\frac{V}{R} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}$$
$$V = V_1 = V_2$$
$$\boldsymbol{\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$
$$\boldsymbol{I_1 : I_2 = R_2 : R_1}$$

R= $\boldsymbol{\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}}$ 记法：鸡（积）在河（和）上飞

- **Electric power**（电功率）和**Electric energy**（电能/电功）
  - 电功率electric power指电流在单位时间内做的功，是表示电流做功快慢的物理量。符号P，单位Watt瓦

特（W）。

$$\mathbf{P} = \Delta V.I = I^2.R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

- 电功/电能electric energy

$$\mathbf{E} = \Delta V.I.t = I^2.R.t = \frac{(\Delta V)^2}{R}t = P.t$$

- **Example**

When two identical resistors are connected in series to a battery, the total power dissipated is P. When the same two resistors are connected in parallel to the same battery, the total power dissipated is

(A) 1/4P

(B) 1/2P

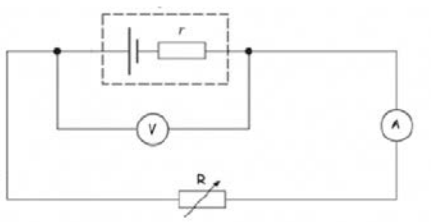
(C) P

(D) 2P

(E) 4P

解析：两个相同电阻，串联在电路里电功率P，并联在同样的电路里（意味着V不变），电功率是多少？所以使用公式P=V^2/R，答案E

- Internal resistance（内阻） and EMF（Electromotive force电动势）
  - 电源内部的电阻称为内阻，使用r表示。
  - 电动势指一个电路驱动电荷的能力，可以理解成**电源的总电压**，符号E或者ε （有时也用V）



$$R_{total} = r + R$$
$$\varepsilon = I\,(r + R)$$
$$V = IR$$
$$\varepsilon = V + Ir$$

如以上电路，电源有内阻r，外电阻R。

电压表测的Terminal voltage 路端电压 (V): $V = \varepsilon - Ir$

Chapter6，RC电路

- Kirchhoff's Junction Rule节点定律

  电路中流入某个节点的电流与流出节点的电流相等。(就是并联电路的分流特性)

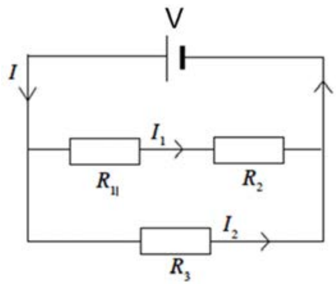
  背后的原理是：电荷守恒 conservation of charge。

Conservation of charge

- Kirchoff's Loop Rule 环路定理

  电路的闭合路径的电势差变化（change in potential difference）为0。

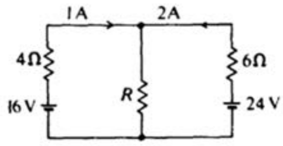
  背后的原理是：能量守恒 conservation of energy。



$$V - I_1R_1 - I_1R_2 = 0$$
$$V - I_2R_3 = 0$$

就是说电路中从某一点经过闭合路径再回到这一点，电压的变化值=0

- **Example1**

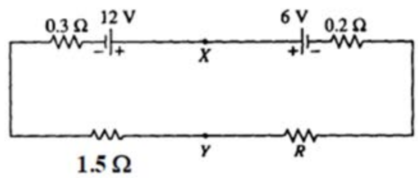


In the circuit shown above, what is the resistance R ?

(A) 3Ω (B) 4Ω (c) 6Ω (D) 12Ω (E) 18Ω

解析：根据节点Rule，流入R总电流3A，找一个环路，使用环路Rule，比如右边环路，则，24v-6x2A = 3R, R=4。 答案B

- **Example2**



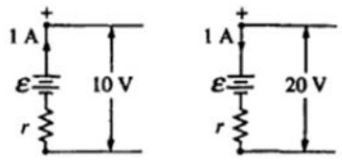
In the circuit above, the emf's and the resistances have the values shown. The current I in the circuit is 2 amperes.

6. The resistance R is

A) 1 Ω B) 2 Ω C) 3Ω D) 4Ω E) 6Ω

解析：电流=2A，电路总电压（两个电源反接，相当于先升压再降压）为12-6 =6V，所以总电阻为3欧，因此R=1欧

- **Example3**



The figures above show parts of two circuits each containing a battery of emf ε and internal resistance r. The current in each battery is 1 A, but the direction of the current in one battery is opposite to that in the other. If the potential differences across the batteries' terminals are 10 V and 20 V as shown, what are the values of E and r?

(A) E = 5V, r = 15Ω

(B) E =10 V, r = 100 Ω

(C) E = 15V, r = 5Ω

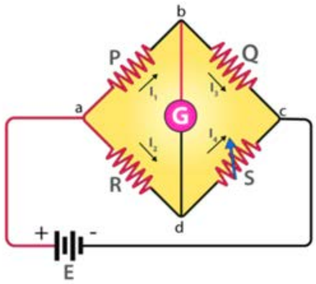
(D) E = 20V, r = 10Ω

(E) The values cannot be computed unless the complete circuits are shown

解析：注意两个电路的电流流向是不同的，从电源正极->负极是降压，从负极->正极是升压。因此有：E-1r=10, E+1r=20，得到E=15V，r=5欧

- **Wheatstone bridge 惠斯通电桥**

Wheatstone bridge是下面这种电路：



中间灵敏电流计galvanometer，如果通过很微小的电流就会有指示。

如果galvanometer=0，（即b/d两点电压相等）则有：

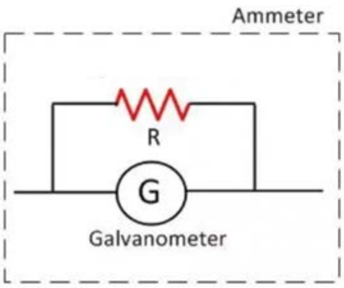
$$I_1P = I_2R,\ I_3Q = I_4S;$$

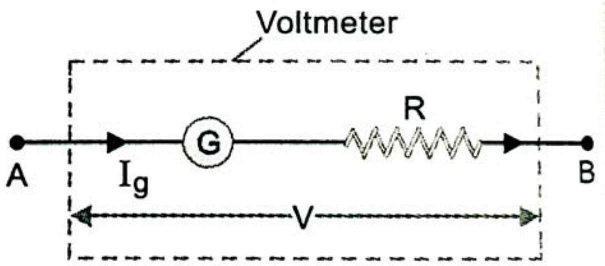
$$I_1 = I_3,\quad I_2 = I_4$$

因此：$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$， ***P.S = R.Q***

- 使用灵敏电流计galvanometer改装电流表Ammeter

  Galvanometer本身能够通过的电流很小（一点点微小电流就有指示），而电流表通常需要测试一定的电流，所以用galvanometer改装成电流表就需要**并联一个小电阻来分电流**（G/R电压相等，因此R要小于galvanometer的电阻），**a low resistance，in parallel**。





- 使用灵敏电流计galvanometer改装电压表Voltmeter

  电压表用来测量一定的电压，而由于G/R电流相等（且是一个小电流），所以需要**串联一个大电阻来进行分压**。**a high resistance，in series**。

  - **Example**

    A meter that register 0.20mA at full scale has an internal resistance of 500Ω.

