

Fonte DC variável chaveada com topologia forward: Uma aplicação de controle digital I-LQR/LQG

Marcelo Monari Baccaro

PMR - Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
São Paulo, Brasil
marcelo.baccaro@usp.br

Eduardo Lorenzetti Pellini

PEA - Engenharia de Energia e Automação Elétricas
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
São Paulo, Brasil
elpellini@usp.br

Abstract—Este artigo apresenta o projeto e a implementação virtual de um controlador digital LQR/LQG com ação integral no contexto de fonte chaveada variável, cuja topologia do conversor DC-DC é o *forward* com dois transistores. O modelo dinâmico da fonte considerado no projeto do controlador é linear e obtido do paradigma de espaço de estado médio.

A implementação virtual ocorre em duas partes. Na primeira parte, faz-se simulações no Matlab/Simulink do controlador em conjunto com o modelo médio linear da fonte chaveada. E, na segunda parte, faz-se simulações no PSIM do controlador em conjunto com o circuito equivalente da fonte chaveada implementado com diagramas de blocos. Em ambos, testa-se a rastreabilidade do sistema em malha fechada na presença de ruído, de perturbações nos parâmetros da planta e de quantização do ADC e do DAC. Além disso, no PSIM, verifica-se a variação da tensão de saída em regime permanente.

Index Terms—Fonte de alimentação, Conversor forward, Controle em tempo discreto, Controle LQR, Ação Integral, Observador LQG, Procedimento Pincer.

I. INTRODUÇÃO

A evolução da microeletrônica das últimas décadas possibilitou a miniaturização e o barateamento de equipamentos eletrônicos, como os computadores, tornando-os mais acessíveis ao consumo pelo público geral. A eletrônica de potência se beneficia diretamente dessa democratização de produtos eletrônicos, pois isto aumenta a quantidade de dispositivos que precisam uma alimentação regulada, o que abrange desde o gerenciamento energético dentro de aparelhos pessoais e os seus recarregadores portáteis, até o sistema de distribuição de energia, que possuem em comum o fato de serem estudados por essa área da eletrônica.

A eletrônica de potência não provê apenas arquiteturas de *hardware*, com componentes e dispositivos, para a resolução de problemas que envolvem a regulação do fluxo de energia elétrica entre sistemas. Para isto, a arquitetura do *hardware* eletrônico de potência sozinha é insuficiente e faz-se necessário ter um sistema de controle em malha fechada para regular esse fluxo.

Desde o início, a microeletrônica e a eletrônica de potência oferecem suporte mútuo. Antigamente, o sistema de controle de sistemas de potência só poderia ser realizado com componentes eletromecânicos ou analógicos, o que limitava o projeto do controlador apenas às técnicas clássicas simples. Mas, com

a evolução da microeletrônica, sistemas digitais tornaram-se mais acessíveis, o que possibilitou o uso abrangente de controladores digitais, na forma de um dispositivo computacional digital e seu *software*, fazendo interface com os demais componentes de potência.

Sistemas de controle são extremamente abrangentes e comuns, especialmente no setor industrial. Com a demanda crescente de inovação, performance, precisão e eficiência na engenharia, os sistemas físicos foram sendo estudados com maior profundidade e modelos mais complexos surgiram. E os controladores acompanharam este aumento de complexidade. Entretanto, realizar os controladores mais complexos (como o de realimentação de estados, preditivo, linearização entrada-saída, modo de deslizamento, entre outros) em sistemas analógicos é difícil ou até impossível. Assim, o controle digital ganhou espaço. E os sistemas de controle aplicados à eletrônica de potência também seguiram esta tendência, gerando conversores de potência quase que completamente digitais, o que aumentou não apenas a sua performance e eficiência, mas também a sua flexibilidade.

Com o tempo, até mesmo as fontes lineares ajustáveis de tensão contínua utilizadas por décadas em laboratórios de eletrônica foram substituídas por fontes chaveadas ajustáveis de tensão contínua completamente digitais, com dimensões reduzidas, mais leves, com mais funções de operação e interface com usuário.

II. PARÂMETROS DA FONTE CHAVEADA

A figura 1 mostra o diagrama geral de uma fonte chaveada de tensão com realimentação por controle digital. O bloco *Rede* é assumido com um gerador de tensão senoidal com frequência de 60Hz.

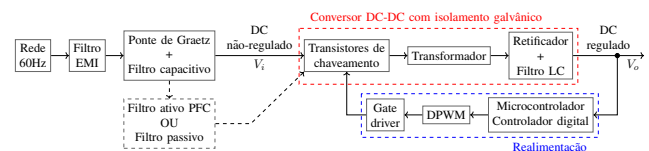


Fig. 1. Diagrama geral de fontes chaveadas com controle digital

O conjunto de blocos *transistores*, *transformador* e *retificador com filtro LC* formam o conversor DC-DC com

isolamento galvânico, cuja topologia é o forward com 2 transistores, que é mostrado na figura 2. O transformador é considerado linear com circuito equivalente ao da figura 3.

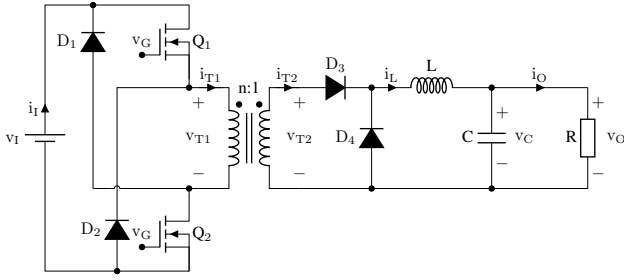


Fig. 2. Conversor forward com 2 transistores.

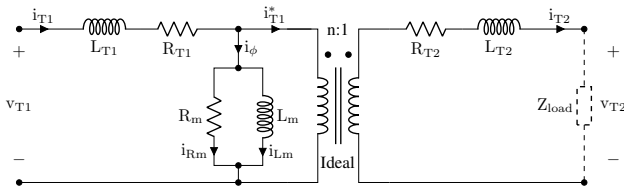


Fig. 3. Modelo linear do transformador.

O design do conversor forward é iterativo [1] e utiliza as equações de equilíbrio médio volt-segundo no indutor (e no transformador) e de equilíbrio médio ampère-segundo no capacitor, ambos em regime permanente e no período de oscilação da PWM. O design do transformador também é iterativo [2] e busca os parâmetros que geram a densidade de fluxo magnético ótimo que minimiza as perdas nos enrolamentos e no núcleo do transformador.

Os parâmetros nominais do conversor utilizados nas simulações da seção V estão listadas abaixo:

- Capacitor C: $C = 680\mu\text{F}$ e $R_C = 21\text{m}\Omega$;
- Indutor L: $L = 100\mu\text{H}$ e $R_L = 25\text{m}\Omega$;
- Diodos D_1, D_2, D_3 e D_4 : $V_f = 0.82\text{V}$, $R_f = 68.3\text{m}\Omega$ e $C_j = 430\text{pF}$;
- Transformador: $R_{T1} = 47.11\text{m}\Omega$, $L_{T1} = 4.66\mu\text{H}$, $N_1 = 21$, $R_{T2} = 19.73\text{m}\Omega$, $L_{T2} = 2.07\mu\text{H}$, $N_2 = 14$ e $L_m = 2162\mu\text{H}$;
- Transistores Q_1 e Q_2 : $R_{DS} = 0.55\Omega$ e $C_{rss} = 120\text{pF}$;
- Frequência de chaveamento: $f_s = 100\text{kHz}$;
- Saturação superior da PWM: $D_{MAX} = 0.45$.

O bloco *Ponte de Graetz com Filtro capacitivo* da figura 1 representa a ponte de diodos retificadora com capacitor em paralelo, como mostra o circuito da figura 4. O design de seus componentes [3] é baseado na oscilação admissível de tensão de entrada no conversor da figura 2, além da corrente eficaz que passa no filtro capacitivo e da corrente máxima que passa na ponte de diodos.

