

Электромагнитные волны

отражение и преломление волн

Попов Павел Владимирович

кафедра общей физики МФТИ

02.12.2023

Отражение и преломление волн

План лекции

① Энергия и импульс излучения

- Плотность энергии и поток энергии плоской бегущей волны
- Отражение волны от идеального проводника
- Давление излучения, импульс волны

② Преломление и отражение плоских волн

- Законы преломления и отражения
- Коэффициенты отражения и прохождения при разных поляризациях (формулы Френеля)
- Явление Брюстера
- Полное внутреннее отражение: эффекты туннелирования и смещения фазы

Энергия бегущей плоской волны

$$\vec{E} = \text{Re}[\vec{E}_0 e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}}], \quad \vec{B} = \text{Re}[\frac{c}{\omega} \vec{k} \times \vec{E}_0 e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}}]$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

Плотность энергии

$$w = \frac{\langle ED \rangle}{4\pi} = \frac{\langle HB \rangle}{4\pi} = \frac{\epsilon E_0^2}{8\pi}$$

Плотность потока энергии (интенсивность)

$$S = c \frac{\langle EH \rangle}{4\pi} = \frac{1}{\epsilon\mu} \frac{c^2 k}{\omega} \frac{\epsilon E_0^2}{8\pi} = vw$$

Отражение волны от идеального проводника

- Граничные условия

$$\Delta E_{\tau} = 0, \quad \Delta H_{\tau} = 4\pi i/c \quad \rightarrow \quad E = 0, \quad 2H = \frac{4\pi}{c}i$$

- Давление волны

$$P = \frac{1}{c} \langle iB \rangle = 2 \frac{\langle HB \rangle}{4\pi} = 2 \frac{S}{v}$$

- Плотность импульса волны

$$\vec{p} = \vec{S}v^2, \quad p = \frac{S}{v^2} = \frac{w}{v} \quad (\text{ср. } E = pc)$$

Давление света против радиометрического эффекта

Радиометрический эффект

$$\Delta P \sim nk_B \Delta T$$

- Пример расчёта: $P_0 \sim 1 \text{ Па}$, $\Delta T \sim 1 \text{ К}$ \rightarrow
 $\Delta P \sim 1/300 \text{ Па} = 0,03 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$

Давление света

$$P_{\text{эм}} = \frac{S}{c}$$

- Пример расчёта: $S \sim \frac{1 \text{ Вт}}{1 \text{ мм}^2} = 10^9 \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^2}$ \rightarrow
 $P = \frac{10^9}{3 \cdot 10^{10}} \sim 0,03 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$

Плотность импульса поля в веществе

$$\vec{p} = \frac{\vec{S}}{c^2} \quad \text{или} \quad \vec{p} = \frac{\vec{S}}{v^2}?$$

Показатель преломления среды

Показатель преломления

$$n \equiv \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}$$

Волновое число в вакууме и в среде

$$k = \frac{\omega}{v} = n \frac{\omega}{c} = nk_0$$

Отражение при нормальном падении

(немагнитные среды, $\mu = 1$)

Граничные условия

$$\begin{array}{lcl} E_1 + E'_1 & = & E_2 \\ B_1 - B'_1 & = & B_2 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{lcl} E_1 + E'_1 & = & E_2 \\ k_1 E_1 - k_1 E'_1 & = & k_2 E_2 \end{array}$$

Отражение при нормальном падении

(немагнитные среды, $\mu = 1$)

Граничные условия

$$\begin{array}{lcl} E_1 + E_1' & = & E_2 \\ B_1 - B_1' & = & B_2 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{lcl} E_1 + E_1' & = & E_2 \\ k_1 E_1 - k_1 E_1' & = & k_2 E_2 \end{array}$$

Амплитудные коэффициенты отражения:

$$\tau \equiv \frac{E_2}{E_1} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}, \quad \rho \equiv \frac{E_1'}{E_1} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$$

Отражение при нормальном падении

(немагнитные среды, $\mu = 1$)

Граничные условия

$$\begin{array}{lcl} E_1 + E_1' & = & E_2 \\ B_1 - B_1' & = & B_2 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{lcl} E_1 + E_1' & = & E_2 \\ k_1 E_1 - k_1 E_1' & = & k_2 E_2 \end{array}$$

Амплитудные коэффициенты отражения:

$$\tau \equiv \frac{E_2}{E_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}, \quad \rho \equiv \frac{E_1'}{E_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

- Отражение от менее «плотной» среды ($n_1 > n_2$): $\rho > 0$ (в фазе)
- Отражение от более «плотной» среды ($n_2 > n_1$): $\rho < 0$ (в противофазе, “с потерей полуволны”)

$$\mathcal{S} = vw \propto nE^2$$

- Коэффициент отражения по энергии

$$R \equiv \frac{\mathcal{S}'_1}{\mathcal{S}_1} = \rho^2$$

- Коэффициент прохождения по энергии

$$T \equiv \frac{\mathcal{S}_2}{\mathcal{S}_1} = \frac{n_2}{n_1} \tau^2$$

$$S = vw \propto nE^2$$

- Коэффициент отражения по энергии

$$R \equiv \frac{S'_1}{S_1} = \rho^2$$

- Коэффициент прохождения по энергии

$$T \equiv \frac{S_2}{S_1} = \frac{n_2}{n_1} \tau^2$$

- Закон сохранения энергии:

$$R + T = 1 \quad (\text{но! } \rho^2 + \tau^2 \neq 1!)$$

Законы отражения и преломления

- $\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2$ (сп. с ЗСЭ)
- $k_{1x} = k'_{1x} = k_{2x}$ (сп. с ЗСИ)

