

# Электромагнитные волны отражение и преломление волн

Попов Павел Владимирович

кафедра общей физики МФТИ

02.12.2023

# Отражение и преломление волн

## План лекции

### ① Энергия и импульс излучения

- Плотность энергии и поток энергии плоской бегущей волны
- Отражение волны от идеального проводника
- Давление излучения, импульс волны

### ② Преломление и отражение плоских волн

- Законы преломления и отражения
- Коэффициенты отражения и прохождения при разных поляризациях (формулы Френеля)
- Явление Брюстера
- Полное внутреннее отражение: эффекты туннелирования и смещения фазы

# Энергия бегущей плоской волны

$$\vec{E} = \operatorname{Re}[\vec{E}_0 e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}}], \quad \vec{B} = \operatorname{Re}\left[\frac{c}{\omega} \vec{k} \times \vec{E}_0 e^{i\omega t - i\vec{k}\vec{r}}\right]$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

## Плотность энергии

$$w = \frac{\langle ED \rangle}{4\pi} = \frac{\langle HB \rangle}{4\pi} = \frac{\epsilon E_0^2}{8\pi}$$

## Плотность потока энергии (интенсивность)

$$S = c \frac{\langle EH \rangle}{4\pi} = \frac{1}{\epsilon\mu} \frac{c^2 k}{\omega} \frac{\epsilon E_0^2}{8\pi} = vw$$

# Отражение волны от идеального проводника

- Границные условия

$$\Delta E_\tau = 0, \quad \Delta H_\tau = 4\pi i/c \quad \rightarrow \quad E = 0, \quad 2H = \frac{4\pi}{c}i$$

- Давление волны

$$P = \frac{1}{c} \langle iB \rangle = 2 \frac{\langle HB \rangle}{4\pi} = 2 \frac{S}{v}$$

- Плотность импульса волны

$$\vec{p} = \vec{S}v^2, \quad p = \frac{S}{v^2} = \frac{w}{v} \quad (\text{ср. } E = pc)$$

# Давление света против радиометрического эффекта

## Радиометрический эффект

$$\Delta P \sim nk_B \Delta T$$

- Пример расчёта:  $P_0 \sim 1 \text{ Па}$ ,  $\Delta T \sim 1 \text{ К} \rightarrow$   
 $\Delta P \sim 1/300 \text{ Па} = 0,03 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$

## Давление света

$$P_{\text{ЭМ}} = \frac{S}{c}$$

- Пример расчёта:  $S \sim \frac{1 \text{ Вт}}{1 \text{ мм}^2} = 10^9 \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^2} \rightarrow$   
 $P = \frac{10^9}{3 \cdot 10^{10}} \sim 0,03 \frac{\text{дин}}{\text{см}^2}$

# Дilemma Абрагама–Минковского

Плотность импульса поля в веществе

$$\vec{p} = \frac{\vec{S}}{c^2} \quad \text{или} \quad \vec{p} = \frac{\vec{S}}{v^2}?$$

# Показатель преломления среды

## Показатель преломления

$$n \equiv \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}$$

## Волновое число в вакууме и в среде

$$k = \frac{\omega}{v} = n \frac{\omega}{c} = nk_0$$

# Отражение при нормальном падении (немагнитные среды, $\mu = 1$ )

## Границные условия

$$\begin{aligned} E_1 + E'_1 &= E_2 \\ B_1 - B'_1 &= B_2 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} E_1 + E'_1 &= E_2 \\ k_1 E_1 - k_1 E'_1 &= k_2 E_2 \end{aligned}$$

# Отражение при нормальном падении (немагнитные среды, $\mu = 1$ )

## Границные условия

$$\begin{aligned} E_1 + E'_1 &= E_2 \\ B_1 - B'_1 &= B_2 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} E_1 + E'_1 &= E_2 \\ k_1 E_1 - k_1 E'_1 &= k_2 E_2 \end{aligned}$$