    14. To use this meter as an voltmeter with a rang of 0 to 1V, one should connected an additional resistance of approximately

    A. 0.10Ω in parallel with the meter
    B. 0.10Ω in series with the meter
    C. 500Ω in series with the meter
    D. 4500Ω in series with the meter
    E. 5000Ω in parallel with the meter

    解析：要组装一个1V的电压表，所以需要串联一个电阻来分压。Meter 0.2mA/500欧，U=0.1V，因此R分压为0.9V，电流也是0.2mA，所以R=4500欧。答案D

  - **Example**

    15. To use this meter as an ammeter with a rang of 0 to 1A, one should connected an additional resistance of approximately

    A. 0.10Ω in parallel with the meter
    B. 0.10Ω in series with the meter
    C. 500Ω in series with the meter
    D. 4500Ω in series with the meter
    E. 5000Ω in parallel with the meter

    解析：组装成一个1A电流表，因此要并联一个电阻来分流。分流I=1-0.0002=0.9998A，G/R电压相等，所

以U=0.1V，R=U/I = 0.1欧，答案A

- **RC Circuits**

  RC 电路是由电阻（R）和电容（C）组成的电路。

  当电路连接到电源时，电容开始充电，电流逐渐减小，电压逐渐增加。当电源断开后，电容开始放电，电流逐渐增大，电压逐渐减小。

  - **Charing Capacitor**

    电容充电电量 q 与充电时间 t 的关系推导：

Charging a Capacitor

$$\mathcal{E} - \frac{q}{C} - iR = 0$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC}$$

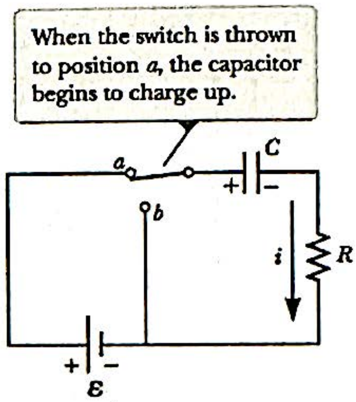
$$\frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC}) = Q_{max}(1 - e^{-t/RC})$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}$$



  - **Discharging a Capacitor**

    当电容放电时，电路电流 i 与放电时间 t 的关系推导：

Discharging a Capacitor

$$\frac{q}{C} - iR = 0$$

$$i = d(Q_i - q)/dt = -dq/dt$$

$$-R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$$

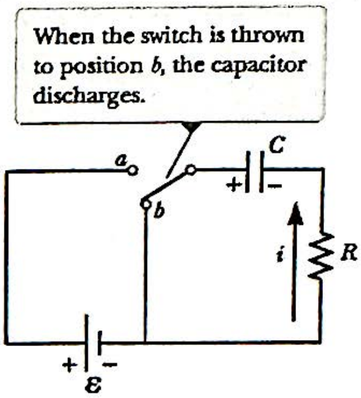
$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

$$\int_{Q_i}^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$\ln\left(\frac{q}{Q_i}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$q(t) = Q_i e^{-t/RC}$$

$$i(t) = \frac{Q_i}{RC}e^{-t/RC}$$



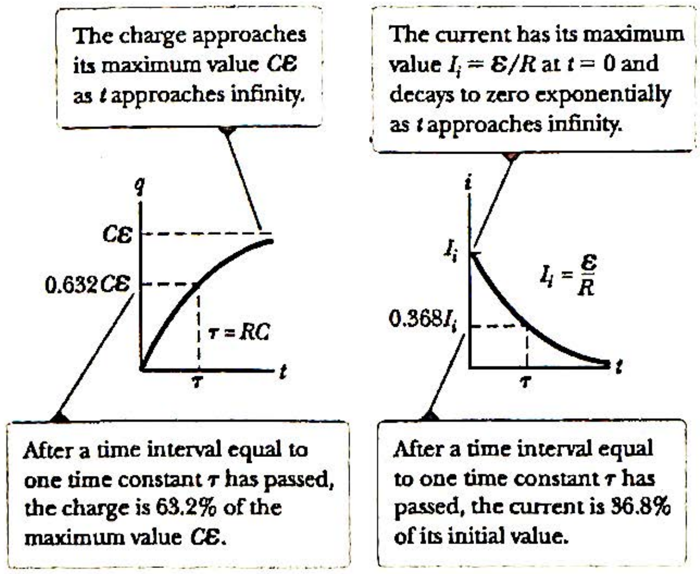
  - **时间常数 time constant of circuit**

    RC 电路的一个关键参数是时间常数（τ），它是电阻值（R）和电容值（C）的乘积，单位是秒。

    时间常数定义了**电容充电到其最终值的 63.2%**或**放电到其初始值的 36.8%**所需的时间。

- The quantity RC is called the **time constant** of the circuit:

$$\tau = RC$$



Chapter7 Magnetic fields磁场

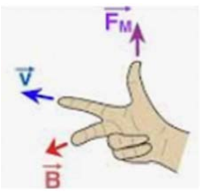
- 磁场强度：符号B，单位T（Tesla）
- **带电粒子在一个磁场中受到的磁场力** Magnetic force acting on charged particles
  - 运动的电荷在磁场中才会受力，这个力叫做**洛伦兹力**。
  - 受力计算公式

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$
$$F = qvBsin\theta$$

$B - magnetic\ field\ strength$
$v - velocity$
$q - the\ charge\ on\ the\ particle$
$\theta - the\ angle\ between\ velocity\ and\ magnetic\ field$

  - **电荷运动方向与磁场方向平行**时，**电荷不受力**。

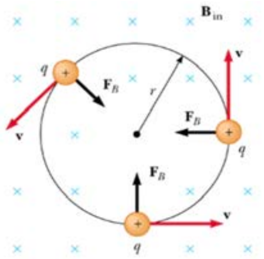
  - **磁场力方向判断**：右手定则
    - **拇指**方向为**力**的方向；**食指**方向为**正电荷**的**速度**方向；**中指**方向为**磁场**方向
    - **注意以上方式适用于正电荷，如果是负电荷，则取相反的运动方向即可。**



