

Динамическое программирование [6]

А. Кузнечик

2 секунды, 64 мегабайта

Кузнечик Пётр живёт на числовой прямой и ему нужно попасть из точки 0 в точку  $n$ , он может прыгать только в сторону увеличения координат не более чем на  $k$  шагов, то есть первый прыжок он может осуществить только в точки  $1, 2, \dots, k$ . Помогите ему определить сколькими путями он сможет это сделать, так как ответ может быть очень большой выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

Входные данные

В единственной строке вам даны два числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq n, k \leq 2 \cdot 10^4$ ) — пункт назначения и максимальная длина прыжка кузнечика.

Выходные данные

Выведите единственное число — ответ на задачу.

входные данные
10 2
выходные данные
89

входные данные
20000 2
выходные данные
437241455

В. Непростой кузнечик

1 секунда, 256 мегабайт

Кузнечик Пётр живёт на числовой прямой и ему нужно попасть из точки 1 в одну из точек интервала с  $l$  по  $r$  включительно, он может прыгать только в точки чьи координаты делятся на координаты его текущей точки, то есть из точки  $i$  прыжок он может осуществить только в точки  $2 \cdot i, 3 \cdot i, 4 \cdot i, \dots$ . Помогите ему определить сколькими путями он сможет это сделать, так как ответ может быть очень большой выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

Входные данные

В единственной строке вам даны два числа  $l$  и  $r$  ( $1 \leq l \leq r \leq 2 \cdot 10^6$ ) — левая и правая границы интервала назначения кузнечика.

Выходные данные

Выведите единственное число — ответ на задачу.

входные данные
1 10
выходные данные
19

входные данные
10 20000
выходные данные
8630336

С. Кузнечик и опасности

2 секунды, 64 мегабайта

Кузнечик Пётр живёт на числовой прямой и ему нужно попасть из точки 0 в точку  $n$ , он может прыгать только в сторону увеличения координат не более чем на  $k$  шагов, то есть первый прыжок он может осуществить только в точки  $1, 2, \dots, k$ . Однако не все места на числовой прямой безопасны, в некоторых точках зазевавшегося путника ждут неприятности. Гарантируется, что начало и конец пути безопасны. Помогите кузнечiku определить сколькими путями он сможет добраться до пункта назначения не проходя через небезопасные точки, так как ответ может быть очень большой выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

Входные данные

В первой строке вам даны три числа  $n, k$  ( $1 \leq n, k \leq 2 \cdot 10^4$ ) и  $m$  ( $0 \leq m < n$ ) — пункт назначения, максимальная длина прыжка кузнечика и количество опасных точек. В следующей строке вам даны  $m$  чисел  $a_i$  ( $1 \leq a_i < n$ ) — номера опасных точек, все номера попарно различны.

Выходные данные

Выведите единственное число — ответ на задачу.

входные данные
7 3 2
1 6
выходные данные
9

входные данные
10 2 5
1 3 5 7 9
выходные данные
1

Д. Кузнечик и алчность

2 секунды, 64 мегабайта

Кузнечик Пётр живёт на числовой прямой и ему нужно попасть из точки 0 в точку  $n$ , он может прыгать только в сторону увеличения координат не более чем на  $k$  шагов, то есть первый прыжок он может осуществить только в точки  $1, 2, \dots, k$ . Недавно была произведена распродажа чисел на числовой прямой и каждое из них теперь кому-то принадлежит, понятное дело, теперь все хотят как-то отбить свои вложения, поэтому за посещение каждого числа была установлена какая-то цена. Ваша задача помочь кузнечiku потратить как можно меньше денег на своём пути.

Входные данные

В первой строке вам даны два числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq n, k \leq 2 \cdot 10^4$ ) — пункт назначения и максимальная длина прыжка кузнечика. В следующей строке вам дано  $n - 1$  число  $a_i$  ( $0 \leq a_i \leq 10^9$ ) — цены за посещение каждого числа с 1 по  $n - 1$ .

Выходные данные

В первой строке выведите единственное число минимальное количество денег, которые придётся потратить Петру. В следущей строке выведите длину пути, который позволит потратить столько денег. В третьей строке выведите посещённые точки в порядке возрастания.

входные данные
10 1
1 1 0 0 1 1 1 0 0

<b>выходные данные</b>
5 11 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
<b>входные данные</b>
10 2 1 1 0 0 1 1 1 0 0
<b>выходные данные</b>
2 6 0 2 4 6 8 10

Е. Черепашка и опасности

1 секунда, 64 мегабайта

Черепашка живёт на прямоугольном поле и хочет добраться из точки  $(0, 0)$  в точку  $(n, m)$ . Передвигается она таким образом, что из точки с координатами  $(i, j)$  может попасть только в точки  $(i + 1, j)$  и  $(i, j + 1)$ . Однако не все места на поле безопасны, в некоторых точках зазевавшегося путника ждут неприятности. Гарантируется, что начало и конец пути безопасны. Помогите черепашке определить сколькими путями она сможет добраться до пункта назначения, не проходя через небезопасные точки. Так как ответ может быть очень большой выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

Входные данные

В первой строке вам даны три числа  $n, m$  ( $0 \leq n, m \leq 1000$ ) и  $k$  ( $0 \leq k \leq (n + 1) \cdot (m + 1) - 2$ ) — пункт назначения и количество опасных точек. В следующих  $k$  строках вам даны по два числа  $x_i$  и  $y_i$  ( $0 \leq x_i \leq n$ ), ( $0 \leq y_i \leq m$ ) — координаты опасных точек.