## Амплитудные коэффициенты отражения:

$$\tau \equiv \frac{E_2}{E_1} = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}, \quad \rho \equiv \frac{E'_1}{E_1} = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}$$

# Отражение при нормальном падении (немагнитные среды, $\mu = 1$ )

## Границные условия

$$\begin{aligned} E_1 + E'_1 &= E_2 \\ B_1 - B'_1 &= B_2 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} E_1 + E'_1 &= E_2 \\ k_1 E_1 - k_1 E'_1 &= k_2 E_2 \end{aligned}$$

## Амплитудные коэффициенты отражения:

$$\tau \equiv \frac{E_2}{E_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}, \quad \rho \equiv \frac{E'_1}{E_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

- Отражение от менее «плотной» среды ( $n_1 > n_2$ ):  $\rho > 0$  (в фазе)
- Отражение от более «плотной» среды ( $n_2 > n_1$ ):  $\rho < 0$   
(в противофазе, “с потерей полуволны”)

# Отражение и прохождение энергии

$$S = vw \propto nE^2$$

- Коэффициент отражения по энергии

$$R \equiv \frac{S'_1}{S_1} = \rho^2$$

- Коэффициент прохождения по энергии

$$T \equiv \frac{S_2}{S_1} = \frac{n_2}{n_1} \tau^2$$

# Отражение и прохождение энергии

$$S = vw \propto nE^2$$

- Коэффициент отражения по энергии

$$R \equiv \frac{S'_1}{S_1} = \rho^2$$

- Коэффициент прохождения по энергии

$$T \equiv \frac{S_2}{S_1} = \frac{n_2}{n_1} \tau^2$$

- Закон сохранения энергии:

$$R + T = 1 \quad (\text{но!} \quad \rho^2 + \tau^2 \neq 1!)$$

# Законы отражения и преломления

- $\omega_1 = \omega'_1 = \omega_2$  (ср. с ЗСЭ)
- $k_{1x} = k'_{1x} = k_{2x}$  (ср. с ЗСИ)

## Законы преломления и отражения

$$\alpha' = \alpha, \quad n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$$

# «Туннелирование» при полном внутреннем отражении

## Условие полного внутреннего отражения

$$\sin \alpha > \sin \alpha_{\max} = \frac{n_2}{n_1}$$

Волновое число прошедшей волны:

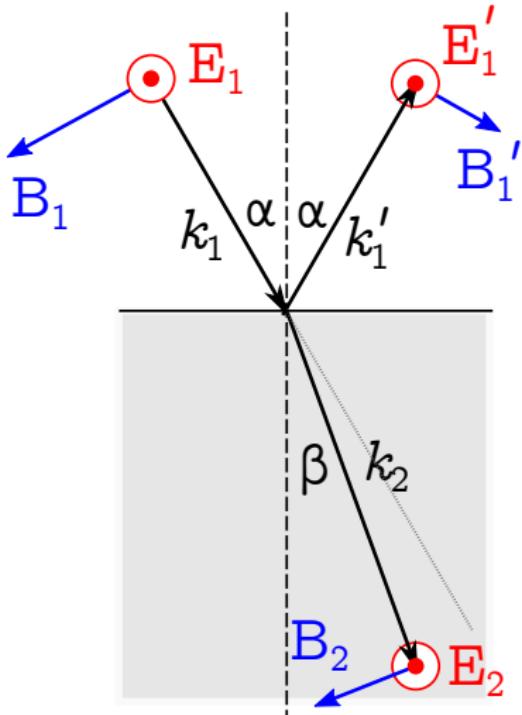
$$k_{2z} = \sqrt{k_2^2 - k_{2x}^2} = k_1 \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \alpha}$$

- При  $\alpha > \alpha_{\max} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$  —  $k_{2z}$  **мнимое!**
- Глубина проникновения затухающего поля  $\propto e^{-|k_{2x}|z}$

$$\delta \sim \frac{1}{|k_{2z}|} = \frac{1}{k_1 \sqrt{\sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha_0}}$$