Законы преломления и отражения

$$\alpha' = \alpha, \quad n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

«Туннелирование» при полном внутреннем отражении

Условие полного внутреннего отражения

$$\sin \alpha > \sin \alpha_{\max} = \frac{n_2}{n_1}$$

Волновое число прошедшей волны:

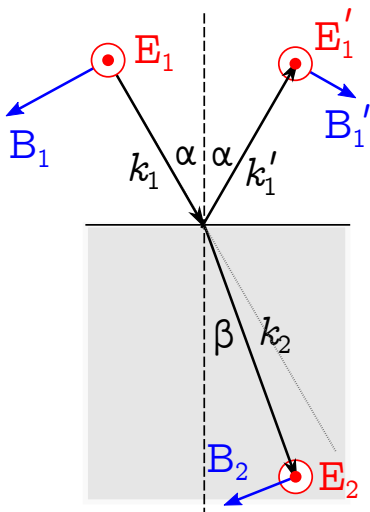
$$k_{2z} = \sqrt{k_2^2 - k_{2x}^2} = k_1 \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \alpha}$$

- При $\alpha > \alpha_{\max} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ — k_{2z} мнимое!
- Глубина проникновения затухающего поля $\propto e^{-|k_{2z}|z}$

$$\delta \sim \frac{1}{|k_{2z}|} = \frac{1}{k_1 \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha_0}}$$

Формулы Френеля

s-поляризация

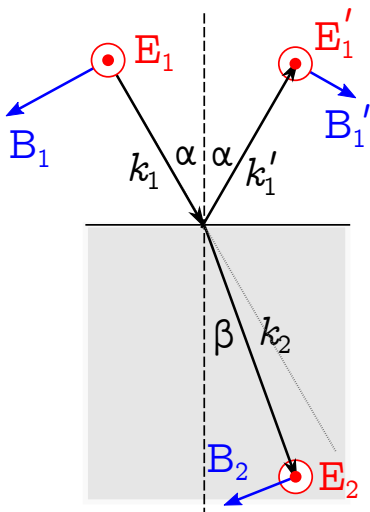


Граничные условия:

$$\underbrace{E_1 + E_1'}_{k_{1z}} = E_2$$
$$\underbrace{k_1 \cos \alpha (E_1 - E_1')}_{k_{1z}} = \underbrace{k_2 \cos \beta E_2}_{k_{2z}}$$

Формулы Френеля

s-поляризация



Граничные условия:

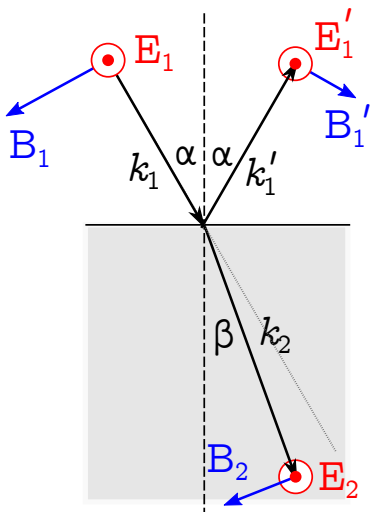
$$\begin{aligned} E_1 + E_1' &= E_2 \\ \underbrace{k_1 \cos \alpha}_{k_{1z}} (E_1 - E_1') &= \underbrace{k_2 \cos \beta}_{k_{2z}} E_2 \end{aligned}$$

Коэффициенты Френеля:

$$\tau_{\perp} = \frac{2k_{1z}}{k_{1z} + k_{2z}}, \quad \rho_{\perp} = \frac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1z} + k_{2z}}$$

Формулы Френеля

s-поляризация



Граничные условия:

$$\begin{aligned} E_1 + E_1' &= E_2 \\ \underbrace{k_1 \cos \alpha}_{k_{1z}} (E_1 - E_1') &= \underbrace{k_2 \cos \beta}_{k_{2z}} E_2 \end{aligned}$$

Коэффициенты Френеля:

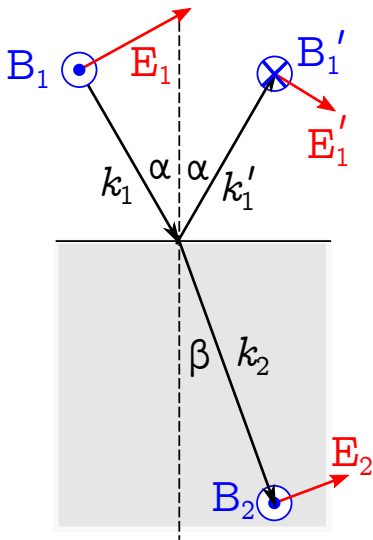
$$\tau_{\perp} = \frac{2k_{1z}}{k_{1z} + k_{2z}}, \quad \rho_{\perp} = \frac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1z} + k_{2z}}$$

$$\tau_{\perp} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta},$$

$$\rho_{\perp} = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta}$$

Формулы Френеля

p-поляризация



Граничные условия:

$$\begin{aligned}\cos \alpha (E_1 + E_1') &= \cos \beta E_2 \\ k_1 (E_1 - E_1') &= k_2 E_2\end{aligned}$$