注意判断力带电导线产生的磁场方向也有一个右手螺旋定则，不要搞混。

  - 对于一个平面，使用“.”表示磁场方向Bout，使用“x”表示Bin（联想箭头射入/射出平面）

- 带电粒子在磁场中的运动
  - **Charged particle moving parallel to the magnetic field**
    当电荷运动方向与磁场方向平行时，电荷不受力，速度不变，Moving with constant velocity
  - **Charged particle moving perpendicular to the magnetic field**
    当电荷运动方向与磁场方向垂直时，洛伦兹力提供向心力。



$$F_B = F_c$$

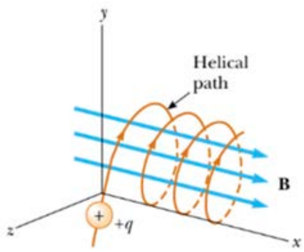
$$Bqv = m\frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{Bq}$$

$$T = \frac{2\pi m}{Bq}$$

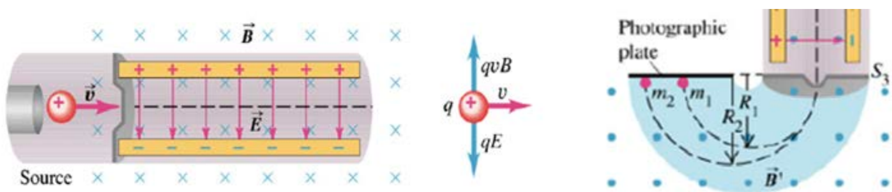
如果运动过程中一直受到垂直的磁场力（洛伦兹力），电荷做匀速圆周运动uniform circular motion。
由于向心力由磁场力提供，可推导圆周运动的半径r和周期T。
注意，以上公式的推导和应用需要理解记牢。

- Charged particle moving the magnetic field with an angle
  当电荷运动方向和磁场有角度时，运动速度可以分解为平行磁场和垂直磁场的两个分量，因此电荷做螺旋的运动轨迹（Spiral or helical path）。



- 总结
  - 磁场对于**静止**的电荷和**平行磁场方向运动**的电荷，**没有力的作用**。
  - **磁场力对其中的运动电荷做功Work done总是=0**
    电荷圆周运动下，没有在力的方向上有移动距离，因此也没有做功。
    电荷螺旋运动（spiral path）情况下，电荷运动方向总是可以分解为平行/垂直于磁场方向的两个分量，因此磁场力作用也等于0。
  - **磁场不能改变电荷的动能（速度）**，因为没有做功，因此电荷动能不变。
  - 磁场**只可能改变电荷运动的方向**（比如圆周运动，运动方向是改变的，大小不变）。

- **应用**（了解一下）
  - Velocity selector & Mass spectrometers（质谱仪）



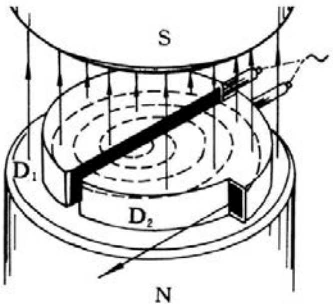
$$F_B = F_c$$

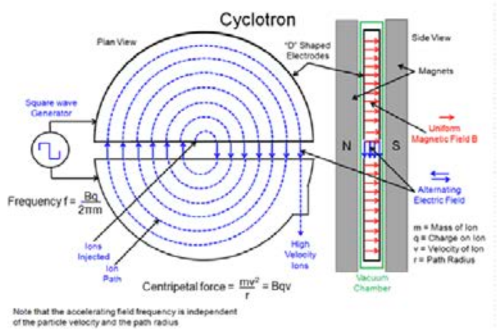
$$Bqv = m\frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{Bq}$$

$$r \propto \frac{m}{q}$$

  - Area1: The velocity selector（速度选择区域，分离粒子）
    此区域有电场和磁场，控制只有某个速度的粒子才能通过此区域（电场力和磁场力平衡）。
  - Area2: Detector region（检测区域）
    此区域只有磁场，利用带电粒子在磁场中圆周运动半径不同，可以区分粒子带电正负以及质量/电荷比值。质谱仪可用于分离同位素。
  - Cyclotron（回旋加速器）
    中间电场作用：加速
    两侧磁场作用：改变方向



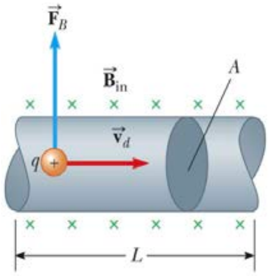


➢ The cathode ray oscilloscope（CRO）阴极射线示波器

- **通电导体（current-carrying conductor）**在磁场中受到的磁场力
  电流是电子的定向移动，每一个电子在通过磁场的时候会受到洛伦兹力，作为一个宏观整体，电流在磁场中也会受到力的作用。
  ➢ 对于一段长度为L，电流为I的导体来说，处在一个磁场B中，它受到的磁场作用力为：

  $$F = ILB\sin\theta$$

  其中 L 的方向是沿着电流的方向，θ是电流方向和磁场方向间的夹角。可以理解为通电导线上的力是电流所受磁场力，也称作安培力。
  因此在电流方向和磁场方向垂直的时候，F=*ILB*，当电流方向和磁场方向平行时F=0

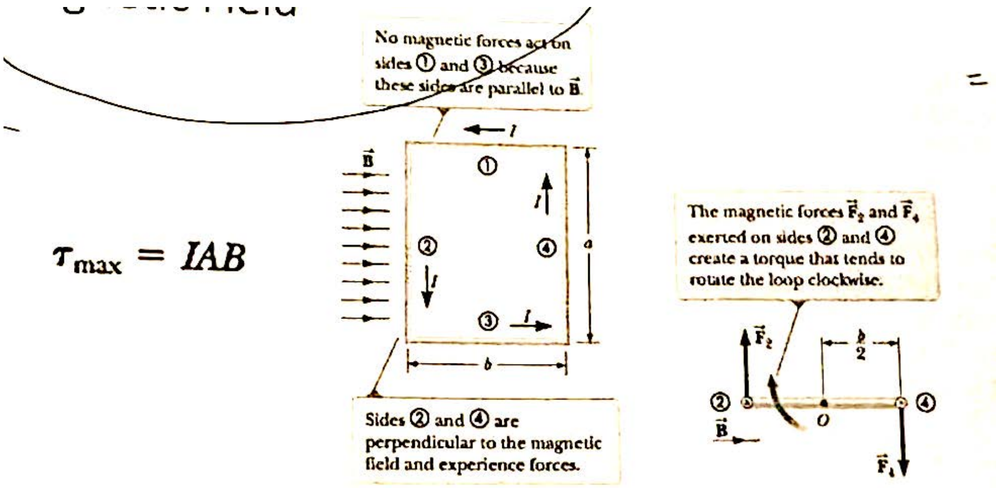


  当导线并不是直线的时候，就需要对导线长度的微元进行积分：

  $$F = \int I\ (d\vec{L} \times \vec{B})$$

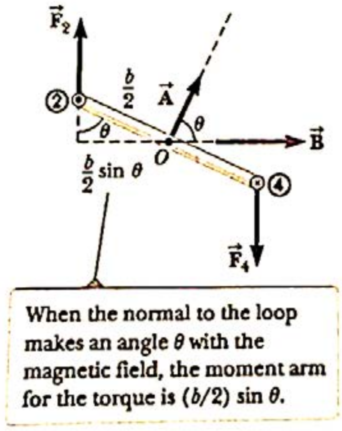
  ➢ 注意：**虽然单个电子收到的洛伦兹力不做功，但是宏观上，安培力是可以做功的**。这是因为导体中的电子的速度方向可能与导体宏观的运动方向不同，虽然洛伦兹力与每个电子速度方向保持垂直，但是与导体运动方向不一定垂直。

