

# PTC5890 – Filtros Adaptativos – P4 computacional

Marcelo Monari Baccaro – 8989262

A)

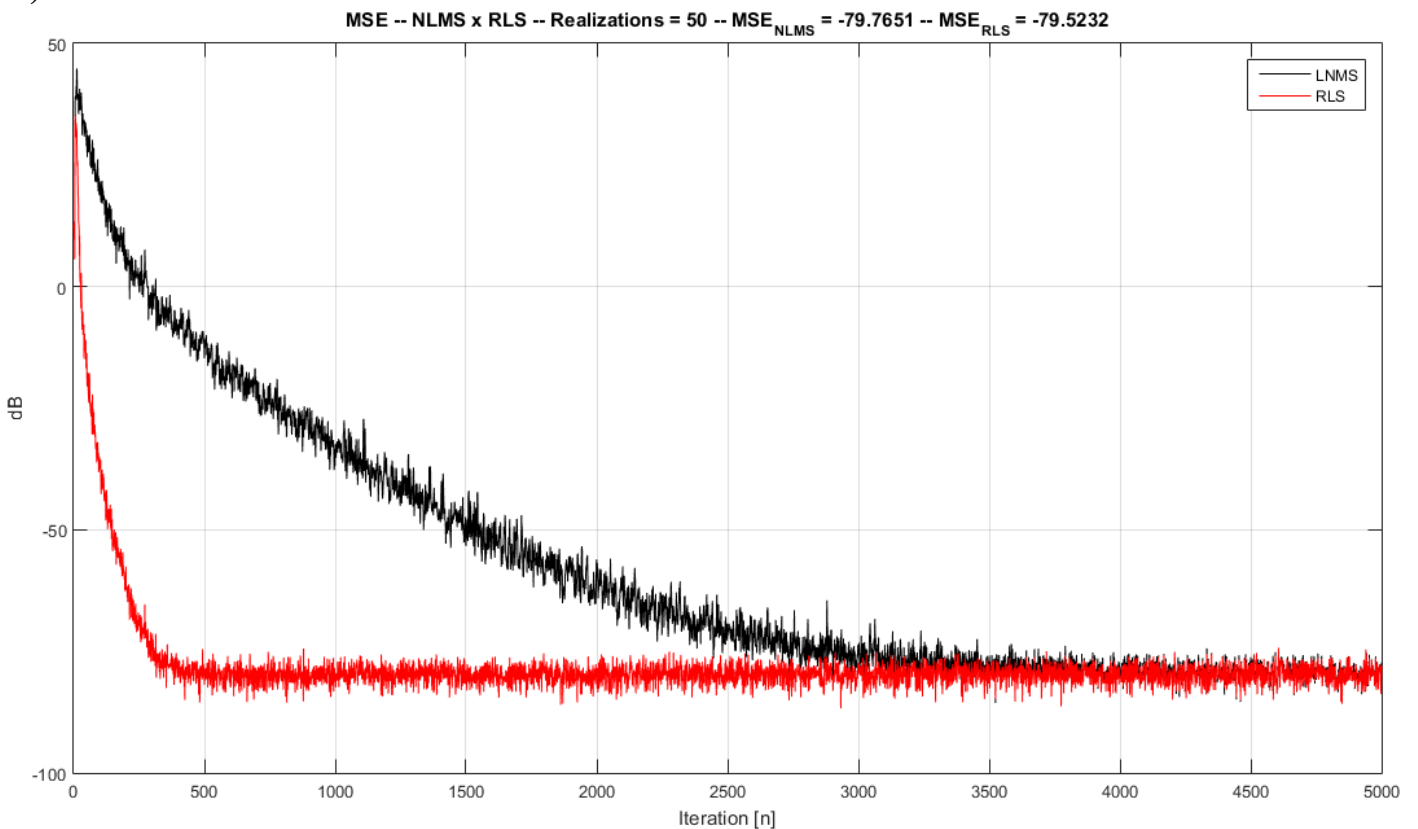
$$\text{EMSE}_{\text{RLS}} \approx \frac{(1 - \lambda) \cdot M \cdot \sigma_v^2}{2}$$

$$\text{EMSE}_{\text{NLMS}} \approx \frac{\tilde{\mu} \cdot \sigma_v^2}{2}$$

$$\text{EMSE}_{\text{RLS}} = \text{EMSE}_{\text{NLMS}} \Rightarrow \lambda = 1 - \frac{\tilde{\mu}}{M} = 1 - \frac{0.1}{10} = 0.99$$

