Einsendeaufgabe 2

Maximilian Malinowski, Matr.-Nr. 70383508, Ostfalia WF, Gasthörer

Aufgabe MAT-01:

Multiplizieren Sie die folgenden 2 Matrizen:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -3 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4\cdot 3 + 2\cdot(-1) + 3\cdot 6 & 4\cdot 2 + 2\cdot(-3) + 3\cdot 8 \\ 5\cdot 3 + 1\cdot(-1) + 6\cdot 6 & 5\cdot 2 + 1\cdot(-3) + 6\cdot 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 12-2+18 & 8-6+24 \\ 15-1+36 & 10-3+48 \end{pmatrix}$$

$$= \underline{\underline{\begin{pmatrix} 28 & 26 \\ 50 & 55 \end{pmatrix}}}$$

Die Multiplikation der Matrizen ergibt die Matrix $\begin{pmatrix} 28 & 26 \\ 50 & 55 \end{pmatrix}$.

Aufgabe MAT-02:

Was ist eine Determinante einer Matrix? Wozu kann sie verwendet werden? Was ist die resultierende Determinante folgender Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

In der Linearen Algebra ist die Determinante det(A) oder |A| eine einer quadratischen Matrix A eindeutig zugeordnete Zahl. Sie kann zu jeder Matrix A=(a_{ij}) vom Typ (n,n) bestimmt werden. Für nicht quadratische Matrizen ist die Determinante nicht definiert.

Die Determinante einer quadratischen Matrix kann unter anderem zu folgenden Zwecken verwendet werden:

- Nachweis der Invertierbarkeit einer Matrix. Invertierbar, wenn |A| ungleich 0 ist.
- Matrix A ist regulär, wenn |A| ungleich 0 ist.
- Matrix A ist singulär, wenn |A| gleich 0 ist.

Berechnung:

Da mir leider keine Probe für die Berechnung Determinante bekannt ist, verwende ich 2 verschiedene Lösungswege, damit ich mein Ergebnis überprüfen kann.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \qquad |A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix}$$

Lösungsweg 1 - Anwendung Regel von Sarrus

$$|A| = \left|\begin{array}{ccc|cc} 1 & 3 & 4 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 5 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 4 & 2 & -3 \end{array}\right. = \left(1\cdot 3\cdot 4 + 3\cdot 5\cdot 2 + 4\cdot(-2)\cdot(-3)\right)$$
$$- 2\cdot 3\cdot 4 - (-3)\cdot 5\cdot 1 - 4\cdot(-2)\cdot 3$$

$$= 12 + 30 + 24 - 24 + 15 + 24$$

$$= 81 = |A|$$

Lösungsweg 2 – Anwendung Gaußalgorithmus

Die Determinante kann auch bestimmt wird, indem die Matrix A in eine obere Dreiecksmatrix umwandelt. Dazu wird an dieser Stelle der Gauß-Algorithmus angewendet. Anschließend werden die Werte der Hauptdiagonalen miteinander multipliziert. Dabei muss beachtet werden, dass bestimmte Operationen auch Auswirkungen auf die Determinante haben.

I

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ +\text{Zeile } 1 \\ \end{array}$$

II

$$= |A| = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 0 & 9 & 13 \\ 2 & -3 & 4 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \cdot -1 \\ \\ +\text{Zeile } 1 \end{array}$$

III

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & -6 & -8 \\ 0 & 9 & 13 \\ 0 & -9 & -4 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \\ \\ +\text{Zeile } 2 \end{array}$$

IV

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & -6 & -8 \\ 0 & 9 & 13 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1)$$

$$|A| = -2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} \cdot -1 = \underline{\underline{81}}$$

Die Determinante |A| der Matrix A beträgt 81.