Os parâmetros nominais do retificador com filtro capacitivo utilizados nas simulações da seção V estão listadas abaixo:

- Capacitor Bulk: $C_{Bulk} = 1200\mu\text{F}$ e $ESR_{Bulk} = 60\text{m}\Omega$;

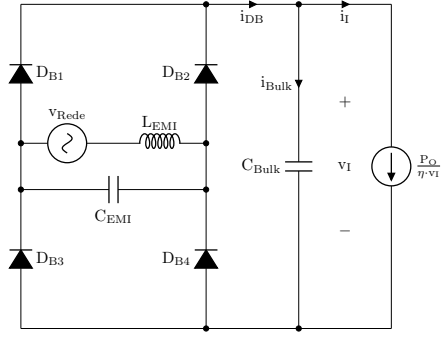


Fig. 4. Ponte de diodos retificadora com filtro capacitivo.

- Ponte de diodos: $V_{DB,f} = 1.1\text{V}$, $R_{DB,f} = 10\text{m}\Omega$ e $C_{DB,j} = 50\text{pF}$.

O bloco *Microcontrolador* da figura 1 é encarregado por implementar o algoritmo do controlador digital. O bloco *EMI* é responsável por filtrar ruído eletromagnético. O *Gate driver* é responsável pelo acionamento dos transistores de potência utilizados no chaveamento. E o *DPWM* é o gerador digital de PWM.

III. MODELAGEM DA FONTE CHAVEADA

Na fonte DC chaveada, devido a frequência de chaveamento elevada, a dinâmica do conversor da figura 2 é mais rápida que a dinâmica do retificador com filtro capacitivo da figura 4, a ponto da tensão fornecida pelo retificador ao conversor ser vista como constante pelo conversor. Assim, a dinâmica da tensão de saída da fonte chaveada pode ser razoavelmente aproximada pela dinâmica do conversor forward com tensão de entrada V_I constante, em que as variáveis de estado são a corrente do indutor i_L e a tensão no capacitor v_C , e a saída é a tensão v_O .

Em modo de condução contínua, o circuito do conversor forward da figura 2 tem apenas duas configurações: transistores Q_1 e Q_2 conduzindo, como mostra a figura 5; e transistores Q_1 e Q_2 cortados, como mostra a figura 6. O modelo chaveado (1) [4] apresenta em uma única equação a dinâmica linear por partes controlada pela função de chaveamento u_1 , sendo R_C a resistência do capacitor e R_L a resistência do indutor.

$$\begin{aligned} \dot{v}_C &= -\frac{1}{C \cdot (R + R_C)} \cdot v_C + \frac{R}{C \cdot (R + R_C)} \cdot i_L \\ i_L &= \frac{V_I \cdot u_1}{n \cdot L} - \frac{R \cdot v_C}{L(R + R_C)} - \left(R_L + \frac{R \cdot R_C}{R + R_C} \right) \frac{i_L}{L} \\ v_O &= \frac{R}{R + R_C} \cdot v_C + \frac{R \cdot R_C}{R + R_C} \cdot i_L \end{aligned} \quad (1)$$

Existe uma terceira configuração no circuito do conversor forward, em que a corrente do indutor zera em algum momento ao longo do ciclo de PWM. Entretanto, isto apenas ocorre quando o conversor entra em modo de condução descontinuo.

Entretanto, o único paradigma de controle que pode ser projetado usando o modelo chaveado (1) é o modo de deslizamento (*sliding mode*) com modulação Δ - Σ [5], que

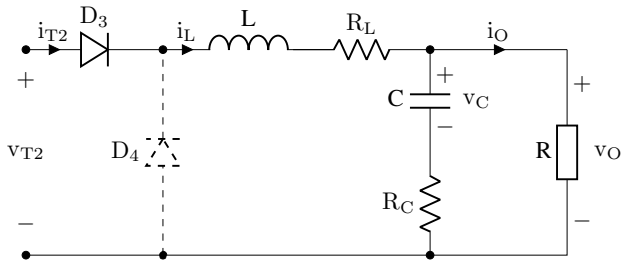


Fig. 5. Secundário do conversor forward com transistores Q_1 e Q_2 conduzindo, ou seja, $u_1 = 1$.

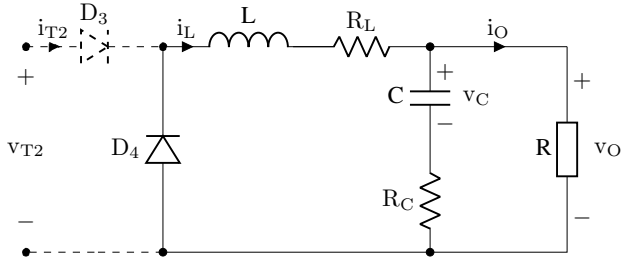


Fig. 6. Secundário do conversor forward com transistores Q_1 e Q_2 cortados, ou seja, $u_1 = 0$.

possui o problema de introduzir excitação de alta-frequência no circuito. Uma forma de limitar a frequência de operação é utilizar PWM (modulação por largura de pulso) com um período de chaveamento T_s constante e controlar o seu ciclo de trabalho d . Porém, este ciclo de trabalho apenas aparece como variável de controle em modelos médios no espaço de estados [4] e ele corresponde à porcentagem do período de chaveamento em que os transistores Q_1 e Q_2 estão conduzindo.

As equações (2) e (3) são, respectivamente, a equação de estados e a equação de saída, ambas obtidas do modelo chaveado (1) ao aplicar a técnica de espaço de estados médios.

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_C \\ \dot{i}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{C(R+R_C)} & \frac{R}{C(R+R_C)} \\ -\frac{R}{L(R+R_C)} & -\frac{1}{L} \left(R_L + \frac{R \cdot R_C}{R+R_C} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_I}{n \cdot L} \end{bmatrix} d \quad (2)$$

$$\bar{v}_O = \begin{bmatrix} \frac{R}{R+R_C} & \frac{R \cdot R_C}{R+R_C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} \quad (3)$$

Como o controlador proposto neste artigo é digital, ou seja, ele opera em tempo discreto, o modelo em tempo contínuo das equações (2) e (3) precisa ser discretizado. Utilizando os parâmetros da seção II e a função $c2d()$ com a opção 'Tustin' [6] e frequência de amostragem de $f_s = 100\text{kHz}$, obtém-se o modelo (4) discretizado em espaço de estado, em que Φ é a matriz de transição de estados, Γ é a matriz de controle e \mathbf{H} é a matriz de saída, como mostra a equação (5) do sistema linear discreto no espaço de estados.

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{bmatrix} 0.9978 & 0.0146 \\ -0.0995 & 0.9947 \end{bmatrix} & \Gamma &= \begin{bmatrix} 0.0876 \\ 11.9415 \end{bmatrix} \\ \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} 0.9958 & 0.0282 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \Phi \cdot \mathbf{x}[k] + \Gamma \cdot \mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}[k] + \mathbf{J} \cdot \mathbf{u}[k] \end{cases} \quad (5)$$

IV. PROJETO DO CONTROLADOR

A literatura consolidada em projeto de fontes DC chaveadas e conversores DC-DC em geral [1], [3] não costuma se aventurar além das técnicas de controle clássico em tempo contínuo. Um controlador clássico aplicado a conversores DC-DC pode seguir dois paradigmas: modo de tensão e modo de corrente. O modo de tensão possui uma única malha de controle, em que a tensão de saída do conversor é realimentada na entrada do controlador. Enquanto que o modo de corrente possui duas malhas: uma malha interna e rápida que controla a dinâmica da corrente do indutor, e outra externa e lenta que controla a tensão de saída. O controlador linear clássico é projetado utilizando o modelo médio linear do sistema, assim precisa-se usar o tanto o valor médio da tensão quanto da corrente, entretanto, como a corrente oscila rápido e com uma amplitude grande, projetar um circuito que extraia esse valor não é trivial [2]. Embora pode-se utilizar um filtro passa-baixa, ele gera um atraso no sistema, o que pode desestabilizar o sistema realimentado.

