

## Einsendeaufgabe 2

Maximilian Malinowski, Matr.-Nr. 70383508, Ostfalia WF, Gasthörer

### Aufgabe MAT-01:

Multiplizieren Sie die folgenden 2 Matrizen:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 4 \cdot 3 + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 6 & 4 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) + 3 \cdot 8 \\ 5 \cdot 3 + 1 \cdot (-1) + 6 \cdot 6 & 5 \cdot 2 + 1 \cdot (-3) + 6 \cdot 8 \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 12 - 2 + 18 & 8 - 6 + 24 \\ 15 - 1 + 36 & 10 - 3 + 48 \end{pmatrix}$$
$$= \underline{\underline{\begin{pmatrix} 28 & 26 \\ 50 & 55 \end{pmatrix}}}$$

Die Multiplikation der Matrizen ergibt die Matrix  $\begin{pmatrix} 28 & 26 \\ 50 & 55 \end{pmatrix}$ .

### Aufgabe MAT-02:

Was ist eine Determinante einer Matrix? Wozu kann sie verwendet werden? Was ist die resultierende Determinante folgender Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

In der Linearen Algebra ist die Determinante  $\det(A)$  oder  $|A|$  einer quadratischen Matrix  $A$  eindeutig zugeordnete Zahl. Sie kann zu jeder Matrix  $A=(a_{ij})$  vom Typ  $(n,n)$  bestimmt werden. Für nicht quadratische Matrizen ist die Determinante nicht definiert.

Die Determinante einer quadratischen Matrix kann unter anderem zu folgenden Zwecken verwendet werden:

- Nachweis der Invertierbarkeit einer Matrix. Invertierbar, wenn  $|A|$  ungleich 0 ist.
- Matrix  $A$  ist regulär, wenn  $|A|$  ungleich 0 ist.
- Matrix  $A$  ist singulär, wenn  $|A|$  gleich 0 ist.

Berechnung:

Da mir leider keine Probe für die Berechnung Determinante bekannt ist, verwende ich 2 verschiedene Lösungswege, damit ich mein Ergebnis überprüfen kann.

The image shows a handwritten calculation of the determinant of matrix  $A$  on grid paper. At the top, matrix  $A$  is written as  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$  and the determinant is denoted as  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix}$ . Below this, the text "Lösungsweg 1 - Anwendung Regel von Sarrus" is written. The calculation uses Sarrus' rule, which involves repeating the first two columns of the matrix to the right. The resulting  $3 \times 5$  grid is shown with green circles around the elements of the first three columns and pink circles around the elements of the last two columns. The calculation is then written as  $|A| = (1 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 \cdot 2 + 4 \cdot (-2) \cdot (-3)) - (2 \cdot 3 \cdot 4 - (-3) \cdot 5 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) \cdot 3)$ . This is simplified to  $= 12 + 30 + 24 - 24 + 15 + 24$ , and finally to  $= 81 = |A|$ , which is underlined twice.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad |A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

Lösungsweg 1 - Anwendung Regel von Sarrus

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 5 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 4 & 2 & -3 \end{vmatrix} = (1 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 \cdot 2 + 4 \cdot (-2) \cdot (-3)) - (2 \cdot 3 \cdot 4 - (-3) \cdot 5 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) \cdot 3)$$
$$= 12 + 30 + 24 - 24 + 15 + 24$$
$$= 81 = |A|$$

## Lösungsweg 2 – Anwendung Gaußalgorithmus

Die Determinante kann auch bestimmt werden, indem die Matrix A in eine obere Dreiecksmatrix umwandelt. Dazu wird an dieser Stelle der Gauß-Algorithmus angewendet. Anschließend werden die Werte der Hauptdiagonalen miteinander multipliziert. Dabei muss beachtet werden, dass bestimmte Operationen auch Auswirkungen auf die Determinante haben.

I

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \cdot 2 \\ + \text{Zeile 1} \end{array}$$

II

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 0 & 9 & 13 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \cdot -1 \\ + \text{Zeile 1} \end{array}$$

III

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & -6 & -8 \\ 0 & 9 & 13 \\ 0 & -9 & -4 \end{vmatrix} \quad + \text{Zeile 2}$$

IV

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & -6 & -8 \\ 0 & 9 & 13 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1) \end{array}$$
$$|A| = \underline{-2} \cdot \underline{9} \cdot \underline{9} \cdot \underline{\frac{1}{2}} \cdot \underline{-1} = \underline{\underline{81}}$$

Die Determinante  $|A|$  der Matrix A beträgt 81.