

Арифметика в кольце вычетов, комбинаторика [7]

А. Степень

1 секунда, 256 мегабайт

Вычислите результат возведения a в степень n по модулю $10^9 + 7$.

Входные данные

В первой строке вам задано единственное число T ($1 \leq T \leq 10^5$) — количество тестов. В следующих T строках вам заданы тесты в виде пар целых чисел a и n ($0 \leq a \leq 10^9, 0 \leq n \leq 10^{18}; a + n > 0$).

Выходные данные

Для каждого теста в отдельной строке выведите результат вычисления a^n по модулю $10^9 + 7$.

входные данные
3
2 1
2 2
2 10
выходные данные
2
4
1024

В. Подготовка

1 секунда, 256 мегабайт

Вам заданы два массива из N целых чисел A и P . Пусть числа в массиве P задают вероятности в формате $p_i = P_i / \sum P$. Ваша задача — сопоставить числа из массива A с вероятностями их выбора из массива P , так чтобы математическое ожидание выбора было наибольшим.

Входные данные

В первой строке вам дано единственное целое число N ($1 \leq N \leq 10^5$) — число элементов в массивах. В следующих двух строках вам заданы сами массивы, сначала A затем P . Массивы задаются набором чисел разделённых пробелом x_i ($1 \leq x_i \leq 10^5$).

Выходные данные

Выведите ответ на задачу, его абсолютная либо относительная погрешность не должна превышать 10^{-6} .

входные данные
6
1 2 3 4 5 6
1 1 1 1 1 1
выходные данные
3.500000000000000000000000

С. Хороводоводы

1 секунда, 64 мегабайта

Хороводоводы собрались водить хоровод. Они решили, что не закончат водить хороводы пока не проведут хоровод в каждой из возможных последовательностей хороводоводов. Так же хороводы они водят в разных направлениях, поэтому хороводы отличающиеся только направлением расстановки танцоров считаются одинаковыми.

Входные данные

Вам дано одно число N ($3 \leq N \leq 10^7$) — количество хороводоводов.

Выходные данные

Выведите единственное число, количество различных хороводов состоящих из N хороводоводов по модулю $10^9 + 7$.

входные данные
3
выходные данные
1

входные данные
4
выходные данные
3

В первом примере существует только один возможный хоровод $1 - 2 - 3 - 1$. Независимо от перестановки танцоров новых хороводов не образуется.

Д. Подсчёт анаграмм

2 секунды, 64 мегабайта

Посчитайте количество анаграмм у заданной строки.

Входные данные

Вам задана строка s ($1 \leq |s| \leq 10^5$), состоящая из строчных латинских букв.

Выходные данные

Выведите количество анаграмм заданной строки по модулю $10^9 + 7$.

входные данные
word
выходные данные
24

входные данные
cool
выходные данные
12

Е. Геометрическая прогрессия

1 секунда, 256 мегабайт

Вычислите сумму геометрической прогрессии с заданными параметрами по модулю $10^9 + 7$.

Входные данные

В первой строке вам задано количество тестов T ($1 \leq T \leq 10^5$). В следующих T строках даны тесты в виде трёх целых чисел b_1, q и n ($0 \leq b_1, q, n \leq 10^6$).

Выходные данные

Для каждого теста выведите результат вычисления суммы геометрической прогрессии по заданному модулю в отдельной строке.

входные данные
2
2 5 4
1 2 10
выходные данные
312
1023

F. Никита и маркеры

1 секунда, 256 мегабайт

Никита работает в институте M^* преподавателем по алгоритмам и структурам данных. Для объяснения он использует доску и маркеры, однако приходится так много писать, что маркера хватает **ровно на одну лекцию**. Сейчас только начало учебного года, поэтому Никита хочет оценить, насколько ему хватит маркеров для проведения занятий.

В лекционной аудитории есть два ящика с маркерами. В каждом ящике находится N одинаковых маркеров. Каждую лекцию Никита равновероятно выбирает ящик и достаёт из него маркер для объяснения очередного алгоритма или структуры данных.

Никита интересуется, какова вероятность того, что когда он в первый раз откроет пустой ящик, в другом будет ровно k маркеров.

Входные данные

В первой строке заданы два целых числа n и k ($1 \leq k \leq n \leq 2000$) — количество маркеров в ящиках и интересующее Никиту число оставшихся маркеров.

Выходные данные

Выведите единственное число — ответ на задачу. Ответ требуется вывести в следующем виде: пусть искомая вероятность представима в виде несократимой дроби $P = \frac{a}{b}$, тогда ответом будет число $a \cdot b^{-1} \mod (10^9 + 7)$.