Em comparação ao controlador em modo de tensão, o controlador em modo de corrente é mais preciso e mais robusto, pois ele rejeita melhor perturbações na malha de dinâmica rápida ao atuar com uma alimentação adiante (*feedforward*) para a malha de dinâmica lenta [2]. Enquanto que, para o controlador em modo de tensão, a malha de dinâmica rápida é invisível. Entretanto, isto só é válido para o controlador clássico, pois, ao utilizar um controlador em espaço de estados, os estados do sistema podem ser estimados através de um observador (ou estimador) e do sinal da saída [6]. Ou seja, a corrente do indutor pode ser estimada a partir da tensão de saída, o que representa uma vantagem para o controlador no espaço de estado pois basta um único sensor. A vantagem da análise em espaço de estados não se resume apenas ao observador, ela também permite o projeto de controladores ótimos, como o LQR e o LTR, inclusive para sistemas MIMO [6].

A implementação analógica de um controlador no espaço de estados, mesmo sem observador, é razoavelmente mais complexa do que a implementação analógica de um controlador clássico. Entretanto, quando o algoritmo de controle é implementado por um sistema digital, a dificuldade de implementação desses dois paradigmas é praticamente a mesma. Assim, um controlador no espaço de estados em tempo discreto, operando no modo de corrente, é um substituto razoável para o seu concorrente baseado em teoria de controle clássico.

O modelo da fonte chaveada apresentado nas equações (2) e (3) é linear, entretanto o sistema real é não-linear. Além disso, parte da dinâmica foi propositalmente negligenciada. Desta maneira, precisa-se contornar essa deficiência do modelo com um controlador mais complexo, usando um paradigma robusto e/ou adaptativo. Esta seção propõe o projeto de um controlador

LQR/LQG com ação integral, que pode conferir certa robustez de estabilidade e de desempenho.

A. Controlador LQR

Um controlador linear no espaço de estados propõe um esforço de controle que seja uma combinação linear dos estados, como mostra a equação (6) para o caso de tempo discreto, em que \mathbf{K} é o ganho constante do controlador. Se o sistema dinâmico linear for controlável [6], então qualquer polo pode ser imposto em malha fechada e o ganho \mathbf{K} pode ser determinado.

$$\mathbf{u}[k] = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}[k] \quad (6)$$

Uma técnica de projeto de controle que permite facilmente encontrar o ganho \mathbf{K} é o LQR (Regulador Linear Quadrático), em que insere-se o projeto do controlador num problema de otimização de horizonte infinito, resultando num controle ótimo.

Problemas de otimização partem de um funcional ou função custo/objetivo, em que o controlador ótimo deve minimizá-lo ou maximizá-lo. Um funcional muito comum de ser utilizado é o quadrático [6], descrito pela equação (7), em que \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 são matrizes quadradas não-negativas definidas e são escolhidas pelo projetista. O controlador ótimo deve minimizá-lo, entretanto ele deve respeitar a restrição dinâmica da equação de estados do sistema discreto.

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{k=0}^N (\mathbf{x}^\top[k] \cdot \mathbf{Q}_1 \cdot \mathbf{x}[k] + \mathbf{u}^\top[k] \cdot \mathbf{Q}_2 \cdot \mathbf{u}[k]) \quad (7)$$

O problema de minimização de (7) com restrição dinâmica pode ser resolvido pela incorporação de multiplicadores de Lagrange [6]. Entretanto, o controlador ótimo resultante é não-linear pois o seu ganho é variante no tempo. Para torná-lo linear, considera-se execução em horizonte infinito, gerando o controlador LQR, cujo ganho é obtido da equação (8), em que \mathbf{S}_∞ vem da equação algébrica de Riccati (9).

$$\mathbf{K}_\infty = (\mathbf{Q}_2 + \Gamma^\top \cdot \mathbf{S}_\infty \cdot \Gamma)^{-1} \cdot \Gamma^\top \cdot \mathbf{S}_\infty \cdot \Phi \quad (8)$$

$$\mathbf{S}_\infty = \Phi^\top (\mathbf{S}_\infty - \mathbf{S}_\infty \Gamma (\mathbf{Q}_2 + \Gamma^\top \mathbf{S}_\infty \Gamma)^{-1} \Gamma^\top \mathbf{S}_\infty) \Phi + \mathbf{Q}_1 \quad (9)$$

Resolver a equação (9) para \mathbf{S}_∞ não é trivial. Felizmente, existe a função `dlqr()` do Matlab, que se encarrega de calcular o ganho \mathbf{K}_∞ do controlador, como mostra a equação (10). Porém, ainda resta definir as matrizes \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 .

$$\mathbf{K}_{LQR} = \text{dlqr}(\Phi, \Gamma, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2) \quad (10)$$

O Procedimento de Bryson [6] fornece uma diretriz para a escolha dessas matrizes, em que pode-se assumi-las diagonais. Para a matriz \mathbf{Q}_1 , cada entrada da diagonal equivale ao inverso quadrado do máximo desvio da sua respectiva variável de estado, conforme a equação (11). O mesmo é feito com a matriz \mathbf{Q}_2 e o máximo desvio da sua respectiva variável de controle, conforme a equação (12). Essas matrizes fazem uma ponderação entre o quadrado de cada variável de estado e de controle, assim, ao dividi-las pelo seu respectivo desvio

quadrático máximo, cada uma das parcelas fica limitada numa escala de 0 a 1.

$$Q_{1,ii} = \frac{1}{\max(x_i^2[k])} \quad (11)$$

$$Q_{2,jj} = \frac{1}{\max(u_j^2[k])} \quad (12)$$

A definição das matrizes \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 não garante que se atinja uma dada performe, como o tempo de assentamento. Uma maneira prática de se resolver este problema é utilizar o Procedimento Pincer [6]. Ele modifica a matriz de transição de estado para $\Phi_P = \alpha \cdot \Phi$ e a matriz de controle para $\Gamma_P = \alpha \cdot \Gamma$. Conforme a figura 7, isto impõe os polos de malha fechada no interior do círculo de raio α^{-1} no plano-z, para um dado $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \geq 1$.

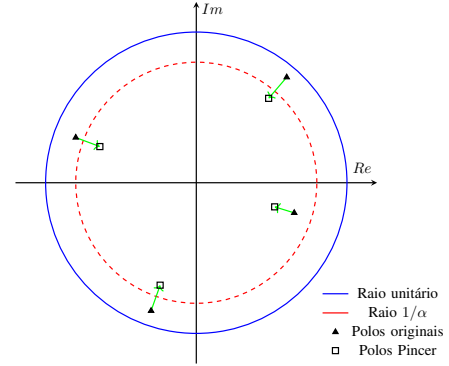


Fig. 7. Efeito do Procedimento Pincer nos polos no sistema em malha fechada.

O valor de α sintoniza a performance do sistema em malha fechada pela equação (13) [6], sendo p uma porcentagem do sinal de referência que a saída deve ser maior ou igual no instante do tempo de assentamento t_s (*settling time*), e T_s é o período de amostragem. A equação (14) mostra como obter o controle LQR com o Procedimento Pincer utilizando a função `dlqr()` do Matlab.

$$\alpha = p^{-\frac{T_s}{t_s}} \quad (13)$$

$$\mathbf{K}_{LQR,Pincer} = \text{dlqr}(\alpha \cdot \Phi, \alpha \cdot \Gamma, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2) \quad (14)$$

B. Ação integral

O problema de rastreamento (*tracking*) de uma referência constante (ou lentamente variável), também conhecido como problema de servo-mecanismo, no espaço de estados, pode ser resolvido utilizando a Ação Integral. Ela propõe aumentar (*augment*) a dimensão do sistema para incluir integradores em malha fechada, ou seja, polos em $(1 + j \cdot 0)$ no caso discreto [6].

A figura 8 mostra o diagrama de um controlador no espaço de estado com ação integral. Embora um observador de estados esteja indicado, pode-se fazer a realimentação negativa de estados com medições diretas na planta.

Um controlador no espaço de estados com ação integral não é tão robusto como um controlador H_∞ , H_2 , QFT, modo de deslizamento ou adaptativo. Entretanto, ele possui robustez de

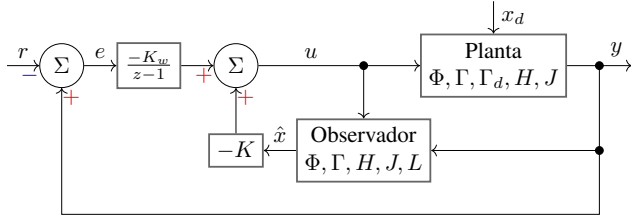


Fig. 8. Diagrama de controle no espaço de estados com ação integral e observador.

estabilidade e robustez de desempenho [6] que o permitem rejeitar incertezas do modelo linear da planta, tais como: descasamento (*mismatch*) ou deriva no valor de parâmetros; uso de modelos de ordem reduzida em que se despreza alguns polos mais rápidos; e presença de distúrbios constantes ou lentamente variáveis.