- **Torque** on a **Current Loop** in a **uniform magnetic field** 均匀磁场中电流环所受的扭矩



  ➢ 匀强磁场中的电流环：

- ✧ 其中1/3两个边不受力（电流方向和磁场方向平行）。
- ✧ 其中2/4两个边受力（电流方向与磁场垂直），且两边受力方向相反，导致电流环顺时针转动。
  力矩 $\boldsymbol{\tau = I.A.B}$ (其中I为电流，A为电流环面积 A=a.b，B为磁场强度)

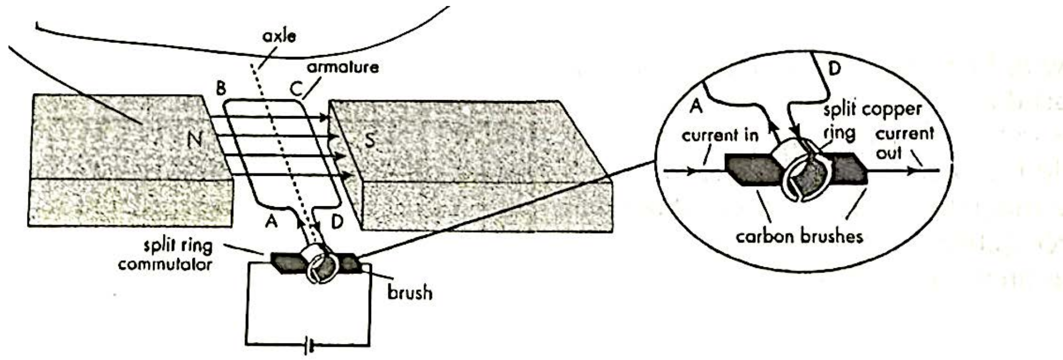


$$\tau = F_2\frac{b}{2}\sin\theta + F_4\frac{b}{2}\sin\theta$$
$$= IaB\left(\frac{b}{2}\sin\theta\right) + IaB\left(\frac{b}{2}\sin\theta\right) = IabB\sin\theta$$
$$= IAB\sin\theta$$

- ➢ 当电流回路的法线与磁场有角度θ时，扭矩的力臂为 (b/2).sinθ

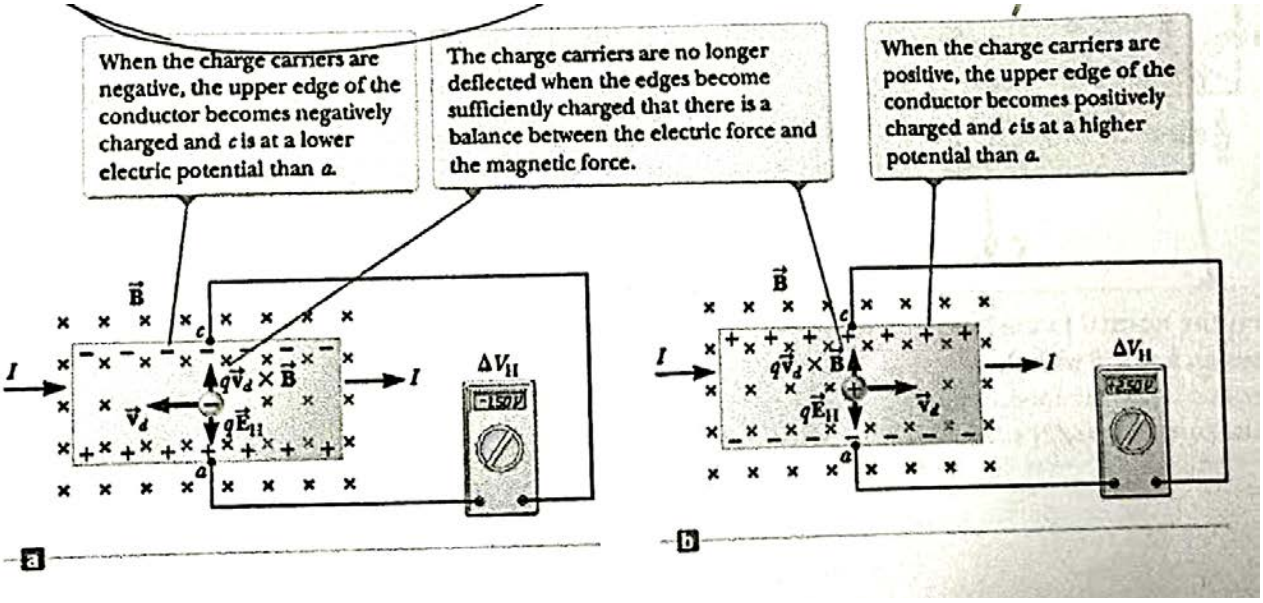
  力矩 $\boldsymbol{\tau = I.A.B.sin\theta}$

- **DC electric motor** 直流电动机 **（电机）**
  电机在现代工业中应用非常广泛，是电动车最重要的动力部件。
  - ➢ 其中，包含**永磁体（定子）**产生一个磁场。
  - ➢ 包含**绕组线圈（转子）**，其中通有电流。
  - ➢ 当电流通过转子的绕组时，通电导体在磁场中会受到力的作用，这个力会使转子转动。
  - ➢ 包含一个**换向器**，随着转子的转动，换向器适时改变转子绕组中的电流方向，从而使转子持续受到同一方向的转矩。



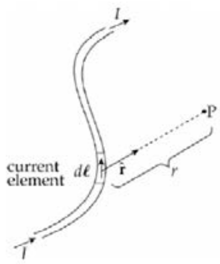
commutator- a cylinder of copper on which conducting brushes rub. It is made in two halves, and each end is connected to one end of the coil of wire. As the coil rotates, the commutator reverses the current at just the right moment.