-----/\/\/\/\/\-----/\/\/\/\/\/\/\-----/\/\/\/\/\-----

B)



Pela teoria de filtros adaptativos aplicados ao problema de identificação, temos que

$$\text{MSE}_{\text{NLMS}} = \text{EMSE}_{\text{NLMS}} + \sigma_v^2 \approx \frac{\tilde{\mu} \cdot \sigma_v^2}{2} + \sigma_v^2$$

$$20 \cdot \log_{10}(\text{MSE}_{\text{NLMS}}) \approx 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{0.1 \cdot 10^{-4}}{2} + 10^{-4} \right) \cong -79.5762 \text{ dB}$$

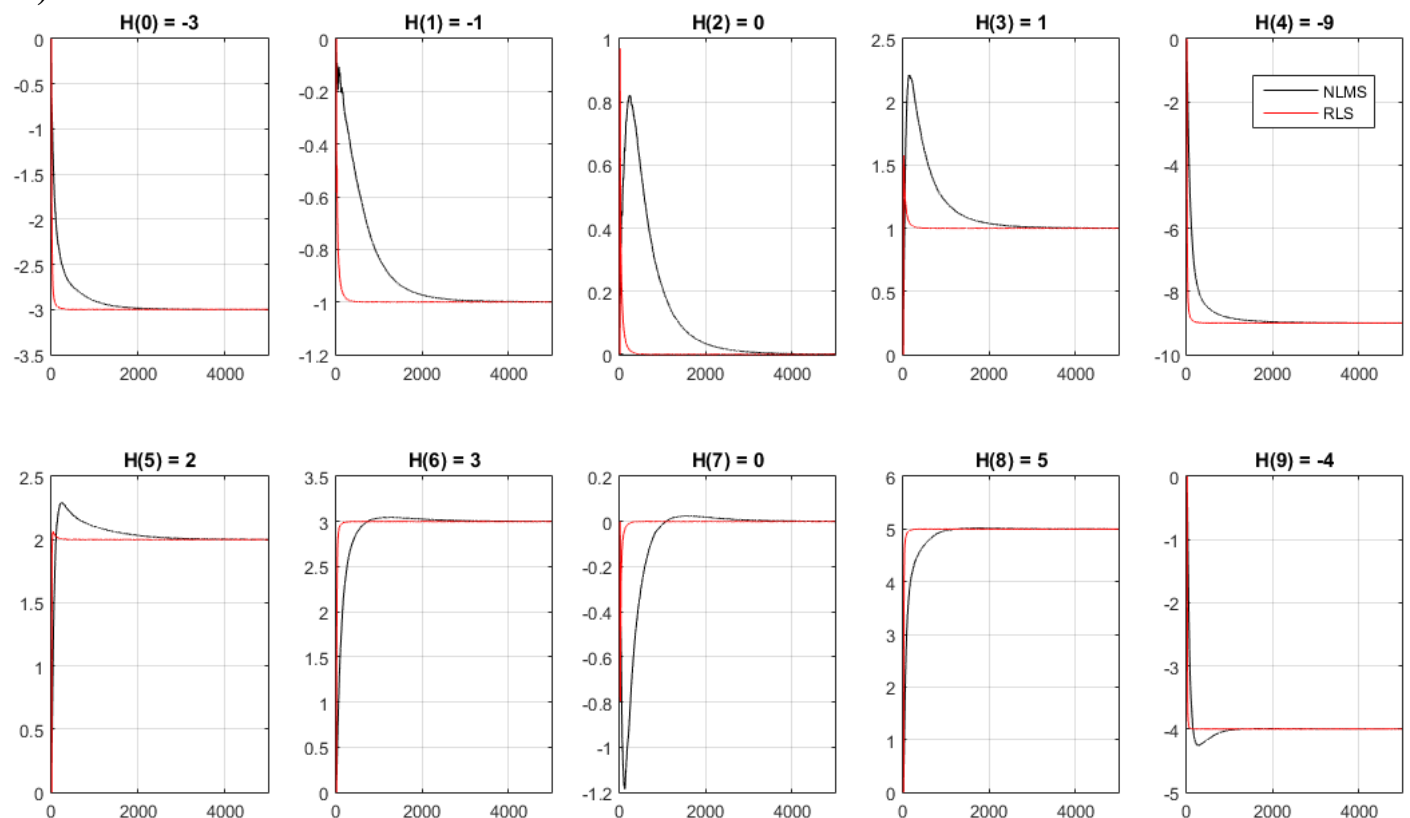
$$\text{MSE}_{\text{RLS}} = \text{EMSE}_{\text{RLS}} + \sigma_v^2 \approx \frac{(1 - \lambda) \cdot M \cdot \sigma_v^2}{2} + \sigma_v^2$$