O desenvolvimento dessa técnica começa com a integração adiante (*forward Euler method*) do erro \mathbf{e} entre a saída \mathbf{y} do sistema e a referência \mathbf{r} (constante ou lentamente variável), o que gera a nova variável vetorial de estado \mathbf{w} , como mostra a equação (15).

$$\begin{aligned}\mathbf{w}[k+1] &= \mathbf{w}[k] + \mathbf{e}[k] \\ &= \mathbf{w}[k] + \mathbf{y}[k] - \mathbf{r}[k] \\ &= \mathbf{w}[k] + \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}[k] - \mathbf{r}[k]\end{aligned}\quad (15)$$

Juntando a equação de integração (15) com as equações (5) do sistema discreto, chega-se no sistema aumentado (16).

$$\mathbf{x}_I[k+1] = \Phi_I \cdot \mathbf{x}_I[k] + \Gamma_I \cdot \mathbf{u}[k] - \Gamma_r \cdot \mathbf{r}[k] \quad (16)$$

sendo que

$$\mathbf{x}_I[k] = \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{w}[k] \end{bmatrix} \quad \Phi_I = \begin{bmatrix} \Phi & \mathbf{0} \\ \mathbf{H} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad \Gamma_I = \begin{bmatrix} \Gamma \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \Gamma_r = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

A variável de controle também deve incluir os estados de integração na realimentação:

$$\mathbf{u}[k] = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{x}[k] - \mathbf{K}_w \cdot \mathbf{w}[k] = -\mathbf{K}_I \cdot \mathbf{x}_I \quad (17)$$

Ao utilizar a Ação Integral em parceria com o LQR (8), surge o LQI (integrador linear quadrático). Além disso, pode-se utilizar o Procedimento de Bryson e o Procedimento Pincer para facilitar o seu projeto. Entretanto, ao utilizar a equação (11) para gerar a matriz \mathbf{Q}_1 , não se deve supor um valor máximo para as variáveis de integração (\mathbf{w}), mesmo utilizando *anti-windup*. Assim, as entradas diagonais de \mathbf{Q}_1 referentes as essas variáveis devem ser nulas. O Procedimento Pincer é facilmente aplicado no projeto do LQI como mostra a equação (18), em que *dlqr()* é a função do Matlab da equação (10).

$$\mathbf{K}_{LQI, Pincer} = \text{dlqr}(\alpha \cdot \Phi_I, \alpha \cdot \Gamma_I, \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2) \quad (18)$$

O projeto do LQI começa com o aumento da dimensão do sistema (4) para incluir os integradores conforme a equação (16), resultado em (19).

$$\Phi_I = \begin{bmatrix} 0.9978 & 0.0146 & 0 \\ -0.0995 & 0.9947 & 0 \\ 0.9979 & 0.021 & 1 \end{bmatrix} \quad \Gamma_I = \begin{bmatrix} 0.0876 \\ 11.9415 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Na especificação das matrizes \mathbf{Q}_1 e \mathbf{Q}_2 , aplica-se o Procedimento de Bryson. Assumindo a máxima tensão de saída de 30V, ao desprezar a queda de tensão no resistor do capacitor, pode-se considerar que este também é o valor máximo da tensão do capacitor (v_C). Assumi-se também que o valor máximo da corrente do indutor (i_L) é 11.33A. Como a fonte chaveada é um sistema SISO de segunda ordem, apenas a terceira entrada da diagonal de \mathbf{Q}_1 é nula. Assim, obtém-se a matriz (20). O mesmo é feito com a matriz (21), em que o valor máximo da variável de controle d é 0.45.

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{30^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{11.33^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0.0011 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0078 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{Q}_2 = \frac{1}{0.45^2} \approx 4.94 \quad (21)$$

No aplicação do Procedimento Pincer, considera-se a porcentagem $p = 1\%$, o período de amostragem $T_s = 10\mu\text{s}$ e o tempo de assentamento $t_s = 10\text{ms}$, resultando em $\alpha = 1.0046$ pela equação (13). Este valor α em conjunto com as equações (19), (20) e (21) permitem calcular o ganho do controlador LQI através da equação (18), que retorna (22).

$$\mathbf{K}_{LQI, Pincer} = [0.0333 \quad 0.0325 \quad 0.00023] \quad (22)$$

C. Observador LQG

O filtro de Kalman é um observador de estados que possui diversas formas de ser implementado devido ao fato dele ser deduzido em contextos diferentes, por exemplo, processamento de sinais, fusão de sensores, controle ótimo e análise de equações de Riccati. Uma das formas de obter esse filtro surge ao modificar o filtro adaptativo RLS (mínimos quadrados recursivo) [6], de maneira que deve-se estimar os estados ao invés dos parâmetros do sistema.

Assim como os observadores de Luenberger [6], o filtro de Kalman também possui uma versão preditiva e outra corrente, sendo esta última mais utilizada. E, assim como o controlador ótimo LQR, ele também surge de um problema de otimização [6], em que o ganho de Kalman \mathbf{L} deve minimizar o funcional (23) para todos os instantes k , sendo que este funcional equivale à matriz de covariância do erro de estimação $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}[k] - \hat{\mathbf{x}}[k]$.

$$\mathbf{P}[k] = \mathcal{E}\{\tilde{\mathbf{x}} \cdot \tilde{\mathbf{x}}^\top\} = \mathcal{E}\{(\mathbf{x}[k] - \hat{\mathbf{x}}[k]) \cdot (\mathbf{x}[k] - \hat{\mathbf{x}}[k])^\top\} \quad (23)$$

Toma-se como modelo para o filtro de Kalman as equações (5) e acrescenta-se na saída um ruído estocástico aditivo \mathbf{v} e um distúrbio \mathbf{x}_d também estocástico na equação dos estados, resultando em (24).

$$\begin{cases} \mathbf{x}[k+1] = \Phi \cdot \mathbf{x}[k] + \Gamma \cdot \mathbf{u}[k] + \Gamma_d \cdot \mathbf{x}_d[k] \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}[k] + \mathbf{v}[k] \end{cases} \quad (24)$$

Assim como no controlador LQR (8) e (9), o filtro Kalman pode ser implementado considerando a convergência em horizonte infinito, resultando no estimador LQG (linear quadrático gaussiano), que é um observador linear. Note como (25) e

(8) são análogas. Assim como (26) e (9), em que ambas são equações algébricas discretas de Riccati.

$$\mathbf{L}_\infty = \mathbf{M}_\infty \cdot \mathbf{H}^\top \cdot (\mathbf{H} \cdot \mathbf{M}_\infty \cdot \mathbf{H}^\top + \mathbf{R}_v)^{-1} \quad (25)$$

$$\mathbf{M}_\infty = \Phi(\mathbf{M}_\infty - \mathbf{M}_\infty \mathbf{H}^\top (\mathbf{H} \mathbf{M}_\infty \mathbf{H}^\top + \mathbf{R}_v)^{-1} \cdot \mathbf{H} \mathbf{M}_\infty) \Phi^\top + \Gamma_d \mathbf{R}_d \Gamma_d^\top \quad (26)$$

Resolver a equação algébrica discreta de Riccati (26) não é uma tarefa trivial. Felizmente, o Matlab possui o método *kalman()*, que permite encontrar o ganho \mathbf{L}_{LQG} do filtro de Kalman com horizonte infinito, como mostra a equação (27).

$$[\sim, \mathbf{L}_{LQG}, \sim] = \text{kalman}(\text{sys}, \mathbf{R}_d, \mathbf{R}_v, \mathbf{0}) \quad (27)$$

O observador corrente LQG propõe a estrutura (28) [6], em que a primeira equação corresponde à atualização do estimador de estados e a segunda, ao extrapolar do estimador. A atualização do esforço de controle (6) ocorre entre essas equações e passa a utilizar o estado estimado $\mathbf{u}[k] = -\mathbf{K} \cdot \hat{\mathbf{x}}[k]$.