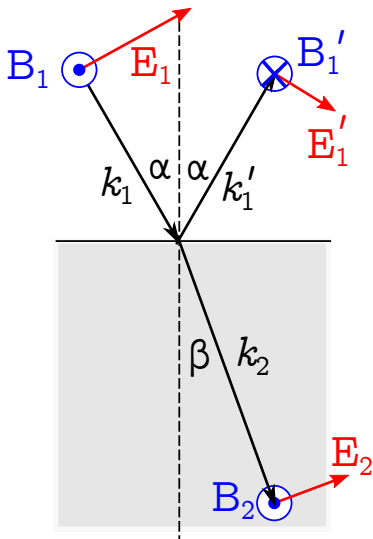
Коэффициенты:

$$\tau_{\parallel} = \frac{2k_1 \cos \alpha}{k_1 \cos \beta + k_2 \cos \alpha}$$

$$\rho_{\parallel} = \frac{k_2 \cos \beta - k_1 \cos \alpha}{k_1 \cos \beta + k_2 \cos \alpha}$$

Формулы Френеля

p-поляризация



Граничные условия:

$$\begin{aligned}\cos \alpha (E_1 + E_1') &= \cos \beta E_2 \\ k_1 (E_1 - E_1') &= k_2 E_2\end{aligned}$$

Коэффициенты:

$$\tau_{\parallel} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta}$$

$$\rho_{\parallel} = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta}$$

Угол Брюстера

Коэффициенты:

$$\tau_{\parallel} = 1, \quad \rho_{\parallel} = 0$$

Граничные условия:

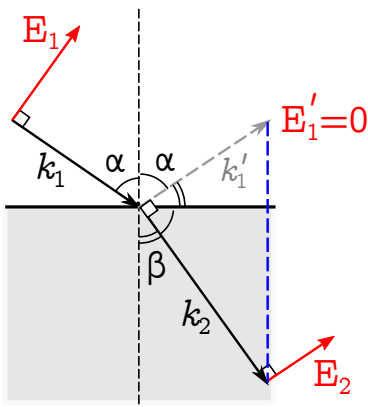
$$\begin{aligned} \cos \alpha E_1 &= \cos \beta E_2 \\ k_1 E_1 &= k_2 E_2 \end{aligned}$$

Угол Брюстера:

$$k_1 \sin \alpha = k_2 \sin \beta, \quad k_1 \cos \beta = k_2 \cos \alpha$$

↓

$$\alpha + \beta = \pi/2, \quad \alpha_B = \arctg \frac{n_2}{n_1}$$



Изменение фазы при отражении

Прошедшая волна

- $\tau > 0$, всегда в фазе с падающей!

Изменение фазы при отражении

Прошедшая волна

- $\tau > 0$, всегда в фазе с падающей!

Менее плотная среда $n_2 < n_1$:

- $\rho > 0$, отражение **в фазе**
- **Аналог:** отражение от свободного конца

Изменение фазы при отражении

Прошедшая волна

- $\tau > 0$, всегда в фазе с падающей!

Менее плотная среда $n_2 < n_1$:

- $\rho > 0$, отражение **в фазе**
- **Аналог:** отражение от свободного конца

Более плотная среда $n_2 > n_1$:

- $\rho < 0$, отражение **в противофазе** (потеря полуволны)
- **Аналог:** отражение от закреплённого конца

Изменение фазы при отражении

Прошедшая волна

- $\tau > 0$, всегда в фазе с падающей!

Менее плотная среда $n_2 < n_1$:

- $\rho > 0$, отражение **в фазе**
- **Аналог:** отражение от свободного конца

Более плотная среда $n_2 > n_1$:

- $\rho < 0$, отражение **в противофазе** (потеря полуволны)
- **Аналог:** отражение от закреплённого конца

Исключение:

- Полное внутреннее отражение!

Изменение фазы при полном внутреннем отражении

- Формулы Френеля сохраняют свой вид!
- Но $\cos \beta = \frac{k_{2z}}{k_2} = i \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$ — **мнимая величина!**
- Отражение **полное**: $|\rho| = 1$
- $\arg \rho$ различен для s - и p - поляризаций

Изменение фазы при полном внутреннем отражении

- Формулы Френеля сохраняют свой вид!
- Но $\cos \beta = \frac{k_{2z}}{k_2} = i \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$ — **мнимая величина!**
- Отражение **полное**: $|\rho| = 1$
- $\arg \rho$ различен для s - и p - поляризаций

- Линейно поляризованная отражённая волна становится поляризована эллиптически