$$20 \cdot \log_{10}(\text{MSE}_{\text{RLS}}) \approx 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{(1 - 0.99) \cdot 10 \cdot 10^{-4}}{2} + 10^{-4} \right) \cong -79.5762 \text{ dB}$$

No título da figura acima, temos os valores experimentais  $MSE_{NLMS} = -79.7651$  dB e  $MSE_{RLS} = -79.5232$  dB, que são obtidos ao fazer a média dos últimos 5% de dados dos respectivos filtros. Esses valores mostram que os resultados experimentais estão de acordo com os resultados teóricos. Além disso, ambos filtros de fato têm o mesmo valor de MSE em regime. É importante notar também que a convergência do filtro RLS é muito mais rápida do que a convergência do filtro NLMS, de forma que o RLS chega ao regime permanente em 500 iterações e o NLMS em 4000. Este resultado experimental é esperado pela teoria para o caso em que ambos têm o mesmo MSE em regime, de tal forma que a taxa de convergência da curva de aprendizagem do filtro RLS ( $\sim 2M$ ) é geralmente uma ordem de magnitude mais rápida que a do filtro LMS. Uma velocidade de convergência mais elevada e uma maior robustez são justamente as vantagens do filtro RLS frente aos filtros NLMS e LMS, em detrimento de um custo computacional maior e uma análise mais complexa.