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}[k] = \tilde{\mathbf{x}}[k] + \mathbf{L}_{LQG} \cdot (\mathbf{y}[k] - \mathbf{H} \cdot \tilde{\mathbf{x}}[k]) \\ \tilde{\mathbf{x}}[k+1] = \Phi \cdot \tilde{\mathbf{x}}[k] + \Gamma \cdot \mathbf{u}[k] \end{cases} \quad (28)$$

Assume-se que o ruído de medição \mathbf{v} e o ruído de processo \mathbf{x}_d são WGN (ruído branco gaussiano), ou seja, processos estocásticos ergódicos IID (independente e identicamente distribuído) com função densidade de probabilidade gaussiana. Assim, as suas respectivas matrizes de covariância são $\mathbf{R}_v = \sigma_v^2 \cdot \mathbf{I}$ e $\mathbf{R}_d = \sigma_d^2 \cdot \mathbf{I}$, em que as variâncias σ_v^2 e σ_d^2 representam as suas respectivas potências espectrais. Na prática, encontrar as matrizes \mathbf{R}_v e \mathbf{R}_d é um processo mais trabalhoso do que adotar a hipótese de ruído branco [6].

Uma forma de especificar o ruído é referenciá-lo ao sinal completo, como mostra a equação (29), em que SNR_{dB} é a razão de potência entre o sinal e o ruído em decibéis, σ_{noise} é o desvio padrão do ruído e μ_{signal} é o valor esperado do sinal.

$$\text{SNR}_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{\mu_{signal}}{\sigma_{noise}} \right) \quad (29)$$

Considerando o modelo discreto da fonte chaveada (4) e que ambos os ruídos tenham o mesmo desvio padrão $\sigma_v = \sigma_d = 0.01V$ na tensão máxima de saída $V_{O,max} = 30V$, o que implica em $\text{SNR}_{dB} = 69.5dB$ pela equação (29), tem-se que $\mathbf{R}_v = \mathbf{R}_d = 0.0001$, o que permite o cálculo do ganho do observador LQG através da equação (27), resultando em (30).

$$\mathbf{L}_{LQG} = \begin{bmatrix} 0.349 \\ 8.6444 \end{bmatrix} \quad (30)$$

D. Algoritmo do controlador digital

Este artigo propõe a implementação de controle digital para regular a tensão de saída da fonte chaveada. Desta maneira, precisa-se ter cuidado com relação a complexidade do algoritmo de controle, pois o tempo de processamento não deve ultrapassar o período de amostragem. Além disso, ele deve ser executado o rápido possível para minimizar o atraso na atualização de controle. Com isto em mente, é mais garantido executar um controlador com observador, ambos em

horizonte infinito, como o LQR (8) com LQG (25), ao invés da versão ótima recursiva.

Como o objetivo da malha de controle é garantir que a fonte chaveada tenha erro nulo em regime permanente, ou seja, a tensão de saída deve seguir uma dada referência virtual, uma possível solução é usar um integrador. No espaço de estado, a ação integral (17) se encarrega disto. O controlador LQR pode ser obtido a partir do sistema aumentado (16) da ação integral e, em conjunto com o Procedimento de Bryson ((11) e (12)) e o Procedimento Pincer (14), sintonizado pelo parâmetro α (13) para fazer o sistema em malha fechada atingir a performance desejada.

O algoritmo 1 em pseudocódigo implementa o controlador digital LQR com observador LQG e ação integral da figura 8, ou seja, o controlador I-LQR/LQG. Num microcontrolador, esse algoritmo deve ser executado continuamente para regular o sistema SISO da fonte chaveada, em que as constantes (Φ , Γ , \mathbf{H} , \mathbf{K}_{LQI} , \mathbf{L}_{LQG} , D_{MAX}) são armazenadas numa memória não-volátil, como a memória *flash*, as variáveis (d , w , $\hat{\mathbf{x}}$) são armazenadas numa memória volátil, como a RAM, e as variáveis de entrada r e v_O correspondem, respectivamente, a referência virtual de tensão selecionada pelo usuário através de uma interface digital e a tensão medida da saída da fonte chaveada pelo ADC.

Algorithm 1 Algoritmo do controlador I-LQR/LQG

Require: Φ , Γ , \mathbf{H} , \mathbf{K}_{LQI} , \mathbf{L}_{LQG} , D_{MAX} , r , v_O , $\hat{\mathbf{x}}$

Ensure: d , $\hat{\mathbf{x}}$

- 1: $w \leftarrow w + v_O - r$ Eq. (15)
 - 2: $\hat{\mathbf{x}} \leftarrow \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{L}_{LQG} \cdot (v_O - \mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{x}})$ Eq. (28)
 - 3: $d \leftarrow -\mathbf{K}_{LQI} \cdot [\hat{\mathbf{x}}^\top, w]^\top$ Eq. (6)
 - 4: **if** $d > D_{MAX}$ **then**
 - 5: $d \leftarrow D_{MAX}$ Saturação superior da PWM
 - 6: **else if** $d < 0$ **then**
 - 7: $d \leftarrow 0$ Saturação inferior da PWM
 - 8: **end if**
 - 9: $\hat{\mathbf{x}} \leftarrow \Phi \cdot \hat{\mathbf{x}} + \Gamma \cdot d$ Eq. (28)
-

V. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados de simulações do controlador da seção IV-D aplicado na regulação da tensão de saída da fonte DC chaveada especificada na seção II. Nestas simulações, avalia-se a capacidade do sistema em malha fechada de seguir referências constantes na presença de ruídos, tanto de medição quanto de processo. Os softwares utilizados nas simulações são: o Matlab R2015a 64-bit 8.5.0.197613 da MathWorks; e o PSIM 64-bit Professional Version 9.0.3.464 da PowerSim.

A fonte DC chaveada da seção II não apresenta todos os elementos de uma fonte comercial, como o filtro EMI, a DPWM, o sensor analógico de tensão, a interface digital com o usuário, a alimentação do microcontrolador, os *snubbers*, o *gate driver* dos transistores, e o circuito de proteção contra sobrecarga. Entretanto, ela apresenta os dois blocos que mais influenciam a dinâmica do sistema: a ponte retificadora com

filtro capacitivo; e o conversor *forward*. Assim, pode-se fazer a simulação considerando apenas esses blocos para avaliar a performance esperada do controlador.

Na simulação do Matlab, o sistema a ser regulado é o modelo médio em CCM, das equações (2) e (3). Enquanto que, na simulação do PSIM, o sistema a ser regulado é o circuito elétrico combinado da ponte retificadora com filtro capacitivo e do conversor *forward* com dois transistores, gerando um sistema mais semelhante ao chaveado em CCM (1). Para testar a robustez de estabilidade e de performance do controlador, fez-se simulações com parâmetros descasados entre a planta e o modelo utilizado no projeto do controlador.

A. Simulações no Matlab

A programação da simulação no Matlab é composta por duas partes. Uma parte é um código no editor do Matlab, em que se declara as constantes usadas na simulação e plota os gráficos dos resultados. Este código também chama a segunda parte, que é um programa no Simulink e está representado pelo diagrama de blocos da figura 9. Neste diagrama, o bloco *uC* é um subsistema e dentro dele há um diagrama de blocos, que se encontra na figura 10. Em todas as simulações no Matlab/Simulink, utilizou-se o método *ode3* (*Bogacki-Shampine*) com passo fixo de $1\mu s$ para resolver as equações diferenciais.

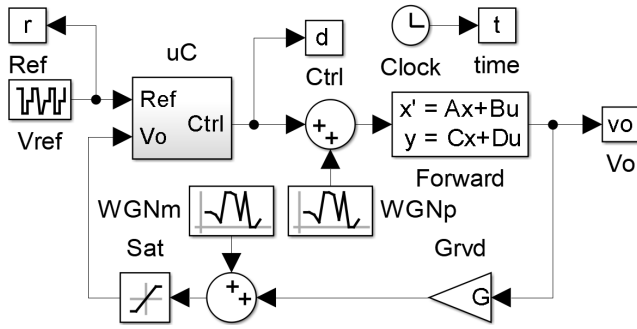


Fig. 9. Diagrama do Simulink representando a malha fechada do conversor forward com modelo médio.