# Формулы Френеля

s-поляризация

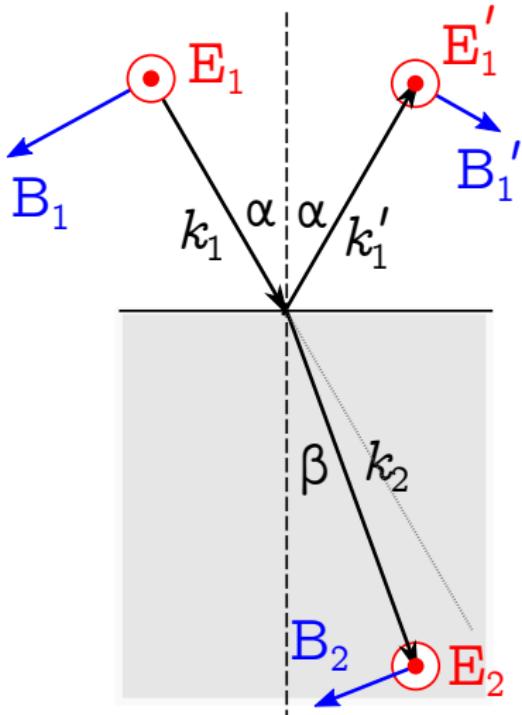


Границные условия:

$$\frac{E_1 + E'_1}{k_1 \cos \alpha} = \frac{E_2}{k_2 \cos \beta}$$
$$\underbrace{k_1 \cos \alpha (E_1 - E'_1)}_{k_{1z}} = \underbrace{k_2 \cos \beta E_2}_{k_{2z}}$$

# Формулы Френеля

s-поляризация



Границные условия:

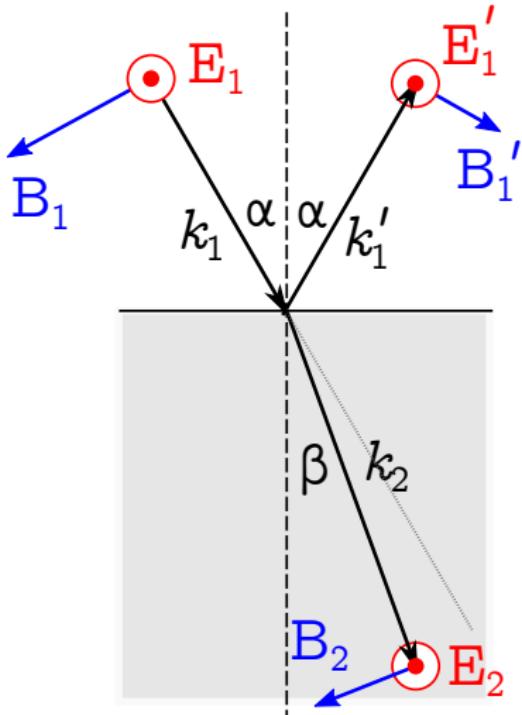
$$\frac{E_1 + E'_1}{k_1 \cos \alpha} = \frac{E_2}{k_2 \cos \beta}$$
$$\underbrace{k_1 \cos \alpha}_{k_{1z}} (E_1 - E'_1) = \underbrace{k_2 \cos \beta}_{k_{2z}} E_2$$

Коэффициенты Френеля:

$$\tau_{\perp} = \frac{2k_{1z}}{k_{1z} + k_{2z}}, \quad \rho_{\perp} = \frac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1z} + k_{2z}}$$

# Формулы Френеля

s-поляризация



Границные условия:

$$\frac{E_1 + E_1'}{k_1 \cos \alpha} = \frac{E_2}{k_2 \cos \beta}$$
$$\underbrace{k_1 \cos \alpha (E_1 - E_1')}_{{k_1 z}} = \underbrace{k_2 \cos \beta E_2}_{{k_2 z}}$$

Коэффициенты Френеля:

