1.

Представим каждого сотрудника в виде вершины графа. Соединим эти вершины взвешенными ребрами в соответствии с дружественными отношениями (например, если сотрудник дружит с b и степень их недовольства при разделении равна $k(a,b)$, то мы проводим ребро $(a,b) : w(a,b) = k(a,b)$). Теперь создадим вершины исток s и сток t и проведем из них ребра ко всем сотрудникам: если степень недовольства сотрудника a попаданием в мат. группу равна $m(a)$, а в прог. группу - $p(a)$, то проводим $(s,a) : w(s,a) = p(a);\ (t,a) : w(t,a) = m(a)$). Теперь ищем минимальный разрез между вершинами s и t. Это и будет ответом.

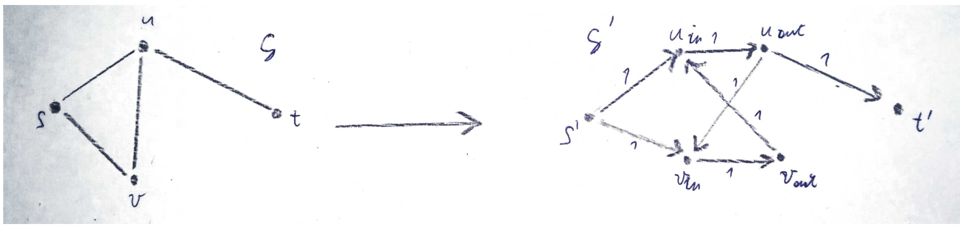
Действительно, если сотрудник a попал в мат. группу, т.е. оказался в одном множестве с s, то степень его недовольства по поводу группы оказалась $w(a,t) = m(a)$, и наоборот. При этом если он оказался разделенным с другом b, то степень недовольства a и b по поводу друга оказалась $w(a,b) = k(a,b)$. Таким образом, вес каждого разреза соответствует степени недовольства.

Если искать минимальный вес (а значит максимальный поток) с помощью алгоритма Форда-Фалкерсона, то получим $O(ans(2n+m)) = O(ans(n+m))$. Если с помощью Эдмонса-Карпа, то $O\left(n \cdot (m+2n)^2\right) = O\left(n^3 + n^2 m + n m^2\right)$. Если с помощью Диница, то $O\left(n^2 \cdot (m+2n)\right) = O\left(n^3 + n^2 m\right)$.

3.

Создадим новый ориентированный граф G' на основе данного G. Каждой вершине $u \in G$, кроме начальной и конечной поставим в соответствие вершины $u_{in} \in G'$ и $u_{out} \in G'$, и соединим их (ориентированными) ребрами (u_{in}, u_{out}). Теперь проводим ребра: если $(u,v) \in G$, то проводим $(u_{out}, v_{in}) \in G'$ и $(v_{out}, u_{in}) \in G'$. В конце проводим ребра от начальной вершины: если $(s,u) \in G$, то проводим $(s', u_{in}) \in G'$. Аналогично для конечной вершины, но в обратную сторону. Веса всех ребер делаем равными 1. Теперь пускаем максимальный поток из s' в t'. Это и будет ответом.

Если искать минимальный поток с помощью алгоритма Форда-Фалкерсона, то получим $O(ans(n+2m)) = O(ans(n+m))$. Если с помощью Эдмонса-Карпа, то $O\left(2n \cdot (n+2m)^2\right) = O(n^3 + n^2 m + n m^2)$. Если с помощью Диница, то число итераций равно $\sqrt{P} = \sqrt{1 \cdot 2n}$, т.к. потенциал каждой вершины равен 1, а всего вершин $2n$ (с точностью до константы), и асимптотика равна $O\left(\sqrt{2n} \cdot (2n \cdot (n+2m))\right) = O\left(n^{\frac{5}{2}} + n^{\frac{3}{2}} m\right)$.



4.

Создадим вершины исток и сток и соединим их со всеми данными вершинами, ориентировав ребра так, что из истока все ребра выходят, а в сток входят. Ориентируем неориентированные ребра произвольно. и зададим им пропускную способность 1. Для каждой вершины посчитаем разность количеств входящих в нее ребер и выходящих. Если она отрицательна, то в качестве пропускной способности ребра, исходящего из стока и входящего в текущую вершину, ставим модуль этой разности. Если положительна, то делаем тоже самое, но для ребра, идущего в сток. Остальные пропускные способности делаем 0. Пускаем максимальный поток из истока в сток. Те ребра, через которые течет поток, инвертируем.

Асимптотики совпадают с асимптотиками из предыдущих задач.