- **The Hall Effect** 霍尔效应
  当电流通过导体时，电子在磁场中会受到洛伦兹力的作用，使它们向导体的一侧偏转。这种偏转导致导体一侧聚集电子，另一侧相对缺少电子，从而在导体的横向两侧面间形成**电势差**，这个电势差就叫做**霍尔电势差**。
  - ➢ 如下图左侧：磁场为Bin，电流向右（电子向左运动），根据右手定则洛伦兹力向上，则电子偏转到upper edge，c点电压低于a点。
  - ➢ 当电子聚集到一定程度，电场力=磁场力，达到平衡，电子不再向upper edge偏转。
  - ➢ 如果是运动的是正电荷，如右图，正电荷偏转到upper edge，会导致c点电压高于a点。



Chapter8 Source of the Magnetic fields 磁场的产生来源

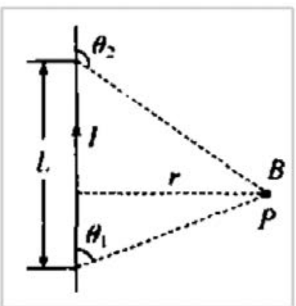
- **The Biot-savart law** 毕奥-萨伐尔定律
  毕奥-萨伐尔定律展示了一个**微小电流源**在**空间的一点**产生的**磁场强度**。



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I(d\vec{l}\times\hat{r})}{r^2}$$

μ_0=$4\pi\times10^{-7}T\cdot m/A$(permeability of free space)

➢ **Magnetic Field Surrounding a Finite Straight Conductor 有限长通电直导线产生的磁场**
有限长的通电导线不能使用安培定律快速求磁场（有限长导致对某一点来说没有完美对称性），而需要进行积分求解。



一有限长导线通有电流 I，导线外有一点 P，求P 点磁感应强度大小；

解：(1)考虑直线上任意一点 Q(图中未画出)，它与 P 的连线和电流方向夹角为 θ，则 PQ 距离$|R| = \frac{r}{\sin\theta}$。根据毕奥-萨伐尔定律，$Q$ 处电流元 Idl 在 P 处产生的磁感应强度大小为：

$$|\mathrm{d}\vec{B}| = \left|\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\vec{l}\times\hat{R}}{R^2}\right| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2/\sin^2\theta} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}l\sin^3\theta}{r^2}$$

方向垂直纸面向内。设 P 在导线上的投影处 l 坐标为 0，则$l = -\frac{r}{\tan\theta}$(与第一章 5.2.1 类似)，两边求微分得

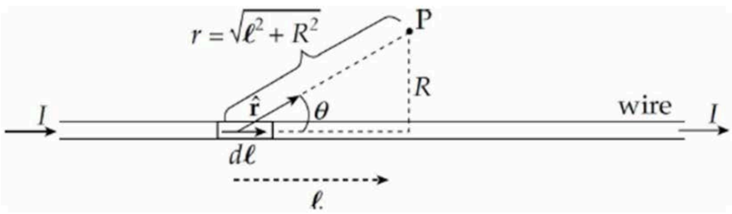
$$\mathrm{d}l = \frac{r}{\sin^2\theta}\mathrm{d}\theta$$

将上式代入 $\mathrm{d}B$ 的表达式，对 θ 积分，得到：

$$B = \int\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}l\sin^3\theta}{r^2} = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\sin\theta\,\mathrm{d}\theta}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

- **Magnetic Field Surrounding an Infinite Straight Conductor无限长通电直导线产生的磁场**
  当计算无限长通电导线外一点的磁场时，可以使用Biot-Savart进行积分计算，也可以使用安培定律进行快速计算（因为导线无限长，具备完美对称性，所求处可以画出安培环-磁场处处相等）。

  ✧ 假设求解**无限长通电直导线**外一点的磁场强度



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I|d\vec{l}\times\hat{r}|}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idlsin\theta}{r^2}$$

$$sin\theta = \frac{R}{r} = R/\sqrt{l^2+R^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\frac{dl}{(l^2+R^2)^{3/2}}$$

$$B = \int dB = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mu_0 IR}{4\pi}\frac{dl}{(l^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dl}{(l^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}(\frac{2}{R^2}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

注意：以下积分公式有时候不会给出，需要自己推导或记一下。

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{2}{a^2}$$

注意：应用安培定律，可以很容易推导通电直导线外的磁场强度。

✧ 假设求解**无限长通电导线内某处**的磁场强度，直接应用安培定律。

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = B(2\pi r) = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

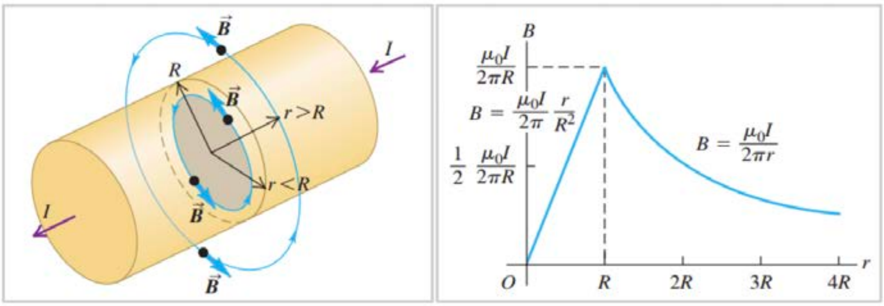
这时的包含电流是和 r 有关系的，

$$I_{\text{enc}} = \frac{r^2}{R^2} I$$

在这个圆环上每一点的磁场强度都是一样的，所以得到：

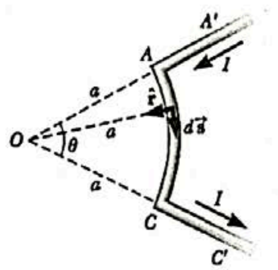
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

✧ 因此**无限长通电导线**内/外磁场的**图形**是：



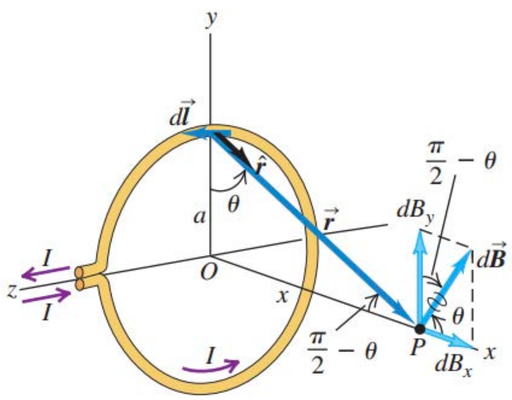
➢ **Magnetic Field Due to a Curved Wire Segment 圆弧导线外某处的磁场。**

- Calculate the magnetic field at point O for the current-carrying wire segment. The wire consists of two straight portions and a circular arc of radius a, which subtends an angle θ.