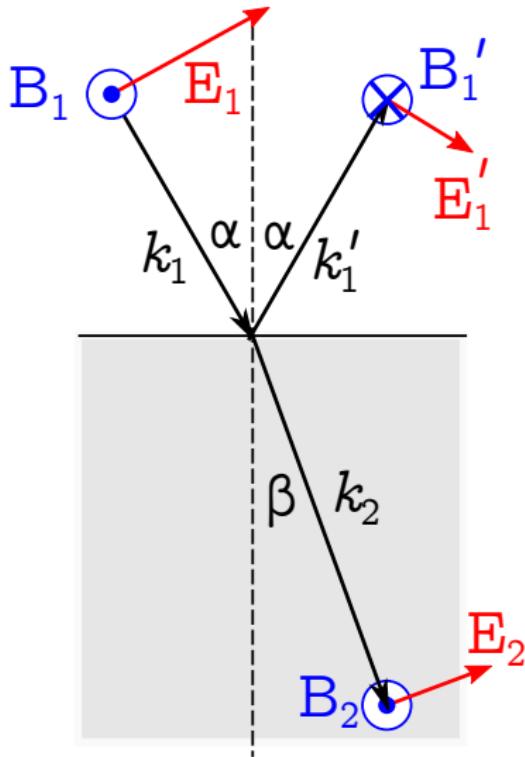
$$\tau_{\perp} = \frac{2k_{1z}}{k_{1z} + k_{2z}}, \quad \rho_{\perp} = \frac{k_{1z} - k_{2z}}{k_{1z} + k_{2z}}$$

$$\tau_{\perp} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta},$$

$$\rho_{\perp} = \frac{n_1 \cos \alpha - n_2 \cos \beta}{n_1 \cos \alpha + n_2 \cos \beta}$$

# Формулы Френеля

*p*-поляризация



Границные условия:

$$\begin{aligned}\cos \alpha(E_1 + E'_1) &= \cos \beta E_2 \\ k_1(E_1 - E'_1) &= k_2 E_2\end{aligned}$$

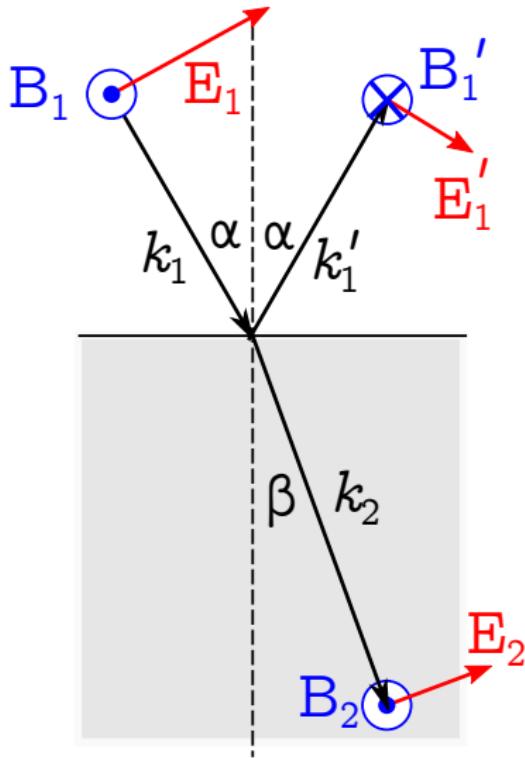
Коэффициенты:

$$\tau_{||} = \frac{2k_1 \cos \alpha}{k_1 \cos \beta + k_2 \cos \alpha}$$

$$\rho_{||} = \frac{k_2 \cos \beta - k_1 \cos \alpha}{k_1 \cos \beta + k_2 \cos \alpha}$$

# Формулы Френеля

*p*-поляризация



Границные условия:

$$\begin{aligned}\cos \alpha(E_1 + E'_1) &= \cos \beta E_2 \\ k_1(E_1 - E'_1) &= k_2 E_2\end{aligned}$$