Выходные данные

Выведите единственное число — ответ на задачу.

<b>входные данные</b>
4 4 0
<b>выходные данные</b>
70

<b>входные данные</b>
4 4 3 0 4 2 2 4 0
<b>выходные данные</b>
32

Ф. Диггер

1 секунда, 64 мегабайта

Когда гонорары известнейшего певца из КБ «Филипп» стали падать, он решил пойти подрабатывать диггером. У кого-то взял карту с отмеченными сокровищами, нашёл лопату. Но копать ему было невероятно лень, поэтому он мог пройти только по одному маршруту на карте. Помогите ему определить этот маршрут.

Карта представляет собой прямоугольник, разбитый на множество прямоугольников-секторов. Певец идет из верхнего левого угла в нижний правый, причем шагнуть может только вправо, вниз или вправо-вниз. Помогите ему найти как можно больше золота.

Входные данные

В первой строке даны пара чисел  $n$  и  $m$  — размеры исходного прямоугольника (оба числа не превышают 100). Затем следует матрица, которая содержит количество золота в каждом секторе прямоугольника — неотрицательное число, не превосходящее 100.

Выходные данные

Задачи - Codeforces

В единственной строке выведите наибольшее число золота, которое певец сможет собрать по алгоритму.

<b>входные данные</b>
3 4 1 10 8 8 0 0 1 8 0 27 0 4
<b>выходные данные</b>
42

Г. Преобразуй число

1 секунда, 256 мегабайт

Имеется натуральное число  $N$ . За один ход можно вычесть из него единицу, поделить на два или поделить на три. Делить можно только нацело. Цена каждого хода — само число, над которым производится операция. Ваша задача — преобразовать число  $N$  в единицу за минимальную стоимость.

Входные данные

В единственной строке находится натуральное число  $N$  ( $2 \leq N \leq 2 \cdot 10^7$ )

Выходные данные

Выведите единственное число — ответ на задачу.

<b>входные данные</b>
82
<b>выходные данные</b>
202

В первом тестовом примере следует сначала вычесть единицу, а потом делить на три. Получим  $82 + 81 + 27 + 9 + 3 = 202$ .

Н. Наибольшая возрастающая подпоследовательность

1 секунда, 256 мегабайт

Вам дана последовательность чисел  $a_i$  длины  $n$ . Возрастающая подпоследовательность последовательности  $a$  — такая последовательность  $a_{j_1}, a_{j_2}, \dots, a_{j_k}$ , где  $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_k \leq n$  и  $a_{j_1} < a_{j_2} < \dots < a_{j_k}$ .

Ваша задача — найти возрастающую подпоследовательность последовательности  $a$  наибольшей длины.

Входные данные

На первой строке находится число  $T$  ( $1 \leq T \leq 10^3$ ) — число запросов в тесте. Каждый тест описывается числом  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^4$ ) — количеством элементов в последовательности. В следующей строке находятся элементы последовательности  $a$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ).

Гарантируется, что сумма  $n$  по всем запросам не превышает  $10^4$ .

Выходные данные

Выведите длину наибольшей возрастающей подпоследовательности, в следующей строке выведите индексы элементов последовательности, входящие в ответ. Если возможных верных подпоследовательностей несколько, выведите любую из них.

<b>входные данные</b>
4 5 3 1 5 2 4 6 2 1 4 3 6 5 5 4 1 5 3 2 6 3 29 5 5 28 6

выходные данные

3  
2 4 5  
3  
1 3 5  
2  
1 3  
3  
1 3 5

I. Количество чисел

1 секунда, 256 мегабайт

Посчитайте количество чисел с **не более** чем  $N$  разрядами, сумма цифр которых равна  $S$ . Так как ответ может быть очень большим, выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

Входные данные

В первой строке вам дано единственное число  $T$  ( $1 \leq T \leq 10^3$ ) — количество тестов во входном файле. В следующих  $T$  строках вам даны пары чисел  $N$  и  $S$  ( $1 \leq N \leq 100; 0 \leq S \leq 1000$ ).

Выходные данные

Выведите  $T$  чисел в отдельных строках — ответы на все тесты во входном файле.

входные данные

4  
1 9  
2 9  
3 9  
100 9

выходные данные

1  
10  
55  
395854523

J. НОД на клетчатом поле

2 секунды, 256 мегабайт

Совсем недавно Василий узнал про алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя двух чисел. Наибольшим общим делителем двух чисел  $a$  и  $b$  называется наибольшее число, на которое  $a$  и  $b$  делятся без остатка. С помощью этих знаний Василий может решить задачу, которую он когда-то не решил.