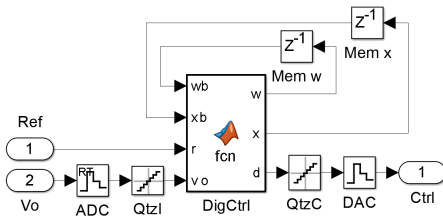


Fig. 10. Diagrama do Simulink dentro do bloco *uC* da figura 9.

O diagrama em Simulink da figura 9 mostra o sistema em malha fechada para o controle do modelo médio CCM do conversor, que é representado pelo bloco *Forward*. Os blocos *WGNm* e *WGNp* são geradores de ruído gaussiano branco, respectivamente, da medição e do processo. A parte de medição também conta com o bloco *Grvd*, que é o ganho de $1/6$ do divisor resistivo de tensão, e o bloco *Sat*, que representa

a saturação de 0V a 5V do circuito seguidor de tensão (um amplificador operacional de ganho unitário).

No Simulink, o bloco de subsistema permite estabelecer uma hierarquia entre os diagramas, o que facilita a visualização. Assim, o bloco *uC* se comporta como o diagrama da figura 10, que representa de maneira simplificada as estruturas de um microcontrolador. O bloco *DigCtrl* implementa o algoritmo 1 de controle digital, com a única diferença de que a entrada *vo* é multiplicada pelo inverso do ganho do divisor resistivo de tensão antes de ser utilizada. Os blocos *Mem w* e *Mem x* são atrasos unitários discretos, representando a memória volátil e armazenam, respectivamente, o integrador *w* e o estimador de estados $\hat{\mathbf{x}}^T = [\hat{v}_C, \hat{i}_L]$. Os blocos *ADC* e *DAC* são os seguradores de ordem zero (ZOH), respectivamente, do conversor analógico-digital e do conversor digital-analógico, que operam na frequência de amostragem f_s . Esses conversores também possuem quantizadores representados, respectivamente, pelos blocos *QtzI* (medição) e *QtzC* (controle).

A potência do ruído de medição e do processo é considerada com $SNR_{dB} = 69.5dB$, o que implica num ruído com variância $\sigma^2 = 0.01$ na tensão máxima de $v_O = 30V$. Para facilitar as simulações em Matlab, utiliza-se esta mesma variância para todos os valores de tensão de saída nas próximas simulações. Além disso, para o ADC, utiliza-se a resolução de 10-bits, referentes ao ADC em um microcontrolador PIC16F88X [7] e, para o DAC, utiliza-se uma resolução de 5-bits, como aquela do DPWM DS1052 [8].

A figura 11 mostra o resultado de simulação do sistema em malha fechada com tensão de entrada nominal de 179.6V, carga nominal de 10Ω e parâmetros casados entre planta e controlador, ou seja, o conversor tem os mesmos parâmetros utilizados no projeto do controlador. Essa simulação é bem sucedida, pois a referência é seguida perfeitamente em regime permanente. O tempo de assentamento do sistema em malha fechada passa um pouco da especificação de 0.01s devido a dinâmica do estimador de estados. Mas isto não é algo crítico, afinal este atraso é imperceptível pelo usuário. Ainda, ele pode ser corrigido pelo aumento do parâmetro α no projeto do controlador LQR Pincer (13) para tornar a resposta mais rápida, mas com a penalização do ruído ser amplificado.

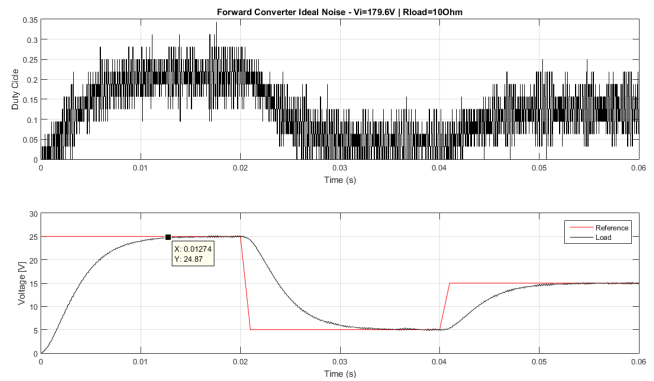


Fig. 11. Resultado de simulação no Matlab do modelo médio do conversor forward em malha fechada com parâmetros casados.

A figura 12 apresenta o resultado de simulação com um descasamento leve entre os parâmetros da planta e os parâmetros considerados no projeto do controlador, em que nenhum parâmetro variou mais que 5%. Os parâmetros modificados foram: indutor $L = 98\mu\text{H}$ (antes $100\mu\text{H}$); resistência do indutor $R_L = 26m\Omega$ (antes $25m\Omega$); capacitor $C = 685\mu\text{F}$ (antes $680\mu\text{F}$); e resistência do capacitor $R_C = 20m\Omega$ (antes $21m\Omega$). Nestes casos a resistência da carga foi feita igual à nominal $R_{load} = 10\Omega$, assim como a tensão de entrada $V_I = 179.6\text{V}$. Assim, nota-se apenas a influência do capacitor e do indutor, que tem impacto direto na dinâmica dos estados v_C e i_L . Essa simulação mostra que, para pequenas perturbações nos parâmetros associados aos estados, o sistema em malha em fechada mal apresenta diferença em relação a simulação com parâmetros casados da figura 11.

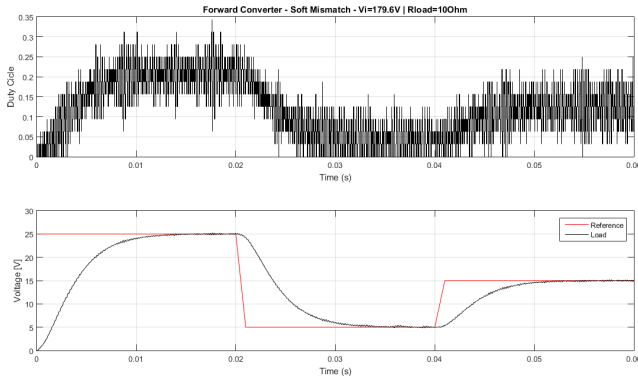


Fig. 12. Resultado de simulação no Matlab do modelo médio do conversor forward em malha fechada com parâmetros pouco descasados.

B. Simulações no PSIM

O PSIM é um pacote de software de simulação de circuito eletrônico desenvolvido pela Powersim para sistemas operacionais Windows. Ele é especializado em simulação e controle de eletrônica de potência e *drivers* para motores elétricos e utiliza blocos para representar os componentes, conectando-os em um fluxo de dados entre entradas e saídas diversas. O PSIM monta o sistema de equações algébrico-diferenciais equivalente ao circuito elétrico através da análise nodal, e o resolve utilizando métodos numéricos, como a integração trapezoidal. Em todas as simulação feitas no PSIM, aplicou-se um passo de integração de 100ns.

A figura 13 mostra a fonte chaveada completa especificada na seção II, em que se combina o conversor *forward* com dois transistores e a ponte de diodos retificadora com filtro capacitivo. O conversor é representado pelos seguintes componentes: os diodos $D1$, $D2$, $D3$ e $D4$; os transistores MOSFET $Q1$ e $Q2$; o transformador; o indutor L_{buck} ; e o capacitor C_{buck} . Enquanto que a ponte retificadora com filtro capacitor é representada apenas pela ponte de diodos *DiodeBridge* e o capacitor *DCLink*. Além disso, tem-se a carga *Load*, a tensão senoidal da rede V_{mains} , o sensor analógico de tensão com os resistores $50k$ e $250k$, e o subsistema uC , que representa o microcontrolador. Os componentes formados

por uma circunferência com V ou A escrito no centro são pontos de aquisição de dados (*probes*), de tensão e corrente respectivamente, que informam ao *software* quais variáveis devem ser armazenadas para apresentação gráfica. Por fim, os componentes *NoiseProc* e *NoiseMeas* são geradores de tensão aleatória com distribuição uniforme (o *software* não possui blocos para geração de pseudo-aleatórios com distribuição gaussiana), e representam o ruído de processo e o ruído de medição, respectivamente.