Коэффициенты:

$$\tau_{||} = \frac{2n_1 \cos \alpha}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta}$$

$$\rho_{||} = \frac{n_2 \cos \alpha - n_1 \cos \beta}{n_2 \cos \alpha + n_1 \cos \beta}$$

# Угол Брюстера

Коэффициенты:

$$\tau_{\parallel} = 1, \quad \rho_{\parallel} = 0$$

Границные условия:

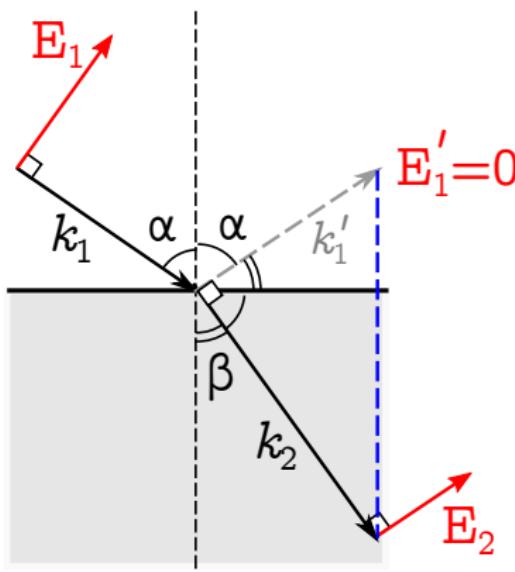
$$\begin{aligned}\cos \alpha E_1 &= \cos \beta E_2 \\ k_1 E_1 &= k_2 E_2\end{aligned}$$

Угол Брюстера:

$$k_1 \sin \alpha = k_2 \sin \beta, \quad k_1 \cos \beta = k_2 \cos \alpha$$



$$\alpha + \beta = \pi/2, \quad \alpha_B = \arctg \frac{n_2}{n_1}$$



# Изменение фазы при отражении

## Прошедшая волна

- $\tau > 0$ , всегда в фазе с падающей!

# Изменение фазы при отражении

## Прошедшая волна

- $\tau > 0$ , всегда в фазе с падающей!

## Менее плотная среда $n_2 < n_1$ :

- $\rho > 0$ , отражение в фазе
- Аналог: отражение от свободного конца

# Изменение фазы при отражении

## Прошедшая волна

- $\tau > 0$ , всегда в фазе с падающей!

## Менее плотная среда $n_2 < n_1$ :

- $\rho > 0$ , отражение в фазе
- Аналог: отражение от свободного конца

## Более плотная среда $n_2 > n_1$ :

- $\rho < 0$ , отражение в противофазе (потеря полуволны)
- Аналог: отражение от закреплённого конца

# Изменение фазы при отражении

## Прошедшая волна

- $\tau > 0$ , всегда в фазе с падающей!

## Менее плотная среда $n_2 < n_1$ :

- $\rho > 0$ , отражение в фазе
- **Аналог:** отражение от свободного конца

## Более плотная среда $n_2 > n_1$ :

- $\rho < 0$ , отражение в **противофазе** (потеря полуволны)
- **Аналог:** отражение от закреплённого конца

## Исключение:

- Полное внутреннее отражение!

# Изменение фазы при полном внутреннем отражении

- Формулы Френеля сохраняют свой вид!
- Но  $\cos \beta = \frac{k_{2z}}{k_2} = i\sqrt{\sin^2 \alpha - (\frac{n_2}{n_1})^2}$  — **мнимая величина!**
- Отражение **полное**:  $|\rho| = 1$
- $\arg \rho$  различен для *s*- и *p*- поляризаций

# Изменение фазы при полном внутреннем отражении

- Формулы Френеля сохраняют свой вид!
  - Но  $\cos \beta = \frac{k_{2z}}{k_2} = i \sqrt{\sin^2 \alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$  — **мнимая величина!**
  - Отражение **полное**:  $|\rho| = 1$
  - $\arg \rho$  различен для *s*- и *p*- поляризаций
- 
- Линейно поляризованные отражённые волны становятся поляризованными эллиптически