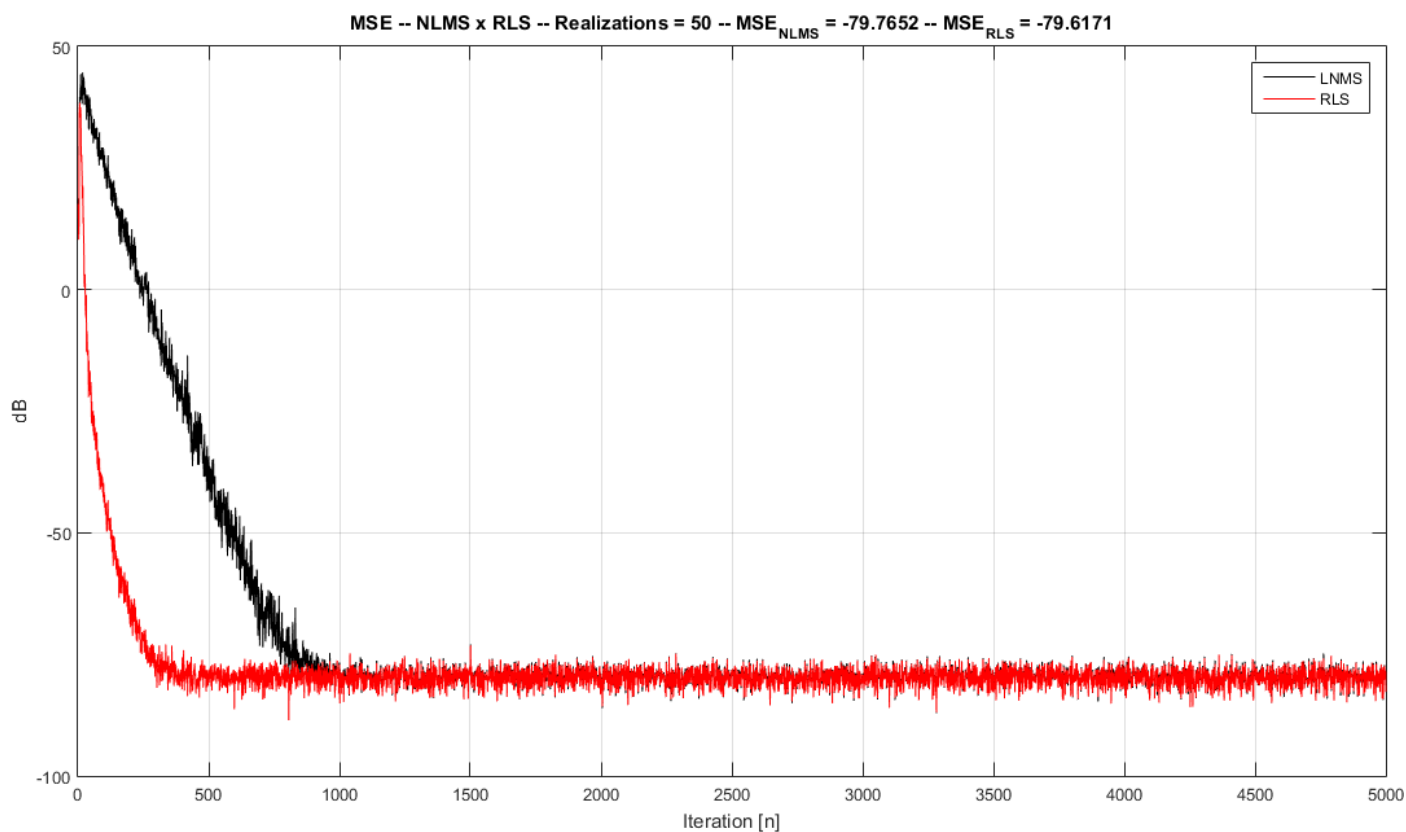
C)