- 对于圆心角为θ（弧度制）、半径为R、通有电流I的圆弧导线，在圆心处产生的磁感应强度大小为 $B=\frac{\mu_0 I\theta}{4\pi R}$，方向由右手螺旋定则确定（四指弯曲方向为电流方向，大拇指指向为磁场方向）。
- 推导过程：将圆弧分成许多小段$dl=Rd\varphi$（φ是圆弧上的角度变量），每个小段在圆心处产生的磁场微元$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IRd\varphi}{R^2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}d\varphi$，然后对整个圆弧积分 $B=\int dB=\int_0^\theta \frac{\mu_0 I}{4\pi R}d\varphi=\frac{\mu_0 I\theta}{4\pi R}$。

➢ **Magnetic Field on the Axis of a Circular Current Loop 通电圆环轴上一点的磁场**



对于图 4.13 所示的情况，我们需要使用毕奥-萨伐尔定律进行积分，对于圆环上一个小段的 dl，对应在 P 点的磁感应强度 dB 为：

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{(a^2+x^2)}$$

产生的磁感应强度可以分解为沿 x 轴和沿 y 轴的两个分量：

$$dB_x = dB\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{(a^2+x^2)}\frac{a}{(a^2+x^2)^{1/2}}$$
$$dB_y = dB\sin\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{(a^2+x^2)}\frac{x}{(a^2+x^2)^{1/2}}$$

所有在 y 轴上的分量相互抵消，所以磁场强度只剩下了沿 x 轴方向的量：

$$B_x = \int_0^{2\pi a}\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{a\,dl}{(a^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}$$

当 $x = 0$，即 P 点在圆环中心的时候，

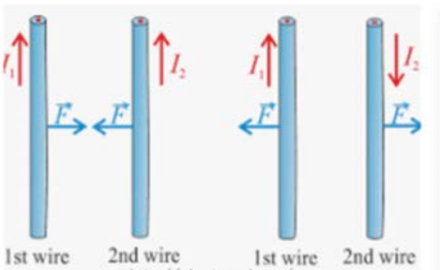
$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

- **The Magnetic Force Between Two Parallel Conductors 两个平行通电导线相互作用力**

两个平行导线通有电流，当电流方向相同，导线相互吸引。电流方向相反，导线相互排斥。

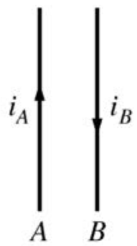
两平行长直导线间的相互作用力大小为$F = \dfrac{\mu_0 I_A I_B L}{2\pi d}$ （μ_0为真空磁导率，L为导线长度，d为两导线间距）。

导线A作用于导线B的力，与导线B作用于导线A的力是相互作用力，大小相等，方向相反。



➢ 例题

28. Two parallel wires, A and B, have currents in opposite directions, as shown in the figure above. Current i_B is twice as large as i_A. The force on wire A due to current i_B has magnitude F. Which of the following correctly describes the direction and magnitude of the force on wire B due to current i_A?



Direction	Magnitude
(A) To the left	F
(B) To the left	$2F$
(C) To the left	$4F$
(D) To the right	F
(E) To the right	$2F$

解析：

1. 两平行电流间相互作用力的方向判断

根据安培定则，当两平行导线通有电流时，电流方向相同则相互吸引，电流方向相反则相互排斥。

本题中两导线电流方向相反，所以导线A受到导线B的力向左，那么导线B受到导线A的力向右。

2. 两平行电流间相互作用力的大小关系

两平行长直导线间的相互作用力大小为$F=\frac{\mu_0 I_A I_B L}{2\pi d}$（$\mu_0$为真空磁导率，$L$为导线长度，$d$为两导线间距）。

已知$i_B=2i_A$，设$i_A=I$，则$i_B=2I$。

导线A受到导线B的力$F_A=\frac{\mu_0 I\times 2I\times L}{2\pi d}$，导线$B$受到导线$A$的力$F_B=\frac{\mu_0 2I\times I\times L}{2\pi d}$，所以

$F_A=F_B=F$。

综上，答案是D选项。

- **Ampere' s Law** 安培定律

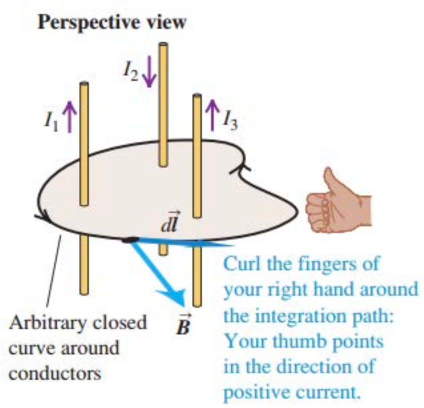
  安培定律用于更方便更快捷的**计算磁场强度**（类似高斯定理求电场强度，不需要使用Biot-Savart进行积分）。

  ➢ 定义：

  任意一个闭合曲线包含的**电流强度**乘以**真空磁导率**，等于闭合曲线上的**磁感应强度**对**曲线长度**的积**分。**

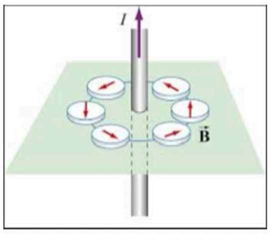
$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\mu_0 I_{\mathrm{enc}}$$

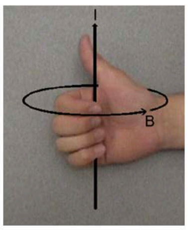
其中$\mu_0=4\pi\times 10^{-7}\mathrm{T\cdot m/A}$，$I_{enc}$是环路所包围的电流。



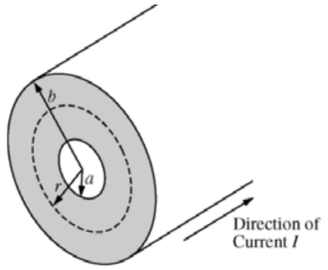
➢ **右手螺旋定则（安培定则）判断导线产生的磁场方向**

用右手握住通电直导线，让**大拇指指向电流的方向**，那么**四指的指向**就是磁感线环绕的方向。

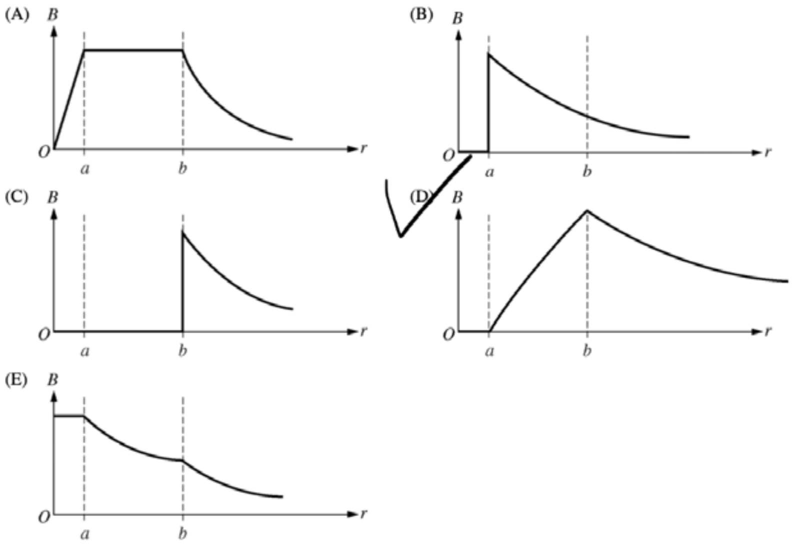




➢ 例题：



5. A long, cylindrical conductor with inner radius a and outer radius b carries a current I distributed uniformly over its cross section (the shaded region shown above). Which of the following graphs best shows the magnitude of the magnetic field B as a function of the distance r from the axis of the conductor?