У Василия есть клетчатое поле  $n$  строк на  $m$  столбцов, на пересечении  $i$  строки и  $j$  столбца находится число  $a_{ij}$ . Василий хочет попасть из левого верхнего угла в правый нижний угол и узнать, какой НОД у всех чисел на пути. Разрешается двигаться только вниз и вправо. Василий выписал несколько путей и получил разные значения НОД, ему стало интересно, какой максимальный НОД можно получить.

К сожалению, Василий устал считать НОД чисел и поэтому просит Вас помочь ему найти максимальный НОД чисел на пути из левого верхнего угла в правый нижний угол клетчатого поля.

Входные данные

В первой строке записано целое число  $t$  ( $1 \leq t \leq 100$ ) — количество наборов входных данных. Далее следуют наборы входных данных.

В первой строке каждого набора заданы два целых числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n, m \leq 100$ ) — количество строк и столбцов клетчатого поля соответственно.

В следующих  $n$  строках находятся по  $m$  чисел ( $1 \leq a_{ij} \leq 10^6$ ) — числа, записанные в  $i$  строке и  $j$  столбце клетчатого поля.

Гарантируется, что суммы  $n$  и  $m$  не превосходят 1000 по всем наборам входных данных.

Выходные данные

Для каждого набора входных данных выведите единственное число — максимально возможный gcd на пути из клетки левой верхней клетки в правую нижнюю клетку.

входные данные

3  
1 3  
2 4 6  
3 1  
3  
6  
9  
2 2  
10 30  
15 20

выходные данные

2  
3  
10

K. Космические бои

1 секунда, 256 мегабайт

Василий является стрелком на космическом корабле. В бою его задача нанести по кораблю противника несколько разрезов лазером в фиксированном порядке.

Разрез представляет собой отрезок на плоскости, по которому должен пройти луч лазера, направление прохода по отрезку не фиксировано. Лазер движется по плоскости с некоторой фиксированной скоростью, может мгновенно изменять направление своего движения, но не может телепортироваться из одной точки в другую, необходимо оптимизировать длину пройденного лазером пути. Найдите кратчайший путь лазера, включающий в себя все отрезки в заданном во входных данных порядке.

При необходимости лазер может проходить по одной точке неограниченное число раз.

Входные данные

В первой строке дано единственное число  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) — количество разрезов, которые должен произвести лазер. В следующих  $N$  строках даны описания самих разрезов в виде пар координат концов каждого из них  $x_{ai}, y_{ai}, x_{bi}, y_{bi}$ . Все координаты во входных данных являются целочисленными и не превышают по модулю  $10^4$ .

Выходные данные

Выведите единственное число — длину кратчайшего пути лазера. Абсолютная или относительная погрешность ответа не должна превышать  $10^{-6}$ .

входные данные

2  
1 0 -1 0  
1 0 -1 0

выходные данные

4.0000000

входные данные

2  
1 0 -1 0  
0 1 0 -1

выходные данные

5.4142136

входные данные

2  
-1 0 1 1  
0 0 2 0

<b>выходные данные</b>
5.2360680

<b>входные данные</b>
3 0 0 0 1 0 2 0 3 0 1 0 2
<b>выходные данные</b>
5.0000000

В первом тесте выгодно пройти по отрезку  $(1, 0)$   $(-1, 0)$  сначала в одном направлении, а затем в обратном.

В четвёртом тесте выгодно начать в точке  $(0, 0)$ , отправиться в точку  $(0, 1)$ , таким образом совершив первый разрез, затем в точку  $(0, 3)$ , пройдя по второму разрезу, а затем отправиться в точку  $(0, 1)$ , совершив по пути последний разрез.

L. Стройся!

1 секунда, 64 мегабайта

Товарищ майор любит очень любит дисциплину, однако он также любит разнообразие. Под его командованием находится рота из  $n$  солдат. Каждому солдату майор присвоил номера от 1 до  $n$  в порядке убывания роста. Для того, чтобы ежедневное построение на плацу не наскучило ему, он придумал новые правила расположения солдат:

- Солдат с номером 1 стоит первым.
- Разность номеров соседних солдат не превышает 2.

Зная, что товарищ майор успокоится и отправит солдат в запас только когда попробует все возможные построения удовлетворяющие правилам, они хотят узнать оставшийся срок службы. Помогите им вычислить количество дней до возвращения домой.

**Входные данные**  
В единственной строке записано одно число  $n$  ( $1 \leq n \leq 111$ ) - количество солдат в роте.

**Выходные данные**  
Выведите оставшийся срок службы в днях.

<b>входные данные</b>
4
<b>выходные данные</b>
4

<b>входные данные</b>
3
<b>выходные данные</b>
2

При  $n = 4$  существуют следующие построения:  $(1,2,3,4)$ ,  $(1,3,2,4)$ ,  $(1,3,4,2)$ ,  $(1,2,4,3)$ .

[Codeforces](#) (c) Copyright 2010-2023 Михаил Мирзаянов  
Соревнования по программированию 2.0