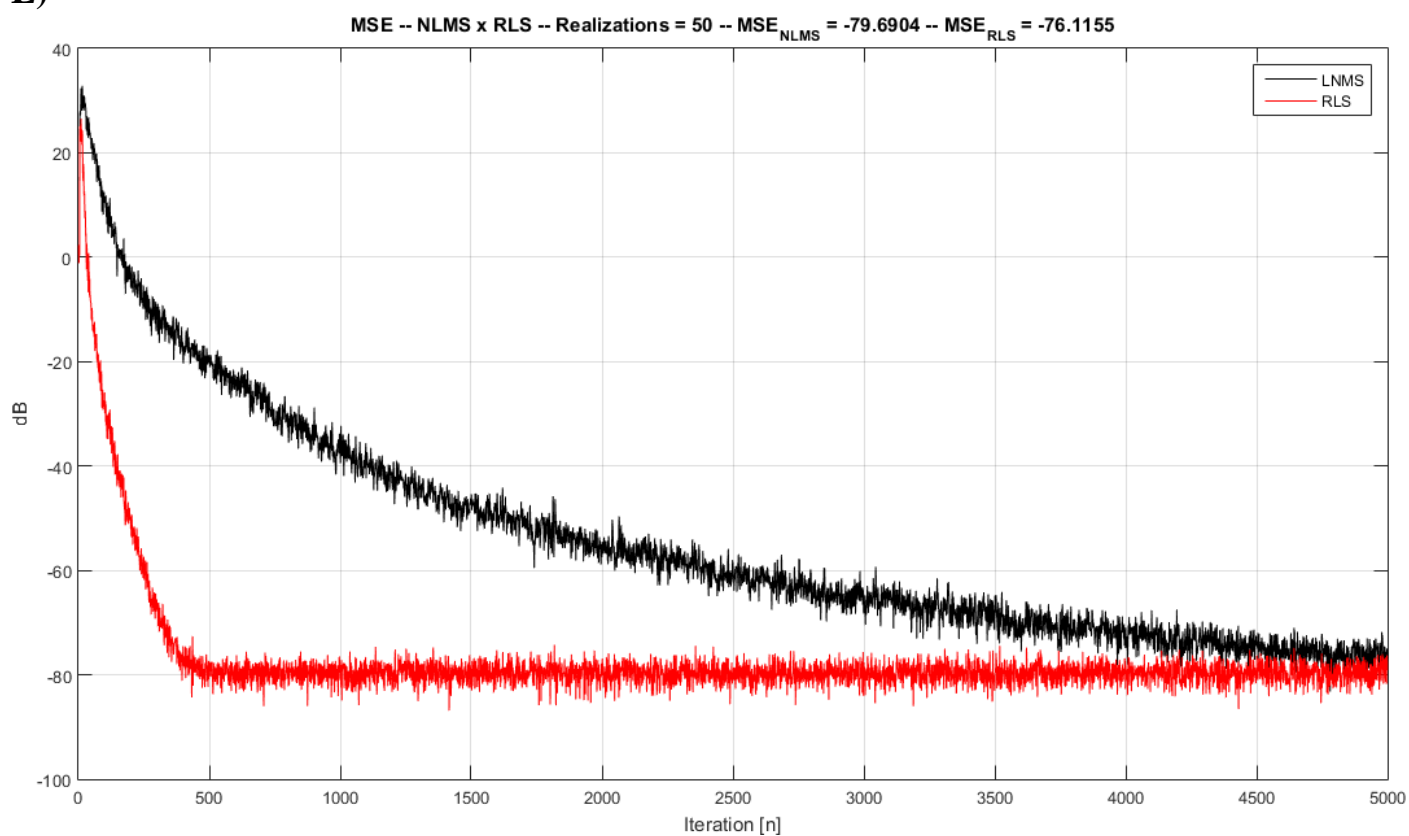
A figura acima mostra que ambas as estruturas de filtros adaptativos foram capazes de identificar os parâmetros do filtro FIR ótimo em menos de 5000 iterações. Entretanto, é notável a velocidade de convergência superior do filtro RLS em relação ao filtro NLMS. Como ambos têm o mesmo MSE em regime, então é esperado que filtro RLS seja mais rápido. Além disso, as velocidades de convergência dos parâmetros do filtro RLS são razoavelmente consistentes, pois são bem próximas. Ao contrário do filtro NLMS, em que temos grandes variações, a exemplo dos parâmetros  $H(2)$  e  $H(9)$ , que convergem em, respectiva e aproximadamente, 4000 e 1000 iterações.



D)



**E)**



**F)**

A partir das imagens dos itens B ( $b=0.7$ ), D ( $b=0.1$ ) e E ( $b=0.93$ ), é possível notar que a velocidade de convergência do filtro NLMS diminui conforme o valor de  $b$  aumenta, ou seja, conforme aumenta a correlação entre os dados de entrada. Entretanto, o filtro RLS sempre tem a mesma velocidade de convergência ( $\sim 500$  iterações), o que mostra a sua robustez à variação da correlação dos dados de entrada. É importante apontar que a correlação dos dados da entrada não influencia o valor de regime para MSE.

Esse resultado é esperado pela teoria pois, conforme o final da seção 13.6 da 3ª ed. do livro do Haykin, o algoritmo do filtro RLS converge independentemente dos autovalores da matriz  $\mathbf{R}$ , que seria a matriz de correlação dos dados de entrada. Enquanto que o mesmo não ocorre com os filtros LMS e NLMS.