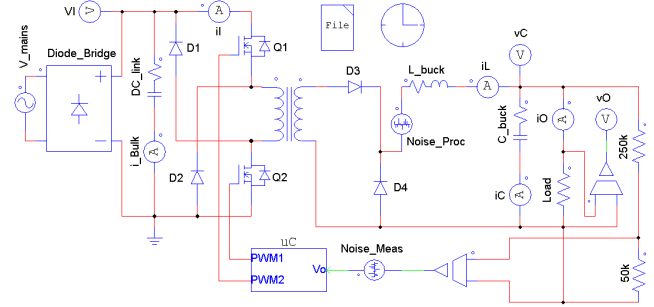


Fig. 13. Diagrama de blocos no PSIM da fonte chaveada com carga resistiva.

O sensor analógico de tensão não é composto apenas pelos resistores de $50k$ e $250k$, ele também inclui o componente formado pelo amplificador diferencial (triângulo recortado conectado aos terminais do resistor de $50k$). Os resistores formam um divisor de tensão, cujo ganho é $50k/(250k + 50k) = 1/6$, de maneira que suas resistências precisam ser elevadas para que eles não consumam uma corrente significativa da carga. Entretanto, as suas resistências também não pode ser elevadas demais, chegando na faixa de $1M\Omega$, caso contrário o divisor resistivo pode passar a amplificar alguns sinais parasitas, frutos de ruídos eletromagnéticos conduzidos e irradiados por outras partes do sistema. Com relação ao terceiro componente, ele representa um amplificador operacional diferencial ideal, de ganho unitário, usado apenas para desacoplar o circuito de potência do circuito de controle uC .

Dentro do bloco uC da figura 13 existe um diagrama de blocos aritméticos e lógicos que emulam o comportamento de um microcontrolador ou DSP em conjunto com o circuito da DPWM, como mostra a figura 14. Os blocos *ADCh* e *DACH* representam seguradores de ordem zero (ZOH), respectivamente, do sensor de tensão e do ciclo de trabalho da PWM. E o mesmo vale para os *ADCq* e *DACq*, que são quantizadores. O bloco *Controller* detém a lógica de controle digital, cuja memória é implementada pelos blocos de atraso unitário $1/z$. E os blocos *PMWv* e *PMWcomp* geram o sinal de PWM com ciclo de trabalho ajustável. O microcontrolador todo opera com a mesma frequência de amostragem da PWM $f_s = 100\text{kHz}$, que equivale a frequência de chaveamento.

O bloco *MA* da figura 10 também é um subsistema, cujo diagrama de blocos no PSIM se encontra na figura 15, e implementa uma média móvel (*Moving Average*) com $n_{MA} = 10$ elementos. Entretanto, ela não está na forma de um filtro digital FIR, mas sim na forma de filtro IIR, conforme a equação (31). O objetivo deste filtro é suavizar a tensão

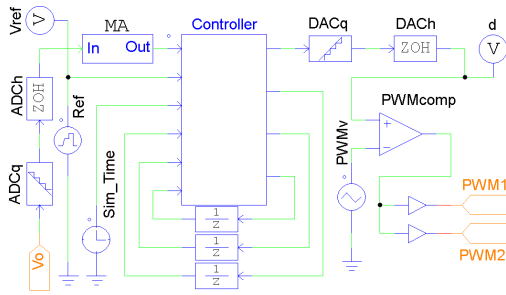


Fig. 14. Diagrama de blocos no PSIM dentro do bloco *uC* da figura 13.

medida na saída da fonte chaveada, o que também suaviza as transições no esforço de controle. Entretanto, o número de elementos deve ser baixo para não causar atrasos significativos entre a planta e o controlador, afinal a dinâmica deste filtro não foi considerada no projeto do controlador digital.

$$\frac{V_{out}(z)}{V_{in}(z)} = \frac{1}{n_{MA}} \cdot \frac{1 - z^{-n_{MA}}}{1 - z^{-1}} \quad (31)$$

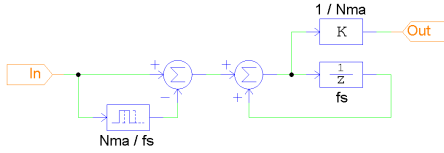


Fig. 15. Diagrama de blocos no PSIM dentro do bloco *MA* da figura 14.

O programa do bloco *Controller* executa o algoritmo 1 do controlador digital LQR/LQG com ação integral. Assim como o bloco *DigCtrl* do Simulink na figura 10, ele também corrige a tensão medida na saída do fonte chaveada ao multiplicá-la por 6 devido a ganho de 1/6 do divisor resistivo. Além disso, ele também corrige o sinal de referência para $(1 - \delta V_{O,max}) \cdot V_{ref}$, em que $\delta V_{O,max} = 0.00203V$ é a variação teórica da tensão de saída em relação ao valor DC. Esta correção deve ser feita devido ao momento em que a medição de tensão é realizada pelo ADC, que ocorre no fim do ciclo de PWM, ou seja, no instante em que a tensão é mínima ao longo do ciclo em regime permanente. Por fim, antes de começar a execução do algoritmo de controle digital, o controlador espera por 0.01s até o regime permanente do estágio de entrada do conversor DC-DC, o que evita instabilidades no fornecimento de energia.

A PWM é gerada apenas com os blocos *PMWv* e *PMW-comp*, em que o primeiro é um gerador de onda triangular de 0V até 1V com frequência equivalente a de chaveamento $f_s = 100kHz$, e o segundo é um comparador lógico entre a onda triangular e o esforço de controle d gerado pelo bloco *Controller*. Se o sinal da onda triangular for maior que esforço de controle, então o comparador tem como saída o nível lógico 0, caso contrário, a saída é o nível lógico 1.

De maneira semelhante a figura 11, a figura 16 mostra o resultado de simulação do rastreamento de referência da saída da fonte chaveada no PSIM, em que os parâmetros são casados, ou seja, o conversor DC-DC tem os mesmos

parâmetros utilizados no projeto do controlador. Além disso, os ruídos, tanto na medição quanto no processo, possuem variância $\sigma^2 = 10^{-4}$, que equivale a $SNR_{dB} = 69.5dB$ em relação a tensão máxima de saída (30V). Por fim, as resoluções do ADC e do DAC são assumidas, respectivamente, 10-bits e 5-bits.

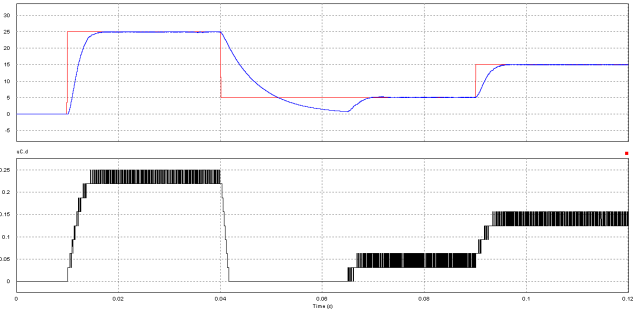


Fig. 16. Resultado de simulação no PSIM da fonte chaveada em malha fechada com parâmetros casados. O primeiro gráfico mostra o rastreamento da tensão de saída e o segundo, o esforço de controle.

Embora o resultado de simulação da figura 16 mostre que o controlador consegue fazer a dinâmica do sistema em malha fechada convergir para as tensões de referência com precisão, e com um tempo de acomodação de cerca de 0.01s. Existe uma diferença notável entre este resultado e o resultado da figura 11: durante a transição de 25V para 5V, a tensão da saída cai significativamente abaixo da tensão de referência, para então convergir para 5V. E este processo dura 0.04s, ou seja, 4 vezes mais que na simulação no Matlab. Mesmo assim, do ponto de vista do usuário do sistema, este tempo de resposta ainda é aceitável, entretanto, no seguimento de curvas de referência, esse atraso pode ser significativo na dinâmica resultante.