解析：**D**

- **当$r < a$时**：由于电流均匀分布在导体的横截面上，在$r < a$的区域内没有电流通过，根据安培环路定理$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$（其中$I_{enc}$是环路所包围的电流），此时$I_{enc} = 0$，所以$B = 0$。
- **当$a \le r \le b$时**：设电流密度为$j = \dfrac{I}{\pi(b^2 - a^2)}$，则在半径为$r$（$a \le r \le b$）的圆周内所包围的电流

  $I_{enc} = j\pi(r^2 - a^2) = \dfrac{I(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$。

  再根据安培环路定理$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$，取圆周为安培环路，$\vec{B}$沿环路的环流为$B \times 2\pi r$，可得

  $B \times 2\pi r = \mu_0 \dfrac{I(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$，即$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \dfrac{(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$，这是一个关于$r$的二次函数，在$a \le r \le b$区间内，$B$随$r$的增大而增大。
- **当$r > b$时**：此时环路所包围的电流为总电流I，根据安培环路定理$B \times 2\pi r = \mu_0 I$，可得$B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$，$B$随$r$的增大而减小，且在$r = b$处连续。

- **Magnetic Field created by a Long Current-Carrying Wire 通电直导线某处磁场**

  通电直导线半径为R，使用安培定律快速推导通电直导线r处的磁场（前面已经推导过）

  - **当r > R**

一、安培环路定理

安培环路定理表达式为$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_{enc}$，其中$\vec{B}$是磁感应强度，$d\vec{l}$是环路的线元，$\mu_0$是真空磁导率，$I_{enc}$是环路所包围的电流。

二、推导通电直导线外某点r（$r>R$）处的磁场

1. **选取安培环路**：以通电直导线为中心，作半径为r（$r>R$）的圆周作为安培环路L，由于磁场的对称性，圆周上各点的磁感应强度$\vec{B}$的大小相等，方向沿圆周的切线方向。
2. **计算环路积分**：$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=B\oint_L dl=B\times 2\pi r$。
3. **确定环路所包围的电流**：整个直导线的电流I都被环路所包围，即$I_{enc}=I$。
4. **根据安培环路定理求解**：由$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_{enc}$，可得$B\times 2\pi r=\mu_0 I$，解得$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$（$r>R$）。

✧ **当r < R**

1. **选取安培环路**：同样以通电直导线为中心，作半径为r（$r<R$）的圆周作为安培环路L。
2. **计算环路积分**：$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=B\oint_L dl=B\times 2\pi r$。
3. **确定环路所包围的电流**：假设直导线的电流均匀分布，电流密度为$j=\frac{I}{\pi R^2}$，则环路所包围的电流 $I_{enc}=j\times\pi r^2=\frac{Ir^2}{R^2}$。
4. **根据安培环路定理求解**：由$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I_{enc}$，可得$B\times 2\pi r=\mu_0\frac{Ir^2}{R^2}$，解得$B=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$（$r<R$）。

综上，通电直导线外某点r（$r>R$）处的磁场$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$，线内某点r（$r<R$）处的磁场$B=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$。你是

➢ Magnetic Field created by a Toroid **通电螺线管**内部磁场
将导线绕着一个圆柱体缠绕就可以得到一个螺线管。

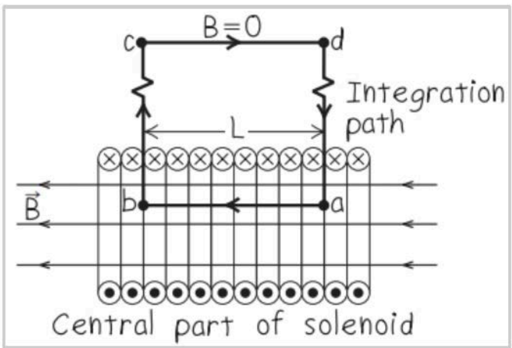


图 4.12 Magnetic Field in a Solenoid

右手定则判断内部磁场的方向：对于螺线管上每一点使用右手定则，发现图4.12 的所示情况的内部电场处处磁场方向指向左侧；也可以使用四指沿着电流的方向，此时拇指的指向就是磁场的方向。
选择一个长方形作为安培环的形状，bc和ad 边垂直于磁场方向，所以使用安培定律有：

$$\oint\vec{B}\cdot d\vec{l}=BL=\mu_0 I_{\rm enc}=\mu_0 nLI$$

其中n为单位长度内的导线匝数，I 为螺线管内的电流，所以得到：

$$B=\mu_0 nI$$

Chapter9 Electromagnetism电磁现象

- **电磁感应 Electromagnetic Induction**
  - **Magnetic Flux 磁通量**：可以看作通过一个**曲面**的磁感线的数量。

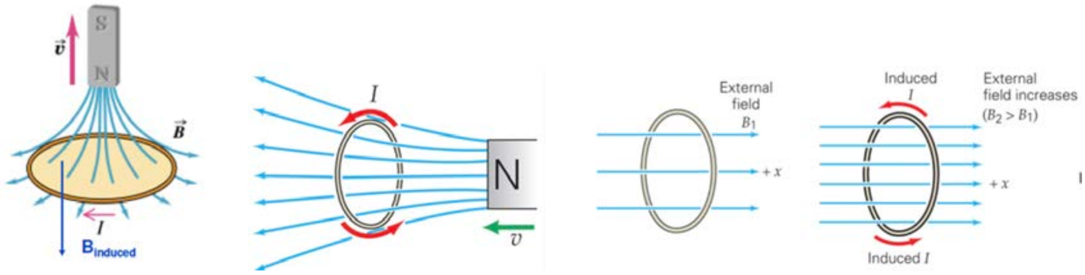
$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A}$$

  - **Lenz’ s Law 楞次定律**

    闭合线圈在磁场中，当通过线圈的磁通量发生变化，线圈会产生感应电流，感应电流具有这样的方向，即**感应电流的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量的变化**。

    理解楞次定律的几个例子：新东方讲义 P142-143

    1. 先判断通过闭合线圈的磁感线的变化。
    2. 确定线圈感应电流产生的磁场方向。
    3. 根据感应电流的磁场方向，确定感应电流方向。



  - **Faraday’ s Law 法拉第定律**

    对于一个 N 匝的闭合线圈，其感应电动势为：

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -\boldsymbol{N}\frac{\Delta\Phi}{\Delta \boldsymbol{t}} = -\boldsymbol{N}\frac{\boldsymbol{d}\Phi}{\boldsymbol{dt}}$$