входные данные
1 1
выходные данные
500000004

входные данные
2 1
выходные данные
375000003

входные данные
2 2
выходные данные
250000002

В первом тесте искомая вероятность $P = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$, тогда ответ равен $1 \cdot 2^{-1} \mod (10^9 + 7) \equiv 500000004 \mod (10^9 + 7)$.

Во втором тесте вероятность $P = \frac{3}{8}$.

В третьем тесте вероятность $P = \frac{1}{4}$.

G. Странные кости

2 секунды, 64 мегабайта

У вас есть две кости, каждая из которых описывается количеством своих граней и значениями, написанными на каждой грани. Каждая грань кости может выпасть с одинаковой вероятностью. Рассчитайте вероятность того, что сумма значений выпавших на костях после броска будет лежать в заданном промежутке.

Входные данные

Задачи - Codeforces

В первой строке вам заданы два числа N и M ($1 \leq N, M \leq 10^5$) — количество граней у первой и второй кости соответственно. Во второй строке через пробел заданы N значений написанных на гранях первой кости a_i . В третьей строке через пробел заданы M значений написанных на гранях второй кости b_j ($1 \leq a_i, b_j \leq 10^6$). В последней строке вам заданы два числа l и h ($1 \leq l \leq h \leq 10^6$) — верхняя и нижняя границы интервала соответственно.

Выходные данные

Выведите ответ на задачу с абсолютной либо относительной погрешностью не больше 10^{-9} .

входные данные
6 6 1 2 3 4 5 6 1 2 3 4 5 6 7 7
выходные данные
0.16666666666666665741

H. Кольцо вычетов

1 секунда, 256 мегабайт

Множество всех чисел, сравнимых с a по модулю m , $\{m \cdot k + a\}$, называется классом вычетов a по модулю m . Таким образом, сравнение $a \equiv b \mod m$ равносильно равенству классов вычетов a и b по модулю m .

Множество всех классов вычетов по модулю m называется кольцом вычетов и обозначается \mathbb{Z}_m .

Вам даны два числа, a и m . Ваша задача — найти минимальный неотрицательный элемент b в кольце вычетов \mathbb{Z}_m такой, что $a \cdot b \equiv 1 \mod m$.

Входные данные

В единственной строке вам дано два целых неотрицательных числа a и m ($-10^9 \leq a \leq 10^9, 2 \leq m \leq 10^9$).

Выходные данные

Выведите ответ на поставленную задачу, либо -1 , если ответа не существует.

входные данные
2 5
выходные данные
3

входные данные
2 8
выходные данные
-1

I. Расстановки ладей

1 секунда, 64 мегабайта

Посчитайте количество различных способов расставить k ладей на доске размером $n \times n$ так, чтобы они не били друг друга.

Входные данные

В одной строке вам даны два числа n и k ($1 \leq n, k \leq 100$) - размер доски и количество ладей.

Выходные данные

Выведите ответ на задачу по модулю $10^9 + 7$.

входные данные
8 1

выходные данные
64

входные данные
8 8
выходные данные
40320

выходные данные
1
1
2
3
5
8
13
21
34
55

J. Черепашка в безопасности

1 секунда, 256 мегабайт

Черепашка живёт на прямоугольном поле и хочет добраться из точки $(0, 0)$ в точку (n, m) . Передвигается она таким образом, что из точки с координатами (i, j) может попасть только в точки $(i + 1, j)$ и $(i, j + 1)$. Помогите черепашке определить, сколькими путями она сможет добраться до пункта назначения. Так как ответ может быть очень большой, выведите его по модулю $10^9 + 7$

Входные данные

В первой строке вам даны два числа n и m $(0 \leq n, m \leq 10^7)$ — пункт назначения.

Выходные данные

Выведите единственное число — ответ на задачу

входные данные
4 4
выходные данные
70

K. Быстрый Фибоначчи

1 секунда, 8 мегабайт

Обратите внимание на нестандартное ограничение по памяти.

Последовательность чисел Фибоначчи определяется следующим образом: $F_1 = 1, F_2 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ для $3 \leq n$.

Ваша задача вычислить n число Фибоначчи. Так как ответ может быть очень большим, выведите его по модулю $10^9 + 7$.

Входные данные

На первой строке находится число T $(1 \leq T \leq 10^4)$ — число запросов в тесте. Каждый тест описывается единственным числом n $(1 \leq n \leq 10^{12})$.

Выходные данные

На каждый тестовый случай выведите единственное число — ответ на задачу.

входные данные
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

[Codeforces](#) (c) Copyright 2010-2023 Михаил Мирзаянов
Соревнования по программированию 2.0