Este fenômeno ocorre porque existe uma dinâmica não-controlada que é encoberta pelo modelo médio em CCM (2). O controlador altera o ciclo de trabalho da PWM, que o permite alterar quanta energia é injetada no filtro LC do conversor DC-DC ao longo do tempo. Entretanto, ele não consegue remover energia do filtro LC, ou seja, a descarga deste filtro representa uma dinâmica não-controlada porém estável, o que torna o sistema estabilizável. Desta maneira, o controlador consegue regular a saída do sistema em malha fechada, mas, sempre que a tensão de referência diminuir, a sua performance é penalizada pois ele precisa esperar a descarga do filtro LC, cujo tempo aumenta conforme se aumenta a impedância da carga. Note que, na transição de 5V para 15V, o controlador não tem penalização na performance.

Certamente o controlador não precisaria esperar esse procedimento terminar e poderia aproveitar parte da energia na convergência ao novo patamar reduzido de tensão. Entretanto, o controlador foi projetado com a hipótese de CCM, ou seja, a corrente média do indutor não zero. Como a dinâmica do indutor é mais rápida do que do capacitor, a corrente do indutor acaba zerando durante a transição de patamar de tensão. Assim que a esta corrente zero, essa premissa de CCM é violada e o controlador "fica perdido", pois o sistema entra em

modo de condução descontinua (DCM), cuja corrente média é não-linear [9]. Quando a tensão do capacitor se aproxima o suficiente de zero, a regulação retorna.

O resultado de simulação da figura 17 mostra a resposta em malha fechada do sistema considerando parâmetros levemente descasados (variação pelo menos de 10%), tensão nominal 179.6V, ruído elevado e carga resistiva nominal 10Ω. Os parâmetros modificados foram: indutância $L = 90\mu\text{H}$ (antes $100\mu\text{H}$); resistência do indutor $R_L = 28m\Omega$ (antes $25m\Omega$); capacitância $C = 610\mu\text{F}$ (antes $680\mu\text{F}$); resistência do capacitor $R_C = 25m\Omega$ (antes $21m\Omega$); e relação de espiras do transformador $n = 1.3$ (antes 1.5). Esse resultado mostra que uma perturbação mais intensa nos parâmetros associados aos estados (v_C e i_L) não altera significativamente a dinâmica em malha fechada quando comparado a dinâmica com parâmetros casados da figura 16. Entretanto, a dispersão da oscilação da tensão de saída na fonte chaveado em regime permanente, de fato, aumenta conforme o descasamento de parâmetros também aumenta.

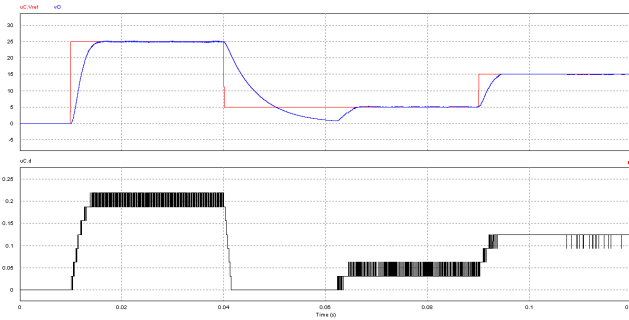


Fig. 17. Resultado de simulação no PSIM da fonte chaveada em malha fechada com parâmetros fortemente descasados. O primeiro gráfico mostra o rastreamento da tensão de saída e o segundo, o esforço de controle.

Certamente, o controlador ter robustez de estabilidade e de performance na regulação da tensão de saída da fonte chaveada em diversos cenários é de suma importância. Entretanto, além da convergência para a referência desejada, a fonte também precisa ter pequena oscilação na tensão de saída em regime permanente. As tabelas I e II apresentam dados estatísticos de simulação da fonte chaveada em malha fechada referentes aos respectivos cenários: parâmetros casados com carga puramente resistiva; e parâmetros fortemente descasados com carga puramente resistiva. Consideram-se duas tensões de referência 5V e 25V, e três componentes resistivas da carga 5Ω, 10Ω e 30Ω. Além disso, o ruído de processo e o ruído de medição possuem $\text{SNR}_{\text{dB}} = 69.5\text{dB}$. Assim, para a tensão de 5V, esses ruídos têm variância de $\sigma_{5V}^2 = 2.81 \cdot 10^{-6}$. E, para a tensão de 25V, $\sigma_{25V}^2 = 1.4 \cdot 10^{-5}$. A resolução do ADC é 10-bits e do DAC, 5-bits. A tensão de entrada é a nominal 179.6V. Além da média e do desvio padrão, a terceira estatística apresentada é o desvio padrão (DP) dividido pela tensão de referência (V_{ref}) e constitui o valor principal na análise de oscilação da tensão de saída.

Exceto em algumas simulações que utilizaram a carga resistiva de 30Ω, a tensão média se manteve bem próxima

Tensão (V)	5			25		
Carga (Ω)	5	10	30	5	10	30
Média (V)	5.009	5.008	5	24.974	24.976	24.955
Desvio Padrão (V)	0.037	0.023	0.025	0.094	0.069	0.144
DP / V_{ref} (%)	0.74	0.465	0.506	0.375	0.276	0.578

TABLE I

RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES COM PARÂMETROS CASADOS.

Tensão (V)	5			25		
Carga (Ω)	5	10	30	5	10	30
Média (V)	5.007	5.006	5.007	25.001	24.97	24.855
Desvio Padrão (V)	0.047	0.029	0.02	0.204	0.084	0.173
DP / V_{ref} (%)	0.935	0.575	0.399	0.408	0.167	0.346

TABLE II

RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES COM PARÂMETROS FORTEMENTE DESCASADOS.

à tensão de referência. Além disso, as variações (ou *ripples*) percentuais da tensão de saída, DP/V_{ref} (%), nas tabelas mantiveram-se abaixo de 0.5%. Apesar dessa estatística estar razoavelmente acima do 0.2% característico de fontes de bancada comerciais, com um cuidado maior com relação ao projeto ou especificação de supressores de ruído EMI, a fonte chaveada projetada neste trabalho pode se tornar comercialmente viável.

VI. CONCLUSÃO

Os resultados mostraram que o controlador digital proposto é robusto, tanto nos testes com o modelo linearizado quanto nos testes com modelos de ordem mais elevada, considerando não-linearidades. Além disso, ele consegue filtrar os ruídos e garantir uma oscilação de tensão na saída seja pequena o suficiente. Assim, o controlador digital I-LQR/LQG é um excelente substituto para as técnicas de controle clássico com o paradigma de modo de corrente para fontes chaveadas. E com a vantagem de não precisar do sensor de corrente com filtro passa-baixa, pois o observador fornece a sua estimação.

REFERENCES

- [1] M. K. Kazimierzczuk, *Pulse-Width Modulated DC-DC Power Converters*, 2nd ed. Wiley, 2016.
- [2] R. W. Erickson and D. Maksimović, *Fundamentals of Power Electronics*, 3rd ed. Springer, 2020.
- [3] C. P. Basso, *Switch-Mode Power Supplies: SPICE Simulations and Practical Designs*, 2nd ed. McGraw-Hill, 2014.
- [4] S. Bacha, I. Munteanu, and A. I. Bratcu, *Power Electronic Converters Modeling and Control: With Case Studies*, 1st ed. Springer, 2014.
- [5] H. J. Sira-Ramirez and R. Silva-Ortigoza, *Control Design Techniques in Power Electronics Devices*, 1st ed. Springer, 2006.
- [6] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. L. Workman, *Digital Control of Dynamic Systems*, 3rd ed. Addison-Wesley, 1998.
- [7] Microship, "Pic16f882/883/884/886/887 data sheet," <https://ww1.microchip.com/downloads/en/devicedoc/41291d.pdf>, 2021, [Online; acessado 28-novembro-2021].
- [8] D. Semiconductor, "Ds1052 - 5-bit, programmable, 100khz - pulse-width modulator," <https://datasheets.maximintegrated.com/en/ds/DS1052-DS1052X-100.pdf>, 2021, [Online; acessado 28-novembro-2021].
- [9] J. Sun, D. Mitchell, M. Greuel, P. Krein, and R. Bass, "Averaged modeling of pwm converters operating in discontinuous conduction mode," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 16, no. 4, pp. 482–492, 2001.