    感应电动势与线圈**匝数**和**磁通量变化率**相关。

  - **Motional emf 动生电动势**

    当一个导体（比如金属棒）在磁场中做切割磁感线的运动时，导体两端会产生感应电动势。

$$\boldsymbol{\varepsilon = Blv}$$

    其中 B 是磁场强度，l 是导体长度，v 是导体运动速度（垂直于磁场方向的运动速度）

    注意，对于非闭合的一段导体，虽然金属导体内没有电流通过，但是两端存在感应电动势。

- **Inductor 电感器**
  - 电感定义：

    电感器是一种电子元器件（通常是线圈形式），当通过其的电流发生变化（线圈产生的磁场就会发生变化），电感器就会产生一个反向的感应电动势来抵抗这个变化。

    电感的符号 L，单位 H（亨利）。

$$\varepsilon = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

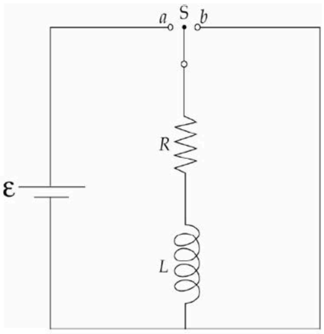
    反向电动势的大小由电感值 L 和电流变化率决定。

  - 电感中储存的能量

$$U = \frac{1}{2}LI^2$$

  - **LR Circuits 电感-电阻电路**

➢ 对比电容/电感



At time t = 0, the switch is moved to point a

$$\varepsilon - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{di}{\frac{\varepsilon}{R} - i} = \frac{R}{L}dt$$

$$\int_0^{i(t)} \frac{di}{\frac{\varepsilon}{R} - i} = \int_0^{t} \frac{R}{L}dt$$

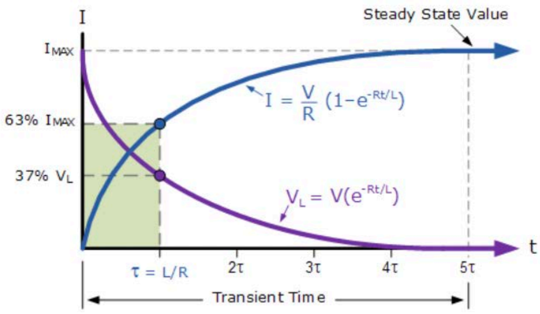
$$\ln\left(\frac{\varepsilon}{R} - i(t)\right) - \ln\left(\frac{\varepsilon}{R}\right) = -\frac{R}{L}t$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{t}{L/R}})$$

电感两端产生的感应电压 V=-L$\frac{di}{dt}$

最后推导得到电感充电过程的电流变化公式：

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{t}{L/R}})$$



$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}\right)$$

$$\varepsilon = -L\frac{dI}{dt} = \varepsilon e^{-\frac{t}{\tau_L}}$$

- **Immediately after the switch is closed (t=0):**

$$I = 0$$

$$V_L = \varepsilon$$

L 所在位置相当于断路

- **After a long time (steady state):**

$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

$$V_L = 0$$

L 所在位置相当于导线（短路）

➢ 对比电容/电感

Resistance (R)	Capacitance(C)	Inductance (L)
$R=\frac{\Delta V}{I}$	$C=\frac{Q}{\Delta V}$	$L=N\frac{\phi_B}{I}$
$R=\rho\frac{L}{A}$	$C=\frac{\kappa\varepsilon_0 A}{d}$	self − induced emf(back emf): $\varepsilon=-L\frac{dI}{dt}$
$Q=I^2Rt=\frac{\Delta V^2}{R}t=\Delta VIt=Pt$	$U=\frac{1}{2}C\Delta V^2=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}Q\Delta V$	$U=\frac{1}{2}LI^2$
	Time constant $\tau=RC$	Inductive time constant: $\tau={}^{L}/_{R}$
	t=0 即开关闭合瞬间，电容处相当于-**短路**($V_c=0$)； **after a long time** (充电完毕)，电容器相当于—**断路**	**t=0** 即开关闭合瞬间，电感处相当于-**断路**（$I_L=0$）； **after a long time**，电容器相当于—**短路**（$V_L=0$）

- **Maxwell Equations 麦克斯韦方程组**
  - Gauss’ s Law 高斯定理

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A}=\frac{Q_{enclosed}}{\varepsilon_0}$$

  - Gauss’ s Law for Magnetic Fields 高斯磁场定理

    通过一个封闭曲面的磁通量=0 （因为没有磁单极存在，也就是磁体一定 N/S 一起存在，也即磁感线是一个闭合线）

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{A}=0$$

  - Faraday’ s Law 法拉第电磁感应定律

    描述磁场如何随时间变化而产生电场。

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\frac{d\Phi_B}{dt}$$

A changing B-field produces an E-field

电场强度沿任意闭合回路 L 的线积分等于穿过以该回路为边界的曲面 S 的磁通量对时间的变化率的负值

  - The Ampere-Maxwell law

    描述电流和变化的电场如何产生磁场。

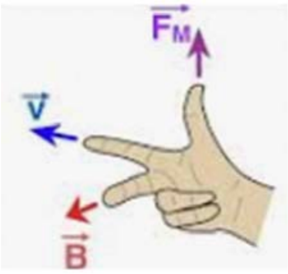
$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0 I+\mu_0\varepsilon_0\frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0(I_C+I_D)$$

A changing E-field produces an B-field.

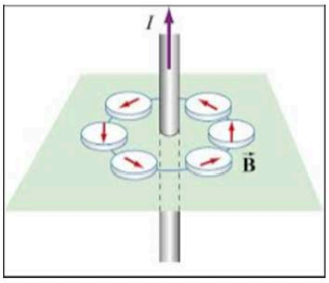
<u>右手定则有两个</u>

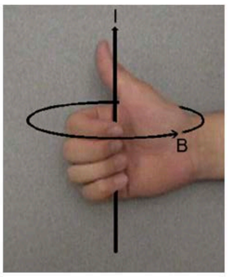
- 电荷在磁场中所受**磁场力方向**判断：右手定则
  - **拇指**方向为**力**的方向；**食指**方向为**正电荷**的**速度**方向；**中指**方向为**磁场**方向
  - **注意以上方式适用于正电荷，如果是负电荷，则取相反的运动方向即可。**



- **右手螺旋定则（也叫安培定则）**
  - ✧ **判断通电导线所产生的磁场方向**

    用右手握住通电直导线，让**大拇指指向电流的方向**，那么**四指的指向**就是磁感线环绕的方向。





  - ✧ **已知磁场方向，判断圆环导线的电流方向**

    大拇指指向磁场方向，那么**四指的环绕方向**就是圆环的电流方向。